

Versão Online    ISBN 978-85-8015-040-7  
Cadernos PDE

VOLUME II

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS  
DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE  
Produção Didático-Pedagógica

2008



## **GEOMETRIA ESPACIAL E APLICAÇÕES**

**JULIANA SCALASSARA CAMPOS**

IES **UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA – UEL**  
Orientador **PROF. Dr. ULYSSES SODRÉ**  
Área **MATEMÁTICA**

DEZEMBRO - 2008

LONDRINA

# ÍNDICE

1. IDENTIFICAÇÃO
2. TEMA DE ESTUDOS DA INTERVENÇÃO
3. TÍTULO
4. INTRODUÇÃO
5. DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES
  - ATIVIDADE 1: INTRODUÇÃO
  - ATIVIDADE 2: PONTO, RETA E PLANO
  - ATIVIDADE 3: INTRODUÇÃO AOS POLIEDROS
  - ATIVIDADE 4: POLIEDROS; PRISMAS
  - ATIVIDADE 5: PIRÂMIDES
  - ATIVIDADE 6: GEOMETRIA E QUÍMICA
  - ATIVIDADE 7: CILINDRO, CONE E ESFERA
6. REFERÊNCIAS

## **1. IDENTIFICAÇÃO**

- 1.1- Professora PDE: **Juliana Scalassara Campos**
- 1.2- Área: **Matemática**
- 1.3- NRE: **Londrina**
- 1.4- Professor orientador: **Prof. Dr. Ulysses Sodré**
- 1.5- IES: **Universidade Estadual de Londrina**
- 1.6- Escola de Implementação: **Colégio Estadual Professor Vicente Rijo**
- 1.7- Público Alvo da Intervenção: **Alunos das 2<sup>as</sup> séries do Ensino Médio**

## **2. TEMA DE ESTUDO DA INTERVENÇÃO**

**Geometria Espacial e Aplicações**

## **3. TÍTULO**

**Geometria Espacial**

## **4. INTRODUÇÃO**

A Geometria Espacial é uma área da matemática que está presente no cotidiano. Por esse motivo, foi escolhida como tema deste trabalho. A idéia é realizar atividades que envolvam Geometria Espacial e que sejam relacionadas com situações de diversas áreas do conhecimento, situações reais da vida do aluno, da escola, da cidade, para que se perceba que a matemática não é isolada, mas presente no nosso mundo.

Em cada atividade estão descritos os objetivos que se pretende atingir e as expectativas que o docente deve ter em relação aos resultados da aplicação destas atividades.

Estas atividades serão aplicadas nas aulas de Matemática no Ensino médio do Colégio Estadual Professor Vicente Rijo no primeiro semestre de 2009.

A finalidade desta produção é descrever as atividades que serão desenvolvidas.

## 5. DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

### ATIVIDADE 1

*Nome da atividade:* **Geometria Espacial: Introdução**

*Tempo da atividade:* **1 hora-aula**

#### *Objetivo desta atividade*

1. Esta atividade introduzirá os alunos no estudo de Geometria Espacial.
2. Objetiva realizar leituras, discutir idéias, observar as pinturas mostradas e realizar atividades lúdicas.
3. Apesar de textos pequenos e jogos simples, pretende-se despertar o interesse do aluno pelo conteúdo e mostrar aos discentes a presença da geometria nas obras de arte mostradas, ativando neles a percepção de que a geometria está presente em muitas áreas do nosso cotidiano.

#### *Materiais necessários*

- 1- Computadores
- 2- Acesso à internet
- 3- O laboratório deve ser preparado antes da aula e as atividades devem ser testadas.
- 4- Caderno, lápis e caneta.

#### *Desenvolvimento da aula*

A parte inicial deste projeto deverá ser uma aula no laboratório de informática para introdução e motivação ao estudo de Geometria Espacial.

Será acessado o site [www.tvcultura.com.br/artematemtica](http://www.tvcultura.com.br/artematemtica) entrando na área “Espaço” e em seguida “Geometria”.

Na área “Espaço”, há três pequenos textos. O primeiro fala do significado da

palavra espaço. O segundo trata das dimensões do espaço. O terceiro trata sobre o significado da palavra Espaço, do ponto de vista do estudo de Artes. Ao lado dos textos, são mostradas três obras de arte: *Metaesquema*, de Hélio Oiticica; *Ar e Água*, de M.C. Escher; *A crucifixão*, de Vicente Do Rêgo Monteiro. Existe um jogo simples, onde o aluno observa um desenho e alguns polígonos para encaixar nele, tendo que girá-los se necessário.

Na área “Geometria” deste site, estão disponíveis:

1. Os textos fazendo um breve histórico da geometria, citando Pitágoras e Euclides;
2. As obras de arte mostradas são: *Metaesquema*, de Hélio Oiticica; *Clarovermelho*, de Aluísio Carvão; *Composição em Vermelho, Amarelo e Azul*, de Piet Mondrian.
3. Um jogo composto por vários mosaicos, tendo pares com as mesmas figuras geométricas, mas com pinturas diferentes, o que faz com que tais mosaicos pareçam diferentes. Os alunos devem identificar os pares de mosaicos que apresentam as mesmas figuras geométricas.

### ***Atividades interativas com outras áreas***

No planejamento anual da escola, que é realizado na semana pedagógica, no início do ano, esta atividade deverá ser mostrada para a professora de Artes da turma. A professora deverá participar do planejamento desta aula e trabalhar em conjunto com a matemática quando a aula acontecer.

Paralelamente, a professora de Artes da turma trabalhada, fará comentários em suas aulas e a conexão das obras de arte mostradas no site com a matemática, complementando a aula de introdução. Se possível, a professora poderá estar presente no laboratório de informática no dia da aula, fazendo intervenções e conexões junto com a professora de matemática.

### ***Expectativa***

- 1- Espera-se que os alunos saiam motivados desta aula para o estudo de

### Geometria Espacial.

- 2- Espera-se que o professor de Artes participe deste trabalho, trazendo contribuições da sua área e relacionando-as com os conteúdos matemáticos.
- 3- Espera-se que os alunos sintam-se provocados a procurar a matemática em outras áreas de conhecimento e no seu cotidiano, tendo vontade de trazer descobertas e dúvidas para serem discutidas em sala de aula.

## **ATIVIDADE 2**

*Nome da atividade:* **Geometria Espacial: Ponto, Reta e Plano**

*Tempo da atividade:* **2 horas-aula**

### *Objetivo desta atividade*

1. O objetivo desta atividade é que o aluno tenha clareza acerca dos conceitos de ponto, de reta e de plano.
2. Que os alunos compreendam os postulados da reta e os postulados do plano.
3. Que os alunos identifiquem as formas de determinar um plano.
4. Que os alunos reconheçam as posições relativas entre ponto e reta, entre ponto e plano, entre duas retas, entre uma reta e um plano e entre dois planos.

### *Materiais necessários*

1. TV pendrive.
2. Caderno, livro de matemática, lápis e caneta.
3. Objetos, figuras, fotos que dêem idéia de ponto, de reta e de plano.

### *Desenvolvimento da aula*

Nesta aula, o professor iniciará com uma discussão com os alunos sobre os conceitos de: ponto, reta e plano, que os alunos trazem da sua vivência, ou mesmo que tenham estudado em outras disciplinas.

O professor deverá mostrar aos alunos, que ponto, reta e plano são entes primitivos, ou seja, são adotados sem definição, mostrando a idéia do que são,



mas sem poder definir.

Serão apresentados aos alunos alguns objetos do ambiente de estudo, como por exemplo: o computador, livros, mesas, armários, marcas na parede, o piso e o teto da sala de aula, que nos lembram esses entes primitivos.

O conceito de ponto pode ser representado por um grão de areia, um pingo feito por um lápis num papel, um furo feito por uma agulha.

O conceito de reta: um fio esticado, as linhas de uma folha de caderno.

Planos aparecem na vida das pessoas através da superfície de uma mesa, uma folha de papel, o chão da sala.

Na discussão com os alunos, devem ser apresentados exemplos na sala de aula, em seu material escolar, em seus objetos pessoais ou em outras partes da escola.

Em seguida, a teoria será dada com uma apresentação na TV pendrive, no formato PowerPoint (material anexado no final desta produção).

Os alunos deverão participar, acompanhar a aula, fazendo as anotações necessárias, assim como perguntas que possam esclarecer eventuais dúvidas.

### *Expectativa*

1. Espera-se que os alunos saiam dessa aula com a idéia clara do que é ponto, reta e plano.
2. Espera-se que eles se apropriem do conteúdo apresentado e não tenham grandes dificuldades. Que possam esclarecer as dúvidas que surgirem e compreender o que foi apresentado.
3. Espera-se que os alunos se acostumem a olhar ao seu redor procurando a matemática que está presente nos objetos e no ambiente em que vive.
4. Espera-se que o aluno sinta-se provocado a discutir os conteúdos, refletir e tirar conclusões.

### **ATIVIDADE 3**

*Nome da atividade:* **Geometria Espacial: Introdução aos Poliedros**

*Tempo da atividade:* **2 horas-aula**

#### *Objetivo desta atividade*

1. O objetivo desta aula é que os alunos possam identificar um poliedro.
2. Que os alunos reconheçam poliedros em objetos diversos do cotidiano.
3. Levar os alunos a diferenciar poliedros convexos e não-convexos.
4. Mostrar aos alunos uma forma de reconhecer a *Relação de Euler* nos poliedros apresentados.

