

Versão Online ISBN 978-85-8015-037-7
Cadernos PDE

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS
DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2007

VOLUME I

A Matemática Financeira como Alternativa de Contextualização

Epaminondas Alves dos Santos

Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE



Santo Antônio da Platina-PR, Outubro de 2008

Conteúdo

Introdução	3
1 A realidade atual do ensino da Matemática Financeira	4
2 O currículo da Matemática Financeira no Ensino Médio	6
3 Fundamentação Teórica	7
4 Contextualizando conteúdos matemáticos	9
4.1 Matemática Financeira e Progressão Aritmética	9
4.2 Matemática Financeira e Progressão Geométrica	10
4.3 Matemática Financeira e funções	11
5 Matemática Financeira com uso de tecnologia acessível	14
5.1 Encaminhamento metodológico	14
5.2 Atividades com calculadora simples	14
5.2.1 Calculando potências com a calculadora simples	14
5.2.2 Explorando as teclas de memória	16
5.3 Atividades com o software CALC	19
5.3.1 Calculando a taxa de juros de uma renda uniforme	19
5.3.2 Calculando a taxa de juros de uma renda não uniforme	23
6 Considerações Finais	27
7 Agradecimentos	27

Resumo

O Projeto “A Matemática Financeira como alternativa de contextualização” tem por objetivo resgatar e incentivar o ensino da Matemática Financeira no âmbito do Ensino Médio. Esse importante conteúdo está um pouco esquecido e fora do currículo de muitas escolas, devido à ênfase maior dada aos conteúdos da chamada Matemática “geral”. Quando o mesmo figura entre os conteúdos, como se pode notar em muitos dos livros didáticos do Ensino Médio existentes no mercado brasileiro, a sua abrangência fica restrita a uns poucos conceitos, tais como a noção de juros simples e juros compostos. Esse projeto pretende avançar nos conteúdos acrescentando os conceitos de capitalização, amortização, equivalência de capitais, entre outros e dar subsídios para a inserção desse conteúdo nos currículos de Matemática do Ensino Médio, mostrando que o mesmo, além de já ter uma significativa importância no dia-a-dia das pessoas, também pode ser uma importante fonte de aplicações para muitos conteúdos matemáticos, tais como razões, proporções, regra de três, porcentagem, funções, progressões e estatística, entre outros.

Palavras-chave: matemática;financeira;contextual;Ensino Médio;Calc.

Abstract

The project “Financial Mathematics as alternative of contextualization” aimed at rescuing and encourage the teaching of the Financial Mathematics in the sphere of high school. This important content is a little forgotten and out of the curriculum of many schools due of the greater emphasis given to the content of the so-called “general” Mathematics. When the same appears among the contents, as it can be noticed in many the textbooks of the high school existing in the brazilian market, its cover is restricted to a few concepts, such as the conception of simple interest and compound interest. This project aims to advance in this concept of adding content capitalization, amortization, equity capital, among others, and to give subsidies to insert this content in the curriculum of mathematics of the high school, showing that itself, in despite to have a significant importance in the people daily life, can also be an important source of applications for many mathematics contents, such as reasons, proportions, rule of three, percentage, functions, progressions and statistics, among others.

Keywords: mathematics;finance;contextual;High School;Calc.

Introdução

É indiscutível, nos dias atuais, a relevância da Matemática Financeira no cotidiano das pessoas. O fato de vivermos num país capitalista em desenvolvimento e que sofre os efeitos da globalização da economia tornam essa importância ainda maior.

Com a economia em fase de estabilização e crescimento, aumenta a oferta de crédito e as pessoas estão se endividando cada vez mais. Torna-se necessário que o cidadão tome conhecimento, pelo menos um pouco dos mecanismos que regem o sistema financeiro.

Esse trabalho, parte integrante do Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná (PDE), propõe atividades e discussões no âmbito do Ensino Médio, sobre as principais fórmulas da Matemática Financeira e suas aplicações, como, por exemplo, as que regem as amortizações de dívidas pelo Sistema Francês. Visando facilitar o entendimento, as demonstrações são feitas sem muito rigor matemático, com ênfase às demonstrações mecânicas ou visuais. (*Ver referência* [11])

Conhecer os conteúdos matemáticos que estão envolvidos nas atividades financeiras tais como os cálculos dos juros simples e compostos, os descontos, as capitalizações e amortizações de dívidas é, sem dúvida, uma forma agradável de dar significado a diversos conteúdos importantes da Matemática do Ensino Fundamental e Médio, tais como: Razões, Proporções, Porcentagem, Funções, Progressões Aritméticas e Geométricas, entre outros.

A Matemática Financeira fazia parte do currículo dos antigos cursos profissionalizantes da área de contabilidade. Com a mudança para o atual Ensino Médio ela ficou relegada a um plano secundário, figurando apenas em algumas instituições como complemento de carga horária, inserida como conteúdo da parte diversificada.

O que esse trabalho propõe é a sua inserção definitiva na grade curricular do Ensino Médio, visto que a Matemática Financeira tem uma destacada importância no cotidiano das pessoas. Não são raras as situações do dia-a-dia em que necessitamos de lançar mão de algum conhecimento de Matemática Financeira para nos orientarmos na tomada de

decisões importantes na nossa vida.

Partindo de alguns conhecimentos básicos adquiridos pelos alunos no ensino fundamental, tais como as noções de proporcionalidade, juros simples e a noção de funções, o professor pode, aos poucos, ir reforçando esses conceitos e lançando as bases da Matemática Financeira, introduzindo os conceitos da capitalização composta, da equivalência de capitais e dos sistemas de amortização de dívidas.

Para esse propósito, o professor deve fazer um planejamento bastante criterioso das suas ações tendo em vista as limitações de tempo e a disponibilidade de recursos tecnológicos da sua escola.

Quando possível, o uso adequado de recursos computacionais pode ajudar a dar mais agilidade e melhorar a qualidade dos trabalhos desenvolvidos, mas na impossibilidade desses recursos, uma calculadora simples, usada de forma eficiente, pode ser um bom instrumento para se trabalhar a Matemática Financeira.

1 A realidade atual do ensino da Matemática Financeira

Sabe-se que, embora esse conteúdo conste do planejamento de muitas escolas, parte importante dos conceitos não são tratados ou são tratados de modo superficial, pois é dada uma ênfase maior na chamada Matemática “geral”.

Sabe-se que o currículo da Matemática em muitas escolas, é elaborado apoiando-se nos livros didáticos existentes no mercado, sendo que alguns são distribuídos por programas de livros didáticos governamentais.

Fazendo-se uma análise dos livros didáticos existentes atualmente para o Ensino Médio no mercado brasileiro, observa-se que a parte dedicada à Matemática Financeira, quando existente, se resume a umas poucas páginas, onde são tratados os conceitos de juros simples e compostos.

Considera-se que tópicos da Matemática Financeira, como a amortização e a capitalização, por exemplo, são matérias específicas de determinados cursos profissionalizantes, como os das áreas de Administração, Ciências Contábeis e Economia.

Defendemos que o ensino dessa matéria deva avançar, englobando tais conteúdos, uma vez que são de grande relevância para o cotidiano das pessoas, bem como para a contextualização de outros importantes conteúdos matemáticos.

