Versão Online ISBN 978-85-8015-037-7
Cadernos PDE

VOLUME I

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2007

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

CONSTRUÇÃO DE UMA METODOLOGIA PARA ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA - um estudo de caso da terceira série do ensino médio

Josiane Bernini Jorente Martins [1]

João Candido Bracarense [2]

RESUMO: O presente artigo apresenta a construção de uma metodologia diferenciada de ensino-aprendizagem de matemática fundamentada nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (DCE -2006) respeitando o professor e o estudante, sujeitos da educação, propiciando ao professor estratégias para desenvolver sua prática e possibilitando aos alunos a percepção da matemática como uma disciplina desafiadora e em constante evolução. Nessa perspectiva apresenta-se uma revisão bibliográfica das tendências metodológicas para o ensino da matemática propostas nas DCE, a aplicação da metodologia proposta no estudo da Geometria, iniciando com uma reflexão sobre a importância da Geometria e sua contribuição na formação integral dos estudantes e apresentando um Material Didático Científico (MDC) que sugere uma estratégia para o ensino dos cálculos de volume e área superficial da esfera através da resolução de problemas. O MDC resgata a experimentação e a contextualização do conteúdo matemático garantindo a generalização e o caráter científico desse conhecimento bem como propicia a interdisciplinaridade uma vez que aborda conceitos de geodésia envolvendo conhecimentos da Física e Geografia.

Palavras-chave: Educação Matemática; Telemática; Mídias Tecnológicas; Mudança de Paradigma.

ABSTRACT: This article presents the construction of a different methodology of teaching and learning of mathematics based on the Basic Education Curriculum Guidelines of the State of Paraná (DCE-2006) respecting the teacher and student, subject of education, providing the teacher to develop strategies its practice and allowing the students' perception of mathematics as a discipline challenging and constantly evolving. From this perspective, it presents a literature review of trends methodology for the teaching of mathematics in the DCE proposals, the implementation of the proposed methodology in the study of geometry, starting with a discussion about the importance of geometry and his contribution in the education of students and presenting an Educational Material Scientific (MDC), which suggests a strategy for the teaching of the calculations of volume and surface area of sphere by solving problems. The MDC rescues the experiments and mathematical background of the contents and ensuring the widespread nature of scientific knowledge, and provides the interdisciplinary because it addresses concepts of geodesy involving knowledge of physics and geography.

Keywords: Mathematics Education; Telematics; Technological Media; Change of Paradigm.

[1] Professora de Matemática do Colégio Estadual Chateaubriandense . josianejorente@hotmail.com

[2] Professor Doutor do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual do Oeste do Paraná. bracarensecosa@yahoo.com.br

1. Introdução

Atualmente discute-se muito sobre as dificuldades encontradas no processo ensino-aprendizagem da matemática e sobre a necessidade de mudanças significativas buscando a melhoria das aulas e conseqüentemente do ensino desta disciplina.

Não é possível pensar em mudança sem pôr em discussão os recursos tecnológicos como computadores, TV multimídia, *softwares* que chegam às escolas e não podem mais ser ignorados pelos professores que são desafiados a conhecê-los e utilizá-los no desempenho de sua função docente. A necessidade de trabalhar com esses recursos em sala de aula gera, em muitos professores, insegurança uma vez que não foram preparados para o uso dessas tecnologias em seus cursos de graduação. Assim, se por um lado exige-se do professor uma mudança de atitude diante da sociedade contemporânea, por outro, é necessário oferecer a esse profissional oportunidade de atualizar-se continuamente aperfeiçoando sua prática docente. Segundo TERUYA (2006) a utilização dos recursos audiovisuais com eficácia depende de uma boa fundamentação teórica e metodológica que favoreça a reflexão crítica sobre o tema que está sendo trabalhado.

Na busca de novos caminhos para o ensino, muitas pesquisas são realizadas e os pesquisadores apresentam resultados interessantes, porém, na maioria das vezes, esses estudos apresentam-se distantes da realidade da sala de aula, aumentando a dicotomia entre teoria e prática, uma vez que não oferecem idéias concretas ao professor. No entanto, essas mudanças necessárias à Educação, mais precisamente ao Ensino de Matemática, demandam ultrapassar a teoria e a proposição e sistematização política de propostas. Assim, para que haja uma mudança real e significativa, se faz necessária uma nova postura, uma nova prática. Nas palavras de VASCONCELLOS (2005, p. 65) "Novas idéias abrem possibilidades de mudança, mas não mudam. O que muda a realidade é a prática".

É essa problemática que se pretende abordar nesse trabalho, ressaltando a urgência nas mudanças de atitudes tanto de professores, quanto de alunos sujeitos do processo ensino-aprendizagem.

Na perspectiva de diminuir a dicotomia e articular a teoria e a prática, este texto apresenta a construção de uma metodologia que visa repensar a prática pedagógica e provocar uma mudança de atitude do professor ao preparar e ministrar suas aulas, tornando-as mais interessantes e atrativas. Utilizando os recursos de multimídia interativa como material auxiliar, o professor oportuniza aos alunos assimilar os conteúdos matemáticos no espaço e tempo escolares proporcionando-lhes o acesso a esses conteúdos por meio de material disponibilizado na *internet* e outras mídias.

Esta metodologia está fundamentada nas tendências metodológicas destacadas pelas Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná na área de Matemática (2006): resolução de problemas, modelagem matemática; mídias e tecnologias; etnomatemática e história da matemática, com a elaboração de um material didático que venha subsidiar a prática docente e apoiar os alunos na compreensão dos conceitos necessários para a aprendizagem da matemática, dando ênfase à Resolução de Problemas e Mídias Tecnológicas.

1.1 Objeto de Estudo

Na intenção de intervir na realidade do ensino da matemática, propõe-se desenvolver uma metodologia que abranja a aprendizagem do estudante e o ensino do professor, de forma diferenciada, que possibilite utilizar os mais diversos recursos didáticos disponíveis e oportunizar ao estudante do ensino médio uma forma dinâmica de adquirir o conhecimento matemático, próprios do século que se inicia.

Esta metodologia fundamenta-se nas Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica – DCE (SEED, 2006) e nas tendências metodológicas nela proposta (resolução de problemas, etnomatemática, modelagem matemática, mídias tecnológicas e história da matemática).

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

A proposta desse trabalho consiste em construir uma metodologia de ensino e aprendizagem de matemática para o Ensino Médio, embasada nas Diretrizes Curriculares Estaduais que propicie aos professores novas estratégias para desenvolver sua prática docente e possibilite aos alunos a percepção da matemática como uma disciplina desafiadora e em constante evolução, tendo acesso à mesma no momento que ele deseja.

1.2.2 Objetivos Específicos

Estudar as Tendências Metodológicas para o ensino da matemática destacadas nas DCE (2006): Resolução de Problemas, Etnomatemática, História da Matemática, Modelagem e Mídias Tecnológicas.

Produzir novos materiais didáticos que contemplem essas tendências.

Viabilizar o uso de recursos de multimídia interativa como material auxiliar.

Proporcionar aos alunos acesso ao conteúdo estudado por meio de material disponibilizado na *internet* e outras mídias.

Propor uma abordagem diferenciada para o ensino de geometria na expectativa de melhoria das aulas de matemática.

1.3 Limitações

Algumas dificuldades foram encontradas no decorrer desse trabalho, a maior limitação, por certo, está no fato de o estado do Paraná ainda não ter todos os instrumentos disponibilizados como, por exemplo, a dificuldade em criar uma página da *internet* onde alunos e professores possam interagir e também em aplicar *softwares* no laboratório de informática das escolas, por não se ter acesso a *softwares* livres que possam ser utilizados e também, porque esses, quando existentes, precisam ser disponibilizados pela Secretaria de Estado da Educação.

No caso específico da Geometria, não foi encontrado um *software* livre para se trabalhar volume e área superficial da esfera.

