Versão On-line ISBN 978-85-8015-039-1
Cadernos PDE

VOLUME I

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2008

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

A TV Multimídia, um Objeto de Aprendizagem para a Educação Matemática, Significados e Discussões[1]

Dolores Follador[2]

Resumo

No presente texto, discutem-se dados coletados na realização de uma atividade de investigação matemática introduzida a partir de uma animação executada na TV Multimídia em que o gráfico de uma função é construído tendo por base um fenômeno físico simples. Essa atividade fez parte da implementação de um projeto inserido no Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná – PDE, edição 2008, e foi vivenciada por três grupos com características diferenciadas: professores de Matemática da Educação Básica, alunas do Magistério e alunos surdos do Ensino Médio. O foco central deste texto é discutir os significados atribuídos pelos três grupos ao enunciado escrito da atividade tendo como suporte teórico o modelo dos campos semânticos de Lins (1999). Paralelamente, analisam-se também as discussões feitas pelos professores participantes do curso, sobre a posição das variáveis no eixo de coordenadas cartesianas e a nomenclatura dada à função na animação. Os resultados da pesquisa apontam para a importância do professor considerar, nas respostas de seus alunos, o significado que eles atribuem aos enunciados de atividades propostas, para fazer intervenções quando necessárias.

Palavras-chave: Educação Matemática. TV Multimídia. Investigações Matemáticas. Significado.

Abstract

In this text it is discussed the data colected in a mathematical investigative activity supported by Multimedia TV in which there was an animation that had a graphic of a function based on a simple physical phenomenon. This activity was part of the implementation project embeded in the Educational Development Program of Parana, 2008 edition, and it was realized in three groups with the following different characteristics: compulsory education teachers of Mathematics, students of teacher graduation course at highschool level and deaf highschool students. The central foccus of this text is to discuss according to the theoretical model of semantic fields of Lins (1999) the meanings these three groups gave to the activity written presentation. Besides this, it is analysed the discussion teachers did about the position of variables in the axle of the Cartesian coordinates and the term used to name function in the animation. The results of this reseach point out

[1] Ficam registrados aqui agradecimentos ao orientador Prof. Dr. Emerson Rolkouski, presença competente e comprometida com o programa PDE e com este projeto, aos colegas da SEED que viabilizaram o empréstimo da TV Multimídia para o curso de atualização, aos funcionários da UFPR que viabilizaram o espaço físico para o curso, a todos os colegas professores que participaram do curso de atualização e às estagiárias do projeto Licenciar Tassiane Aparecida Sauerbier e Inajara da Silva Freitas pelo auxilio durante o curso, aos colegas do PDE da administração central e do NRE de Curitiba pelas orientações e apoio, aos colegas do Portal Dia-a-dia Educação pelo apoio, à equipe Multimeios pelas alterações efetuadas na animação após os resultados da implementação, à Prof.ª Adalnice Passos Lima pela tradução do resumo, à Prof.ª Orly Webber pela correção textual e a todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

[2] Professora da rede pública do Paraná. Mestre em Educação / Linha de pesquisa Educação Matemática pela UFPR.

how important for teachers to consider the meaning students give to activity presentations before making the necessary interventions.

Key-words: Mathematical Education. Multimedia TV. Mathematical investigations. Meaning.

1 Introdução

O presente artigo tem por objetivo tornar público os resultados da implementação do projeto de intervenção “Objetos de Aprendizagem para a TV Multimídia/Pendrive em Educação Matemática”. Esse projeto foi elaborado para o Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE, edição 2008, da Secretaria de Estado da Educação do Paraná – SEED.

Uma das atividades dos participantes dessa edição do PDE foi a produção de um material didático para ser usado em outra ação do programa: a intervenção. O material elaborado por esta pesquisadora foi o caderno pedagógico “Potencialidades Educativas dos Objetos de Aprendizagem para a TV Multimídia Disponibilizados no Portal Dia-a-dia Educação” e a intervenção foi um curso de atualização para professores

Neste texto, enfatizou-se a análise dos dados coletados durante a vivência de uma das atividades do caderno por um grupo de professores participantes do curso de atualização e por dois grupos de alunos do Ensino Médio. Optou-se por unir o referencial teórico à apresentação e discussão desses dados.