A **Tabela 1**, mostrada a seguir, contém o resultado de uma análise da abordagem da Matemática Financeira em alguns dos principais livros didáticos adotados no Ensino Médio, especificando os conteúdos tratados e o número de páginas destinadas aos mesmos:

Autor	Editora	Publ.	Pag.	Conteúdo
Giovanni, Bonjorno e Giovanni Jr.	FTD	1994	5	Porcentagem
Dante	Ática	2002	13	Razão e Proporção, Porcentagem, Juros Simples e Juros Compostos
Paiva	Moderna	1998	2	Juros Compostos
Bucchi	Moderna	1995	0	
Facchini	Saraiva	2001	9	Porcentagem, Juros Simples e Juros Compostos
Benigno e Cláudio	FTD	2000	11	Porcentagem, Lucro, Desconto, Acréscimos e Descontos Sucessivos
Jorge e Valter	IBEP		9	Porcentagem, Juros Simples e Juros Compostos

Tabela 1: Análise de alguns livros didáticos do Ensino Médio

Como se pode observar, por essa análise, do ponto de vista da composição curricular e quantitativo, a Matemática Financeira contida nessas obras, além de escassa, de um modo geral, representam uma revisão dos conteúdos ministrados nas séries finais do ensino fundamental.

2 Discutindo o currículo da Matemática Financeira para o Ensino Médio

Grandes problemas enfrentados pelos professores de Matemática atualmente tais como a apatia, o desinteresse e, até mesmo, a indisciplina por parte dos nossos alunos, são provavelmente frutos de uma aparente contradição que existe entre a origem e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos e a forma como eles são disseminados pela escola.

É sabido de todos que a Matemática originou e se desenvolveu em função das necessidades enfrentadas pelo homem nas suas relações sociais e no enfrentamento das dificuldades impostas pela natureza. Apesar disso, devido às diversas transformações ocorridas pelas políticas educacionais, o que se vê hoje em dia é um ensino da Matemática pouco contextualizado, contribuindo para a falta de estímulo dos nossos alunos.

“O currículo, tal como analisa Pinar (2004, p. 186-188), é uma “conversa complicada”. O currículo é altamente abstrato e não raramente está divorciado da sociedade onde vivemos. Nessa conversa complicada são ouvidas diversas vozes. E outras tantas estão ausentes. A indisciplina escolar representa uma voz que disputa espaço nessa conversa. Suas mensagens são diversas e nem sempre conexas. De um lado a indisciplina parece representar uma ameaça de esvaziamento do currículo. Esse esvaziamento, enquanto o conjunto daquilo que se ensina em sala de aula, se expressa sob diversas queixas dos professores em relação à indisciplina dos alunos. Essa indisciplina se expressa, por exemplo, quando os alunos estão desinteressados, sem material para acompanhar as aulas, quando não participam ou desenvolvem outras atividades em sala de aula (REBELO, 2002, p. 67). Mas é preciso refletir se esse esvaziamento não decorre também da concepção e prática do currículo nas escolas. É preciso, por exemplo, discutir ainda a questão da autoria do currículo.” (Joe Garcia - As relações entre currículo e indisciplina)

Segundo o autor propõe, é necessário que haja uma ampla discussão a respeito do currículo, vigente nas escolas atualmente, inclusive a respeito da sua autoria.

Particularmente, no que diz respeito à disciplina de Matemática, é preciso que realmente se reflita, e busque soluções para que o ensino dessa tão importante disciplina seja mais exitoso. Suspeita-se que um ensino desarticulado da realidade pode sim gerar desestímulo e até indisciplina. Acreditamos que o ensino da Matemática Financeira pode contribuir especialmente no sentido de dar significância a tópicos importantes da Matemática, por isso defendemos a sua presença entre os conteúdos do currículo dessa disciplina, senão como um tópico à parte, ao menos como recurso de aplicação para muitos dos tópicos normalmente inseridos nos mesmos. É inegável o fato de que ela está presente no cotidiano das pessoas, assumindo importância cada vez maior devido aos efeitos do capitalismo e da globalização da economia sobre a vida das pessoas.

3 Fundamentação Teórica

A proposta da inserção da Matemática Financeira no currículo do Ensino Médio, encontra embasamento nas leis que regulamentam o ensino básico no Paraná.

Sobre isso, veja o que diz alguns trechos das Diretrizes Curriculares para a Educação Básica do Paraná (DCE-2007) das páginas 31 a 36:

“É importante que o aluno do Ensino Médio, compreenda a Matemática Financeira aplicada aos diversos ramos da atividade humana e conteúdo que influencia decisões de ordem pessoal e social que provoca mudanças de forma direta na vida das pessoas e da sociedade. Sua importância se reflete no cotidiano de quem lida com dívidas ou crediários, interpreta descontos, entende reajustes salariais, escolhe aplicações financeiras, entre outras...

... Os conteúdos específicos devem ser apresentados de forma articulada, de modo que um determinado conteúdo seja abordado sob o contexto de outro. Assim, os conteúdos estruturantes transitam entre si através destas articulações, contribuindo para um ensino de matemática em que os conceitos se articulam, se intercomunicam e se complementam...

... Nestas Diretrizes Curriculares, os procedimentos metodológicos recomendados devem propiciar a apropriação de conhecimentos matemáticos que expressem articulações entre os conteúdos específicos do mesmo conteúdo

estruturante e entre conteúdos específicos de conteúdos estruturantes diferentes, de forma que suas significações sejam reforçadas, refinadas e intercomunicadas...

... No Ensino Médio, no estudo dos conteúdos função afim e progressão aritmética, ambos vinculados ao conteúdo estruturante Funções, o professor pode buscar na matemática financeira, mais precisamente nos conceitos de juros simples, elementos para abordá-los. Para os conteúdos função exponencial e progressão geométrica, os conceitos de juros compostos também são básicos. Assim os conteúdos específicos articulam-se entre si e os conteúdos estruturantes transitam em outros conteúdos estruturantes, de modo que nenhum deles deve ser abordado isoladamente.”

Neste contexto, a Matemática Financeira se apresenta como uma excelente alternativa para compor o currículo do Ensino Médio, visto que ela é contextual por excelência, é atual e necessária para a formação de um indivíduo crítico, pois ela dá subsídios necessários para a tomada de decisões importantes para a sua vida.

Nos dias atuais, a Matemática Financeira é extremamente relevante no cotidiano das pessoas. O fato de vivermos num país capitalista em desenvolvimento e que sofre os efeitos da globalização da economia tornam essa importância ainda maior.

Com a economia em fase de estabilização e crescimento, aumenta a oferta de crédito e as pessoas estão se endividando cada vez mais. Torna-se necessário que o cidadão tome conhecimento, pelo menos um pouco dos mecanismos que regem o nosso sistema financeiro e afetam de uma forma direta a vida das pessoas.

Esse trabalho propõe atividades e discussões no âmbito do Ensino Médio, sobre as principais fórmulas da Matemática Financeira e suas aplicações, como, por exemplo, as que regem o cálculo de juros pelos sistemas de capitalização simples e composto, as amortizações de dívidas pelo Sistema Francês e o Sistema de Amortização Constante (SAC), os mais usados atualmente, entre outros assuntos.