2. Desenvolvimento

2.1 Fundamentação Teórica

O professor de matemática, cônscio da sua responsabilidade no processo de transmissão e assimilação do saber sistematizado, tem procurado “inovar” suas aulas, pois, aulas expositivas, nas quais o professor passa na lousa e o aluno copia exemplos resolvendo exercícios semelhantes, não têm apresentado resultados satisfatórios, ou seja, não tem despertado em grande parte dos alunos o interesse pela disciplina, nem possibilitado que estes percebam a matemática como uma ciência em evolução e o conhecimento matemático como construção histórica.

Essa situação aliada a outros fatores como a condição sócio-econômica da população, as políticas educacionais, a formação do professor, entre outros, influenciam na atual realidade da educação básica no Brasil que é avaliada pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

O SAEB tem apontado que o aproveitamento médio dos alunos está em patamares abaixo do esperado mostrando que há deficiências no sistema de ensino, no que diz respeito à aprendizagem.

Os resultados apresentados e o comportamento dos estudantes que se mostram desmotivados, alertam para a necessidade de mudanças imediatas no sistema educacional, incluindo a mudança do professor em seu trabalho docente.

No entanto, para o professor, a tarefa de mudar sua prática não é fácil, uma vez que muitos docentes receberam uma formação na qual a matemática é concebida como ciência estática, composta por conceitos "criados por gênios". Devido a essa concepção de matemática, muitas vezes, mesmo utilizando uma metodologia diferenciada, o professor não atinge os resultados esperados, pois acaba por induzir o aluno, determinando os procedimentos ou caminhos a serem seguidos, tolhendo-lhes a motivação e a criatividade.

Assim, ao discutir as correntes metodológicas propostas pelas DCE de matemática, discute-se não somente a prática docente, mas também as concepções que alunos e professores têm da matemática uma vez que essas influenciam na aplicação e sucesso de novas metodologias.

Em relação a essas concepções, as DCE de matemática (2006, p.24) propõem "um campo de estudos que possibilite ao professor balizar sua ação docente, fundamentada numa ação crítica, que conceba a matemática como atividade humana em construção".

As cinco correntes metodológicas destacadas nas DCE de matemática, vistas no contexto da Educação Matemática, contribuem para um ensino menos convencional, mais dinâmico e reflexivo. Ao propor a História da Matemática como metodologia de ensino, promove-se uma maior compreensão dos conceitos matemáticos, a percepção de que a evolução desses conceitos acontece de forma gradual, sendo o conhecimento matemático uma construção histórica.

A História da Matemática proposta como metodologia de ensino, vai além da idéia de ilustrar as aulas de Matemática com histórias de "gênios" que criaram conceitos e desenvolveram a matemática, de forma isolada, sem relação com o contexto social. Esta possibilita apresentar o conhecimento matemático como um processo de construção humana, que não acontece de forma linear, como aparece nos livros didáticos, mas surge como resposta aos raciocínios e necessidades do homem dentro de um contexto sociocultural.

Em relação à utilização da História da Matemática, as DCE de matemática sugerem:

> Elaborar problemas, a partir da História da Matemática, é oportunizar que o aluno a conheça como campo do conhecimento em construção. Não se trata, portanto, de resolver exercícios repetitivos e padronizados, sem relação com outros campos do conhecimento, mas se trata de uma possibilidade de dividir dúvidas e questionamentos que levem à construção da Ciência Matemática. (DCE, 2006, p. 45)

Diante da sugestão de problematizar a partir da História da Matemática é preciso, primeiramente, perguntar-se: "O que se entende por problema?" Segundo DANTE (1996, p. 9) "um problema é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la". Assim, tem-se um problema quando, diante de uma situação, a solução não é imediata, necessitando de reflexão e estratégias para atingir o objetivo e isso só acontecerá de fato, se houver desejo ou necessi dade de solucioná-la. De acordo com o mesmo autor, um problema matemático "é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la". Um bom problema de matemática, é mais que um desafio, é uma oportunidade de entender melhor a Matemática, permitindo que outros problemas possam ser resolvidos a partir dele, e permite a ampliação do raciocínio lógico matemático.

A Resolução de Problemas como metodologia de ensino vem resgatar o desafio e o prazer de estudar matemática. Diante de um problema, os alunos são instigados a formular hipóteses, pesquisar, procurar caminhos de resolução, enfim, o aluno torna-se um ser ativo no processo ensino-aprendizagem.

Além do contexto histórico, o conhecimento matemático pode ser problematizado a partir da realidade dos alunos, da maneira como vêem e vivenciam a matemática e, a partir dessa realidade transcender para o conhecimento científico. O respeito à realidade e às raízes culturais do aluno é fundamentado pela Etnomatemática. Segundo D'AMBROSIO (2005):

> Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos." (D'AMBROSIO, 2005, p. 9)

Desenvolver um trabalho na perspectiva da Etnomatemática é respeitar e valorizar a matemática dos diferentes grupos culturais. Utilizando o conhecimento matemático informalmente construído como ponto de partida para o ensino do conhecimento sistematizado.

Outra tendência que contribui para diminuir a dicotomia entre as matemáticas da escola e da vida é a Modelagem Matemática, pois, esta é, segundo BIEMBENGUT e HEIN (2005, p. 7) "a arte de expressar por intermédio de linguagem matemática situações-problemas de nosso meio". Assim, por meio de modelos matemáticos, é possível estudar e compreender fenômenos do cotidiano bem como elaborar expressões que, além de solucionarem uma situação particular podem servir como suporte para outras aplicações.

A utilização da Modelagem no ensino de matemática, tende a tornar sua aprendizagem mais significativa, uma vez que permite que este perceba a utilidade da matemática para analisar e solucionar problemas do dia-a-dia.

As novas tecnologias, principalmente o computador e a *internet* são importantes ferramentas no mundo atual e a educação não pode e nem deve ignorar essa realidade. É preciso apropriar-se dessas ferramentas, pois estas representam uma possibilidade inovadora para o processo ensino-aprendizagem.

Em relação às Mídias Tecnológicas, as DCEs de matemática (2006, p. 44) destacam que "o trabalho com as mídias tecnológicas insere diversas formas de ensinar e aprender e valoriza o processo de produção de conhecimentos". Utilizando-se dos recursos midiáticos, como a *internet, softwares* educacionais, CDs e DVDs os alunos têm acesso a um mundo de sons, imagens e informações. Esses recursos precisam ser utilizados pelos professores como "suporte" no processo ensino-aprendizagem.

> As tecnologias de informação e comunicação na educação (do Ensino Fundamental ao Ensino Superior), como o uso de computadores, de vídeo, de redes, de multimídias, permitem o rápido acesso à pesquisa e a informações novas, de forma mais interessante e envolvente, o que facilita o processo ensino-aprendizagem. (TERUYA, 2006, p. 88)

O uso dessas tecnologias traz um novo desafio para a educação, ao mesmo tempo em que esses recursos apresentam-se como facilitadores do ensino e da aprendizagem, exigem do professor, o aperfeiçoamento, a habilidade no uso de tais tecnologias disponíveis.

As tecnologias das mídias utilizadas no trabalho docente tornam, para o aluno, as aulas mais atrativas, despertando o interesse e contribuindo para a formação integral desse estudante. Porém é importante salientar que:

> A tecnologia é um instrumento capaz de aumentar a motivação dos alunos, se a sua utilização estiver inserida num ambiente de aprendizagem desafiador. Não é por si só um elemento motivador. Se a proposta de trabalho não for interessante, os alunos rapidamente perdem a motivação. (BRASIL, apud TERUYA, 2006, p. 91)

Dessa forma, para a efetivação da proposta de utilização das mídias, faz-se necessário a aplicação de uma metodologia que venha subsidiar o professor nesse processo de transição, no qual não se pode ignorar os recursos tecnológicos , mas há a necessidade de utilizá-los de forma a garantir a qualidade da aprendizagem , bem como, o caráter científico do conhecimento historicamente construído possibilitando ao estudante ser um indivíduo crítico, com iniciativa e capaz de tomar decisões.