2 O Caderno Pedagógico

O caderno elaborado traz uma discussão a respeito do uso pedagógico de objetos de aprendizagem destinados à disciplina de Matemática e que estão disponíveis na página da TV Multimídia do Portal Dia-a-dia Educação.

Nele, a autora situa o leitor sobre as intenções do estudo que deu origem ao caderno; assume uma posição sobre o uso de recursos tecnológicos na escola; discute sobre questões técnicas da TV Multimídia; assume uma definição de objetos de aprendizagem; discute o referencial teórico usado para desenvolver as

atividades; e sugere duas atividades de investigação matemática: uma com o uso de uma animação e outra com uma imagem.

3 O curso de atualização

Inscreveram-se no curso de atualização, de 32 horas, 16 professores[3] de Matemática do PDE edição 2008 e uma professora da escola de lotação da pesquisadora.

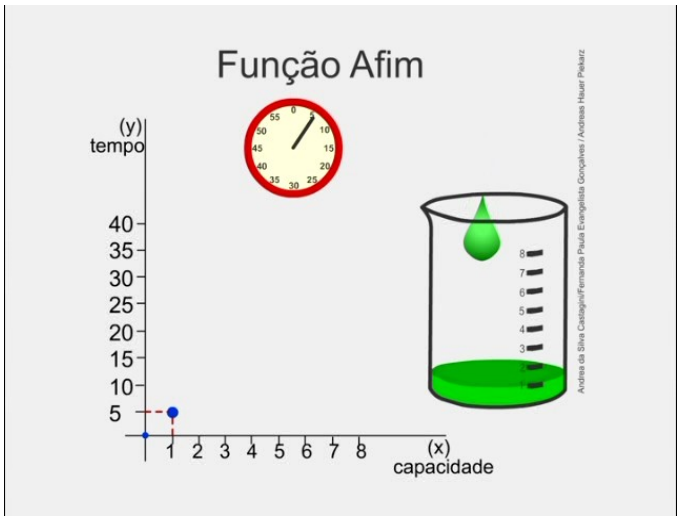
As principais atividades desenvolvidas no curso foram:

- Vivência das atividades de investigação matemática desenvolvidas pela autora e publicadas no caderno pedagógico aqui já mencionado.
- Leitura e discussão do referencial teórico sobre recursos tecnológicos, objetos de aprendizagem e investigações matemáticas usados pela autora na produção do caderno pedagógico.
- Pesquisa a referenciais teóricos sob demanda oriunda da vivência de atividades e das leituras e discussões teóricas.
- Pesquisa de objetos de aprendizagem disponíveis no Portal Dia-a-dia Educação com conteúdos estruturantes de Matemática abordados nas pesquisas que estavam sendo desenvolvidas pelos participantes.
- Vivência prática de elaboração de slides e conversão de vídeos para a TV Multimídia, tendo como conteúdo os objetos de pesquisas que estavam sendo desenvolvidas pelos participantes ou assunto de interesse imediato para sala de aula, no caso da participante da escola.

No primeiro encontro foi proposto aos professores que resolvessem a atividade investigativa 1 do caderno pedagógico. Essa atividade consiste em assistir a uma animação de 50 segundos, executada na TV Multimídia, e responder a quatro questões relativas ao seu conteúdo (ver figura 1).

Figura 1 – Imagem da animação da atividade 1.

[3] Deste pondo em diante, quando for mencionada a palavra “professores”, entenda-se que se trata dos professores que participaram desse curso de atualização.



Fonte: Portal Dia-a-dia Educação

A animação tem o desenho de um recipiente graduado que está enchendo com um líquido que goteja dentro dele, um eixo de coordenadas cartesianas e um relógio analógico com um ponteiro. As unidades de medida são arbitrárias.

Na medida em que a altura do líquido sobe no recipiente e alcança uma unidade de medida de capacidade, o relógio atinge cinco unidades e um ponto é marcado no gráfico. Quando o recipiente atinge 8 unidades de medida de capacidade, e o tempo, 40 unidades, a animação cessa e é traçada uma linha unindo os pontos do gráfico.

