

Versão Online

ISBN 978-85-8015-038-4

Cadernos PDE

VOLUME II

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS  
DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE  
Produção Didático-Pedagógica

2007

<b>Núcleo Regional:</b>	CASCAVEL
<b>Município:</b>	GUARANIAÇU
<b>Escola:</b>	COLÉGIO ESTADUAL DESEMBAGADOR ANTONIO FRANCO FERREIRA DA COSTA
<b>DDD:</b>	45
<b>Telefone:</b>	3232-2638
<b>Ensino:</b>	ENSINO FUNDAMENTAL – 8ª SERIE
<b>Disciplina:</b>	MATEMATICA
<b>Conteúdo Estruturante:</b>	NUMEROS, OPERAÇÕES E ALGEBRA
<b>Conteúdo Específico:</b>	TRIGONOMETRIA
<b>Relacionado às disciplinas:</b>	1. LINGUA PORTUGUESA 2. ARTE
<b>Sinopse:</b>	Esse folhas se propõe a trabalhar números, operações e álgebra enquanto conteúdo estruturante das Diretrizes Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental. Propõe um encaminhamento para o trabalho com a trigonometria no triângulo retângulo de uma maneira agradável, não perdendo, no entanto, a qualidade e uma riqueza de detalhes sobre o assunto, fazendo uso das cores para estabelecer as primeiras relações trigonométricas. Na interdisciplinariedade trabalha com ditos populares e a utilização da máquina de lata.

### **Folhas SEM EIRA NEM BEIRA**

A palavra beira quer dizer borda, aba, margem, orla; e eira é um terreno lajeado onde se malham e secam, trilham e limpam cereais. O ditado vem da observação de que se uma pessoa morasse numa casa com bom acabamento e também tivesse os cômodos adequados para trabalhar com a produção de cereais e outros, ela seria uma pessoa de posses.

O telhado é parte importante de uma casa.

Sem chão,

Sem parede tudo bem,

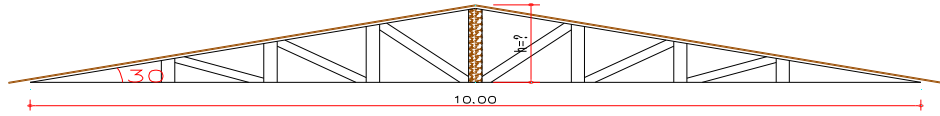
Mas sem telhado não.

Não ter eira nem beira significa que a pessoa é pobre, sem recursos. Esse ditado popular se deve ao fato que, antigamente, as casas eram construídas com telhados que possuíam eira e beira, detalhe que conferia status ao dono do imóvel. Possuir eira e beira era sinal de riqueza e de cultura.

#### **Para você entender melhor**

É importante que você saiba o que significa as palavras oitão de casa, cumeeira, rincão, espigão, terças, caibros, rincão, pendural. A pesquisa faz parte do processo para alcançar a aprendizagem, portanto você pode pesquisar o que significam essas palavras.

Telhados são coberturas, a parte que protege e cobre casas, barracos, prédios, palafitas, etc... Dependendo da telha a ser usada na cobertura, existe uma inclinação adequada? Que tipo de telhado tem sua casa? Você sabe qual é o ângulo de inclinação do telhado de sua casa? E a sua escola, você consegue ver o telhado e que tipo de telhado ela tem? Assim, se considerarmos um telhado com um ângulo de 30° e 10 metros de frente da casa, qual será a altura do Oitão? E na sua casa qual é a altura do oitão?



## VOCE JÁ OUVIU A EXPRESSÃO FAZENDO NAS COXAS?

Os ditados populares são provérbios ou sentenças popularizadas ou consagradas pelo uso. Pode ser de autor conhecido ou desconhecido. Como o próprio nome diz, é a expressão popular que através dos anos se mantém imutável, aplicando exemplos morais, filosóficos e religiosos. Os provérbios ou ditados populares constituem uma parte importante da cultura de um povo.