2.2 Proposta Metodológica

Para desenvolver uma metodologia de trabalho docente adequada, na qual o professor possa ser um investigador de sua prática docente, articulando as informações da teoria com a prática, analisando e entendendo o processo ensino aprendizagem podendo assim, romper com o estigma de que a matemática é inacessível pra muitos alunos, primeiramente faz-se necessário que os professores do Paraná conheçam e estudam as DCEs, bem como outros materiais que possam dar-lhes fundamentação para a realização de seu trabalho, uma vez que a resolução das dificuldades encontradas na sala de aula, não pode basear-se apenas na intuição e experiência prática, é preciso que o professor busque conhecer o que os pesquisadores da área de educação estão constatando e utilize esses conhecimentos para repensar e melhorar suas aulas e consequentemente a aprendizagem.

Após o estudo das DCEs e a escolha do conteúdo a ser trabalhado, é necessário que o professor busque justificar o porquê de ensinar ou aprender determinado conteúdo. Essa etapa é muito importante, uma vez que é rotineiro, em sala de aula os alunos questionarem a importância dos conhecimentos matemáticos. Certamente, a maioria dos professores de matemática, em algum momento, já foi desafiada a responder perguntas como: “Por que estudar matemática?” “Para que isso serve?” “Onde vou usar esse conteúdo?” O professor precisa estar preparado para enfrentar essa situação e responder satisfatoriamente esses questionamentos, mostrando aos alunos a importância dos conhecimentos matemáticos não só para o cotidiano como também para a formação integral do indivíduo.

Um terceiro momento na construção dessa metodologia é a elaboração de um Material Didático Científico (MDC) abordando o conteúdo escolhido. Esse material deve contemplar a Resolução de Problemas, apresentando um problema[3] inicial que tem o objetivo de instigar o aluno a buscar o conhecimento necessário para sua resolução. A contextualização é outra estratégia interessante para despertar o desejo dos alunos em aprender, uma vez que se percebe certa ansiedade por parte destes em relacionar os conteúdos às suas aplicações no cotidiano. Porém, ao trabalhar nessa perspectiva, o professor deve tomar alguns cuidados, as DCEs de matemática (2006) alertam sobre o risco que se corre de tais conhecimentos ficarem apenas na perspectiva do dia-a-dia, perdendo o caráter científico da disciplina e do conteúdo matemático.

Por outro lado, no intuito de preservar o caráter científico da matemática e pressupondo que no ensino médio as abstrações e demonstrações matemáticas são compreendidas pelos estudantes, a maioria dos livros didáticos exclui a contextualização e a experimentação, abordando o conteúdo na perspectiva da lógica formal dedutiva.

Esta abordagem lógica formal é observada por BISCONSINI e al (2007), que toma como base o ensino do cálculo do volume de corpos esféricos.

> Nos livros didáticos para o ensino médio, o conteúdo do volume da esfera é explicado e mostrado, predominantemente, pelo *Princípio de*

[3] Nesse contexto não se diferencia “problema” de “situação-problema”.

> *Cavalieiri*. Comparando onze coleções de livros didáticos para essa modalidade de ensino, constatamos que cinco delas mostram como chegar à fórmula usando esse princípio, cinco trazem apenas a fórmula e uma, tampouco, aborda o conteúdo. Uma das coleções traz apenas um comentário sobre o histórico do volume da esfera e cita o *Princípio de Arquimedes*, mas na continuidade recorre ao *Princípio de Cavalieri* para mostrar o conteúdo. Vale destacar que o *Princípio de Arquimedes* apareceu apenas numa coleção de livros didáticos para o ensino fundamental, o que reforça a idéia de que a experimentação não é estratégia didática concebida para o ensino médio. (BISCONSINI et al., 2007, p. 5)

Nesse material, objetiva-se resgatar a experimentação, propondo atividades práticas que possam ser utilizadas para introduzir e desenvolver o conteúdo oportunizando ao estudante construir conceitos e, posteriormente passar do processo experimental à formalização e generalização.

É importante também que este material apresente um desenvolvimento teórico disciplinar contemporâneo levando os estudantes a perceberem que, embora o conteúdo seja bastante antigo, sua aplicação é atual e um desenvolvimento teórico interdisciplinar mostrando assim que o conhecimento matemático perpassa as outras áreas do conhecimento.

Um quarto momento na construção dessa metodologia consiste em elaborar um roteiro e gravar uma aula referente ao conteúdo trabalhado no MDC disponibilizando esses materiais impressos, em CDs, DVDs e através da *internet,* criando uma página que permita ao aluno “ver” ou “rever” o conteúdo estudado, compartilhar suas dúvidas e aprendizados, possibilitando-lhe o acesso ilimitado ao conhecimento.

Este trabalho foi desenvolvido por sete professores – orientados pelo professor doutor João Candido Bracarense Costa, UNIOESTE/*campus* de Cascavel – participantes do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) que consiste em um programa de formação continuada ofertado aos professores da Rede Estadual de Educação Básica que se encontram no nível II, classe 11 do plano de carreira, selecionados por meio de uma prova escrita.

O programa PDE prevê avanços na carreira, dedica aos estudos e pesquisas um cronograma passível de sucesso, além de proporcionar uma integração da educação básica com o ensino superior, dada a parceria formalizada entre as Instituições Básica e de Ensino Superior paranaenses.

De acordo com as propostas do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) realizaram-se estudos orientados sobre sociologia, filosofia e educação matemática, indicado pelo professor orientador, visando subsidiar a fundamentação teórico-prática para o desenvolvimento do trabalho pretendido.

Ainda visando o sucesso desse programa, a Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE) ofertou um curso de Formação Geral onde foram trabalhados os temas: Metodologia Científica, Planejamento e Legislação Educacional, Avaliação – da Teoria à Materialização: um pensar histórico sobre esta prática docente, Tendências Pedagógicas, Elementos Filosóficos e Sociológicos da Educação Brasileira, além do Curso de Formação Geral, a UNIOESTE ofereceu um curso específico de matemática.

O curso de Fundamentos de Matemática Elementar - ministrado pelo professor João Candido - foi contemplado com 24 horas teóricas e 8 horas práticas. Sendo que nas aulas teóricas foram trabalhados os conteúdos: Funções, Trigonometria, Logaritmo, e Análise Combinatória. As horas práticas consistiram em aulas, ministradas pelos professores do PDE. As aulas foram preparadas tendo como referência as tendências metodológicas apresentadas nas Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica do Estado do Paraná, utilizando diversos tipos de ferramentas. Todas as aulas e professores envolvidos foram avaliados pelo grupo. O curso teve como objetivos: estabelecer relações entre os conteúdos de matemática elementar dos níveis fundamental e médio com o cotidiano; fundamentar os conteúdos já conhecido pelo professor PDE, com ênfase no rigor de definições, desenvolvendo a capacidade de construção de conceitos e resoluções de problemas.

Durante o primeiro ano do PDE, a integração entre os professores PDE e os professores das escolas se deu por meio dos Grupos de Trabalho em Rede (GTR) os quais aconteceram na modalidade Educação a Distância (EAD). Através da rede virtual, plataforma MOODLE, articulou-se discussões para a elaboração de propostas educacionais e produção de material didático. O trabalho foi desenvolvido pelo professor PDE, orientado por um professor da IES e acompanhado pelo GTR visando uma intervenção na prática pedagógica.

2.3 Discussão dos Resultados

A metodologia proposta para fundamentar a preparação das aulas foi aplicada no estudo da Geometria Espacial, conteúdo trabalhado na terceira série do ensino médio, apresentando uma reflexão sobre a importância desse conteúdo na formação do estudante e a apresentação de um Material Didático Científico visando ainda uma implementação da proposta na escola.