Durante as discussões com os professores e por sugestão destes, a autora decidiu que seria importante aplicar a mesma atividade a estudantes do Ensino Médio. A atividade foi então aplicada a alunas do terceiro ano do Magistério e a alunos surdos do Ensino Médio regular, todos alunos de uma das professoras.

Para resolver a atividade, tanto os professores como os estudantes receberam uma régua graduada de 30 cm, lápis e borracha, uma folha de papel quadriculado simples e uma folha com o enunciado da atividade.

4 Enunciado da atividade investigativa 1

O enunciado da atividade investigativa 1 foi elaborado da seguinte forma:

Nessa atividade, espera-se que você perceba de que modo o evento que acontece no vídeo pode ser traduzido em linguagem matemática.

Observe o vídeo e responda:

1. Que relações você percebe entre a altura do líquido no recipiente, o relógio e o gráfico?

2. Encontre outra forma de representar a relação entre o relógio e a altura do líquido no recipiente, como, por exemplo, uma tabela.

3. Como você representaria matematicamente essas relações?

4. Como ficaria a representação gráfica dessas relações caso dobrasse a quantidade de líquido que cai no frasco mantendo-se o mesmo tempo? Use o papel quadriculado para representá-lo.

Por sugestão dos professores, para aplicar a atividade aos estudantes, a questão número dois foi alterada para "Encontre outra forma de representar a relação entre o relógio e a altura do líquido no recipiente". Foi retirado, portanto, o trecho "como, por exemplo, uma tabela". Os professores argumentaram que, se ele fosse mantido, os estudantes não fariam outro tipo de representação senão aquele sugerido como exemplo.

Quando da aplicação da atividade aos estudantes, a pesquisadora pediu aos dois grupos que expressassem suas opiniões em um pequeno texto.

5 A aplicação da atividade a estudantes surdos

Participaram da pesquisa 20 alunos surdos do 1.º, 2.º e 3.º ano do Ensino Médio. No momento da aplicação da atividade, estavam presentes a pesquisadora, a professora de Matemática, uma professora PDE, a intérprete de libras da escola, uma professora de Língua Inglesa e uma licencianda do último ano do curso de Matemática da UFPR, bolsista do projeto Licenciar que acompanhou e auxiliou em todo o curso de atualização. A atividade foi aplicada em duas aulas de 50 minutos cada.

A interprete de libras e as professoras auxiliaram na comunicação entre os estudantes e a pesquisadora. A bolsista fotografou e filmou. A pesquisadora executou a animação na TV multimídia em modo "repetição automática" e leu o enunciado do texto. Alguns alunos envolveram-se imediatamente com a atividade e outros brincaram e conversaram no início. Ao final, todos tinham tentado

responder às questões do enunciado. Foi permitido que os alunos consultassem seus cadernos e livros e que trocassem informações entre si.

Os registros escritos de alunos surdos não são facilmente compreendidos por pessoas que não convivem e que não trabalham rotineiramente com eles. Observe-se, por exemplo, a resposta de Pri[4] para a questão 1: “o hora uma diferente entre a altura do líquido como só número é um relógio função afim como hora mais e altura cada hora 5 minutos.” Como o projeto desta pesquisa não previa originalmente uma intervenção com alunos surdos, não aprofundou-se estudos em autores que discutem essa especificidade. Optou-se, aqui, por destacar das respostas dos estudantes, os registros que a pesquisadora pode compreender, deixando que uma análise dos registros não compreendidos possa ser feita por especialistas, em momento posterior, caso haja interesse.

Neste texto o foco se fará na análise dos registros que possam indicar a atribuição de significado que esses alunos demonstraram dar à atividade.

6 A aplicação da atividade a estudantes do Magistério

Participaram da pesquisa 19 alunas do 3.º ano do Magistério. A atividade foi aplicada em uma aula de 50 minutos, na presença da pesquisadora e da professora de Matemática das alunas. As estudantes puderam consultar seus materiais e trocar informações entre si.