Conhecer os conteúdos matemáticos que estão envolvidos nas atividades financeiras tais como os cálculos dos juros simples e compostos, os descontos, as capitalizações e amortizações de dívidas é, sem dúvida, uma forma agradável de dar significado a

diversos conteúdos importantes da Matemática do Ensino Fundamental e Médio, tais como: Razões, Proporções, Porcentagem, Funções, Logaritmos, Progressões Aritméticas e Geométricas, entre outros.

4 Contextualizando conteúdos matemáticos

4.1 Matemática Financeira e Progressão Aritmética

No regime de capitalização a juros simples, os juros referentes a um único período, em qualquer época são, (por definição) calculados sobre o capital inicial C . Aplicando a fórmula dos juros simples, para 1 (um) período, obtemos: $j = C \cdot i \cdot n = C \cdot i \cdot 1 = Ci$. Isto significa que os seus valores são “fixos”, ou seja, sempre iguais. Sendo M_n o montante para um determinado período n , a soma do capital inicial e os juros auferidos nesse período, a sequência $(M_0, M_1, M_2, M_3, \dots, M_n)$ dos montantes formados, a partir da época 0 (o momento do empréstimo), é obtida, a partir do capital inicial, somando-se sempre a mesma parcela (os juros de cada período unitário), caracterizado-se assim uma progressão aritmética de primeiro termo $a_1 = C$ e razão $r = Ci$. Observe que esse tipo de P.A. é sempre crescente, uma vez que os valores do capital inicial e da taxa são sempre positivos, logo, o seu produto também o será.

Exemplo: Seja a aplicação a juros simples do capital R\$ 200,00, à taxa de 4% ao mês, durante 5 meses. Elaborar a seqüência dos montantes formados nesse período.

Resolução: Temos: $C = 200$, $i = 0,04$ e $n = 5$

Os juros para um período unitário é dado por $j = Ci = 200 \cdot 0,04 = 8$. Logo, A seqüência será formada, somando-se 8, a cada termo anterior, a partir do primeiro, ou seja, ao capital inicial. Dessa forma, a seqüência será a seguinte:

$$(200, 208, 216, 224, 232, 240)$$

A tabela apresentada a seguir, usa o exemplo anterior para mostrar a relação entre os termos de uma P.A. e a seqüência dos montantes, generalizando, para um número n de períodos:

Observe que o n -ésimo termo da seqüência dos montantes corresponde ao $(n+1)$ -ésimo

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	...	a_{n+1}
$200=200+0.8$	$208=200+1.8$	$216=200+2.8$	$224=200+3.8$	$232=200+4.8$...	$200 + 8n$
$C = M_0$	M_1	M_2	M_3	M_4	...	M_n

Tabela 2: Relação entre P.A. e montante nos juros simples.

termo da P.A. Aplicando-se a fórmula do termo geral da P.A., temos:

$$M_n = a_{n+1} = a_1 + [(n + 1) - 1]r = a_1 + nr$$

Substituindo a_1 por C e r por Ci na fórmula anterior, obtemos:

$$M_n = C + Cin = C(1 + in)$$

Observe que esta é a fórmula comumente usada na Matemática Financeira para o cálculo do montante em juros simples.

4.2 Matemática Financeira e Progressão Geométrica

No regime de capitalização a juros compostos, os juros para um único período, em uma época qualquer, são (por definição), calculados sobre o montante do período imediatamente anterior à época considerada. Por exemplo, os juros relativos ao terceiro período é obtido multiplicando-se o montante M_2 do segundo período por i . Mas, como o montante M_3 relativo ao terceiro período é a soma do montante do período anterior com os juros relativos a esse período, temos:

$$M_3 = M_2 + M_2 \cdot i = M_2(1 + i)$$

Generalizando essa situação, para um período n qualquer, obtemos:

$$M_n = M_{n-1}(1 + i)$$

Dessa forma, a sequência $(M_0, M_1, M_2, M_3, \dots, M_n)$ dos montantes no regime de juros compostos, é obtida a partir do capital inicial C multiplicando-se sempre $(1 + i)$ ao montante do período anterior, caracterizando uma progressão geométrica, de primeiro termo $a_1 = C$ e razão $q = 1 + i$. Observe que esse tipo de progressão geométrica será sempre crescente, uma vez que a razão é sempre maior que 1 (um) em virtude de i ser sempre positivo.

Exemplo: Escrever a sequência dos montantes M_n para uma aplicação de R\$ 200,00 a juros compostos de 4% ao mês, durante 4 meses.

Resolução: Temos: $C = 200$, $i = 0,04$, $1 + i = 1,04$ e $n = 4$

A sequência que se obtém, com valores aproximados (em alguns casos), é a seguinte:

$$(200; 208; 216,32; 224,97)$$

A tabela seguinte faz a correlação entre a fórmula do termo geral de uma progressão geométrica e esta sequência:

a_1	a_2	a_3	a_4	...	a_{n+1}
200 = $200 \cdot 1,04^0$	208 = $200 \cdot 1,04^1$	216,32 = $200 \cdot 1,04^2$	224,97 = $200 \cdot 1,04^3$...	$200 \cdot 1,04^n$
$C = M_0$	M_1	M_2	M_3	...	M_n

Tabela 3: Relação entre P.G. e montante nos juros compostos.

Também aqui ocorre a relação $M_n = a_{n+1}$. Usando-se a fórmula do termo geral da P.G., temos:

$$M_n = a_{n+1} = a_1 \cdot q^{[(n+1)-1]} = a_1 \cdot q^n$$

Por outro lado, substituindo a_1 por C e q por $1 + i$ na fórmula anterior, obtemos:

$$M_n = C(1 + i)^n$$

Observe que esta é a fórmula comumente usada para se calcular o montante no regime de capitalização a juros compostos.

4.3 Matemática Financeira e funções

A rigor, a fórmula usada para se calcular os juros simples ($j = Cin$) é uma função a três variáveis: C, i e n . Mas, quando o que se pretende é estudar a variação dos juros (j) no

decorrer dos n períodos de uma aplicação, podemos considerar fixos o capital (C) e a taxa (i). Neste caso, fazendo $Ci = k$ na fórmula, obtemos uma função linear, na variável n definida por $j(n) = k \cdot n$. Observe que o domínio e a imagem dessa função são os números reais positivos e que as funções assim definidas serão sempre crescentes, pois $k > 0$, visto que os valores C e i são positivos. Observe também que k representa a *taxa de crescimento* da função ou o *coeficiente angular* da reta representativa do gráfico da mesma.

Exemplos: Considere a aplicação a juros simples do capital R\$ 20000,00, à 5% ao mês, durante 8 meses. Estudar graficamente a variação:

- dos juros no decorrer desse período;
- dos montantes no decorrer desse período.