2.3.1 Porque ensinar e aprender geometria?

A geometria está presente em muitas situações do cotidiano, não só na matemática, mas em diversas áreas como: Astronomia, Física, Arquitetura, Geografia e outras. As formas e idéias geométricas são perceptíveis nas construções antigas e modernas, no estudo da órbita dos planetas, na elaboração de mapas e em muitas outras situações.

Essas formas podem ser observadas também na natureza, nos favos de mel, nas folhas e flores das mais diversas plantas, nos troncos das árvores e em muitas outras formas.

O fato de a geometria fazer parte da vida, embora muitas vezes sua presença não seja percebida, proporciona que seu estudo aconteça a partir de situações-problemas e pressupõe que o professor procure por meio dessas situações provocar no aluno o interesse e explicitar a importância dos conceitos, das idéias e linguagem geométricas para a compreensão do mundo em que se vive. Um mundo de formas, onde é preciso aprender a observar, a estimar e orientar-se.

A contribuição da geometria para a formação do indivíduo não pode se restringir somente ao desenvolvimento da percepção espacial.

> O ensino de geometria deve permitir que o estudante leia com percepção, senso de linguagem e raciocínio geométricos, fatores que influenciam diretamente para construir e apropriar-se de conceitos abstratos, sobretudo daqueles que se referem ao objeto geométrico. (DCE, 2006, p. 37)

Mesmo sendo um conteúdo diretamente ligado ao cotidiano, PAVANELLO (1989) observa que a geometria foi desaparecendo gradualmente do currículo real das escolas e segundo a autora, a exclusão da geometria dos currículos escolares ou seu tratamento inadequado podem causar sérios prejuízos à formação dos indivíduos.

Reconhecendo a importância da geometria na formação do estudante, as Diretrizes Curriculares de Matemática para o Ensino Médio da Rede Pública Estadual propõem como um dos conteúdos estruturantes “Geometrias” que se desdobra em geometria plana, espacial, analítica e noções básicas de geometria não-euclidiana.

Garantir o ensino da geometria e enfatizar sua importância não significa diminuir a da álgebra ou da aritmética e sim estabelecer um equilíbrio proporcionando que esses assuntos sejam abordados de forma articulada.

> No Ensino Médio, a Educação Matemática também valoriza os conteúdos de geometria, que não deve ser rigidamente separada da aritmética e da álgebra. A geometria é rica em elementos que favorecem a percepção espacial e visualização; constitui, portanto, conhecimentos relevantes, inclusive para outras disciplinas escolares. (DCE, 2006, p. 37)

Diante da relevância do estudo da geometria, e cientes de que seu ensino depende da disposição do professor de matemática, bem como dos recursos e materiais que venham subsidiar sua ação docente, propõe-se nesse trabalho a elaboração de material didático com uma abordagem diferenciada para o ensino desse conteúdo.

2.3.2. Material Didático

O material proposto contempla a Resolução de Problemas, ou seja, inicia-se a partir de um problema, para depois desenvolver o conteúdo de modo que o aluno possa apropriar-se do conhecimento necessário para sua resolução. Nesse material, objetiva-se resgatar a experimentação, propondo uma atividade prática com o intuito de oportunizar ao estudante construir o conceito de volume da esfera, passando posteriormente do processo experimental à formalização e generalização.

Outra característica desse material é a interdisciplinaridade com Geografia e Física procurando mostrar que a geometria e consequentemente a Matemática permeiam essas disciplinas.

O Material: TODA BOLA É REDONDA?

A bola a qual nos referimos é um objeto utilizado no lazer e em diversos esportes.

Você já ouviu falar em: futebol, voleibol, basquetebol, handebol, futebol americano e rúgbi. Todos eles são esportes e são praticados com bolas.

Observe no quadro 1 que as bolas utilizadas para praticar futebol, voleibol, handebol e basquetebol são esféricas. Sabendo que as bolas oficiais desses esportes possuem medidas específicas, é possível calcular o volume ocupado por cada uma delas? Ainda observando o quadro 1, percebe-se que as bolas de futebol americano e rúgbi se diferem das demais também na forma. Se elas não são esféricas, que forma geométrica as representa?

Veja a quadro 1:

		
Bola de Futebol	Bola de Voleibol	Bola de Handebol
		
Bola de Rúgbi	Bola de Futebol Americano	Bola de Basquetebol

Quadro 1 – Bolas

Futebol: Paixão Nacional

É difícil falar sobre esportes sem pensar em futebol, o nosso futebol. Por falar nisso, você já ouviu algum narrador de futebol usar a expressão "bola redonda"?

Na gíria do futebol brasileiro, essa expressão significa que foi um excelente chute, pois "jogar uma bola redonda" é "jogar muito bem".

Bola redonda!? Isso não é pleonasmo? Você sabe o que é pleonasmo?

Pleonasmo é a repetição de uma idéia contida em outra palavra. Pode ser tanto uma figura de linguagem quanto um vício de linguagem.

Pleonasmo literário: é uma figura de linguagem para enfatizar algo em um texto. Exemplo: “*Ó mar salgado, quanto do teu sal são lágrimas de Portugal”.* (Fernando Pessoa)

Pleonasmo vicioso: trata-se da repetição inútil e desnecessária de algum termo ou idéia na frase. Ex: *“subir pra cima”, “descer para baixo”, “entrar para dento”.*

Agora é com você:

Identifique os pleonasmos viciosos nas frases abaixo:

a) A soma dos ângulos internos de dentro de um triângulo é 180º.
b) Dei uma volta completa de 360º.
c) Um retângulo possui quatro ângulos retos de 90º.

Voltando a falar sobre as diferentes bolas...

A bola de futebol, voleibol, basquetebol e handebol são esféricas. Mas, o que é uma esfera?

Matematicamente, esfera é o conjunto dos pontos do espaço cuja distância a um ponto ***O*** é menor ou igual a uma medida ***r*** dada. Ou ainda, considerando uma reta ***s*** e um semicírculo com diâmetro contido em ***s***, chama-se de esfera o conjunto dos pontos formado pela rotação completa do semicírculo em torno de ***s***.

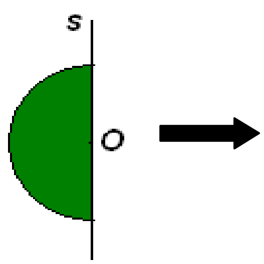


Fig.1 -Semicírculo

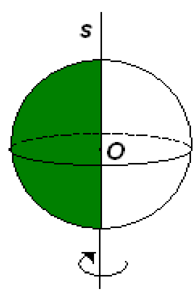


Fig.2 - Esfera

Todo sólido obtido através desse movimento de rotação completa de uma região plana em torno de uma reta, sendo a região e a reta do mesmo plano, é chamado de sólido de revolução.

A esfera é um desses sólidos. Pesquise outros sólidos de revolução e represente-os em seu caderno.

VEJAMOS ALGUNS ELEMENTOS DA ESFERA

- Pelo centro da esfera passa uma reta, chamada de eixo.
- Pólos são as intersecções do eixo com a superfície esférica.
- Equador é a intersecção de um plano perpendicular ao eixo com a superfície esférica, passando pelo centro da esfera.

- Paralelo é a intersecção de um plano perpendicular ao eixo com a superfície esférica, sem passar pelo centro da esfera (é paralelo ao equador).

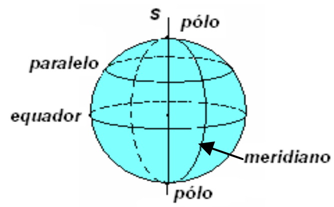


Fig. 3 – Elementos da esfera

- Meridiano é a interseção de um plano com a superfície esférica, contendo o eixo.

Pólo, equador, meridiano... isso não é Geografia?

É interessante perceber que existem termos que são utilizados na Matemática e na Geografia. Observe a semelhança dos elementos e seus respectivos nomes no Globo Terrestre.