“**Fazendo nas coxas**” é um ditado que se refere às primeiras formas de telhas usadas para cobrir casas aqui no Brasil. Elas eram feitas de argila e eram moldadas nas coxas dos escravos que vieram da África. Como os escravos tinham tamanhos e porte físico diferentes, as telhas ficavam desiguais devido aos diferentes tamanhos de coxas. Daí a expressão fazendo nas coxas, ou seja, de qualquer jeito.

### Descobrimo significados:

#### Não entendi patavina.

Nas aulas de matemática é comum ouvir essa frase: não entendi patavina. Mas o que significa? Que tal descobrir sua origem?

Procure outros ditos populares utilizados em sua região e anote em seu caderno para discutir com os colegas.

Antigamente as telhas eram “feitas nas coxas”. Hoje encontramos telhados com desenhos personalizados e com perfeição de encaixe.

A construção civil, presente no nosso cotidiano, demanda de muitos cálculos, quer seja nos projetos estruturais, arquitetônicos, elétricos e hidráulicos, bem como nas previsões de quantidades de materiais e seus respectivos custos.

Falando em ditado popular, “**eira e beira**”, nos lembra casa e também a poesia “A casa” nos remete à Doce lembrança de nossa 1ª morada, onde todo ser humano passa 9 meses. Os poetas já brincavam com essa “casa”. Veja como Vinicius de Moraes retrata o assunto:

### A CASA

Era uma casa muito engraçada;  
 Não tinha teto,  
 Não tinha nada;  
 Ninguém podia Entrar nela não;  
 Porque na casa não tinha chão  
 Ninguém podia dormir na rede,  
 Porque na casa não tinha parede.  
 Ninguém podia fazer pipi;  
 Porque penico não tinha ali;  
 Mas era feita com muito esmero...

...



Fig. 01 – Arquivo próprio

MORAES, Vinicius. A Arca de Noé. Companhia das Letras.

Chegamos a um mundo desconhecido, mas pode ser engraçado, desengonçado, maltratado, arrumado... Não sabemos como será nossa casa:

Sem eira nem beira;

De plástico, de concreto, de madeira...

**Sugestão de leitura:**

Lobo Barnabé de.... e Mais Será o Benedito de Mario Prata

Ao sair para dar um passeio, pode-se observar a variedade de telhados que existem, em função da região, clima, tipo de população. Descendentes de poloneses, italianos, japoneses trazem a arte e costumes próprios. Então se entende porque cada cidade, cada região tem uma arquitetura própria.

Veja alguns tipos de telhados diferentes



Arquivo próprio

a



arquivo próprio

b



arquivo próprio

c

Fig. 02

Em sua cidade você observou uma construção que difere pelo estilo do telhado?

**Teste sua criatividade**

**Você pode** construir uma câmera fotográfica para tirar fotos dos telhados de sua cidade, assim como foi feito com essa foto tirada com uma câmera construída por uma criança. Para saber como construir a câmera e revelar as fotos pesquise no site.

[http://novaescola.abril.com.br/index.htm?ed/170\\_mar04/html/faca](http://novaescola.abril.com.br/index.htm?ed/170_mar04/html/faca), lá vai encontrar muita arte e arquitetura.

Veja um exemplo de uma foto tirada por uma câmera construída com lata:



Arquivo próprio



negativo da foto ao lado

**Descobrimo e criando:**

- 1-Junto com seu professor ou em equipe, fotografe telhados que achar interessante e faça uma exposição na escola com fotos.
- 2-Desenhe um telhado que achou interessante ou crie você mesmo o seu telhado.