Como é comum acontecer na escola, mesmo após a explicação da pesquisadora de que as alunas deveriam observar o vídeo e responder a seu modo às 4 questões, as estudantes fizeram comentários do tipo “não sei fazer”, “o que mesmo você quer que a gente faça?”. Passados alguns minutos, as alunas ficaram concentradas e começaram a trocar idéias sobre a atividade. Todas resolveram.

7 Respostas para a atividade investigativa 1

Registraram-se, aqui, as respostas de professores e estudantes, organizadas por blocos similares. Embora o leitor possa identificar erros nos registros, eles não foram destacados por essa característica, pois o que interessa,

[4] Foram usados pseudônimos para identificar professores e estudantes.

para efeitos da análise que desejamos aqui, é o significado atribuído pelos diferentes sujeitos para o mesmo objeto. Isso não significa que o professor não deva intervir na aprendizagem de alunos que fazem esse tipo de registro, mas é importante que, nessa intervenção, os significados atribuídos sejam considerados.

Às respostas dos professores foram acrescentadas as discussões realizadas durante o curso, bem como foi feita uma análise comparativa com as respostas dos estudantes.

Questão 1: *Que relações você percebe entre a altura do líquido no recipiente, o relógio e o gráfico?*

A professora Emi escreveu que "conforme o tempo passa o recipiente enche. Obs: o gráfico está com os eixos x e y invertidos." Para Emi, formada em Física, a variável independente deve sempre ser representada no eixo das abscissas. Caso contrário, a leitura do coeficiente angular fica prejudicada. Provocados pela pesquisadora, o grupo decidiu pesquisar sobre essa questão.

Encontraram-se diversos documentos na Internet em que se afirma que as variáveis independentes devem ser representadas no eixo das abscissas. Trazem esse tipo de informação especialmente orientações para apresentação de relatórios de pesquisa em cursos de Física.

A partir dessas indagações, o grupo decidiu então analisar, tendo por base textos de Matemática, como poderiam ser interpretados os dados da representação gráfica da animação. Segue uma síntese da análise realizada.

Sabe-se que quaisquer que sejam os pontos escolhidos sobre a representação de uma reta em um eixo de coordenadas cartesianas, a relação $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$ é constante.

Isso quer dizer que, se uma reta tem declividade *m*, a cada unidade de variação de *x*, corresponde *m* unidades de variação de *y.*

E, ainda, segundo Quintella (1968, p. 170)

> o conceito de função acarreta a existência de, pelo menos duas variáveis, e uma correspondência. A primeira variável (*x*) denomina-se variável independente, livre ou arbitrária porque podemos atribuir-lhe um valor qualquer de seu domínio. A

> segunda (*y*) denomina-se dependente porque seu valor depende do que foi atribuído à primeira, pela lei da correspondência funcional.

No caso da atividade investigativa 1, o coeficiente angular é: (10 – 5) / (2–1) = 5 e a equação da reta: *y= 5x.*

O coeficiente angular é a taxa de variação, ou a derivada primeira da equação *y = 5x*. Seu significado pode ser lido como: a taxa de variação é de 5 unidades. Ou seja, a cada cinco unidades de tempo a altura do líquido varia 1 unidade de capacidade (altura do líquido).

Se a capacidade estivesse no eixo y o coeficiente angular seria: (2 -1) / (10 – 5) = 1/5 e a equação da reta seria: *y = (1/5) x*.

O coeficiente angular é a taxa de variação, ou a derivada primeira da equação *y = (1/5) x*. Seu significado pode ser lido como: a taxa de variação da altura do líquido é de 1/5. Ou seja, a cada unidade de altura do líquido o tempo varia 5 unidades.

Essa última leitura foi considerada possível pelos professores, porém, ela fica fora dos padrões usuais, pois nela a passagem do tempo parece depender da variação da altura do líquido no recipiente. Entretanto, a passagem do tempo independe do fenômeno físico observado. Portanto, considerou-se pertinente a preocupação manifestada pela professora em relação à necessidade de representar a variável independente no eixo das abscissas (*x*), pois a representação inversa pode causar um obstáculo didático para o professor no momento de discutir o significado do coeficiente angular.