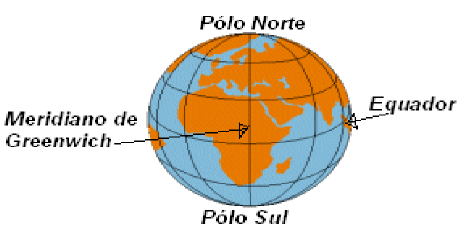


Figura 4 – Globo terrestre

Acontece que, embora a Terra não tenha a forma de uma esfera perfeita, dado que esta é ligeiramente achatada nos pólos e alarga mais no equador, ela é, em muitos casos, considerada esférica por ser esta uma superfície simples e fácil de lidar matematicamente.

Assim, muitos cálculos de navegação e de astronomia usam esta representação da superfície terrestre. Um exemplo no qual se considera o formato da Terra esférico é quando se estuda, em física, a Gravitação. Embora a aceleração da gravidade seja diferenciada na superfície terrestre, sendo em média 9,78 m/s^2 na linha do equador e 9,83 m/s^2 cerca de 0,5% maior nos pólos, considera-se a média 9,8 m/s^2.

Se o Planeta Terra não é uma esfera perfeita, que sólido geométrica melhor representa a forma do nosso planeta?

Os Fusos Esféricos e os Fusos Horários

As comparações entre os termos usados na matemática e na geodésia, continuam quando estudamos os fusos horários, pois esses são comparados aos fusos esféricos.

Fuso esférico é a superfície da cunha esférica que é o sólido obtido quando um semicírculo, com o diâmetro no eixo de uma esfera, dá um giro de α graus em torno de um eixo, sendo α um valor entre 0^o e 360º.

Assim, se considerarmos uma laranja como sendo uma esfera, cada gomo desta laranja representa uma cunha esférica e o fuso es férico é a casca deste gomo.

Por que dividir o Globo Terrestre em fusos?

Antes da divisão da terra em fusos, a principal referência para a contagem do tempo era a posição do Sol. Dessa forma, algumas regiões, embora próximas, tinham horários diferentes, o que dificultava as comunicações entre os países. Para resolver esse problema, na Conferência de Roma, em 1883, levando em consideração que a Terra leva aproximadamente 24 horas para dar uma volta em torno de seu eixo, se decidiu dividir a circunferência da Terra de 360º em 24 fusos iguais que são chamados de Fusos Horários. Assim, toda região situada dentro de um fuso, por convenção passou a ter uma única hora. Conforme se passa de um fuso a outro se deve aumentar (a leste) ou diminuir (a oeste) uma hora no relógio, os minutos e os segundos continuam os mesmos. Com essa divisão, a Europa, por exemplo, que antes possuía 27 horas diferentes, passou a ter apenas 3.

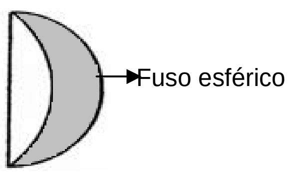


Fig. 5 – Cunha esférica

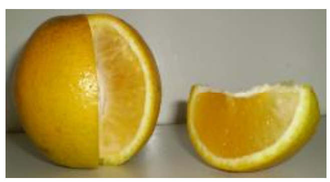


Foto 1

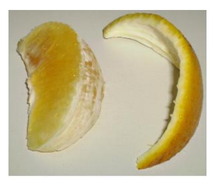


Foto 2

Fig. 6 – Planeta

Observe que o Globo Terrestre também foi dividido em fusos.

O meridiano de Greenwich foi adotado como ponto zero, já que a maior parte das cartas geográficas da época, que eram inglesas, usava esse meridiano.

Apesar dessa divisão, a hora oficialmente adotada pelos países, chamada de hora legal, nem sempre corresponde ao fuso em que está situado. Os países promovem esses ajustes no sistema de fusos horários, por motivos de conveniência.

Para você descobrir.

1. Quantos graus medem cada fuso horário?
2. Quantos fusos horários diferentes tem o Brasil?
3. Quando for 2 horas em Brasília - DF, que horas será em Cuiabá – MT?
4. Quando for 5 horas em Brasília (Brasil), que horas será em Tókio (Japão)?

Ainda considerando que o planeta Terra possui o formato esférico, podemos calcular seu volume, para isso, basta conhecermos a fórmula do volume da esfera.

Descobrindo o volume da esfera

O matemático Arquimedes, no século III a.C. já definiu em sua obra sobre a esfera e o cilindro, a fórmula do volume da esfera.

Atividade de Laboratório:

Material:

- Uma semi-esfera plástica oca. (uma bola de plástico cortada ao meio)
- Um cone oco com raio da base e altura iguais ao raio da semi-esfera. (você pode construí-lo em cartolina conforme instruções no quadro abaixo).
- Água

Procedimento:

Encha o cone com água e passe essa água para a semi-esfera até que a semi-esfera fique completamente cheia, mas sem transbordar.

Agora responda:

a) Quantos cones de água foram necessários para encher completamente a semi-esfera?

b) Quantos cones de água serão necessários para encher completamente uma esfera?

c) Qual a relação de volume entre o cone e a esfera inteira?

d) Sabendo que a fórmula do volume do cone é $V_{cone} = \frac{A_{base} \cdot h}{3}$ e considerando a relação de volume entre o cone e a esfera, deduza a fórmula do volume da esfera em função de seu raio. Lembre-se que *h=r.*

Agora que você deduziu a fórmula do volume da esfera, utilize-a e resolva as atividades abaixo:

1. Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2 cm de diâmetro.

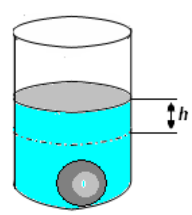


Figura 7

2. Se considerarmos a Terra uma esfera de raio 6300 km, qual é o volume ocupado pela Terra no espaço?

Figura 8 – Estudo de volume

Área da superfície esférica

Também é atribuída a Arquimedes a fórmula utilizada para calcular a área da superfície esférica.

Para comprová-la, usaremos o método intuitivo, uma vez que a superfície esférica não pode ser planificada. Assim, vamos decompor a superfície da esfera em regiões aproximadamente planas, de forma que, cada região seja a base de um sólido "parecido" com uma pirâmide. Imagine várias dessas pirâmides com vértices no centro de uma esfera e com bases muito pequenas.

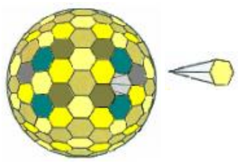


Figura 9

Lembrando que o volume da pirâmide é dado por: $V = \frac{1}{3} \cdot A_b.h$ e sabendo que a soma dos volumes destes sólidos "parecidos" com pirâmides corresponde ao volume da esfera, que a soma das áreas de suas bases é correspondente à área da superfície da esfera e que a altura de cada um desses sólidos é o raio da esfera ($h = r$), temos:

$$V_{esfera} \cong \frac{1}{3} \cdot A_1.r + \frac{1}{3} \cdot A_2.r + \frac{1}{3} \cdot A_3.r + ... + \frac{1}{3} \cdot A_n.r$$

Evidenciando $\frac{1}{3} \cdot r$, temos:

$$V_{esfera} \cong \frac{1}{3} \cdot r\left(A_1 + A_2 + A_3 + ... + A_n\right)$$

Considerando que ($A_1 + A_2 + A_3 + ... + A_n$) corresponde à área da superfície da esfera temos:

$$V_{esfera} \cong \frac{1}{3} \cdot r.A_{esfera} \qquad \Rightarrow A_{esfera} \cong \frac{3.A_{esfera}}{r}$$

Agora é com você. Substitua o V_{esfera} pela fórmula do volume da esfera que você encontrou na atividade de laboratório e deduza a fórmula da área da superfície esférica em função do raio da esfera.

Atividade:

Considerando o Planeta Terra como uma esfera de raio 6 300 km, qual é a área superficial da Terra?

Figura 10

Você sabia que uma esfera é um caso especial de elipsóide?