**Curiosidade:**

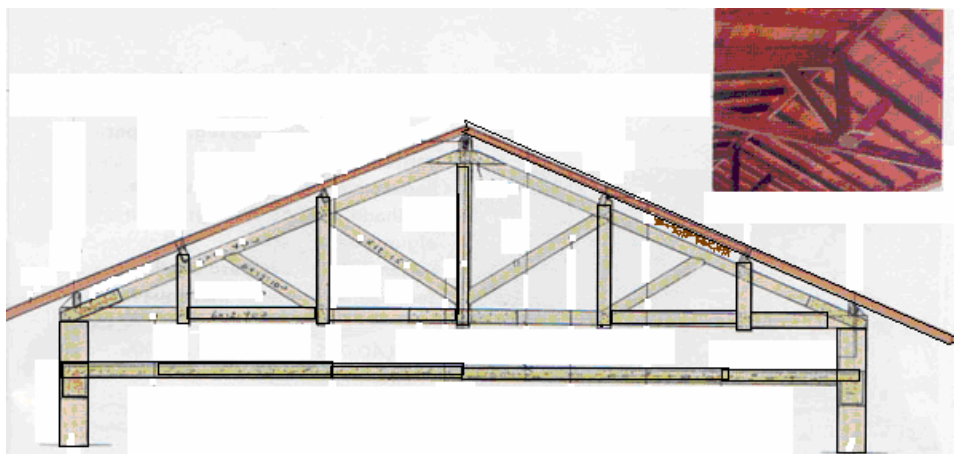
Falando de formas e arquitetura, existe um pintor chamado Alfredo Volpi, que tem como característica em suas obras a pintura de fachadas e bandeirinhas. Você vai gostar de pesquisar sobre o trabalho de Volpi e se deliciar com suas formas.

**TELHAS E TELHADOS**

A sustentação da cobertura de uma construção é feita por tesouras onde suas barras são dispostas de maneira a compor uma rede de triângulos, tornando-se um sistema estrutural que não se desloca(rígido).

Em um telhado as tesouras são vigas que tem a capacidade de suportar o peso da cobertura e as sobrecargas do telhado através de vigeamento secundário. Para a sua projeção também se faz uso de cálculos com ângulos e triângulos.

O modelo de tesoura que mais se emprega no Brasil, para estruturas de madeira dos telhados residenciais é a tesoura inglesa ou *howe*, conforme vemos na figura 1. Esse modelo é indicado para casas de até 18,00 metros de vão ou frente. Para casas com largura entre 10 e 18 metros, faz-se necessário confeccionar as tesouras com peças duplas. Para um vão de 10 metros ou menos as tesouras podem ser simples.



Modelo de tesoura inglesa ou howe  
Fig. 03 – Arquivo próprio

A superfície de telhado pode ser formada por um ou mais planos inclinados para escorrer a água. Esses planos são denominados águas (uma água, duas águas, quatro águas ou múltiplas águas). Quanto mais água tiver, mais elementos como cumeeiras, espigão e rincão serão utilizados.

**Pense:**

Se você morasse num lugar onde cai muita neve, como você acha que deveria ser a inclinação do telhado? E se o clima for muito quente? E quando é muito frio? Será que a inclinação do telhado deve ser diferente? Pesquise sobre o assunto e discuta com seus colegas.

Se você morasse num lugar onde caí muita neve, como você acha que deveria ser a inclinação do telhado? E se o clima for muito quente? E quando é muito frio? Será que a inclinação do telhado Pense nisso.



a

Uma água

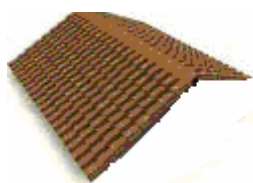
arquivo próprio



b

quatro águas

arquivo próprio



c

Duas águas

arquivo próprio



d

múltiplas águas

arquivo próprio

Fig. 04 – Arquivo próprio

**Interpretando:**

**QUANTAS ÁGUAS TEM A SUA CASA?**

Você já ouviu falar em  $\frac{1}{2}$  água? Esta expressão está correta? Explique usando a linguagem adequada.

A cobertura pode ser de telhas cerâmicas: francesa, colonial paulista, americana e romana, telhas de concreto ou de chapas onduladas de cimento-amianto, aço zincado, madeira aluminizada, ou PVC.