A professora PDE, que acompanhou a aplicação da atividade com os alunos surdos, registrou em seu relatório que “em nenhum momento percebi questões sobre os eixos em que as variáveis estavam representadas, nem se eram dependentes ou independentes, eles trabalharam bem com as relações ali apresentadas.” Esse comentário decorre das preocupações manifestadas pelos professores no sentido de que seria um fator complicador trabalhar em sala de aula com a animação da atividade 1 em função de que a variável dependente estava representada no eixo x e a independente no eixo y. Porém, pode-se concluir que essa inversão não interfere nas respostas para as questões da atividade 1, pois o enunciado da atividade não exige interpretação do coeficiente

angular. Caso essa interpretação tivesse sido solicitada o obstáculo mencionado pelos professores poderia aparecer.

Outras respostas para a questão 1 abrem novas discussões. Por exemplo, o professor Pedro respondeu que “a altura do líquido é diretamente proporcional ao tempo do relógio.” Resposta similar às dos professores Nara, Caio e Ana em que não há menção ao gráfico embora isso seja solicitado no enunciado. O gráfico é mencionado nos registros dos professores Samir, Lia e Dora: “a altura do líquido aumenta com o passar do tempo e o gráfico faz o registro. A cada 1 unidade de altura o tempo decorrido é 5” (Samir).

As alunas do Magistério And, Mari, Gil, Carol, Le, Tha, Adri, Rita, Rosa, Kely, Tati, Mila, Nanda e Regi mencionaram o gráfico em suas respostas. Elas deram respostas similares do tipo “a cada 3 gotas passam 5 segundos no relógio e aumenta 1 ponto no gráfico”.

A professora Josi deu uma resposta mais curta em que não menciona nenhum dos três elementos solicitados no enunciado, ela escreveu “há um crescimento constante.”

Na resposta da professora Lia aparece a palavra “função”. “... o gráfico demonstra uma função crescente” (Lia). Entre as alunas do Magistério essa palavra aparece somente na resposta de Tali: “a cada 5 segundos caem 4 gotas no recipiente, a cada 3 gotas é marcado (completa) uma marcação no gráfico, que é feito sob a forma de capacidade e tempo. Sendo um processo progressivo. Observamos uma função”.

A resposta da professora Dea “a cada 5s o volume aumenta 1 ‘*ml*’” veio acompanhada de uma tabela, de um eixo de coordenadas cartesianas e das representações $\overset{(C)}{x} = \overset{(t)}{\frac{1}{5}y} \therefore x = 8 \quad y = 40 \quad t = \frac{1}{5}volume$ *x* = capacidade; *y* = tempo.

Observe-se que, na resposta da professora Dea, há uma unidade de medida de capacidade convencional (*ml*). Isso também aparece na resposta da professora Ana. Nas discussões, os professores mencionaram que seria importante que as unidades de medida da animação fossem reais e não arbitrárias. Para eles, a ausência de uma unidade padrão de medida pode causar um obstáculo didático.

Essa preocupação ficou comprovada quando a atividade foi aplicada aos dois grupos de alunos, pois durante a atividade eles perguntavam quais eram as unidades de medida. Mesmo depois de receberem a informação de que se tratava de uma unidade arbitrária, os estudantes usaram unidades padronizadas nos seus registros como nas respostas de Mila e Nanda: “a cada três gotas representam um ml que passa cinco segundos do relógio. E a cada ml aumenta um ponto no gráfico”. Um dos alunos surdos, ao opinar sobre a atividade escreveu: “minha opinião, nessa atividade de matemática é meio difícil porque tiver dúvida o gráfico. O gráfico é bem difícil, tem confusão capacidade e tempo”. (Mel)

Além de medidas de capacidade e tempo as alunas usaram a unidade “gota” como nas respostas de Bren e Ina: “a cada 5 segundos no relógio, completam 1 x no recipiente e para completar 1 x é necessário 4 gotas”.