Para que você entenda o que é um elipsóide, primeiro, vamos ver o que é uma **elipse.**

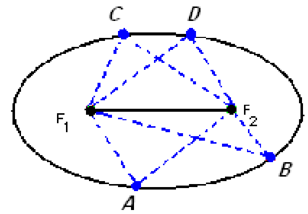


Figura 11

Elipse é um conjunto de pontos de um plano, tais que a soma de suas distâncias a dois pontos fixos, chamados de focos, é constante. Ela pode ser obtida como intersecção entre um plano e uma superfície cônica. Observe na figura 12 abaixo que a elipse tem dois eixos. Um eixo maior (segmento $\overline{A_1A_2}$) e um eixo menor (segmento $\overline{B_1B_2}$).

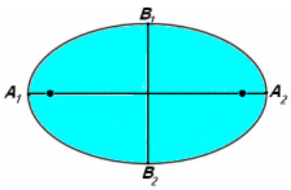


Figura 12

Podemos observar a aplicação das elipses no estudo das órbitas dos planetas do Sistema Solar. De acordo com a Primeira lei de Kepler[4], as órbitas dos planetas em torno do Sol são elipses nas quais ele ocupa um dos focos. Nas órbitas elípticas, o ponde de maior proximidade entre o planeta e o Sol é denominado periélio, e o mais afastado, afélio. Observa-se também que o módulo do vetor velocidade (de translação) de um planeta ao redor do Sol é mínima no afélio e máxima no periélio. No caso particular da Terra, ela apresenta uma velocidade de 29,3 km/s no afélio e 30,3 km/s no periélio. É interessante observar que, ao afirmar que a órbita dos planetas é elíptica, Kepler não descarta a possibilidade de que um planeta possua uma órbita circular, já que a circunferência é um caso particular de elipse, em que os focos são coincidentes com o centro.

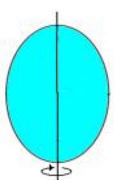


Figura 13

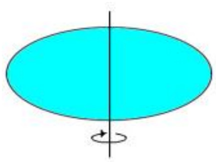


Figura 14

O sólido que resulta da rotação de uma elipse em torno de um dos seus eixos é um elipsóide. De acordo com sua forma, um elipsóide recebe o nome de esferóide, que pode ser de três tipos:

Se a elipse for rotacionada ao redor de seu eixo maior, esta superfície é chamada de **esferóide prolato** (oval). Se a a rotação acontecer ao redor de seu eixo menor, a superfície é chamada de **esferóide oblato.** Quando os dois eixos possuem a mesma medida, a elipse rotacionada é um círculo, nesse caso, a superfície originada dessa rotação recebe o nome de **esfera**.

[4] Johannes Kepler (1571 – 1630): Matemático e astrônomo alemão cuja principal contribuição à astronomia foi as três leis do movimento planetário.

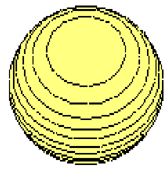


Fig. 15 - Esferóide oblato (achatado)

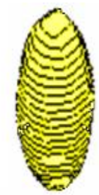


Fig. 16 - Esferóide prolato

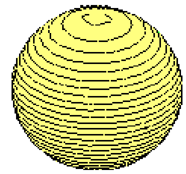


Fig. 17 - Esfera

E agora, diante de tudo que estudamos e das definições dos três tipos de esferóides, você é capaz de responder a situação proposta no início deste material?

Volte ao problema inicial e bom trabalho.

Sugestão Para Construção de um cone reto.

Cone reto é um cone cuja projeção ortogonal do vértice coincide com o centro da base. Planificando o cone, observamos que sua superfície é constituída por um setor circular e por um círculo. Para construir um cone com raio da base e altura igual ao raio da semi-esfera, primeiramente meça o diâmetro da semi-esfera e divida por dois para obter o raio.

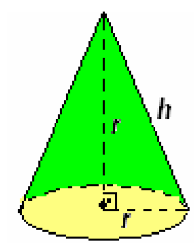


Figura 18

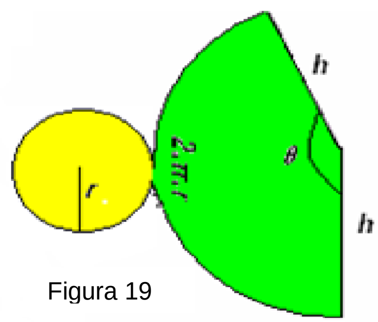


Figura 19

Veja que a superfície lateral é um setor circular de raio **h**.

Para calcular o valor de **h**, aplique o teorema de Pitágoras. Lembre-se que **r** corresponde ao valor do raio da semi-esfera.

Agora é preciso calcular o ângulo α. Sabendo que o comprimento da circunferência de raio **h** é **2.π.h** , que esse comprimento corresponde a 360º e que queremos o comprimento do setor **2.π.r**, aplique a Regra de Três e calcule o valor do ângulo θ.

Use o transferidor para marcar o ângulo central θ, com um compasso desenhe a superfície lateral. Não se esqueça de deixar uma pequena borda para colagem.

2.4.3 O Roteiro de Gravação da Aula

Além da disponibilização do MDC na forma e na *internet,* objetivou-se a gravação e disponibilização deste material, com algumas adaptações também em DVD, para que o aluno pudesse ver e rever a aula quando e onde for necessário.

Para a gravação da aula, foi elaborado um "roteiro de gravação".

ROTEIRO: AULA GEOMETRIA ESPACIAL

PP:	TODA BOLA É REDONDA?
CLIPE:	Pessoas jogando: Futebol Handebol Basquetebol Voleibol Futebol Americano Rúgbi
PROFESSOR:	Como vimos, a bola é um objeto utilizado na prática de diversos esportes. Observe essas imagens.
PP:	Imagens de bolas de Futebol, Voleibol, Handebol, Futebol Americano e Rúgbi.
PROFESSOR:	Vocês perceberam que as bolas apresentam formas diferentes? As bolas de futebol, voleibol, handebol e basquetebol são esféricas, diferindo das bolas de futebol americano e rúgbi.
PP:	O PROBLEMA
PROFESSOR:	As bolas utilizadas para praticar futebol, voleibol, handebol e basquetebol são esféricas. Sabendo que as bolas oficiais desses esportes possuem medidas específicas, é possível calcular o volume ocupado por cada uma delas? Ainda, percebe-se que as bolas de futebol americano e rúgbi se diferem das demais também na forma. Se elas não são esféricas, que forma geométrica as representa?
PP:	Futebol: Paixão Nacional
PROFESSOR:	É difícil falar sobre jogos sem pensar em futebol. Por falar nisso, você já ouviu algum narrador de futebol usar a expressão "bola redonda"? Na gíria do futebol brasileiro, essa expressão significa que foi um excelente chute, pois "jogar uma bola redonda" é "jogar muito bem".
PP: (com narração)	Bola redonda!? Isso não é pleonasmo?
PP:	PLEONASMO
PP: (com narração)	**Pleonasmo** é a repetição de uma idéia contida em outra palavra. Pode ser tanto uma figura de linguagem quanto um vício de linguagem. **Pleonasmo literário:** é uma figura de linguagem para enfatizar algo em um texto. Ex: *Ó mar salgado, quanto do teu sal São lágrimas de Portugal.* (Fernando Pessoa)

Pleonasmo vicioso: trata-se da repetição inútil e desnecessária de algum termo ou idéia na frase. Ex: *"subir para cima", "descer para baixo", "entrar para dento"*

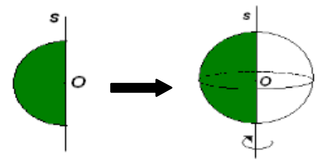
NARRAÇÃO: Voltando a falar sobre os diferentes tipos de bola, observe essas imagens.

PP: Imagens de bolas de futebol, handebol e voleibol.

NARRAÇÃO: Essas bolas são esféricas. Mas, o que é uma esfera?