A relação entre a altura e a largura ou vão de um telhado é chamado de “ponto do telhado. Quando a altura é igual a metade do vão dizemos que a inclinação é de 100%, nesse



caso o ângulo lateral é de 45°, e pode assumir valores limites de 1/2 a 1/8, ou seja, é proporcional a 100% a 25% de declividade. Inclinação maior que essa já aponta a necessidade de amarrar as telhas e é utilizada para melhorar a arquitetura. De acordo com o tipo de telha empregada, faz-se necessário adequar o grau de inclinação do telhado.

Telhados de telhas cerâmicas devem ter maior declive, pois os degraus formados por elas devem ser compensados. As chapas cimento-amianto, por exemplo, são maiores, mais finas, com menos ondulação, não necessitando de muita inclinação.

As coberturas executadas em chapas onduladas de cimento-amianto apresentam vantagem econômica, pois necessitam de menor inclinação do telhado, além de dispensar o emprego de ripas e caibros, pois se apóiam diretamente sobre as terças, permitindo ainda maior distanciamento entre as terças. As construções sempre são feitas com um grau mínimo de inclinação, em função do custo.

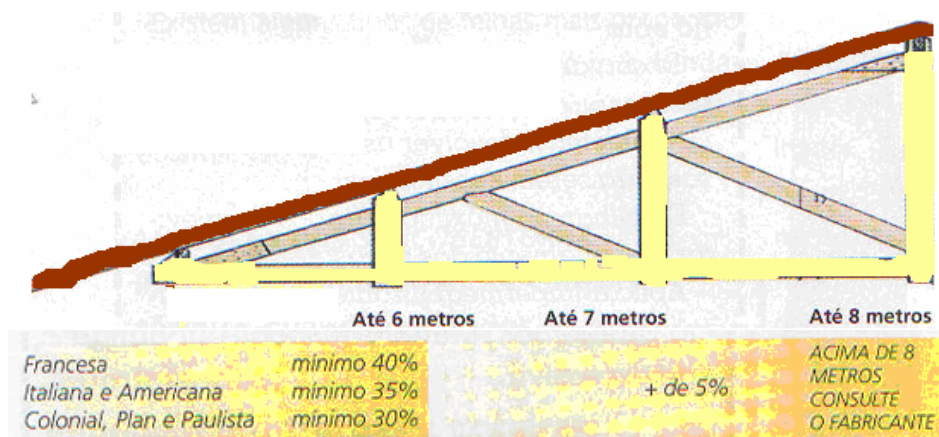


Fig. 05 – Arquivo próprio

O ângulo mínimo para cada tipo de telhado é calculado com o uso da trigonometria que é um ramo da matemática que estuda as relações entre os lados e os ângulos dos triângulos. As primeiras aplicações da trigonometria serviram para estudos de navegação, geodésia e astronomia, como também para determinar uma distância inacessível, que não pode ser medida de forma direta. A trigonometria plana que estuda as figuras contidas em um plano é utilizada na medição da altura de edifícios e na construção civil. A representação é feita por meio de desenho proporcional com duas dimensões e se utiliza das relações trigonométricas para os cálculos.

A agricultura no antigo Egito já se utilizava da trigonometria para medir os terrenos a cada transbordamento do rio Nilo

Atualmente ela é utilizada, para calcular a altura de prédios e montanhas, medir o raio da Terra, a distância da Terra aos astros, ou de um astro a outro, largura de um rio e nas navegações para localização.

Há pessoas que utilizando metáforas, dizem que um engenheiro é um triângulo retângulo com um pouco de bom senso, se referindo à enorme utilização do triângulo retângulo na engenharia. Durante a construção de um telhado, o conhecimento trigonométrico é indispensável especialmente para os cálculos de inclinação máxima e mínima.

tri=três, gonía = ângulo, metron= medida. Do latim trigonometria refere-se as medidas dos ângulos no triângulo. “A trigonometria, como outros ramos da matemática, não foi obra de um só homem” (Boyer 1974, p.116). O teorema das razões dos lados de um triângulo usado pelos Babilônios e Egípcios mais tarde contou com a colaboração Árabe, Européia, Grega, Hindu e de outros.