Nos registros dos alunos surdos é recorrente o uso de unidades de medidas padronizadas como hora, minuto, segundo, metro, cm e gota. Esses alunos usaram representações como gráficos, tabelas e esquemas para responder à questão 1, alguns deles apenas reproduziram os desenhos da animação em que acrescentaram unidades de medida padronizadas e textos como o de Pam “água mínimo 1 até 8 o relógio tempo 5 até 40 segundo.” Dan, Ric, Dey, Wil, Ma e Ka organizaram os pares ordenados representados no gráfico da animação em uma tabela.

Questão 2: Enunciado para os professores: *Encontre outra forma de representar a relação entre o relógio e a altura do líquido no recipiente como, por exemplo, uma tabela.*

Enunciado para os estudantes: *Encontre outra forma de representar a relação entre o relógio e a altura do líquido no recipiente.*

Os professores responderam com uma tabela. O que variou entre as respostas foram o título das colunas das tabelas (líquido, capacidade, x, altura e número de gotas, tempo e y) e o modo de representar os pares ordenados e o par ordenado (0, 0) que esteve ausente em cinco tabelas.

Apenas três professores acrescentaram outras representações como fórmulas e gráficos. O professor Samir registrou a fórmula $x = y/5$ e um gráfico

idêntico ao da animação. A professora Nara e o professor Caio fizeram representações gráficas incompletas.

Mesmo com a exclusão do exemplo (tabela) do enunciado, as alunas do Magistério And, Mari, Mila, Carol, Le, Tha, Adri, Kely, Regi, Bren, Ina, Gil e Tali responderam a essa questão com uma tabela de duas colunas. Ina, Gil e Tali organizaram tabelas com três colunas em que acrescentaram também o número de gotas. Ina escreveu também a fórmula $y = 5.1x$.

Rafa escreveu “de acordo com a quantidade de líquido dá para saber o tempo, levando em conta que o problema é uma função linear”.

Rita e Rosa fizeram um esquema relacionando número de gotas ao tempo 5 s → 3 gotas; 10 s → 6 gotas e assim por diante até 30s → 18 gotas.

Entre os alunos surdos Gab e Ma, reproduziram o mesmo gráfico da animação. Gab acrescentou dois pontos a mais (9, 45) e (10, 50). Ela representou também um relógio com um ponteiro igual ao da animação e um recipiente com formato diferente do da animação e graduado de 1 até 10.

Pam reproduziu todos os desenhos da animação acrescentando unidades de medida convencionais. Pam fez também uma tabela e desenhou um recipiente graduado de 5 até 40 identificado com a palavra “água”. A estudante ainda escreveu “O relógio tempo até 8 a água mínimo 5 até 40”.

Dan, Dey e Ric representaram pares ordenados substituindo a medida de tempo pelo número de gotas que caem no recipiente a cada medida de capacidade (1, 3); (2, 6); (3, 9); (4, 12); (5, 15); (6, 18); (7, 21); (8, 24).

Al, Ani, Oli, Cris, Nam e Mel organizaram uma tabela com os dados da animação. Mel também esboçou um eixo de coordenadas cartesianas em que registrou valores apenas no eixo y. Acima da origem, ela registrou os pontos 1 até 8 e, abaixo da origem, registrou os pontos 5, 10, 15 até 40. Ela também desenhou um recipiente graduado de 1 até 8. Ani acrescentou o texto “cada gota por 3 segundos até 40 (tempo) e 8 (capacidade).”

Lú desenhou um relógio como o da animação, fez uma sequência de associações, 1 hora – 5; 2 horas – 10 até 8 horas – 40. Desenhou também um recipiente graduado de 1 até 8. Desenhou um boneco no início de uma reta numerada de 5 em 5 indo do 5 até o 40.

Gui representou o mesmo gráfico da animação repetindo-o no 1.º e no 2.º quadrante, como em uma função modular. Ele acrescentou o desenho de um recipiente graduado de -5 até 5, como em uma reta numérica real.

Wil desenhou um recipiente cheio graduado de 5 até 40 em intervalos de 5.

Bil registrou: A=d(5, 1); B=d(10, 2); C=d(15, 2); D=d(20, 2); E=d(25, 2); F=d(30, 2); G=d(35, 2); H=d(40, 2). Ele calculou as distâncias do ponto A aos pontos B, C, D, E, F, G e H.