Resoluções:

a) Sendo $C = 20000$ e $i = 0,05$. Substituindo esses valores na função $f(n) = k \cdot n$, onde $k = Ci$, e calculando os valores de $f(n)$ para $n = 1, 2, 3, \dots, 8$, obtemos a seguinte representação gráfica dessa situação:

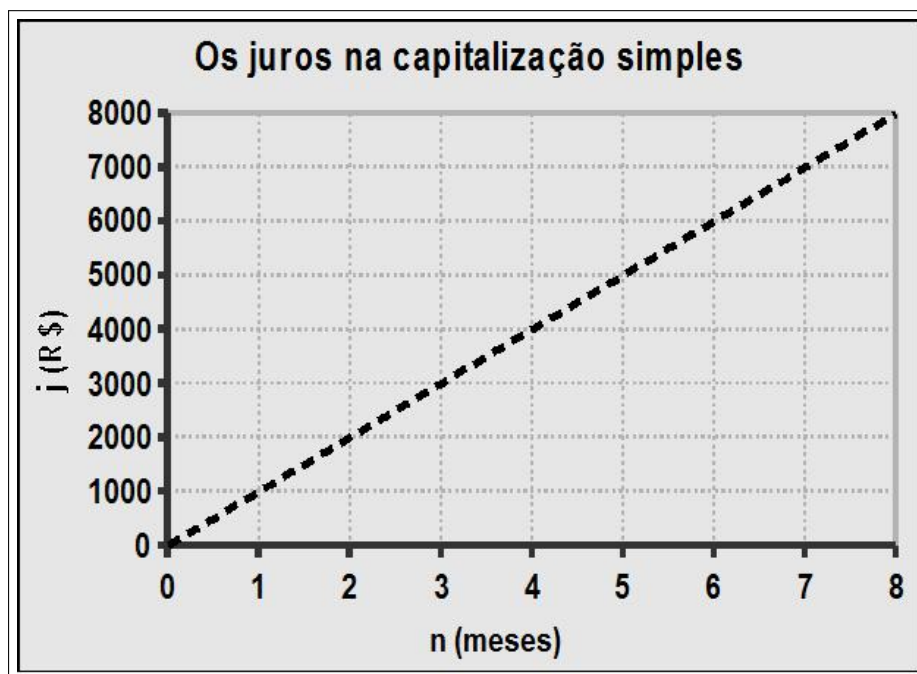


Figura 1: Gráfico da função $j(n) = 1000n$.

b) Ao considerarmos a variação dos montantes, essa função ganha a característica de uma *função afim*, pois, sendo C e i fixos, podemos escrever $M(n) = a \cdot n + b$, onde $a = Ci$ e $b = C$

e o gráfico passa a ter a seguinte representação:

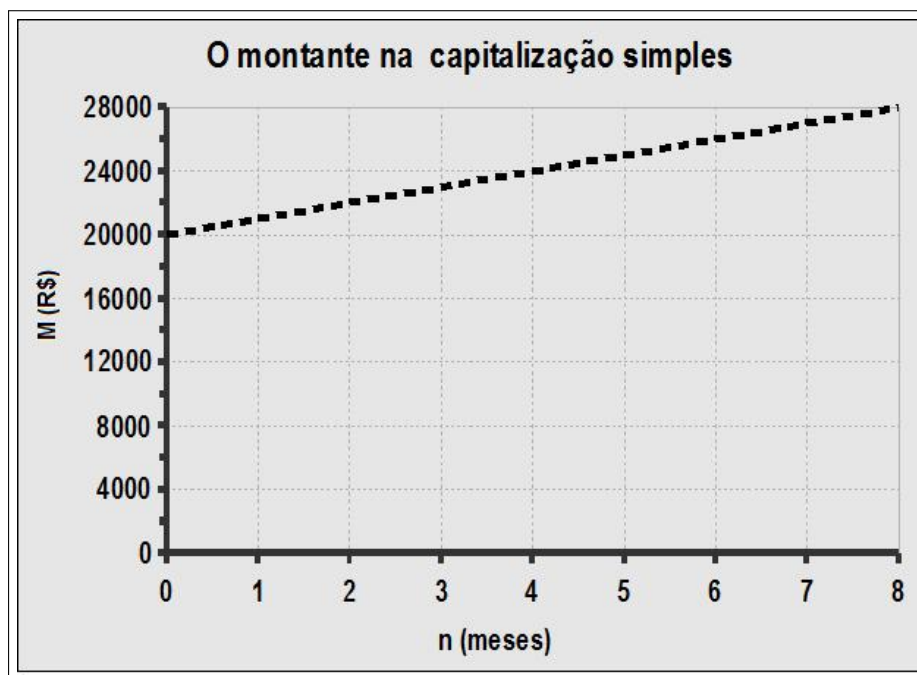


Figura 2: Gráfico da função $M(n) = 1000n + 20000$.

Observe que aqui o domínio dessa função também é o conjunto dos números reais positivos, mas, ao contrário da função anterior, a imagem dessa são os números reais maiores que 20.000.

Como se pode observar pelos exemplos mostrados nessa seção, e muitos outros, omitidos devido aos propósitos desse trabalho, as conexões entre a Matemática Financeira e demais áreas da Matemática são muitas, e riquíssimas em aplicações, propiciando ao professor de Matemática lançar mãos desses recursos sempre que possível, para mostrar a aplicabilidade de muitos conteúdos. Para isso o professor pode também, se utilizar das modernas tendências metodológicas do ensino da matemática, tais como a resolução de problemas e a modelagem matemática. Poderá também valer-se de recursos tecnológicos como a calculadora e computador, como será visto na seção seguinte. Tudo isso pode contribuir para que as aulas de matemática se tornem atrativas e a aprendizagem mais significativa para os alunos.

5 Matemática Financeira com uso de tecnologia acessível

Nesta seção vamos apresentar alguns exemplos de atividades, extraídos da referência [11], que podem ser desenvolvidas no Ensino Médio, visando aplicar o uso de tecnologia tais como o as calculadoras simples e as planilhas eletrônicas.

5.1 Encaminhamento metodológico

As atividades seguintes são indicadas para que sejam realizadas pelos alunos, após as demonstrações, por parte do professor, das principais fórmulas da Matemática Financeira e da resolução de pelo menos alguns exercícios exemplos para cada uma delas.

As atividades (5.2.1) e (5.2.2) podem ser realizadas em sala de aula, pois foram preparadas para apresentação com auxílio de calculadora simples.

As atividades (5.3.1) e (5.3.2) devem ser realizadas em um laboratório de informática com um número de computadores suficiente para atender aos alunos de uma turma, individualmente ou em grupos pequenos. Uma boa parte dos estabelecimentos de ensino atualmente já possuem esses laboratórios.

Antes de levar os alunos ao laboratório, é muito importante que o professor, além da parte teórica, já tenha trabalhado com os alunos esses tipos de exercícios com resoluções por outros processos simples, com o uso de calculadora simples ou até mesmo pelos algoritmos operacionais.

5.2 Atividades com calculadora simples

5.2.1 Calculando potências com a calculadora simples

Pedir que os alunos calculem os valores de diversas potências de expoentes naturais, especialmente aquelas com expoentes maiores e com números decimais nas bases.

Inicialmente, deixem os alunos livremente para realizar os cálculos, interferindo somente ao final para mostrar as vantagens de *métodos práticos* que visam facilitar esses cálculos, como o que será descrito mais adiante. Eles são muito importantes para se efetuar cálculos

matemáticos com rapidez e eficiência, especialmente em Matemática Financeira.

Objetivos pedagógicos



- Mostrar que não são necessários aparatos sofisticados como as calculadoras científicas ou financeiras para se trabalhar cálculos financeiros.
- Explorar ao máximo os recursos de uma calculadora simples.
- Facilitar o cálculo de potências que surgem naturalmente nas fórmulas da Matemática Financeira.
- Com a racionalização do tempo de cálculo, aproveitar o tempo excedente para avançar em novos conteúdos.
- Incentivar o uso das operações constantes e das teclas de memória das calculadoras.