PROFESSOR: Matematicamente, esfera é o conjunto dos pontos do espaço cuja distância a um ponto ***O*** é menor ou igual a uma medida ***r*** dada.

PP:



semicírculo esfera

NARRAÇÃO: Professor Ou ainda, considerando uma reta ***s*** e um semicírculo com diâmetro contido em ***s***, chama-se de esfera o conjunto dos pontos formado pela rotação completa do semicírculo em torno de ***s***.

PP: ELEMENTOS DA ESFERA

PP: (imagem de uma esfera. Aparece as partes com narração)

NARRAÇÃO: Pelo centro passa uma reta, chamada de eixo.

- Pólos são as intersecções do eixo com a superfície esférica.
- Equador é a intersecção de um plano perpendicular ao eixo com a superfície esférica, passando pelo centro da esfera.
- Paralelo é a intersecção de um plano perpendicular ao eixo com a superfície esférica, sem passar pelo centro da esfera (é paralelo ao equador).
- Meridiano é a interseção de um plano com a superfície esférica, contendo o eixo.

PP: Pólo, equador, meridiano... isso não é Geografia?

(com narração)

PROFESSOR: É interessante perceber que existem termos que são utilizados na Matemática e na Geografia. Acontece que, embora a Terra não seja uma esfera perfeita, ela foi dividida considerando os elementos da esfera.

Observe a semelhança dos elementos e seus respectivos nomes no Globo Terrestre.

PP: (imagem do Globo terrestre com narração)

NARRAÇÃO: Meridiano**:**

Equador:

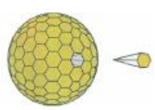
Pólos

PP: FUSO ESFÉRICO E FUSO HORÁRIO

PP: Imagem do fuso e da cunha esférica.

PROFESSOR: Fuso esférico é a superfície da cunha esférica que é o sólido obtido quando um semicírculo, com o diâmetro no eixo de uma esfera, dá um giro de θ graus em torno de um eixo, sendo θ um valor entre 0^{o} e 360º. Uma cunha esférica é limitada por dois semicírculos de raios iguais ao da esfera.

PP:	Foto de uma laranja e um gomo de laranja.
NARRAÇÃO: Professor	Assim, se considerarmos uma laranja como sendo uma esfera, cada gomo desta laranja representa uma cunha esférica e o fuso esférico é a casca deste gomo.
PP:	FUSO HORÁRIO
PP:	Imagem do Globo Terrestre dividido em fusos.
NARRAÇÃO:	Observe que o Globo terrestre também foi dividido em fusos.
PROFESSOR:	**Por que dividir o Globo Terrestre em fusos?** Antes da divisão da terra em fusos, a principal referência para a contagem do tempo era a posição do Sol. Dessa forma, algumas regiões, embora próximas, tinham horários diferentes, o que dificultava as comunicações entre os países. Para resolver esse problema, na Conferência de Roma, em 1883, levando em consideração que a Terra leva 24 horas para dar uma volta em torno de seu eixo, se decidiu dividir a circunferência da Terra de 360º em 24 fusos iguais que são chamados de Fusos Horários.
PP:	Imagem: Mapa de Fusos Horários
NARRAÇÃO: Professor	Assim, toda região situada dentro de um fuso, por convenção passou a ter uma única hora. Conforme se passa de um fuso a outro se deve aumentar (a leste) ou diminuir (a oeste) uma hora no relógio, os minutos e os segundos continuam os mesmos. Com essa divisão, a Europa, por exemplo, que antes possuía 27 horas diferentes, passou a ter apenas 3.
PROFESSOR:	O meridiano de Greenwich foi adotado como ponto zero, já que a maior parte das cartas geográficas da época, que eram inglesas, usava esse meridiano.
PP:	Imagem: Mapa de Fusos Horários adotados na Hora Legal
NARRAÇÃO: Professor	Apesar dessa divisão, a hora oficialmente adotada pelos países, chamada de hora legal, nem sempre corresponde ao fuso em que está situado. Os países promovem esses ajustes no sistema de fusos horários, por motivos de conveniência.
PP: (com narração)	ATIVIDADE PRÁTICA DESCOBRINDO O VOLUME DA ESFERA
PP: (com narração)	Material: - Uma semi-esfera plástica oca. - Um cone oco com raio da base e altura iguais ao raio da semi-esfera - Água
PROFESSOR:	Vamos encher o cone com água e transferir essa água para a semi-esfera até enchê-la completamente, mas sem transbordar. (professor realiza a prática)
PROFESSOR:	Observamos que foram necessários dois cones com água para encher a semi-esfera. Portanto, para encher uma esfera seriam necessários quatro cones. Assim temos:
PP:	$V_{esfera} = 4.V_{cone}$
NARRAÇÃO: Professor	O volume da esfera corresponde a 4 vezes o volume do cone.
PP:	$V_{cone} = \frac{A_{base} \cdot h}{3}$

NARRAÇÃO: Professor	Sabendo que a fórmula do volume do cone é: área da base vezes a altura dividido por 3 temos:
PP:	$V_{esfera} = 4 \cdot \frac{A_{base} \cdot h}{3}$
NARRAÇÃO: Professor	Volume da esfera é igual a 4 vezes área da base vezes altura dividido por 3.
PP:	h = r $A_{base} = \pi .r^2$
NARRAÇÃO: Professor	Lembrando que altura do cone é igual ao raio da esfera e a área da base do cone é igual a π vezes r ao quadrado temos:
PP:	$V_{esfera} = 4 \cdot \frac{\pi \cdot r^2 \cdot r}{3}$
NARRAÇÃO: Professor	Volume da esfera igual a quatro vezes π . r ao quadrado vezes r, dividido por 3. Podemos ainda concluir que o volume da esfera é quatro terços de π vezes r ao cubo.
PP:	$V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
PROFESSOR:	Essa fórmula já foi deduzida pelo matemático Arquimedes, no século III a.C. quando em sua obra "Sobre a esfera e o cilindro" ele escreveu:
PP: (com narração)	*"O volume de uma esfera é igual a quatro vezes o volume de um cone que tem como base o círculo máximo da esfera e como altura o raio da esfera".* (Arquimedes)
PP:	ÁREA SUPERFICIAL DA ESFERA
PROFESSOR:	Também é atribuída a Arquimedes a fórmula utilizada para calcular a área da superfície esférica. Para comprová-la, usaremos o método intuitivo, uma vez que a superfície esférica não pode ser planificada.
PP:	
NARRAÇÃO: Professor	Assim, vamos decompor a superfície da esfera em regiões aproximadamente planas, de forma que, cada região seja a base de um sólido "parecido" com uma pirâmide. Imagine várias dessas pirâmides com vértices no centro de uma esfera e com bases muito pequenas. Sabendo que a soma dos volumes destes sólidos "parecidos" com pirâmides corresponde ao volume da esfera, que a soma das áreas de suas bases é correspondente à área da superfície da esfera e observando que a altura de cada um desses sólidos é o raio da esfera, temos:
PP:	$V_{esfera} \cong \frac{1}{3} \cdot A_1 R + \frac{1}{3} \cdot A_2 R + \frac{1}{3} \cdot A_3 R + ... + \frac{1}{3} \cdot A_n R$
NARRAÇÃO: Professor	Volume da esfera é aproximadamente um terço de A1 vezes r, mais um terço de A2 vezes r, mais um terço de A 3 vezes r, e assim sucessivamente até chegar a um terço de An vezes r.
	Evidenciando $\frac{1}{3} \cdot R$, temos:

PP:

$$V_{esfera} \cong \frac{1}{3} \cdot R(A_1 + A_2 + A_3 + ... + A_n)$$

NARRAÇÃO: Professor
Volume da esfera é aproximadamente um terço vezes r vezes a somatória das áreas
Considerando que a somatória das áreas corresponde à área da superfície da esfera temos:

PP:

$$V_{esfera} = \frac{1}{3} \cdot R.A_{esfera}$$

NARRAÇÃO: Professor
Volume da esfera é aproximadamente um terço vezes r vezes área da esfera

PP:

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

Substituindo volume da esfera por quatro terços vezes pi vezes r ao cubo, temos:

PP:

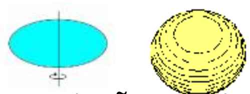
$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{1}{3} \cdot R \cdot A_{esfera} \Rightarrow \frac{4 \cdot \pi \cdot R^3}{R} = A_{esfera} \Rightarrow A_{esfera} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$

PP: (com narração)
Você sabia que uma esfera é um caso especial de elipsóide?