#### *Materiais necessários*

1. Objetos em forma de sólidos geométricos, como latas, funil, caixas,...
2. Sabão e objeto cortante (o uso desses objetos cortantes deverá ser monitorado e bem controlado pelo professor).
3. Caderno, lápis e caneta.

#### *Desenvolvimento da aula*

O professor deve solicitar que os alunos tragam de casa utensílios da cozinha, como por exemplo: copo, lata, funil, caixa, objetos com formas variadas. O docente analisará em sala de aula tais formas geométricas, observando as suas características e classificando-as.

Os alunos da sala de aula deverão formar equipes de quatro pessoas. Todos deverão expor para os colegas os objetos que eles trouxeram de casa.

O professor, então, deverá fazer perguntas sobre as características desses

objetos, como arestas, vértices, faces, levando os alunos a agrupar tais objetos.

Eles devem terminar esta atividade sabendo o que é poliedro e quando os mesmos são convexos ou não.

Para a aula seguinte, será solicitado que cada aluno leve uma barra de sabão em pedra. Nestas barras, serão realizados cortes aumentando o número de faces, vértices e arestas do sólido. Os resultados serão anotados em uma tabela, montada pelos alunos. Realizando a análise desta tabela, os alunos deverão chegar à Relação de Euler:  $V-A+F=2$ .

O professor dirigirá a atividade, pedindo que os alunos realizem cortes de modo que o sabão fique na forma de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo. Após os cortes, os alunos deverão contar e anotar o número de faces, arestas e vértices, na tabela.

Em seguida, os alunos deverão cortar um “*bico*” (uma pirâmide com base triangular) do sólido gerando um novo sólido. Os alunos deverão contar e anotar o número de faces, vértices e arestas, deste novo sólido, dando continuidade à tabela. Assim, sucessivamente, o professor levará os alunos a modificar o sólido, com vários cortes, sempre anotando os dados na tabela.

Depois será realizada uma análise da tabela, comparando os resultados e identificando qual é a relação entre o número de faces, vértices e arestas desses poliedros.

A conclusão deverá ser a Relação de Euler:  $V-A+F=2$ . Essa aula foi retirada do site: ([www.matematicahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos\\_publicados.asp?aux=Sabao](http://www.matematicahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos_publicados.asp?aux=Sabao))

Organizando dados em uma tabela:

| Poliedro            | V | F | A  | V+F      | A+2       | Relação   |
|---------------------|---|---|----|----------|-----------|-----------|
| Cubo                | 8 | 6 | 12 | $8+6=14$ | $12+2=14$ | $V+F=A+2$ |
| Depois do 1o. corte |   |   |    |          |           |           |
| Depois do 2o. Corte |   |   |    |          |           |           |

## *Expectativa*

1. Espera-se que os alunos participem e gostem desta atividade, aprendendo, assim, de maneira agradável, a *Relação de Euler* e identificando os sólidos onde ela se aplica.
2. Espera-se que essa atividade deixe os alunos motivados para as atividades que dão seqüência ao conteúdo. Que eles sintam curiosidade e estejam receptivos para o estudo dos poliedros.
3. Espera-se que os alunos sintam-se desafiados pela matemática.

## **ATIVIDADE 4**

*Nome da atividade:* **Geometria Espacial: Poliedros; Prismas**

*Tempo da atividade:* **4 horas-aula**

### *Objetivo desta atividade*

1. Essa atividade tem por objetivo levar ao conhecimento do aluno a noção de poliedro.
2. Fazer com que os alunos sejam capazes de identificar as diferenças entre poliedros convexos e poliedros não-convexos.
3. Levar os alunos a identificar os poliedros regulares.
4. Levar os alunos a identificar os prismas e reconhecer os mesmos nos objetos do cotidiano e na arquitetura.
5. Os alunos deverão ser capazes de reconhecer a planificação dos prismas.
6. Os alunos deverão ser capazes de calcular as áreas dos prismas assim como seus volumes.

### *Materiais necessários*

1. TV pendrive.
2. Caderno, livro, lápis e caneta.
3. Detalhes sobre esta atividade.
4. Embalagens, caixas, objetos em forma de prismas.
5. Cartolina, tesoura, cola, fita adesiva e régua.

### *Desenvolvimento da aula*

Esta atividade está preparada em forma de apresentação na TV pendrive (material anexado no final desta produção). Ao longo da aula, também serão mostrados objetos, caixas e embalagens relacionando-os com os poliedros apresentados.

Os alunos deverão participar da aula, realizando anotações e perguntas sobre

dúvidas que encontrarem.

Nas duas primeiras aulas desta atividade, o professor deverá apresentar o conteúdo através do material em formato PowerPoint, explicando e discutindo com os alunos toda a parte geral de poliedros e mostrando nos objetos levados para esta atividade tudo que for possível, a respeito do conteúdo. As atividades do livro didático adotado deverão ser realizadas e discutidas em sala de aula.

Na aula seguinte, o professor deverá fazer um passeio a pé com os alunos nas quadras próximas da escola. Nesse passeio, os alunos deverão observar objetos casas, prédios, construções, comparando suas formas com os sólidos geométricos. O professor deverá estar atento às observações dos alunos e chamar atenção para aquilo que não foi observado por eles e tem relação com os sólidos geométricos.

De volta à sala de aula, o professor deve conduzir uma discussão sobre as observações dos alunos. Em seguida, os alunos farão um relatório sobre o que foi observado e o discutido. Esta atividade poderá ser realizada em equipes de três alunos.

Na seqüência, o professor deverá continuar a apresentação na TV pendrive realizada na aula anterior. Enfocando neste momento o conteúdo relacionado aos prismas.

Na aula seguinte, o professor deverá propor problemas envolvendo objetos do cotidiano que tenham forma de prismas. Os alunos deverão medir e calcular áreas, volumes e diagonais.

Para concluir a atividade, os alunos deverão construir prismas, apresentar a planificação desses prismas e os cálculos de áreas e volumes. Deverão também fazer um comentário da utilidade do prisma apresentado ou exemplos de onde o prisma é encontrado no cotidiano.

## *Expectativa*

1. Espera-se que os alunos se apropriem do conteúdo apresentado e sintam-se motivados para a continuidade do mesmo.
2. Espera-se que os alunos aprendam sem dificuldades e participem das atividades.
3. Espera-se que os alunos relacionem o conteúdo estudado com objetos que estão ao seu redor.
4. Espera-se que os alunos realizem as atividades propostas com empenho.

## **ATIVIDADE 5**

*Nome da atividade:* **Geometria Espacial: Pirâmides**

*Tempo da atividade:* **2 horas-aula**

*Objetivo desta atividade*

1. Levar os alunos a reconhecer os tipos de pirâmides.
2. Levar os alunos a definir pirâmide.
3. Levar os alunos a observarem a presença de pirâmides em objetos, na arquitetura, na história.
4. Que os alunos calculem corretamente a área da superfície de uma pirâmide, assim como o volume da mesma.

*Materiais necessários*

1. TV pendrive.
2. Caderno, livro, lápis, caneta.
3. Objetos em forma de pirâmides.
4. Fotos de pirâmides em pendrive ou CD.

*Desenvolvimento da aula*

Na semana de planejamento, no início do ano letivo, o professor de matemática deverá planejar com os professores de história e artes, para que na mesma época desta atividade, os alunos ouçam sobre pirâmides também nessas outras disciplinas. E a partir dessas aulas, os alunos comecem a observar a presença de pirâmides nem lugares e objetos conhecidos por eles.

O professor de matemática apresentará a definição de pirâmide, os tipos de pirâmides, os cálculos áreas e volumes de pirâmides, através de apresentação na TV pendrive (material anexado no final desta produção). E no final desta



apresentação, os alunos terão a seguinte atividade: fotografar pirâmides e trazer na aula seguinte para serem mostradas na TV pendrive. Os alunos deverão procurar na arquitetura local e em objetos do seu cotidiano. Os alunos deverão também levar pirâmides para a sala de aula. O professor deverá propor à sala, que meçam as pirâmides e façam os cálculos de áreas e volumes.

### *Expectativa*

1. Espera-se que os alunos fiquem motivados com o estudo dos sólidos geométricos e tenham a aprendizagem facilitada e com significado real.
2. Espera-se que os alunos adquiram o hábito de observar o mundo à sua volta, fazer comparações, análises, tirar conclusões e reconhecer a presença da matemática com frequência.
3. Espera-se que a aprendizagem aconteça de forma agradável.
4. Espera-se que os alunos sintam vontade de aprender e curiosidade pelas próximas atividades.

## **ATIVIDADE 6**

*Nome da atividade:* **Geometria Espacial: Geometria e Química**

*Tempo da atividade:* **2 horas-aula**

### *Objetivo desta atividade*

1. O objetivo desta atividade é que os alunos reconheçam a presença da matemática na Química.
2. Que os alunos pesquisem e construam alguns modelos matemáticos cujas formas são sólidos geométricos conhecidos.
3. Que os alunos possam realizar experiências e identificar a presença dos sólidos.

### *Materiais necessários*

1. Pesquisa prévia sobre os modelos moleculares da substância escolhida.
2. Varetas e bolas de isopor.
3. Régua, lápis, caderno e borracha.
4. Água, sal de cozinha, barbante e fogão para ferver a água com sal.

### *Desenvolvimento da aula*

Esta atividade deverá ser planejada com o professor de Química na semana do planejamento anual, que ocorre no início do ano letivo.

Os alunos deverão ser divididos em equipes de quatro pessoas.

O professor de química deverá pedir aos alunos que pesquisem os modelos moleculares das substâncias  $\text{SO}_3$ ,  $\text{NH}_3$ ,  $\text{CH}_4$  e  $\text{SF}_3$ , de forma que cada equipe pesquise um modelo.