Material necessário


- Uma calculadora simples.
- Material de anotação (lápiz, borracha, caneta e caderno).

Regra prática para o cálculo de potências

Com uma calculadora simples, pode-se calcular o valor da potência a^n , onde n é um número natural, obedecendo as seguintes etapas:

1. Digitar o número que representa a base a da potência;
2. Pressionar a tecla ;
3. Pressionar a tecla  (n-1) vezes.

Explorando essa atividade

- Pedir que cada aluno explique porque se deve apertar a tecla  (n-1) vezes se o expoente da potência é n .

- Aplicar esse método para calcular o montante nos juros compostos, em cuja fórmula aparece potências com expoentes naturais.
Sugestão: Montar uma lista de atividades nas quais figurem essas potências.
- Mostrar aos alunos as vantagens de se usar o método prático descrito anteriormente e a sua real necessidade para a Matemática Financeira.
- Explorar com alunos outras operações “constantes” das calculadoras comuns, como: soma, subtração, divisão e raiz quadrada, tentando descobrir possíveis aplicações.
- Pedir que cada aluno mostre alguma outra situação dentro da Matemática ou mesmo em outra ciência onde esse método pode ser útil.

5.2.2 Explorando as teclas de memória

Muitos usuários de calculadoras simples não conhecem as funções das teclas de memória **M-**, **M+**, **MRC** ou **MR** das calculadoras, ou quando sabem, não as usam pois não se dão conta da sua real importância para o cálculo de fórmulas matemáticas.



Figura 3: Foto de uma calculadora simples.

Nesta atividade o professor deverá explicar as funções dessas teclas e montar uma lista de exercícios de Matemática Financeira que envolvam fórmulas cujos cálculos podem ser facilitados com o uso dessas calculadoras.

Inicialmente, os alunos devem ser deixados à vontade para resolver os exercícios do jeito

que quiserem, mas o professor deve intervir em seguida para introduzir o *método prático* mostrado abaixo, incentivando o seu uso.

Objetivos pedagógicos

- Mostrar aos alunos a importância de saber realizar cálculos financeiros para o cotidiano das pessoas.
- Auxiliar no processo de formação de indivíduos críticos.
- Incentivar o uso das teclas de memória das calculadoras.
- Discutir com os alunos sobre as vantagens de se usar as teclas de memória das calculadoras e da sua real necessidade para a Matemática Financeira.
- Aplicar o método prático exposto nesta atividade para se calcular os coeficientes de amortização de dívidas e de capitalização.

Sugestão: Montar uma lista de atividades;

Material necessário

- Uma calculadora simples.
- Material de anotação (lápis, borracha, caneta e caderno).

Método prático

Vamos agora introduzir um método prático para calcular o coeficiente de amortização do pagamento *postecipado* (sem entrada) $f(n, i)$, cuja fórmula é dada a seguir. Nessa fórmula a variável n representa o número de pagamentos, i é a taxa unitária e $u = 1 + i$. Observe que esse coeficiente representa uma função de duas variáveis, ou seja, ele depende do número de prestações n e da taxa unitária i . Para calculá-lo devemos proceder da seguinte forma:

$$f(n, i) = \frac{u^n \cdot i}{u^n - 1}$$

1. Digitar o número u e pressionar a tecla  (n-1) vezes;

2. Pressionar em seqüência, a tecla $-$, a tecla 1 e a tecla $=$;
3. Pressionar a tecla $M+$ para guardar o resultado atual (denominador da fórmula) na memória da máquina;
4. Pressionar, ou a tecla MR ou a tecla MRC para acessar o valor que está guardado na memória da máquina;
5. Pressionar a tecla $+$, depois a tecla 1 e a tecla $=$ para restituir o valor da potência u^n , que é necessária ao cálculo do numerador;
6. Pressionar a tecla X , digitar o número i e pressionar $=$ para obter no visor da máquina o resultado do numerador;
7. Pressionar \div , pressionar, ou MR ou MRC e finalmente pressionar a tecla $=$ para obter o resultado final.

A figura apresentada a seguir mostra, com um exemplo, como esses passos podem ser realizados e seus procedimentos memorizados para futuras utilizações:

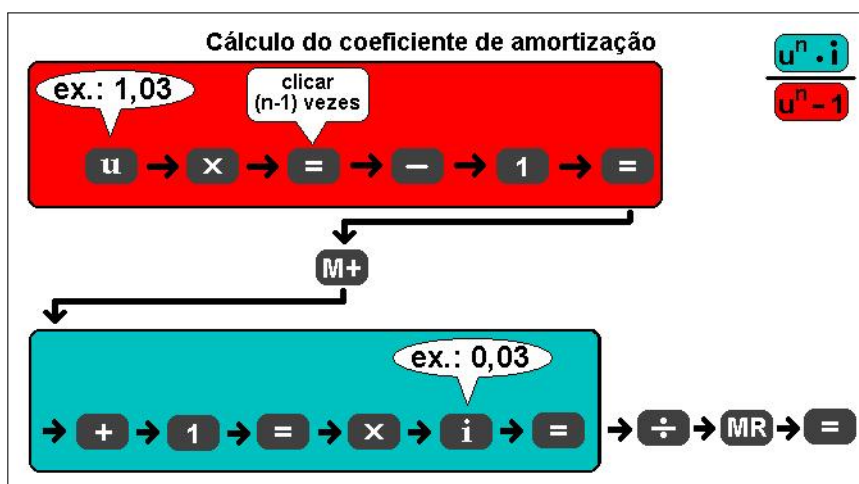


Figura 4: Exemplo de aplicação do método

Explorando essa atividade

- Estabelecer uma discussão com os alunos a respeito da eficiência e da real necessidade desse método para a Matemática Financeira.

- Pedir aos alunos que tentem fazer adaptações do método para calcular os outros coeficientes (pagamento antecipado e diferido).
- Discutir com os alunos sobre a validade do uso deste método.
- Pedir aos alunos que descubram outras aplicações para este método dentro da Matemática ou até mesmo em outras ciências como a Física.

5.3 Atividades com o software CALC

As atividades para esta seção utilizam o software CALC, que é uma planilha eletrônica integrada ao pacote de aplicativos BrOffice.Org, um software livre que pode ser baixado gratuitamente no link: <http://www.broffice.org/download>. O seu layout e funcionalidade são semelhantes ao do Microsoft Excel e as atividades podem ser facilmente adaptadas do Excel para este software.

5.3.1 Calculando a taxa de juros de uma renda uniforme

Inicialmente, o professor deve demonstrar aos alunos a dificuldade de se efetuar certos cálculos financeiros, particularmente os que visam obter o valor da taxa em problemas de rendas certas, pois a variável i , em questão se apresenta de modo implícito, ou seja não pode ser isolada facilmente por meio de uma equação, necessitando muitas vezes de métodos numéricos de aproximação.

O professor deve pedir aos alunos que tragam, para a aula seguinte, folhetos com ofertas de financiamentos de produtos, desses que as empresas distribuem contendo o preço à vista, o valor e a quantidade das prestações e a forma de pagamento, que neste caso deve ser *sem entrada* e com o valor das prestações iguais.