PP:
Imagem de elipsóides

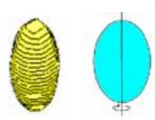
NARRAÇÃO: Professor
Elipsóide é o sólido que resulta da rotação de uma elipse em torno de um dos seus eixos.

PP:



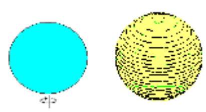
NARRAÇÃO: Professor
Se a a rotação acontecer ao redor de seu eixo menor, a superfície é chamada de **esferóide oblato.**

PP:



NARRAÇÃO: Professor
Se a elipse for rotacionada ao redor de seu eixo maior, esta superfície é chamada de **esferóide prolato.**

PP:



NARRAÇÃO: Professor
Quando os dois eixos possuem a mesma medida, a elipse rotacionada é um círculo, nesse caso, a superfície originada dessa rotação recebe o nome de **esfera**.

PROFESSOR:
Podemos observar a aplicação das elipses no estudo das órbitas dos planetas do Sistema Solar.

PP:
Imagens do Sistema Solar.

NARRAÇÃO: Professor
De acordo com a Primeira lei de Kepler, as órbitas dos planetas em torno do Sol são elipses nas quais ele ocupa um dos focos. Nas órbitas elípticas, o ponde de maior proximidade entre o planeta e o Sol é denominado periélio, e o mais afastado, afélio. Observa-se também que o módulo do vetor velocidade (de translação) de um planeta ao redor do Sol é mínima no afélio e

	máxima no periélio. No caso particular da Terra, ela apresenta uma velocidade de 29,3 km/s no afélio e 30,3 km/s no periélio.
PROFESSOR:	É interessante observar que, ao afirmar que a órbita dos planetas é elíptica, Kepler não descarta a possibilidade de que um planeta possua uma órbita circular, já que a circunferência é um caso particular de elipse, em que os focos são coincidentes com o centro.
PP:	O PROBLEMA INICIAL
NARRAÇÃO: Professor	Voltando ao problema inicial podemos perceber que: conhecendo a fórmula do Volume da esfera e a medida do raio, é possível calcular o volume de qualquer corpo esférico. Em relação às bolas de futebol americano e rúgbi podemos perceber que, dos três tipos de esferóides apresentados:
PP:	Imagem de um esferóide oblato e do planeta Terra.
NARRAÇÃO: Professor	O que melhor representa a forma geométrica do Planeta Terra é o esferóide oblato.
PP:	Imagem de uma esfera e de uma bola de futebol.
NARRAÇÃO: Professor	A bola de futebol é representada pela esfera.
PP:	Imagens de bolas de futebol americano e rúgbi e de um esferóide prolato.
NARRAÇÃO: Professor	Enquanto que as Bolas Rúgbi e Futebol Americano são representadas por um elipsóide alongado que recebe o nome de: Esferóide Prolato.

2.3.4 Implementação da Proposta de Intervenção na Escola

A implementação da proposta de intervenção na escola consistiu na aplicação do material didático científico produzido. Esse material foi socializado, utilizado e avaliado por outros professores envolvidos no processo.

Considerando a dificuldades de alguns professores da Educação Básica em trabalhar com mídias tecnológicas e a importância desses recursos na inovação das aulas e ainda o fato de que as escolas estaduais do Paraná estão sendo equipadas com laboratórios de informática, televisores multimídia e *pen-drives,* uma outra etapa da implementação da proposta foi a realização de um *Curso de Softwares Livres*, coordenado pelo professor orientador e ministrado por três professores PDE. Nesse curso foram trabalhados os *softwares Graphics Explorer*, Régua e Compasso e GeoGebra visando sua aplicação na resolução de problemas.

O curso teve uma carga horária de 24 horas e atendeu vinte professores de matemática dos municípios de Assis Chateaubriand e Jesuítas.

3. Considerações Finais

Ao longo desse trabalho foi apresentada a trajetória percorrida no desenvolvimento de uma metodologia que propicie aos alunos construírem conceitos e significados pertinentes, como apropriar-se do conhecimento historicamente construído.

Mais do que um modelo, as idéias apresentadas buscam salientar a necessidade de mudanças significativas na prática docente, provocando transformações no processo ensino-aprendizagem da matemática e na visão que muitos alunos têm das aulas e do conhecimento dessa ciência.

A aplicação dessa metodologia apresenta-se como um desafio, pois exige uma nova postura, tanto do professor, que precisa estar aberto à mudanças na forma de trabalhar, quanto do aluno que deixa de ter uma condição passiva muito comum nas metodologias tradicionais. Além disso, faz-se necessário uma alteração na estrutura organizacional, uma vez que o professor necessitará de formação e tempo disponível para dedicar-se à pesquisa, preparação das aulas e elaboração de materiais.

Para finalizar esse trabalho é importante salientar que uma metodologia está sempre em construção, sendo necessário o acompanhamento dos resultados obtidos em sua aplicação para que a mesma possa ser constantemente modificada visando sua melhoria.

Referências

BIEMBENGUT, Maria Salett & HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino.** São Paulo: Contexto,2005

BISCONSINI, Vilma Rinaldi; REIS, Carlos Alberto Rossi dos; CARPINÉ, Elida Aparecida Sfordi. **Ensino de geometria no Ensino Médio: Análise a partir do cálculo do volume da esfera.** In: Anais do IX Encontro Paranaense de Educação Matemática. Assis Chateaubriand – PR, 2007.

BONGIOVANNI, Vicenzo; VISSOTO, Olímpio Rudinin; LAUREANO, José Luiz Tavares **Matemática e vida.** São Paulo: Ática – 1993 – 2ª Edição. Volumes 2 e 3.

COMMANDINO Frederico. **Euclides: Elementos de Geometria.** São Paulo: Cultura, 1944. Disponível em:

http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=15055. Acesso em 25/10/2007.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etonomatemática – elo entre as tradições e a modernidade.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 11ª edição. Editora Ática. São Paulo, 1998.

ESFERA. Disponível em:

http://www.dca.fee.unicamp.br/~martino/iniciacao/pauloau/esfera.htm. Acesso em 28/11/2007.

FUSO HORÁRIO. Disponível em: http://www.brasilescola.com/geografia/fuso-horário.htm. Acesso em 21/08/2007.

MAGNOLI, Demétrio & ARAUJO, Regina. **Projeto de Ensino de Geografia – Geografia Geral**, 2ª edição. São Paulo: Moderna.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação – SEED**. Diretrizes Curriculares da Rede Pública da Educação Básica do Estado do Paraná (DCE): Matemática**, Curitiba, 2006.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da geometria:** uma visão histórica. 1989. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Campinas, Campinas.

PINTO, Fabiano de Araújo. Arquimedes, as alavancas e o volume da esfera. In: ***Revista do Professor de Matemática****. n. 58.* Disponível em:

http://www.rpm.org.br/novo/conheca/58/alavanca.pdf. Acesso em 28/08/2007.

POSITIVO: Ensino Médio - Física, Curitiba: Posigraf, 2007.

TERUYA, Teresa Kazuko – **Trabalho e Educação na Era Midiática.** Editora Eduem. Maringá, 2006.

VASCONCELLOS, Celso dos S. **Avaliação concepção dialética** – libertadora do processo de avaliação escolar. São Paulo: Libertad, 2005.