Depois de realizada a pesquisa, os alunos deverão confeccionar esses modelos na aula de química, usando varetas e bolas de isopor. O professor

fará os comentários necessários relacionados com seu conteúdo. Os alunos deverão levar os modelos para a aula de matemática, onde identificarão o sólido representado por eles e efetuarão cálculos dos raios atômicos.

Numa aula seguinte, os alunos deverão ser levados ao laboratório e farão o seguinte experimento: ferver um copo de água com quatro colheres de sal de cozinha e depois colocar dentro da panela um pedaço de barbante. Deixar ferver um pouco e depois deixar esfriar. Depois de algum tempo, serão notados cristais de sal grudados no barbante. Os cristais terão forma de cubo e diversos tamanhos. Quando quebrar um cristal, ele se partirá em diversos cubos.

O experimento poderá ser planejado de forma que os professores de matemática e química possam estar presentes. Se isso não for possível, poderá ser realizado por um deles, sendo discutido também na aula do outro. Os alunos poderão repetir o experimento em casa.

### *Expectativa*

1. Espera-se que os alunos relacionem de forma prática a Química com a Geometria Espacial.
2. Espera-se que os alunos saiam desta atividade reconhecendo a importância dos conteúdos aprendidos e a presença dos mesmos em sua vida.
3. Espera-se que os alunos sintam-se motivados para realizarem pesquisas, fazerem experimentos e tirem conclusões.
4. Espera-se que os alunos sintam-se mais próximo da matemática e tenham adquirido mais vontade de aprender.

## **ATIVIDADE 7**

*Nome da atividade:* **Geometria Espacial: Cilindro, cone e esfera**

*Tempo da atividade:* **2 horas-aula**

### *Objetivo desta atividade*

1. Que os alunos reconheçam cilindros, cones e esferas.
2. Que os alunos identifiquem objetos que representem cilindros, cones e esferas.
3. Que os alunos estejam aptos a determinar áreas e volumes de cilindros, cones e esfera.
4. Que os alunos reconheçam a utilidade desses sólidos e a importância de calcular medida em diversas situações.
5. Que os alunos sejam capazes de resolver problemas envolvendo esses sólidos.
6. Que os alunos sejam capazes de resolver problemas envolvendo fuso esférico e cunha esférica.

### *Materiais necessários*

1. TV pendrive
2. Caderno, livro de matemática, lápis e caneta.
3. Objetos em forma de cilindro, cone e esfera.
4. Globo terrestre e mapas.

## *Desenvolvimento da aula*

O professor deverá apresentar aos alunos o cilindro, o cone e a esfera, através de material para apresentação na TV pendrive (material anexado no final desta produção). Os alunos deverão participar da aula, fazer comentários e esclarecer dúvidas, fazendo anotações necessárias.

O professor deverá definir cada um desses sólidos, apresentando também as formas de determinar áreas e volumes. Os alunos deverão levar objetos em forma de cilindros, cones e esferas, que sejam comuns na vivência deles, para serem trabalhados em sala de aula.

Com a orientação do professor, deverão medir e determinar áreas e volumes desses objetos.

O professor deverá apresentar problemas que tenham aplicações na vida do aluno e que envolvam esses sólidos.

Depois do estudo da esfera, o professor de matemática deverá ter planejado previamente com o professor de Geografia, para que seja dada aos alunos uma aula sobre paralelos e meridianos.

Seguindo essa aula, o professor de matemática falará com eles sobre localização na superfície terrestre. Se possível, os professores das duas disciplinas poderão fazer a aula em conjunto.

Para concluir esse projeto, os alunos deverão ser divididos em equipes e o professor pedirá que pesquisem sobre o GPS (Sistema de Posicionamento Global). Os alunos deverão apresentar o resultado de sua pesquisa para toda a turma em forma de seminário.

O professor deverá fazer o fechamento das atividades com discussões gerais, conclusão, apresentação de produções dos alunos, como cartazes, fotos, construções e apresentações orais a outras turmas.

1. Espera-se que os alunos participem ativamente das aulas, com entusiasmo e dedicação.
2. Espera-se que os alunos aprendam o conteúdo apresentado e possam trabalhar com ele sem grandes dificuldades.
3. Espera-se que os alunos tomem gosto pela matemática e a vejam como parte importante de nosso cotidiano.
4. Espera-se que os alunos aprendam observar, analisar, concluir e pesquisar.
5. Espera-se que os alunos tornem-se mais motivados e interessados em adquirir novos conhecimentos matemáticos, como também de outras áreas.

## 6. REFERÊNCIAS

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. 1ª edição. São Paulo: Ática, 2008.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO – SEED. **Diretrizes Curriculares da rede Pública de Educação Básica do Estado do Paraná**. Curitiba, 2008.

YOUSSEF, Antônio Nicolau; FERNANDEZ, Vicente Paz; SOARES, Elizabeth. **Assessoria Pedagógica**. 1ª edição. São Paulo: Scipione, 2001.

SITES:

[www.tvcultura.com.br/artematematica](http://www.tvcultura.com.br/artematematica)

[www.mat.uel.br/matessencial](http://www.mat.uel.br/matessencial)

[www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)

[www.britannica.com](http://www.britannica.com)

[www.learner.org/interactives/geometry/index.html](http://www.learner.org/interactives/geometry/index.html)

<http://math.rice.edu/~pcmi/sphere/>

[www.nasa.gov/audience/foreducators/topnav/materials/listbytype/](http://www.nasa.gov/audience/foreducators/topnav/materials/listbytype/)

# ATIVIDADE 2

## GEOMETRIA ESPACIAL PONTO, RETA E PLANO

JULIANA SCALASSARA CAMPOS  
PDE - 2008

### Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

#### Assuntos abordados

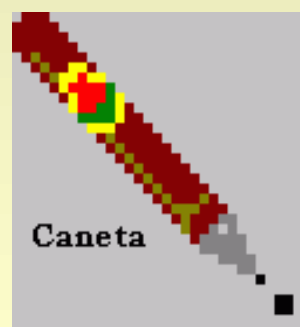
- Ponto, reta e plano
- Postulados da reta
- Postulados do plano
- Formas de gerar um plano
- Posições relativas entre retas
- Posições relativas entre reta e plano
- Posições relativas entre planos



## Ponto, reta e plano

- Entes primitivos.
- Aceitos sem definição.
- Pode-se exemplificar.

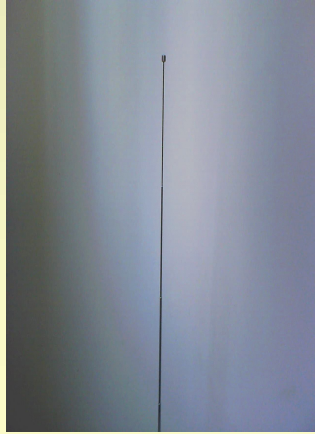
## Ponto



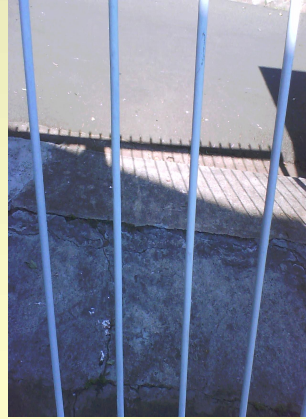
Disponível em: <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/geometria/geo-basico.htm>

## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Reta



Antena de telefone sem fio



Grades de um portão

**Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE - 2008**

5

## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Plano



tapete

**Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE - 2008**

6

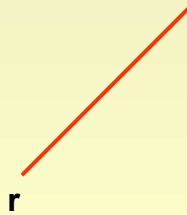
## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Noções primitivas

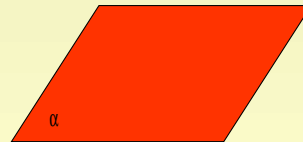
Ponto

• **A**

Reta



Plano



## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

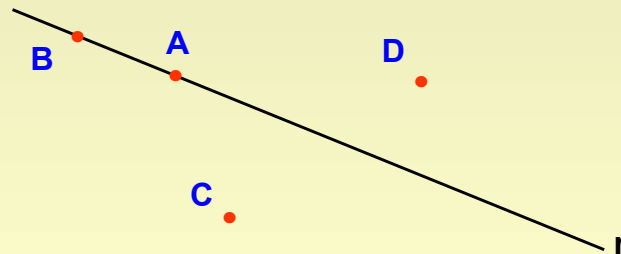
### Definições

- Postulado (ou axioma): fato matemático aceito sem definição. *Axioma* em grego significa digno de *confiança*.
- Teorema: fato matemático verdadeiro que pode ser demonstrado a partir de outros teorema ou de axiomas. *Teorema* em grego significa *penso*.

## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### POSTULADOS DA RETA I

- Numa reta, bem como fora dela, existem infinitos pontos.



- Os pontos A e B pertencem à reta r.
- Os pontos C e D não pertencem à reta r.

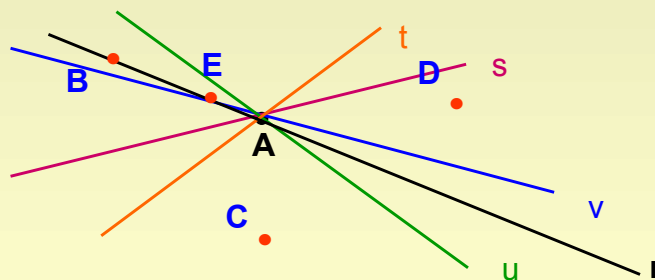
Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE - 2008

9

## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Postulados da reta II

- Por um ponto passam infinitas retas.