Sua origem é incerta. Entretanto, pode-se dizer que o início do desenvolvimento da trigonometria se deu principalmente devido aos problemas gerados pela Astronomia, Agrimensura e Navegações, por volta do século IV ou V a.C., com os egípcios e babilônios.

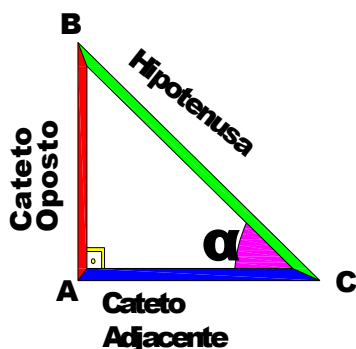
Um primeiro estudo sistêmico mais relacionado a trigonometria talvez tenha sido feito por Hiparco de Nicéia por volta de 180 a 125 a.C. por este motivo ele é considerado o pai da trigonometria. Na segunda metade do século II a.C fez um trabalho de doze livros que se ocupou da construção do que deve ter sido a 1ª tabela trigonométrica incluindo uma tábua de cordas.

Posterior a Hiparco Ptolomeu de Alexandria, na segunda metade do século II d.C., escreveu 13 livros significativos e influentes que mais tarde chamaram de Almajesto.

Por volta do ano 85 a 929, Al Battani adotou a trigonometria Hindu, com a inovação do raio unitário. Nesta época surgiu o nome da função seno, perceberam que a relação jiva (seno) é válida para qualquer triângulo retângulo, método que ele empregou para a construção da tabela trigonométrica. Brahmagupta e Baskara também contribuíram para a trigonometria, construindo conceitos e tabelas complexas tendo bebido da água de seus antecessores.

**O ângulo mínimo para cada tipo de telhado pode ser calculado. Para esse tipo de cálculo é preciso lembrar o que é um triângulo retângulo. Você lembra? Também é importante o nome de cada lado do triângulo, relacionado a um determinado ângulo.**

Pois bem, conforme figura 2, num triângulo retângulo o lado maior, em verde, sempre é oposto ao ângulo de  $90^\circ$  e se chama hipotenusa.



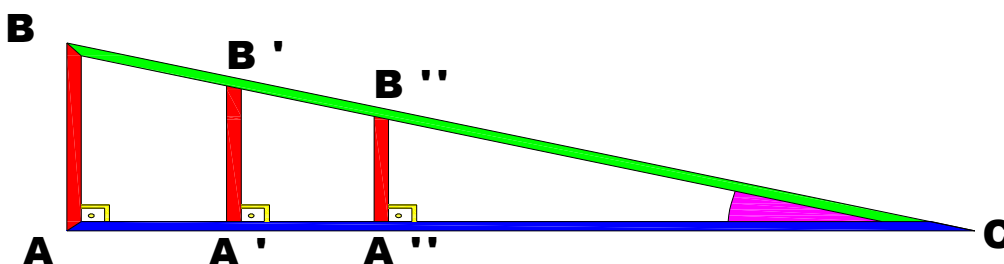
triângulo retângulo

Fig. 06 – Arquivo próprio

Os outros dois lados são chamados de catetos. Considerando o ângulo  $\alpha$  do triângulo ABC (figura 2), o lado AC (azul), é denominado de cateto adjacente, e o lado AB (vermelho) é denominado de cateto oposto ao ângulo  $\alpha$ .

Veja como essa figura é comum no nosso dia a dia.

Observe a figura 3.



Triângulos semelhantes

Fig. 07 – Arquivo próprio

Quando desenhamos um ângulo  $\alpha$  qualquer e traçamos várias retas perpendiculares a um de seus lados, teremos triângulos retângulos semelhantes.