Depois de uma breve introdução sobre o software CALC na sala de aula e do método que será utilizado, o professor deverá pedir aos alunos que montem uma lista de atividades, auxiliando-os se necessário, na escrita dos enunciados.

Em seguida, o professor deverá conduzir os alunos ao laboratório de informática para a resolução dos exercícios.

Observação: Algumas empresas cobram a **TAC**, que é uma Taxa de Abertura de Crédito. Neste caso, o valor dessa taxa deve ser acrescido ao valor da dívida. Devemos acrescentar também o valor do **IOF**, que é o Imposto sobre Operações Financeiras, caso este seja repassado ao consumidor. Pesquisar o valor dessa tarifa.

Objetivos pedagógicos

- Resolver problemas de Matemática Financeira de difícil solução por métodos simples, como os que visam o cálculo da taxa em uma renda uniforme.
- Mostrar que a Matemática Financeira, até mesmo nos seus cálculos mais complexos pode ser acessível aos nossos alunos.
- Incentivar o uso da tecnologia computacional na resolução de problemas.
- Auxiliar no processo de formação de indivíduos críticos.

Material necessário

- Um computador pessoal com o software CALC instalado.
- Material de anotação (lápiz, borracha, caneta e caderno).

Procedimentos

Os procedimentos a seguir podem ser realizados individualmente ou em pequenos grupos, conforme a disponibilidade de computadores no laboratório:

1. Abrir uma planilha do Calc; (Ver Figura 5)
2. Na célula B2, escrever Número de prestações e na célula C2, escrever o valor correspondente ao Número de prestações;
3. Na célula B3, escrever Valor da prestação e na célula C3, escrever o valor correspondente ao Valor da prestação com o sinal negativo;

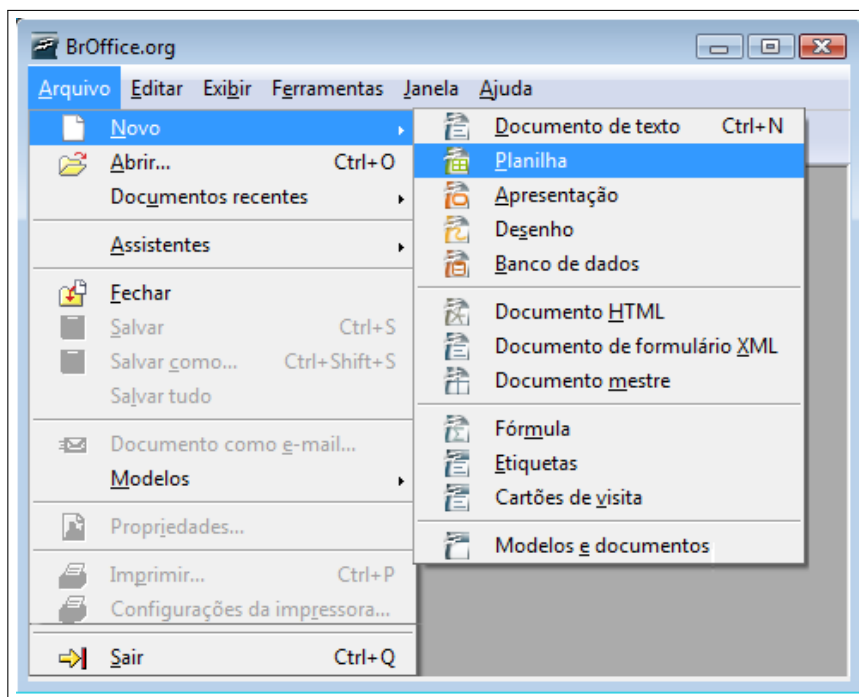


Figura 5: Abrindo uma planilha no Calc

4. Na célula B4, escrever Valor da dívida e na célula C4, escrever o valor correspondente ao Valor da dívida;
5. Na célula B5, escrever Taxa;
6. Ajustar a largura da coluna B para caber estes textos;
7. Na célula C5, deixe a célula vazia;
8. Selecionar a célula C5 e clicar no *Assistente de funções*, cujo ícone é $f(x)$;
9. Na guia *Funções*, em *categoria* escolha **financeiro** e em *função* escolha TAXA, clicando em **próximo**; (Ver Figura 6)
10. Nas caixas NPER, Pgtto, VP, não digitar nada. Para inserir cada um desses dados, clique sobre o botão à direita de cada uma delas para minimizar o assistente e visualizar os dados anteriormente inseridos;
11. Com o prompt em cada uma dessas caixas selecionar respectivamente os valores da planilha correspondentes do Número de prestações para NPER, Valor da prestação para Pgtto, Valor da dívida para VP.
12. Na caixa Tipo, digitar o número 1 e deixar as demais caixas em branco;