- O ponto A pertence às retas r, s, t, u, v.

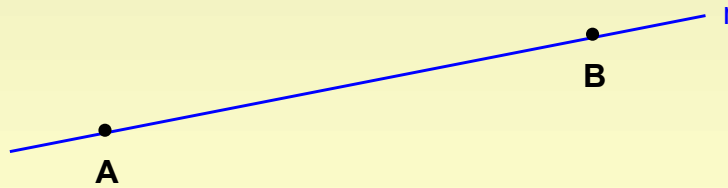
Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE - 2008

10

## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Postulados da reta III

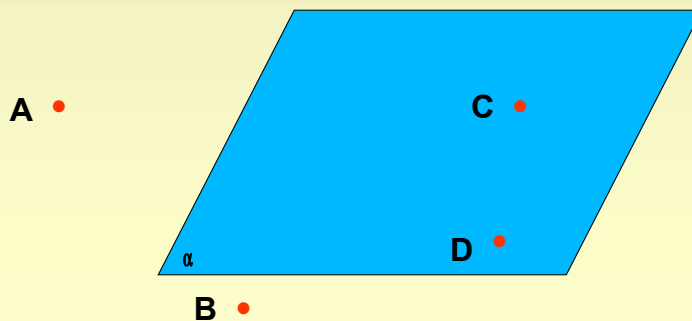
- Dois pontos distintos determinam uma única reta que os contém.



## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Postulados do plano I

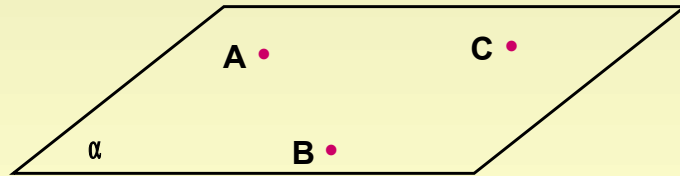
- Num plano, bem como fora dele, existem infinitos pontos.
- Os pontos A e B não pertencem ao plano.
- Os pontos C e D pertencem ao plano.



## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Postulados do plano II

- Pontos pertencentes a um mesmo plano são coplanares.

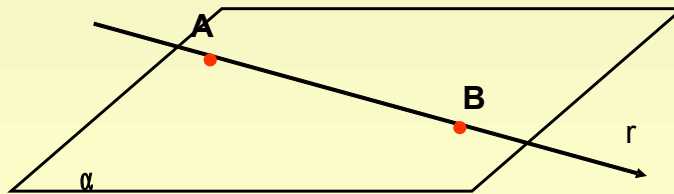


- Os pontos A, B e C são coplanares.

## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Postulados do plano III

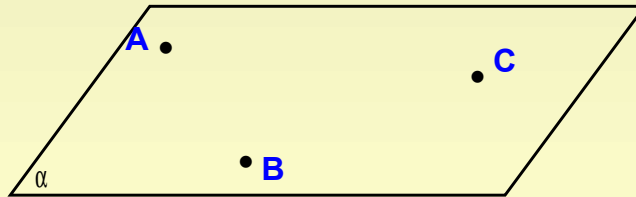
- Toda reta que tem dois pontos contidos num plano, fica inteiramente contida neste plano.
- Lembre-se: o plano é infinito.



## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Postulados do plano IV

- Três pontos não colineares (não situados na mesma reta) determinam um plano.



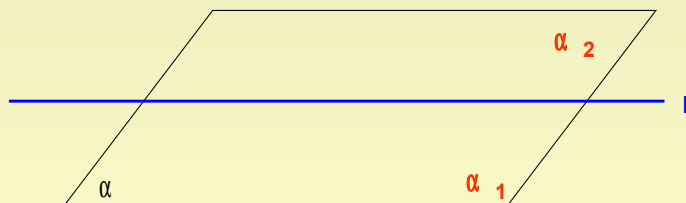
Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE - 2008

15

## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Postulados da reta V

- Uma reta de um plano, divide-o em duas regiões chamadas *semiplano*.



- Os semiplanos  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são chamados opostos.
- A reta  $r$  é considerada origem dos semiplanos.

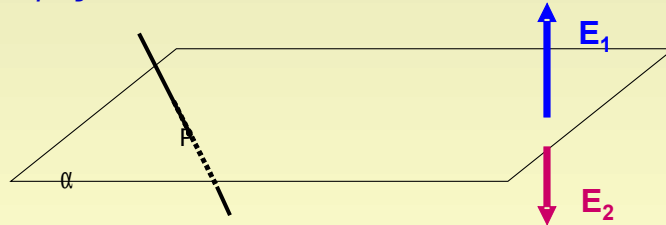
Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE - 2008

16

## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Postulados do plano VI

- Um plano divide o espaço em duas regiões denominadas *semi-espaços*.



- O plano é considerado a origem dos semi-espaços.
- Uma reta que passa de uma dessas regiões à outra, necessariamente intercepta o plano.

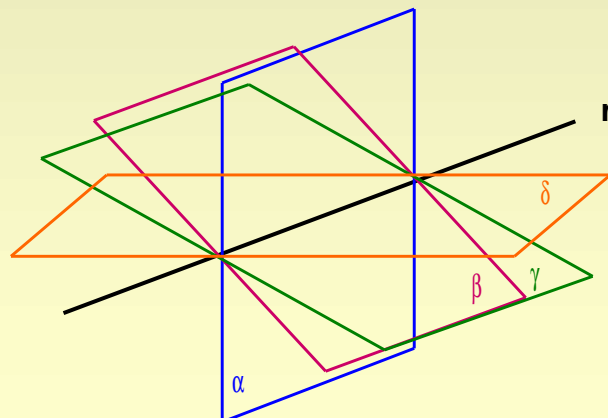
Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE - 2008

17

## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Postulados do plano VII

- Por uma reta passam infinitos planos.



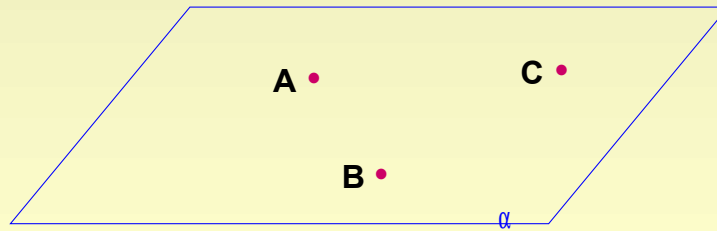
Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE - 2008

18



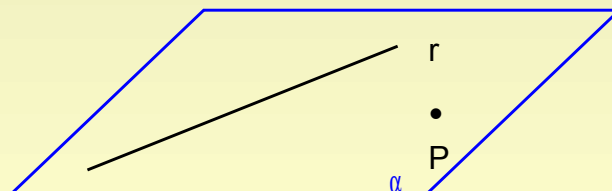
## FORMAS DE GERAR UM PLANO I

- Três pontos não colineares determinam um plano.



## Formas de gerar um plano II

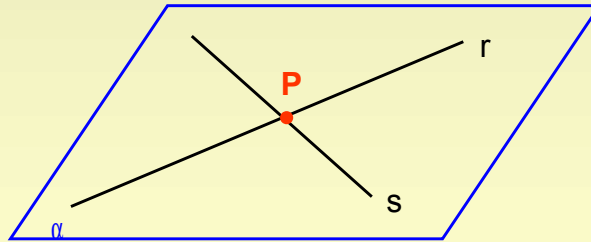
- Uma reta e um ponto fora dela geram um plano.



- Nota 1: Existem infinitos planos contendo reta r.
- Nota 2: Apenas um plano conterá a reta r e o ponto P.

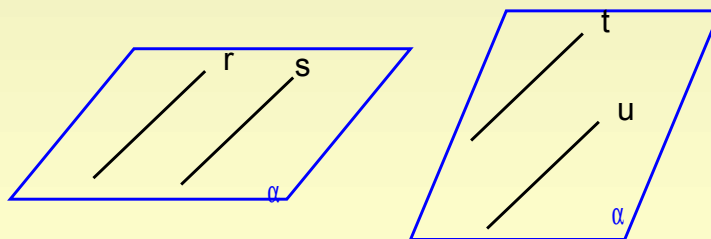
## Formas de gerar um plano III

- Duas retas concorrentes determinam um plano.



## Formas de gerar um plano IV

- Duas retas paralelas determinam um plano.



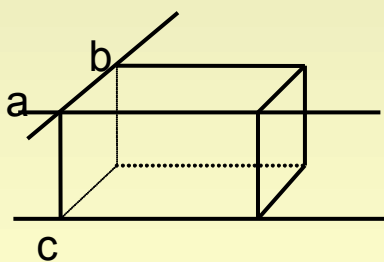
## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Posições relativas entre retas I

- *Reversas*: Não existe um plano que as contém.
- *Coplanares*: Existe um plano que as contém.

## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

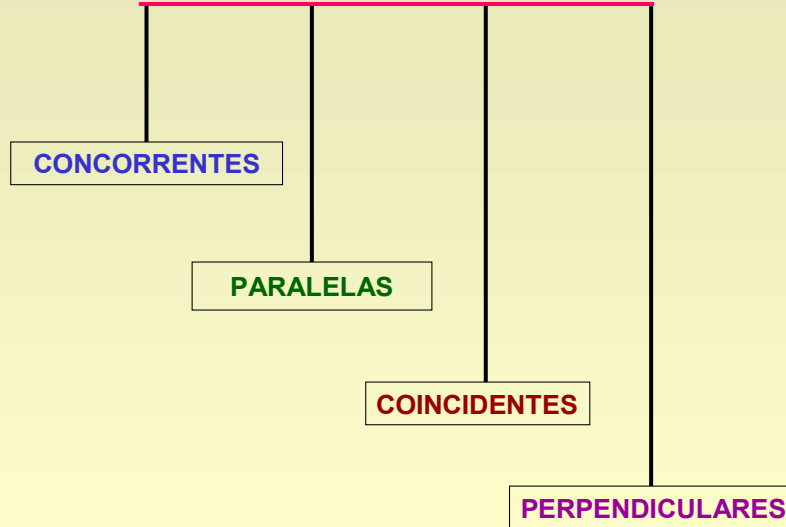
### Posições relativas entre retas II



- As retas a e b são coplanares.
- As retas a e c são coplanares.
- As retas b e c são reversas.

## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### RETAS COPLANARES



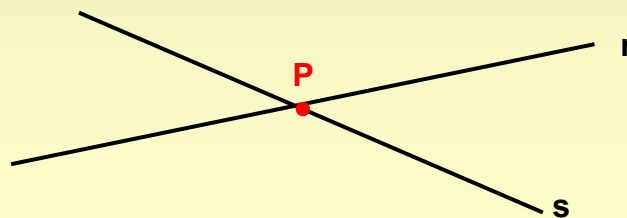
Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE - 2008

25

## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Retas concorrentes

- Retas coplanares.
- Possuem um único ponto (P) em comum.

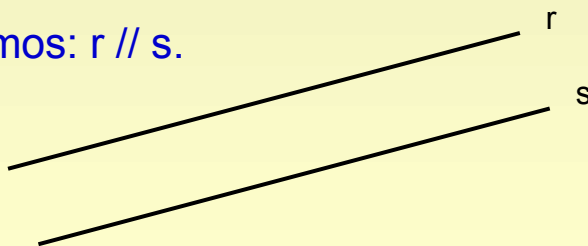


Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE - 2008

26

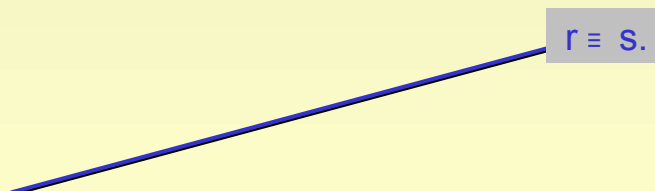
## Retas paralelas

- Retas coplanares.
- Não têm ponto em comum.
- Indicamos:  $r // s$ .



## Retas coincidentes

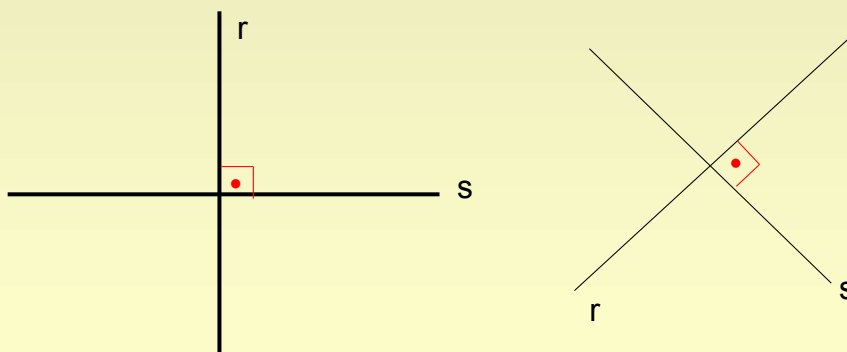
- Retas coplanares.
- Possuem todos os pontos em comum.
- Indicamos:  $r \equiv s$ .



## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Retas perpendiculares

- Retas concorrentes que formam entre si um ângulo de  $90^\circ$ . Indica-se  $r \perp s$ .



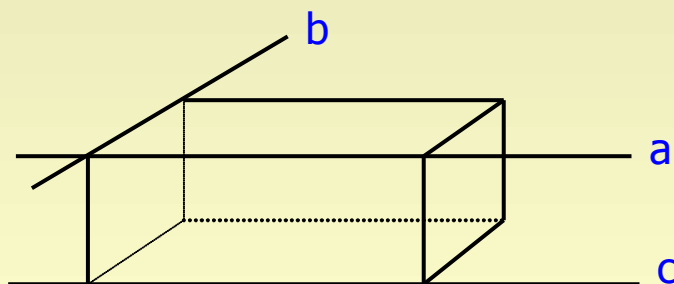
Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE - 2008

29

## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Retas reversas

- São retas que não pertencem ao mesmo plano.



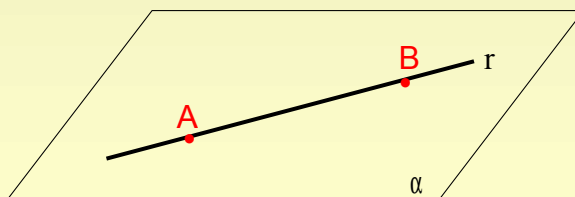
- As retas b e c são reversas.

Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE - 2008

30

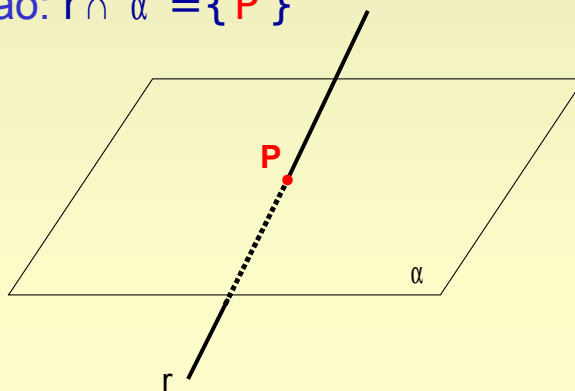
## Posições relativas entre reta e plano

- Reta contida no plano: Quando a reta  $r$  e o plano  $\alpha$  possuem mais que um ponto em comum. Notação:  $r \subset \alpha$



## Reta concorrente ao plano

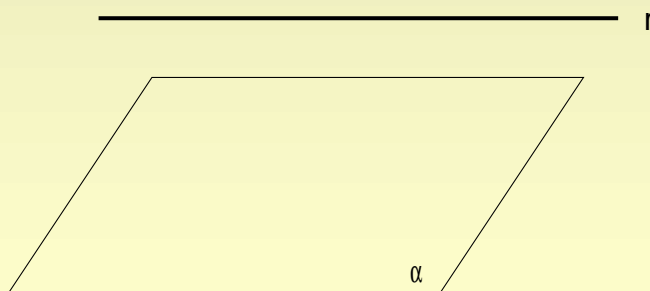
- A reta  $r$  e o plano  $\alpha$  têm um *único* ponto em comum.
- Notação:  $r \cap \alpha = \{ P \}$



## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Reta paralela ao plano

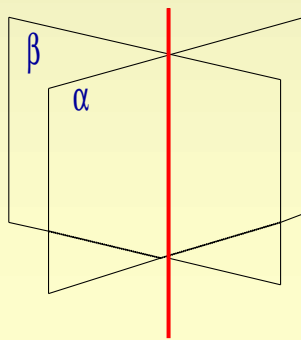
- A reta e o plano não têm ponto em comum.
- Notação:  $r // \alpha$ .



## Geometria Espacial – Ponto, reta e plano

### Posições relativas entre planos

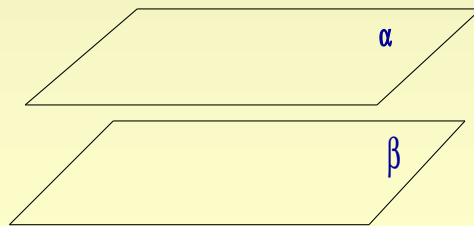
- Planos concorrentes
- O plano  $\alpha$  e o plano  $\beta$  têm uma única reta  $r$  comum.





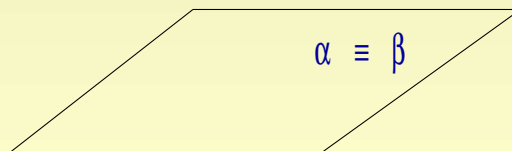
## Planos paralelos

- O plano  $\alpha$  e o plano  $\beta$  não têm ponto em comum.
- Notação:  $\alpha // \beta$



## Planos coincidentes

- O plano  $\alpha$  e o plano  $\beta$  têm mais de uma reta em comum.



## **Geometria Espacial – Ponto, reta e plano**

### **Sobre esse trabalho**

- Trabalho produzido em PowerPoint
- Versão 1, concluída em dezembro de 2008.
- Autor: Juliana Scalassara Campos
- Orientador: Ulysses Sodré
- IES: Universidade Estadual de Londrina
- PDE 2008 – SEED - Paraná

# ATIVIDADE 4

GEOMETRIA ESPACIAL

POLIEDROS;PRISMAS

JULIANA SCALASSARA CAMPOS

PDE - 2008

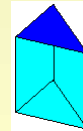
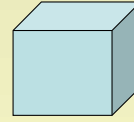
GEOMETRIA ESPACIAL – POLIEDROS; PRISMAS

## Assuntos abordados

- Poliedros
- Poliedros regulares
- Prismas
- Áreas de prismas
- Volume de prismas

## Poliedros

- Poliedros: figuras espaciais formadas pela reunião de um número finito de regiões poligonais planas chamadas *faces*.
- As intersecções das faces são as *arestas*.
- As intersecções das arestas são os *vértices*.