Na figura 3, existem três triângulos sobrepostos: Triângulo ABC, A'B'C e A''B''C.



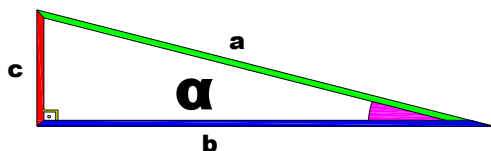


Fig.7a – Arquivo próprio

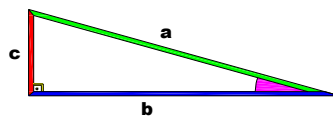


Fig. 7b – Arquivo próprio

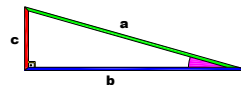


Fig. 7c – Arquivo próprio

### Agora é com você!

- Utilize régua e calculadora pra desenvolver as seguintes atividades:

- 1) Desenhe um triângulo retângulo e destaque um ângulo  $\alpha$  qualquer.
- 2) Trace várias retas perpendiculares a um de seus lados como você observou na figura anterior e pinte com as mesmas cores.
- 3) Divida a medida do lado VERMELHO (cateto oposto) pela medida do lado VERDE (medida da hipotenusa) do mesmo triângulo.
- 4) Observando sua construção registre seus cálculos e descreva suas conclusões.

### APLICANDO A TECNOLOGIA

Com o auxílio do computador e de softwares, pode-se fazer uma atividade num software chamado Cabri Gêomètre II ou Geogebra, também pode entrar no site [www.somatematica.com](http://www.somatematica.com), onde e encontrará softwares matemáticos como “o ciclo trigonométrico” e outros softwares on-line como, triângulos pitagóricos, funções trigonométricas, funções seno, cosseno e tangente.

trabalhando nos softwares você pode observar e registrar:

O que faz mudar o valor das relações trigonométricas o tamanho dos lados do triângulo ou dos ângulos?

### Agora veja bem!

Através das atividades acima você deve ter tirado algumas conclusões. Observe que essas conclusões só valem para triângulos retângulos.

O valor constante que vai obter quando fizer a atividade, se modifica apenas quando você altera o ângulo. Esse valor constante é chamado de seno do ângulo  $\alpha$ .

No mesmo triângulo podemos ainda calcular o cosseno e a tangente, outras relações da trigonometria muito usadas nas atividades humanas.

Assim temos três importantes relações trigonométricas no triângulo retângulo. Considerando a figura 2:

Seno

Dividindo a medida do lado VERMELHO (cateto oposto) pela medida do lado VERDE (hipotenusa) do mesmo triângulo, se obtém o seno do ângulo  $\alpha$ .

$$\frac{AB}{BC} = \text{seno } \alpha = \frac{\text{CatetoOposto}}{\text{hipotenusa}}$$

Tangente

Quando você calcula o valor do quociente da medida do lado VERMELHO (cateto oposto) pela medida do lado AZUL (cateto adjacente), o valor obtido é chamado de tangente.

$$\frac{AB}{AC} = \text{tan gente } \alpha = \frac{\text{CatetoOposto}}{\text{CatetoAdjacente}}$$

## Cosseno

Quando se divide o valor do lado AZUL (Cateto adjacente ao ângulo) pela medida do lado VERDE (hipotenusa). O valor que encontrado recebe o nome de cosseno do ângulo  $\alpha$ .

$$\frac{AC}{BC} = \cos \text{ seno } \alpha = \frac{\text{Cateto Adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

No triângulo retângulo a seguir estão indicadas quatro grandezas, três lados e um ângulo. Com duas grandezas você pode encontrar uma terceira utilizando a trigonometria.