Ka fez uma tabela representando pares ordenados, porém substituiu os dados de capacidade (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) por outros dados (4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32). No papel quadriculado o estudante escreveu: “capacidade começa 1 até 8 horário começa 5 até 40 segundos”.

Fer reproduziu o gráfico da animação e representou os pontos com os pares ordenados da animação indo do ponto A (1, 5) até o ponto H (8, 40). O estudante organizou a matriz $\begin{pmatrix} x & y & 1 & x & y \\ 1 & 5 & 1 & 1 & 5 \\ 8 & 40 & 1 & 8 & 40 \end{pmatrix}$ com os dados do gráfico.

Fer calculou o determinante dessa matriz do seguinte modo 5x+8y+40-40-40x-y=0 -35x+7y=0 35x-7y

Lari escreveu apenas que “a cada 5 minutos aumenta o líquido no recipiente”.

Todos os professores usaram tabelas para representar as relações presentes na animação, possivelmente pela forma que o enunciado estava elaborado.

Entre os estudantes percebe-se uma maior diversidade de tipos de representação no grupo dos surdos. Acredita-se que isso se deve ao fato das alunas do Magistério serem ouvintes e a informação de que a representação poderia ser feita por meio de uma tabela pode ter circulado entre elas com mais facilidade do que no grupo de alunos surdos. Isso se evidencia no registro das impressões de Tha. Para ela “num primeiro momento a atividade me pareceu extremamente difícil, mas quando nos reunimos no grupo, as idéias foram surgindo, e a partir de cada idéia de um integrante do grupo resolvemos todas as questões.” (Tha)

Entre as respostas dos estudantes surdos pode-se destacar a de Fer. Acredita-se que com uma intervenção do seu professor, Fer poderia finalizar a fórmula da função e compreendê-la no contexto proposto.

Questão 3: *Como você representaria matematicamente essas relações?*

A professora Emi escreveu a fórmula $\begin{matrix} y = ax + b \\ y = 5\text{x} \end{matrix}$ seguida da seguinte observação "para o caso do eixo *y* (grandeza dependente) e eixo (*x*) grandeza independente. Caso contrário $x = ay + b \; x = \frac{1}{5}y + b(?)$"

Aqui novamente a professora Emi registra sua inquietação com a inversão de eixos já discutida no item "respostas para a questão 1".

Os professores Pedro, Nara, Caio, Lia e Samir escreverem fórmulas similares. Pedro e Nara: $f(x) = 5\text{x}$. Caio e Lia *y = 5x.* Samir*: x = y/5.*

A professora Ana escreveu: $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20}, \ldots,$ a professora Dea escreveu: $C = \frac{1}{5}t \quad ou \quad t = 5C$, professora Dora escreveu: $y = 5\text{x} \; ou \; x = \frac{1}{5}y$ e a professora Josi escreveu: $y = 5\text{x} \quad / \quad y = \frac{5}{2}x$.

As estudantes de Magistério And, Mari, Le, Tha, Adri, Kely, Regi, Carol e Rafa sistematizaram esquemas de regras de três como o representado a seguir. Além desse esquema Rafa registrou ml? xml=x(5 sg) y=5x "* função linear proporcional".

Tempo Capacidade

10 s ---------- 2 ml "regra de 3"

x ---------- 5 ml

And e Adri finalizaram o cálculo da regra de três da seguinte forma: 2x = 10.5 2x = 50 x = 50/2 x = 25 segundos.

Bren e Ina escreveram: y = 5.1 x y = tempo x = capacidade.

Mila registrou 8/40 = ml/tempo $\frac{8}{40}\frac{8}{x}=80$.

Nanda registrou 1/5=ml/tempo ex. 1/5=2/x x=10

Rita e Rosa registraram 1x= 5y. Sendo que Rita completou “com 2 x = 10 y (dobro).” Tali e Tati não responderam e Gil registrou “não sei”.

No grupo de estudantes surdos, Gab representou o mesmo gráfico da animação repetindo-o no 1.º e no 2.º quadrante, como em uma função modular. A aluna reproduziu abaixo desse gráfico a representação de um recipiente cheio graduado de 1 até 8.