<http://www.mat.uel.br/matessencial/>

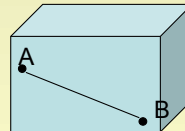
## Poliedro



Caixa em forma de prisma com base hexagonal

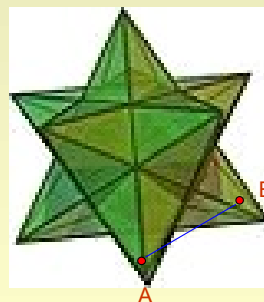
## Poliedro convexo

- Um poliedro é convexo se o segmento que liga dois de seus pontos está inteiramente contido nele.



## Poliedro não convexo

- O poliedro ao lado não é convexo, pois o segmento AB tem as extremidades pertencentes a ele, mas uma parte fora dele.



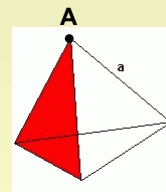
<http://pt.wikipedia.org/wiki/Poliedro>

## Poliedros regulares

- Um poliedro convexo é regular quando todas as faces são regiões poligonais regulares e congruentes e o mesmo número de arestas se encontram em cada vértice.

## Tetraedro

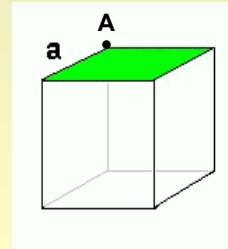
- Quatro (tetra) faces (edros);  $F=4$ .
- As faces são triângulos equiláteros congruentes.
- O segmento  $a$  é aresta.
- Seis arestas congruentes;  $A=6$ .
- O ponto  $A$  é vértice.
- Quatro vértices;  $V=4$ .
- $F+V=A+2$



<http://www.mat.uel.br/matessencial/>

## Hexaedro

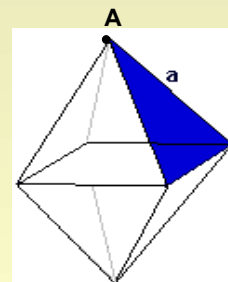
- Seis (hexa) faces (edros);  $F=6$ .
- As faces quadradas congruentes.
- O segmento **a** é aresta.
- Doze arestas congruentes;  $A=12$ .
- O ponto **A** é vértice.
- Oito vértices;  $V=8$ .
- $F+V=A+2$



<http://www.mat.uel.br/matessencial/>

## Octaedro

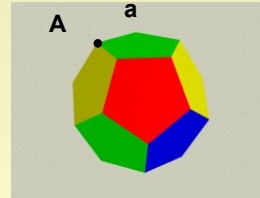
- Oito (octa) faces (edros);  $F=8$ .
- As faces são triângulos equiláteros congruentes.
- O segmento **a** é aresta.
- Doze arestas congruentes;  $A=12$ .
- O ponto **A** é vértice.
- Seis vértices;  $V=6$ .
- $F+V=A+2$



<http://www.mat.uel.br/matessencial/>

## Dodecaedro

- Doze (dodeca) faces (edros);  
 $F=12$ .
- Faces são pentágonos regulares congruentes.
- O segmento  $a$  é aresta.
- Trinta arestas congruentes;  $A=30$
- O ponto  $A$  é vértice.
- Vinte vértices;  $V=20$ .

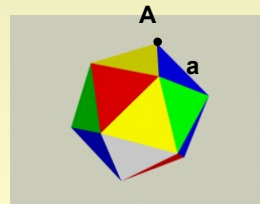


- [www.mat.uc.pt/~picado/imagens/platonic.gif](http://www.mat.uc.pt/~picado/imagens/platonic.gif)

11

## Icosaedro

- Vinte (icosa) faces (edros);  
 $F=20$ .
- As faces são triângulos equiláteros congruentes.
- O segmento  $a$  é aresta.
- Trinta arestas congruentes;  
 $A=30$ .
- O ponto  $A$  é vértice.
- Doze vértices;  $V=12$ .



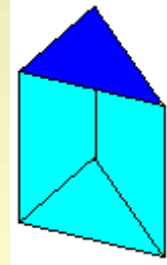
- [www.mat.uc.pt/~picado/imagens/platonic.gif](http://www.mat.uc.pt/~picado/imagens/platonic.gif)

12



## Prismas

- Sólido geométrico delimitado por faces planas.
- Bases em planos paralelos.
- As bases são polígonos que dão nome aos prismas.
- As bases são triângulos
- A figura é um prisma triangular.
- As faces laterais são paralelogramos.

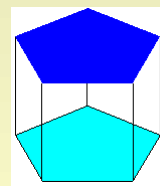


<http://www.mat.uel.br/matessencial/>

13

## Prismas Retos

- No prisma reto, as arestas laterais são perpendiculares às bases.
- As faces laterais são retângulos.

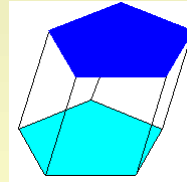


<http://www.mat.uel.br/matessencial/>

14

## Prismas Oblíquos

- No prisma é oblíquo as aresta laterais não são perpendiculares às bases.



<http://www.mat.uel.br/matessencial/>

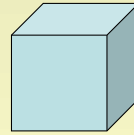
## Paralelepípedo retângulo

- Se o prisma tem a base em forma de paralelogramo é chamado de paralelepípedo retângulo.

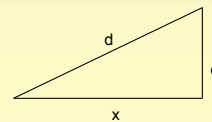
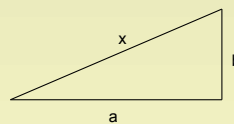
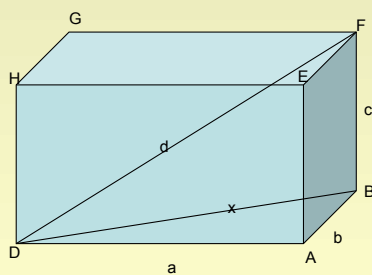


## Cubo

- O cubo é um caso particular de paralelepípedo retângulo.
- Tem as faces quadradas e congruentes.
- É um prisma regular.



## Diagonal do paralelepípedo I



## Diagonal do paralelepípedo II

Como o triângulo ABD é retângulo em A, pelo teorema de Pitágoras temos:

$$x^2 = a^2 + b^2$$

Como o triângulo BDF é retângulo em B, pelo teorema de Pitágoras temos:

$$d^2 = x^2 + c^2$$

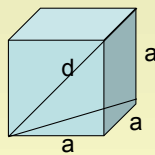
Substituindo a primeira equação na segunda teremos:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

19

## Diagonal do paralelepípedo III



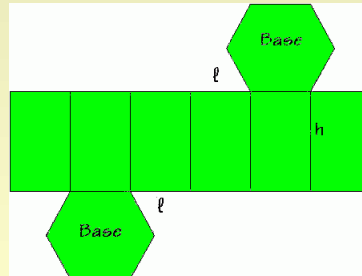
No cubo, como ele é um caso particular do paralelepípedo retângulo, temos:

$$d = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$$

20

## Área de prisma

- Superfície lateral: composta por faces laterais, que são paralelogramos.
- Área lateral: área da superfície lateral.
- Superfície total: composta por superfície lateral e bases.
- Área total: soma das áreas das bases com a área lateral.

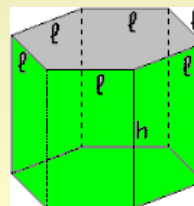


<http://www.mat.uel.br/matessencial/>

21

## Volume de prisma

- O volume de um prisma é obtido pelo produto da área da base pela altura do mesmo.
- A base é um polígono.
- A altura: distância entre as duas bases.



<http://www.mat.uel.br/matessencial/>

22

## Sobre esse trabalho

- Trabalho produzido em PowerPoint
- Versão 1.
- Conclusão: dezembro de 2008.
- Autor: Juliana Scalassara Campos
- Orientador: Ulysses Sodré
- IES: Universidade Estadual de Londrina
- PDE 2008 – SEED - Paraná

# ATIVIDADE 5

## GEOMETRIA ESPACIAL PIRÂMIDES

JULIANA SCALASSARA CAMPOS  
PDE - 2008

### Geometria Espacial - Pirâmides

#### Assuntos abordados

- As pirâmides do Egito.
- Conceito de pirâmide.
- Classificação das pirâmides.
- Pirâmide regular reta.
- Caso particular: Tetraedro regular.
- Área da superfície de uma pirâmide.
- Volume de uma pirâmide.

## Geometria Espacial - Pirâmides

### As pirâmides do Egito

- As **pirâmides** são estruturas monumentais construídas em pedra.
- Acredita-se que as pirâmides do Egito antigo eram edifícios funerários.
- Foram construídas há cerca de 2.700 anos a.C.
- O período das pirâmides por excelência, começou com a III dinastia e terminou na VI dinastia (2686-2345 a.C.).



[http://pt.wikipedia.org/wiki/Pir%C3%A2mides\\_do\\_Egito](http://pt.wikipedia.org/wiki/Pir%C3%A2mides_do_Egito)

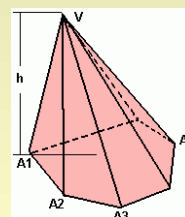
Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE 2008

3

## Geometria Espacial - Pirâmides

### Conceito de pirâmide

- Seja um polígono contido em um plano e um ponto  $V$  fora desse plano.
- Ligue cada vértice com o ponto  $V$ .
- Os triângulos formados com o polígono, formam um poliedro chamado *pirâmide*.
- O polígono é a base.
- O ponto  $V$  é o vértice.
- Os triângulos são as faces laterais.