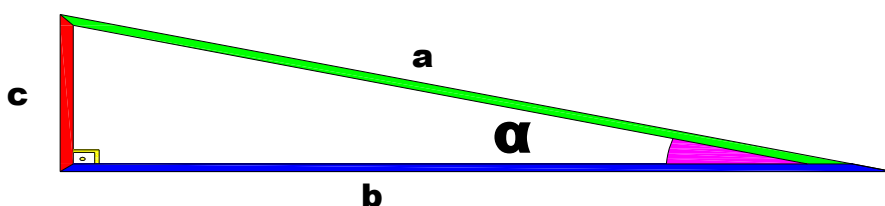


Fig. 08 – Arquivo próprio

### Agora é com você!

- Construa uma tabela trigonométrica de seno, cosseno e tangente com os ângulos de 30°, 45°, 60° e mais dez ângulos diferentes que você escolher, utilizando a calculadora científica.

### Atividade prática

Você também pode construir um teodolito, instrumento de medir ângulos, veja como:

#### Material:

Tripé de madeira de 1m com uma haste horizontal de 30cm  
Transferidor  
Régua de madeira  
Parafuso



teodolito  
arquivo próprio  
figura 9

#### Como utilizar:

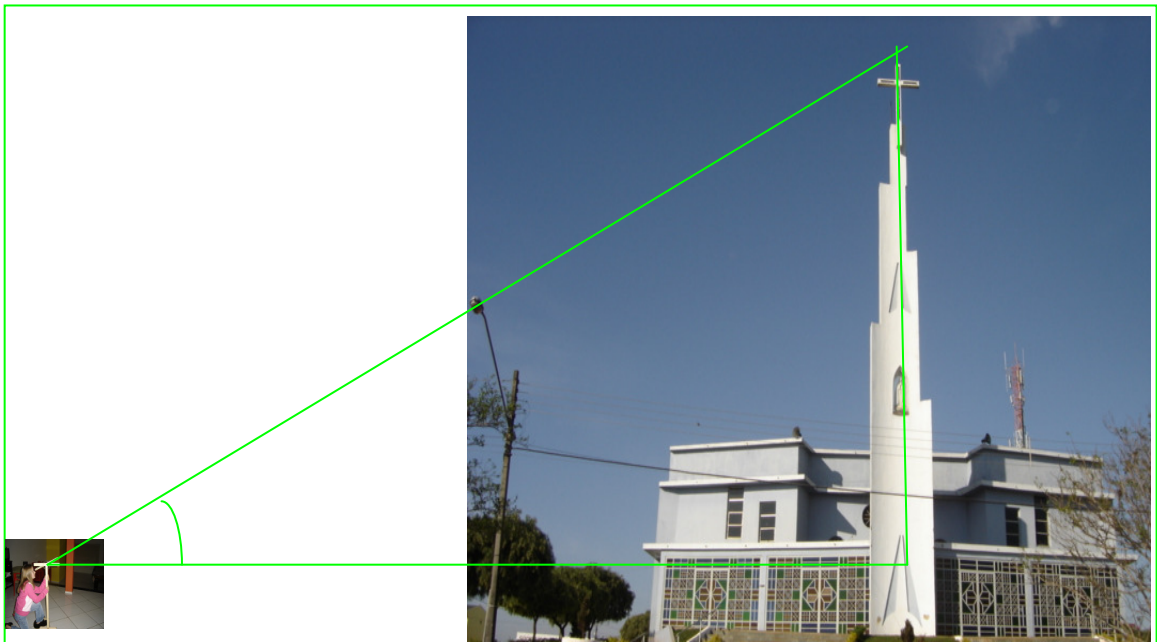
1-Defina o objeto que você quer medir.

- 2-Coloque o teodolito a um certa distância do objeto num terreno horizontal (não inclinado).
- 3-Meça a distância do teodolito ao objeto.
- 4-Aponte a régua do teodolito para a parte mais alta do objeto e determine o ângulo encontrado.
- 5-O produto da tangente do ângulo que você encontrou pela distância do objeto ao teodolito mais um metro(altura do teodolito) é a altura do objeto.