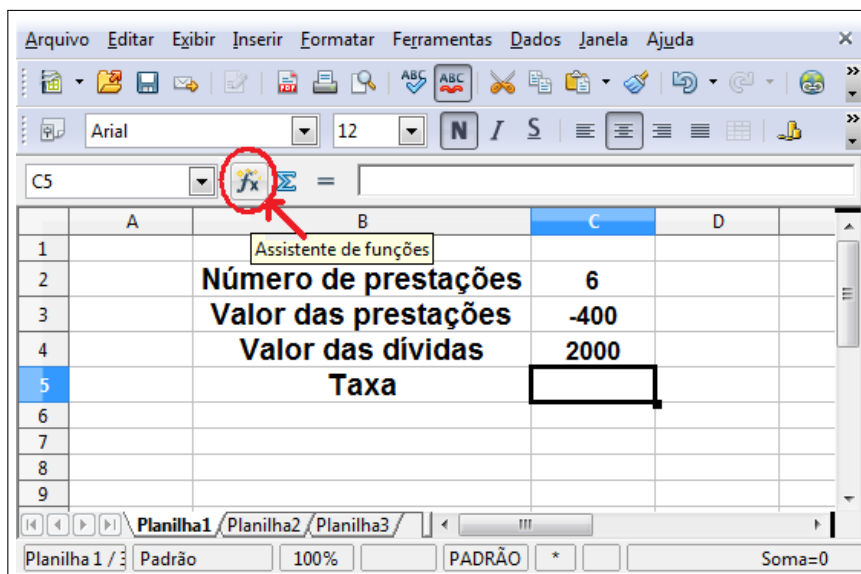


Figura 6: Inserindo os dados

13. Clicar em OK e o valor da taxa aparecerá na célula B4. (Ver Figura 7)

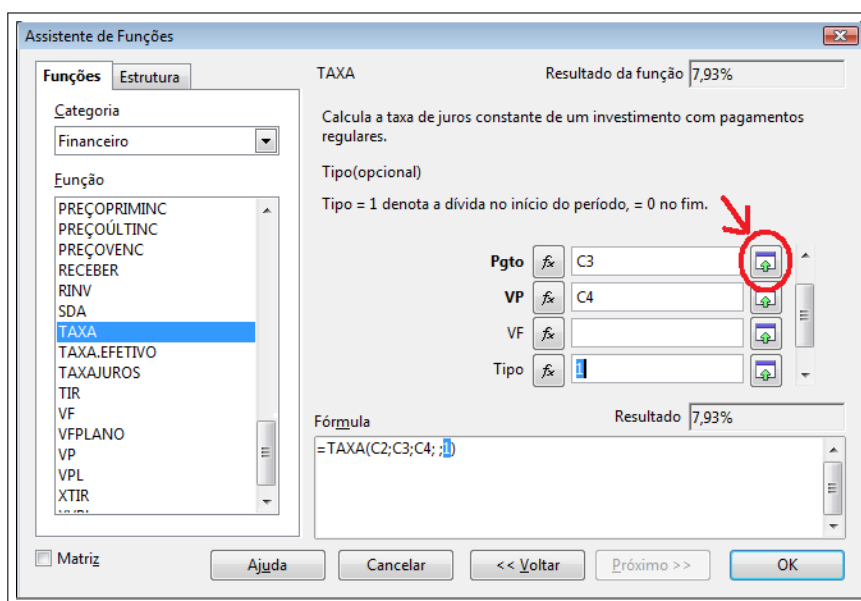


Figura 7: Trabalhando no assistente de função

Explorando esta atividade

- Pedir aos alunos que confirmem a taxa obtida nos cálculos com a taxa declarada pela empresa (geralmente no rodapé do anúncio e em letras menores) e verifiquem se elas são iguais.

- Pedir que cada aluno aumente o Número de prestações e responda às questões:
 - O valor da taxa se altera? Para mais ou para menos?
 - Por que isso ocorre?
- Pedir que cada aluno diminua o Valor das prestações e responda às perguntas:
 - O valor da taxa se altera? Para mais ou para menos?
 - Por que isso ocorre?
- Em seguida, pedir para que cada aluno ajuste o Valor das prestações de modo que a Taxa esteja próxima de 0 e responda às seguintes perguntas:
 - Quando ocorre a taxa 0?
 - É possível que a taxa seja negativa? Quando isso ocorre?
 - No caso do item anterior, quem estaria pagando essa taxa? O cliente ou a empresa?
 - O caso da taxa negativa tem a ver com a realidade? Por que?
- Pedir aos alunos que pesquisem sobre as taxas cobradas no comércio local. De posse das taxas calculadas na atividade anterior, pedir aos alunos que façam a *prova real* dos cálculos, ou seja, usem estas taxas nas fórmulas para o cálculo das prestações e verifiquem se os dois valores coincidem. Se a resposta for negativa, sugerir que refaçam os cálculos a fim de detectar o erro.

5.3.2 Calculando a taxa de juros de uma renda não uniforme

Para esta atividade, deve-se seguir os mesmos passos da atividade anterior, diferindo apenas na etapa seguinte:

O professor deve pedir aos alunos que tragam folhetos com ofertas de financiamentos de produtos, desses que as empresas distribuem contendo o preço à vista, o valor, o número de prestações e a forma de pagamento, não importando se a operação será realizada *com entrada* ou *sem entrada*.

Observação: *Para essa atividade as prestações não necessariamente precisam ser iguais.*

Objetivos pedagógicos

1. Resolver problemas de Matemática Financeira de difícil solução por métodos simples.
2. Mostrar que a Matemática Financeira, mesmo nos seus cálculos mais complexos pode ser acessível para os nossos alunos.
3. Incentivar o uso da tecnologia computacional na resolução de problemas.
4. Auxiliar no processo de formação de indivíduos críticos.

Material necessário

- Computador com o software Calc instalado.
- Material de anotação (lápiz, borracha, caneta e caderno).

Procedimentos

Para as atividades seguintes, sugerimos que sejam realizadas individualmente ou em pequenos grupos, conforme a disponibilidade de computadores no laboratório:

1. Abrir uma nova planilha no CALC; (Ver Figura 5)
2. Na célula B2 escrever D e na célula C2 digitar o Valor da dívida;
3. Na célula B3 escrever E e na célula C3 digitar o Valor da entrada, caso o plano seja com entrada. Se o plano for sem entrada, escrever 0.
4. Na célula B4 escrever D-E e na célula C4, calcular o valor do *Saldo devedor*, isto é, a diferença entre a Dívida e o Valor da entrada;
5. Nas células B5 e C5 não escrever nada;
6. Na célula B6 escrever Saldo Devedor e na célula C6 digitar o valor do Saldo devedor;
7. Na célula B7 escrever Prestação 1 e na célula C7 digitar o valor da Prestação 1 (com sinal negativo);

8. Na célula B8 escrever Prestação 2 e na célula C8 digitar o valor da Prestação 2 (com sinal negativo);
9. Na célula B9 escrever Prestação 3 e na célula C9 digitar o valor da Prestação 3 (com sinal negativo);

Observação: O valor da dívida deve ser menor que o valor da soma das prestações tomadas em valor absoluto.

10. Na célula B10 escrever Taxa;
11. Selecionar a célula C10 e clicar no *Assistente de funções*, cujo ícone é **[f(x)]**;
12. Na guia Funções, em Categoria escolher financeiro e em Função escolher TIR e clicar em próximo; (Ver Figura 8)

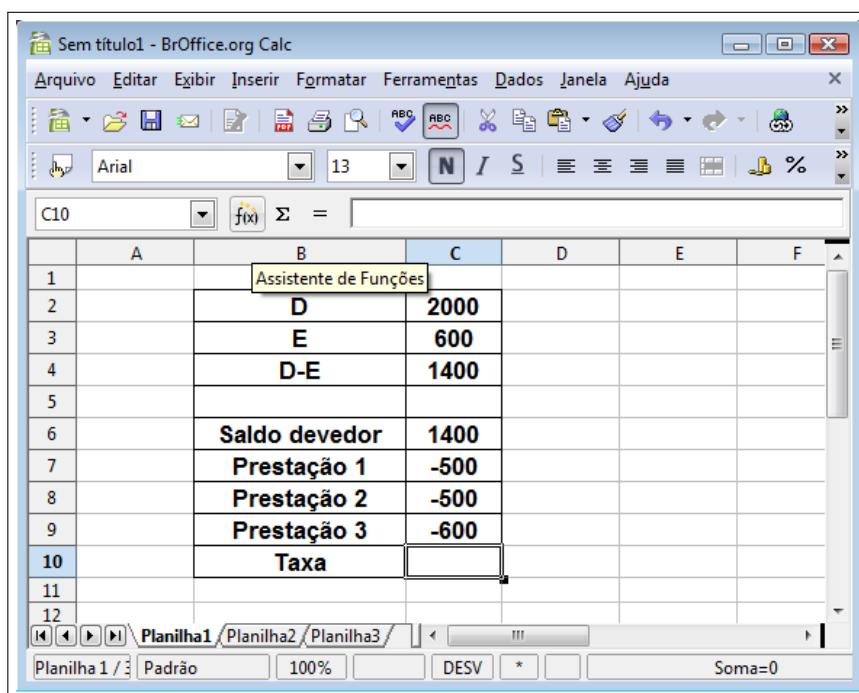


Figura 8: Inserindo os dados

13. Na caixa Valores não digitar nada. Com o prompt nessa caixa, clicar no botão à direita (Indicado com uma seta na Figura 9) para minimizar o Assistente. Selecionar apenas o intervalo (de C6 a C9), da coluna dos valores e retornar ao Assistente, clicando no mesmo botão para maximizá-lo. Clique em OK. O valor da taxa irá aparecer na célula B10 da planilha. (Ver Figura 9)