<http://www.mat.uel.br/matessencial/geometria/piramide>

Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE 2008

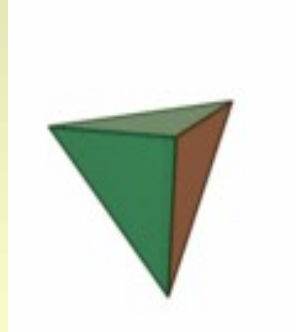
4



## Geometria Espacial - Pirâmides

### Pirâmide triangular

- Tetraedro.
- A base é um triângulo.
- Três faces laterais.
- Total: 4 faces;  $F=4$ .
- Quatro vértices;  $V=4$ .
- Seis arestas;  $A=6$ .
- $F+V=A+2$ .

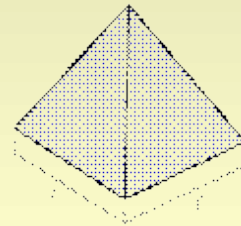


<http://pt.wikipedia.org/wiki/Tetraedro>

## Geometria Espacial - Pirâmides

### Pirâmide quadrangular

- A base é um quadrado.
- Quatro faces laterais.
- Total: 5 faces;  $F=5$ .
- Cinco vértices;  $V=5$ .
- Oito arestas;  $A=8$ .
- $F+V=A+2$ .

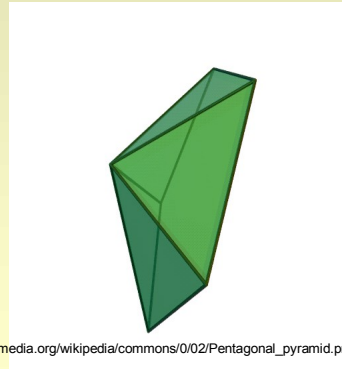


<http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Rpyramid.svg>

## Geometria Espacial - Pirâmides

### Pirâmide pentagonal

- A base é um pentágono.
- Cinco faces laterais.
- Total: 6 faces;  $F=6$ .
- Seis vértices;  $V=6$ .
- Dez arestas;  $A=10$ .
- $F+V=A+2$ .



[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/02/Pentagonal\\_pyramid.png](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/02/Pentagonal_pyramid.png)

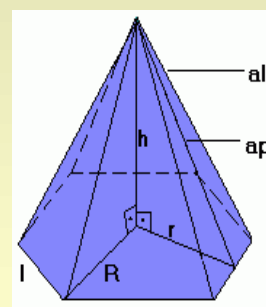
Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE 2008

7

## Geometria Espacial - Pirâmides

### Pirâmide hexagonal

- A base é um triângulo.
- Seis faces laterais.
- Total: 7 faces;  $F=7$ .
- Sete vértices;  $V=7$ .
- Doze arestas;  $A=12$ .
- $F+V=A+2$ .



<http://www.mat.uel.br/matessencial/geometria/piramide/piramide.htm>

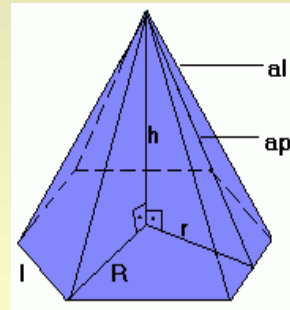
Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE 2008

8

## Geometria Espacial - Pirâmides

### Pirâmide regular reta

- A base é um polígono regular.
- A projeção ortogonal do vértice da pirâmide sobre o plano da base coincide com o centro da base.
- As faces laterais são triângulos isósceles congruentes.



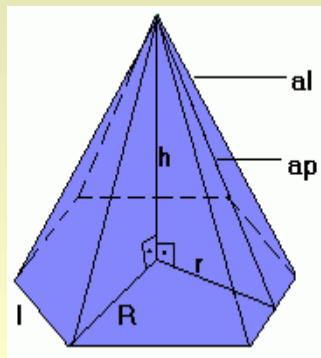
<http://www.mat.uel.br/matessencial/geometria/piramide/piramide.htm>

Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE 2008

9

## Geometria Espacial - Pirâmides

### Elementos da pirâmide



- **R**: raio do círculo circunscrito na base.
- **r**: raio do círculo inscrito na base.
- **l**: aresta da base.
- **Ap**: apótema de uma face lateral.
- **h**: altura da pirâmide.
- **al**: aresta lateral.

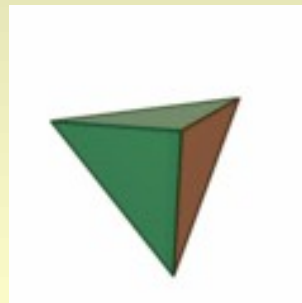
Juliana Scalassara Campos – UEL – PDE 2008

10

## Geometria Espacial - Pirâmides

### Caso particular: tetraedro regular

- O tetraedro regular é uma pirâmide particular .
- Formada por quatro triângulos congruentes e equiláteros.
- Qualquer uma das faces pode ser considerada base.

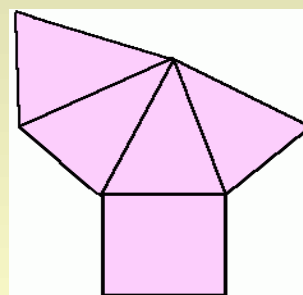


<http://pt.wikipedia.org/wiki/Imagem:120px-Tetrahedron-slowturn.gif>

## Geometria Espacial - Pirâmides

### Área de pirâmide

- Superfície lateral: composta por faces laterais que são triângulos.
- Área lateral: soma das áreas das faces laterais, dos triângulos.
- Superfície total: composta pelas faces laterais e pela base.
- Área total: área lateral somada com a área da base.



Planificação de uma pirâmide quadrada.  
Área total da pirâmide.

<http://www.mat.uel.br/matessencial/geometria/piramide/piramide.htm>

## Geometria Espacial - Pirâmides

### Volume da pirâmide

- O volume de uma pirâmide é um terço do produto da área da base pela altura.

$$V = \frac{1}{3} Ab \times h$$

## Geometria Espacial - Pirâmides

### Sobre esse trabalho

- Trabalho produzido em PowerPoint
- Versão 1.
- Conclusão: dezembro de 2008.
- Autor: Juliana Scalassara Campos
- Orientador: Ulysses Sodré
- IES: Universidade Estadual de Londrina
- PDE 2008 – SEED - Paraná

# ATIVIDADE 7

## GEOMETRIA ESPACIAL CILINDRO, CONE E ESFERA

JULIANA SCALASSARA CAMPOS  
PDE - 2008

### Geometria Espacial – Cilindro, Cone e esfera

#### Assuntos abordados

- Cilindro
- Cilindro reto
- Cilindro oblíquo
- Cilindro equilátero
- Área da superfície de um cilindro
- Volume de um cilindro
- Cone
- Cone reto
- Cone equilátero
- Cone oblíquo
- Área da superfície de um cone
- Volume de cone
- Esfera
- Esfera e disco esférico
- Superfície de esfera
- Volume da esfera

## Geometria Espacial – Cilindro, Cone e esfera

### Cilindro

- O cilindro é encontrado em objetos que estão presentes nas cozinhas, nas construções, nos materiais escolares, e outros.



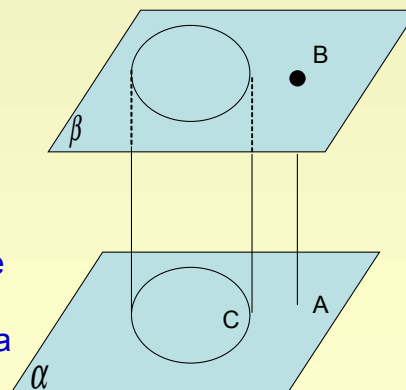
JULIANA SCALASSARA CAMPOS – UEL – PDE 2008

3

## Geometria Espacial – Cilindro, Cone e esfera

### Conceito de cilindro

- Sejam os planos  $\alpha$  e  $\beta$ , distintos e paralelos.
- Um segmento  $AB$  com  $A$  pertencente a  $\alpha$  e  $B$  pertencente a  $\beta$ .
- Um círculo  $C$  contido em  $\alpha$ .
- **Cilindro:** reunião de todos os segmentos de reta, paralelos e congruentes ao segmento  $AB$ , que unem um ponto círculo  $C$  a um ponto de  $\beta$ .

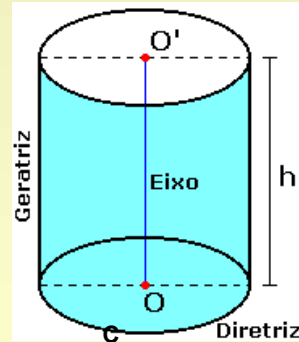


JULIANA SCALASSARA CAMPOS – UEL – PDE 2008

4

## Elementos do cilindro I

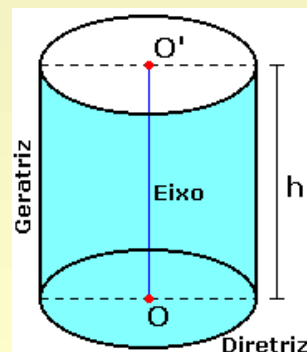
- *Base*: círculo  $C$ .
- O cilindro tem duas bases.
- *Eixo*: segmento de reta que liga os centros das bases do cilindro.
- *Altura*: distância entre as duas bases do cilindro.
- *Superfície lateral*: conjunto de todos os pontos do espaço, que não estejam nas bases, obtidos pelo deslocamento paralelo da geratriz sempre apoiada sobre a curva diretriz.