Com esse instrumento, utilizando a tangente, podemos calcular a altura de prédios, o ponto mais alto da cobertura da quadra da escola, altura de árvores, ou seja, a altura de um objeto qualquer.

Vamos fazer uma atividade que utilize o teodolito que você construiu.

#### Cálculo da altura da torre de uma igreja utilizando o teodolito



Construção do teodolito  
Fig. 10– Arquivo próprio

Para medir a altura da torre dessa igreja, posiciona-se o teodolito a uma distância qualquer da igreja e mede-se essa distância. Utilizando a mira do teodolito encontramos o ângulo da torre com o horizonte. O produto da tangente do ângulo obtido pela distância encontrada mais um metro ( altura que o teodolito dista do chão) é a altura da torre.

Distância entre o objeto e o teodolito: 30m

Ângulo encontrado =  $\cong 30^\circ$

Tangente de  $30^\circ \cong 0,5777$

#### Modelo planificado



Agora que você conheceu um pouco de trigonometria, volte ao questionamento inicial e determine a altura do oitão da sua casa e do problema inicial proposto.

1) Para encontrar a medida do lado de um triângulo retângulo usamos a trigonometria. Em quais outras situações podemos utilizá-la?

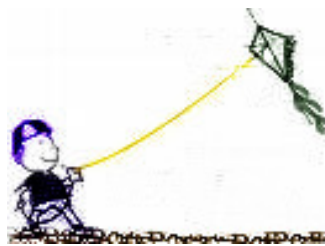
2- Uma cegonha tem o ninho num poste de alta tensão com 20 metros de altura (onde foi colocada uma placa especial para a cegonha não correr riscos). A ave vê um alimento no chão e voa em direção a ele numa inclinação de  $35^\circ$ . Qual a extensão do seu vôo?



3) Quando o avião levanta vôo, faz um ângulo de  $20^\circ$  com o solo e em 5 segundos percorre 400 m. Que altura se encontra o avião do solo ao fim desse tempo?



4) O vento que bate na pipa conserva o fio esticado fazendo um ângulo de  $60^\circ$  com a horizontal. Quando se desenrolaram 70m de fio a que altura se encontra a pipa?



**Mudar os problemas CONTEXTUALIZAR**

#### BIBLIOGRAFIA

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**; tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, 1974.

Bongiovanni, Vincenzo. **Matemática e vida**. São Paulo: editora Ática, 1990.

CHAVES, Roberto. **Manual do construtor**. Editora tecnoprint S.A., 1979.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. 2ª ed. Belo Horizonte. Autêntica. 2005.

Uso das relações trigonométricas – unidade 21 – Universidade do professor, guia do professor.editora Bom Jesus - CORD

Corrigindo os ditados.

[http://netart.incubadora.fapesp.br/portal/Members/vera\\_bighetti/document.2006-08-30.4994282251](http://netart.incubadora.fapesp.br/portal/Members/vera_bighetti/document.2006-08-30.4994282251)

Acesso em 15 de setembro de 2007 – 21h

Ditados Populares.

<http://www.mulhervirtual.com.br/ditados.htm>

Ditos Populares.

[http://www.mingaudigital.com.br/article.php3?id\\_article=265](http://www.mingaudigital.com.br/article.php3?id_article=265)

Acesso em 27 de agosto de 2007 – 15h

Teia do saber 2004 – Trigonometria no triângulo retângulo – UNESP

[http://www.feis.unesp.br/teia-saber/teia2004/matematica/Apresentacoes/grupo\\_F.pdf](http://www.feis.unesp.br/teia-saber/teia2004/matematica/Apresentacoes/grupo_F.pdf)

Acesso em 28 de novembro de 2007 – 14h

Uma máquina fotográfica de lata.

[http://novaescola.abril.com.br/index.htm?ed/170\\_mar04/html/faca](http://novaescola.abril.com.br/index.htm?ed/170_mar04/html/faca)

Acesso em 20 de novembro de 2007 – 14:30h