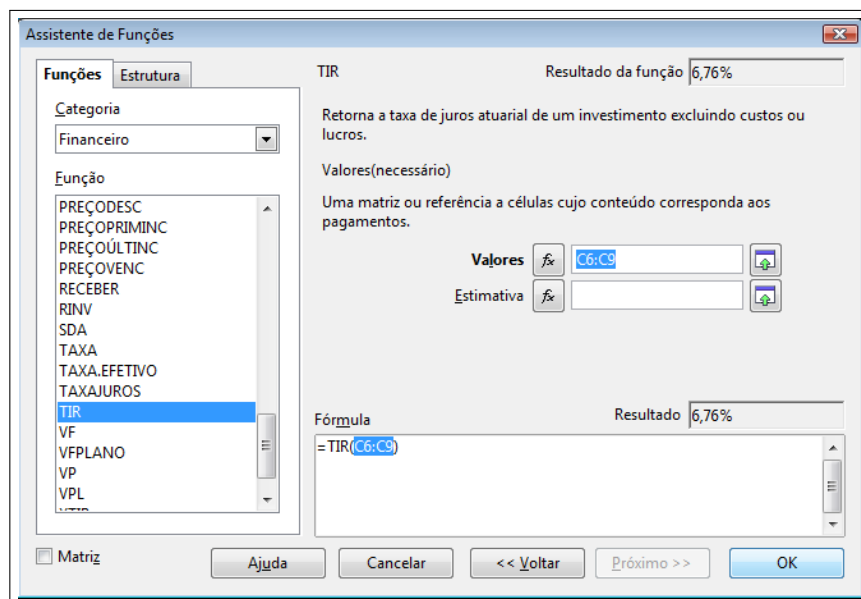


Figura 9: Trabalhando no assistente de função

Explorando esta atividade

- Pedir que cada aluno aumente o valor de uma ou mais prestações e responda às seguintes questões:
 - O que acontece com a taxa?
 - Por que isso ocorre?
- Pedir que cada aluno diminua o valor de uma ou mais prestações e responda às questões:
 - O que acontece com a taxa?
 - Por que isso ocorre?
 - Ela pode se tornar negativa? Em que situação?
 - Nesse caso quem estará pagando essa taxa? Essa situação pode ocorrer na realidade?

Estabeleça uma discussão sobre este assunto.

6 Considerações Finais

Esperamos, com este trabalho, ter contribuído de forma significativa para a melhoria do ensino da matemática no âmbito do Ensino Médio. As discussões giraram em torno da inserção da Matemática Financeira na grade curricular desse nível de ensino. Defendeu-se essa idéia, baseando-se no fato de que a mesma possui grande significância para o cotidiano das pessoas. Quem é que nunca se deparou com situações do dia-a-dia onde se necessita tomar decisões de ordem financeira, do tipo: “Qual é taxa de juros que estão me cobrando por esse financiamento?” ou “Qual é a melhor forma de se pagar uma compra: à vista com desconto? ou em várias prestações, pagando uma taxa de juros?” Podemos usar esse fato como um elemento de grande motivação e interesse, por parte dos nossos alunos. Aliado a isso, mostramos que a Matemática Financeira pode ser um instrumento de grande valia para promover aplicações de outros conteúdos estruturantes da Matemática, contribuindo assim, para efetivação de uma idéia tão defendida pelos educadores matemáticos, que é a contextualização dos conteúdos matemáticos. Procuramos mostrar que a tese defendida por esse trabalho encontra amparo nas diversas leis educacionais do país, particularmente as do nosso estado. Acreditamos que ao trabalhar os conteúdos matemáticos de forma contextual, estamos, de forma indireta, contribuindo para minimizar o problema da indisciplina, que afeta o ensino de modo geral, especialmente o da Matemática. Esperamos, também, ter dado uma contribuição para o encorajamento dos professores de Matemática do Ensino Médio para que se possa estabelecer discussões a respeito da inclusão desse conteúdo no currículo da disciplina. Essas discussões devem visar a delimitação dos conteúdos a serem trabalhados, a escolha do momento e do material de apoio mais adequados para essa aplicação, entre outras decisões importantes que devem ser tomadas. Deve-se também cuidar para que o tempo reservado a essa aplicação seja o ideal, e não interfira de forma a prejudicar a distribuição de outros conteúdos importantes do currículo.

7 Agradecimentos

Ao professor Dr. Ulysses Sodré pela competente orientação dispensada durante todo o transcurso desse projeto.

Referências

- [1] D'Ambrósio, Nicolau e Ubiratan, *Matemática Comercial e Financeira*, Companhia Editora Nacional, 29a. edição, São Paulo, 1983.
- [2] Faria, Rogério G. de, *Matemática Comercial e Financeira*, Makron Books, 5a. edição, São Paulo, 2000.
- [3] Lima, Elon Lages, et al, *Temas e Problemas*, Coleção do Professor de Matemática, SBM, Rio de Janeiro, 2001.
- [4] Morgado, Augusto C., Wagner, Eduardo, Zani, Sheila C. *Progressões e Matemática Financeira*, SBM, Rio de Janeiro, 1993.
- [5] Sobrinho, J. D. Vieira, *Manual de Aplicações Financeiras – HP-12C*, Atlas, 2a. edição, São Paulo, 1985.

Conteúdos disponíveis na Internet:

- [6] [Diretrizes Curriculares para Educação Básica do Paraná - Matemática](#)

(acessado em 10 de setembro de 2008).

- [7] [A importância da Matemática Financeira no Ensino Médio](#)

Renato Kleber Azevedo

(acessado em 10 de setembro de 2008).

- [8] [A sala de aula de Matemática: Indisciplina e subjetividade](#)

Catarina Angélica S. Santos

(acessado em 14 de setembro de 2008).

- [9] [As relações entre currículo e indisciplina](#)

Joe Garcia

(acessado em 14 de setembro de 2008).

- [10] [Matemática Financeira - Roteiro geral](#)

Ulysses Sodré

(acessado em 29 de novembro de 2007).

- [11] [Matemática Financeira - Uma abordagem contextual](#)

Epaminondas Alves dos Santos

(acessado em 10 de setembro de 2008).

[12] [Elementos de Matemática Financeira](#)

Adriano J. B. V. Azevedo-Filho

(acessado em 30 de novembro de 2007).

[13] [O anatocismo dos sistemas de amortização](#)

Jurandir G. Gondim Filho

(acessado em 20 de dezembro de 2007).

[14] [A Compreensão da Matemática Financeira a partir do Estudo de Funções](#)

André R. Horta e Mônica B. Santos

(acessado em 12 de setembro de 2008).

Nota: Este trabalho foi construído usando-se uma plataforma chamada \LaTeX , baseada na linguagem computacional $T_{\text{E}}X$, cuja funcionalidade permite a diagramação de documentos científicos (especialmente os matemáticos), com qualidade profissional. A distribuição \LaTeX usada foi a MikTeX, versão 2.7 e o editor de texto TeXnicCenter, versão 7.1 e as saídas em formato PDF. Para saber mais a respeito, acesse o site: <http://www.tex-br.org>