<http://www.mat.uel.br/matessencial/geometria/cilindro>

## Elementos do cilindro II

- *Superfície total*: reunião de todos os pontos das bases e todos os pontos da superfície lateral.
- *Área lateral*: medida da superfície lateral.
- *Área total*: medida da superfície total.
- *Seção meridiana*: interseção entre um plano vertical que passa pelo centro do cilindro e o cilindro.



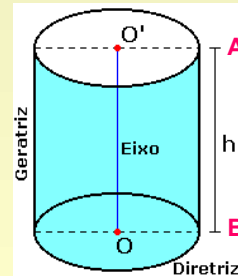
<http://www.mat.uel.br/matessencial/geometria/cilindro>



## Geometria Espacial – Cilindro, Cone e esfera

### Cilindro reto

- Segmento AB perpendicular ao plano que contém o círculo C.



<http://www.mat.uel.br/matessencial/geometria/cilindro/cilindro.htm>

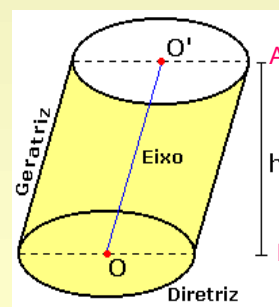
JULIANA SCALASSARA CAMPOS – UEL – PDE 2008

7

## Geometria Espacial – Cilindro, Cone e esfera

### Cilindro oblíquo

- Segmento AB não perpendicular ao plano que contém o círculo C.



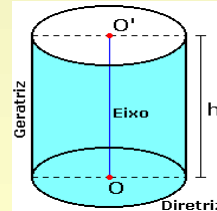
<http://www.mat.uel.br/matessencial/geometria/cilindro/cilindro.htm>

JULIANA SCALASSARA CAMPOS – UEL – PDE 2008

8

## Cilindro equilátero

- Seção meridiana é um quadrado.
- A altura do cilindro é congruente ao diâmetro do círculo da base.



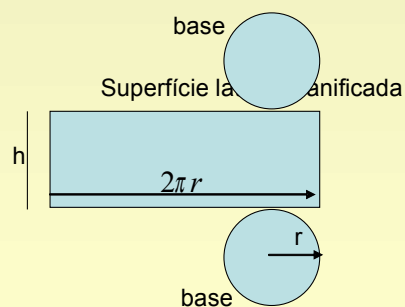
<http://www.mat.uel.br/matessencial/geometria/cilindro/cilindro.htm>

## Área de cilindro

- Área lateral:  $A_l = (2\pi r)h$

- Área da base:  $A_b = \pi r^2$

- Área total:  
 $A_t = A_l + A_b = \pi r(g + r)$



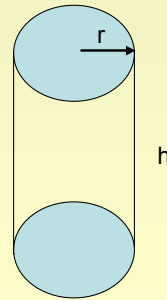
## Volume do cilindro

- Produto da área da base pela altura do cilindro.

$$V = A_b \times H$$

- Sendo assim:

$$V = \pi r^2 h$$



## Cone

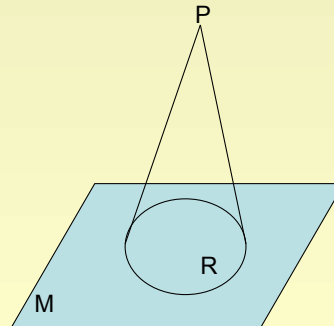
- Objetos que lembram cone são comuns no nosso cotidiano. Como casquinha de sorvete, chapéu de aniversário, ponta de um lápise outros.



## Geometria Espacial – Cilindro, Cone e esfera

### Conceito de cone

- Seja um plano  $M$ .
- Um círculo  $R$  no plano.
- Um ponto  $P$  não pertencente ao plano.
- A reunião de todos os segmentos que ligam cada ponto de  $R$  ao ponto  $P$  é chamado **cone**.



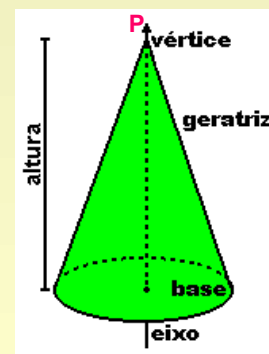
JULIANA SCALASSARA CAMPOS – UEL – PDE 2008

13

## Geometria Espacial – Cilindro, Cone e esfera

### Elementos do cone I

- **Vértice:** ponto  $P$ , onde concorrem todos os segmentos de reta.
- **Base:** círculo de onde saem todos os segmentos de reta.
- **Eixo:** segmento de reta que liga o centro do círculo da base ao vértice do cone.
- **Geratriz:** qualquer reta que liga o vértice do cone a um ponto da circunferência da base.
- **Altura:** distância do vértice do cone ao plano da base.
- **Superfície lateral:** reunião de todos os segmentos de reta que têm uma extremidade no vértice do e outra no círculo da base.



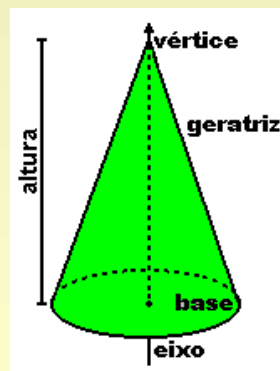
<http://www.mat.uel.br/matessencial/geometria/cone>

JULIANA SCALASSARA CAMPOS – UEL – PDE 2008

14

## Elementos do cone II

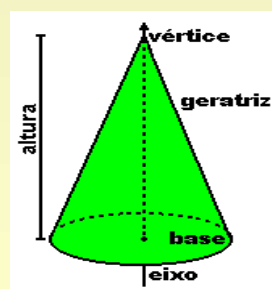
- *Superfície do cone*: é a reunião da superfície lateral com a superfície da base do cone.
- *Área lateral*: é a medida da superfície lateral.
- *Área da base*: é a medida da superfície da base do cone.
- *Área total*: é a área lateral somada à área da base do cone.
- *Seção meridiana*: é o triângulo obtido pela interseção do plano que contém o eixo do cone com o cone.



<http://www.mat.uel.br/matessencial/geometria/cone>

## Cone reto

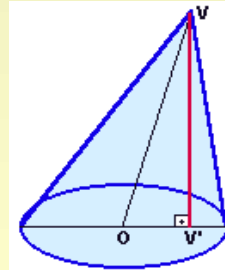
- O eixo do cone é perpendicular ao plano da base.



<http://www.mat.uel.br/matessencial/geometria/cone/cone.htm>

## Cone oblíquo

- O eixo do cone não é perpendicular ao plano da base.



<http://www.mat.uel.br/matessencial/geometria/cone/cone.htm>

## VOLUME DO CONE

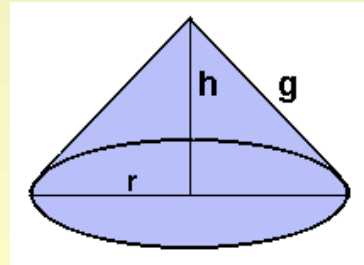
- O volume de um cone é um terço do produto da área da base pela altura.

$$V = \frac{1}{3} Ab \times h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

## Cone equilátero

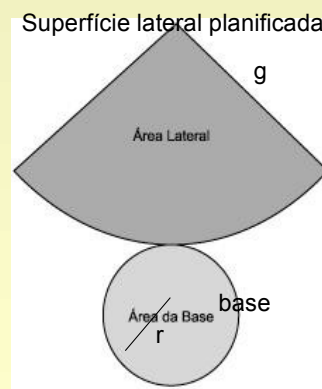
- Cone reto.
- Seção meridiana é um triângulo equilátero.
- Geratriz é congruente ao diâmetro da base.



<http://www.mat.uel.br/matesencial/geometria/cone/cone.htm>

## Área do cone

- Área lateral:  $A_l = \pi r g$
- Área da base:  $A_b = \pi r^2$
- Área total:  
 $A_t = A_l + A_b = \pi r(g + r)$



[www.colegioweb.com.br](http://www.colegioweb.com.br)

## Esfera

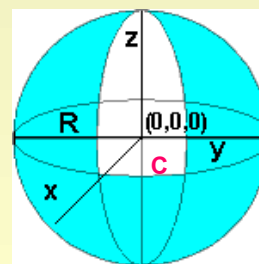
- Objetos que representam uma esfera podem ser facilmente encontrados na vida de todas as pessoas, como bola de futebol, basquete, bola de gude, peças de bijuterias, objetos de decoração e outros. O próprio planeta Terra representa uma esfera.



[geracaobraga2009.blogspot.com](http://geracaobraga2009.blogspot.com)

## Conceito de esfera

- Seja um ponto  $C$ .
- Um número real positivo  $R$ .
- O conjunto de todos os pontos do espaço que estão a uma distância  $R$  do ponto  $C$  é chamado **esfera**.
- A esfera tem centro  $C$  e raio  $R$ .



<http://www.mat.uel.br/matessencial/>



## Esfera e disco esférico

- Apesar de encontrarmos em alguns livros a definição de esfera como um sólido, esse conceito não é correto.
- Considere uma laranja.
- A esfera seria a casca da laranja.
- Considere a reunião da esfera com os pontos de seu interior.
- *Essa reunião é o disco esférico.*
- A esfera é apenas a película fina que envolve o sólido esférico.

Área da esfera:  $A = 4\pi R^2$

Volume da esfera:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

## **GEOMETRIA ESPACIAL – POLIEDROS; PRISMAS**

### **Sobre esse trabalho**

- Trabalho produzido em PowerPoint.
- Versão 1.
- Conclusão: dezembro de 2008.
- Autor: Juliana Scalassara Campos
- Orientador: Ulysses Sodré
- IES: Universidade Estadual de Londrina
- PDE 2008 – SEED - Paraná