Ric, Wil e Dey reproduziram o gráfico da animação e organizaram uma tabela com os pares ordenados correspondentes.

Pam, Al e Nam responderam com uma seqüencia de multiplicações. Pam: 5 x 0 = 0; 5 x 1 = 5, até 5 x 10 = 50. Al: 5 x 1 = 5, até 10 x 1 = 10, até 40 x 1 = 40. Nam: 1 x 5 = 5 ; 10 x 2 = 20; 15 x 1 = 15; 25 x 1 = 25; 30 x 1 = 30; 35 x 1 = 35; 40 x 1 = 40.

Dan e Lú registraram “Não sei”. Dan acrescentou “desculpe!”. Gui registrou a fórmula S= So+2t. Mel escreveu “matemática pode fórmula o gráfico x e y. Ex: Δ=b±4ac e $x=-b\pm\frac{\sqrt{\ }}{2}$ ou equação reta que passa pelos AB.”

Oli reproduziu o gráfico da animação e representou os pontos desse gráfico com os pares ordenados da animação indo do ponto A(1, 5) até o ponto H(8, 40).

Ele organizou a matriz $\begin{pmatrix} x & y & 1 & x & y \\ 1 & 5 & 1 & 1 & 5 \\ 8 & 40 & 1 & 8 & 40 \end{pmatrix}$ com os dados do gráfico e calculou o determinante da seguinte forma: 5x+8y+40-40-40x-y=0; -35x+7y=0; 35x-7y. Cris escreveu “representa matematicamente podem fórmulas. C=t.Δt C= t.s”.

Bil escreveu “determine o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos A(5, 1); B(10, 2); c(15,3) d(20,4); d(20, 4); e(25, 5); f(30, 6); g(35, 7); h(40, 8) e esboçar seu gráfico.” O estudante esboçou um gráfico no eixo de coordenadas cartesianas com pontos marcados no 1.º e no 3.º quadrante que a pesquisadora não conseguiu interpretar.

Ka reproduziu o gráfico da animação, porém nomeou o eixo y com “x” e o eixo x com “y”. Oganizou os pares ordenados em uma tabela em que trocou as posições dos valores de x e de y em relação aos dados da animação. No papel quadriculado escreveu “sei lá”.

As respostas de Pri, Fer, Ani, Lari, Gi e Bea não puderam ser compreendidas pela pesquisadora.

Observa-se, nas respostas do grupo de professores, que a expressão “representação matemática” remete a representações por meio de fórmulas. Isso também parece ser a compreensão da maioria do grupo de alunas do Magistério. Entretanto, entre os professores e entre os estudantes surdos, a regra de três não foi usada. A fórmula da função foi registrada por apenas três alunas do Magistério, sendo que duas delas destacaram a proporcionalidade presente na função. Ao escrever suas impressões sobre a atividade, Nanda mencionou a regra de três como um recurso que usa de forma recorrente, ela escreveu: “eu achei a atividade bem criativa. Não me lembrava de alguns conteúdos, então utilizei a 'boa e velha' regra de três. Eu me senti desafiada, apesar de ser uma atividade super simples.” (Nanda)

Entre o grupo de alunos surdos as respostas foram diversificadas. Quatro estudantes representaram por meio de gráficos, duas respostas remetem a fórmulas dissociadas do contexto e uma resposta indica o cálculo dos valores de uma variável em função da outra. Cinco respostas não puderam ser compreendidas pela pesquisadora e dois estudantes registraram “não sei”. Destaca-se a resposta de Oli que é semelhante à resposta de Fer para a questão 2. Possivelmente, esses estudantes estavam no mesmo grupo, o que pode indicar que esse tipo de resposta foi pensada por um dos dois. Trata-se de uma associação pouco comum nessa etapa de escolarização. Segundo informou a professora um desses dois alunos foi avaliado como superdotado.

Questão 4: *Como ficaria a representação gráfica dessas relações caso dobrasse a quantidade de líquido que cai no frasco, mantendo-se o mesmo tempo? Use o papel quadriculado para representá-lo.*

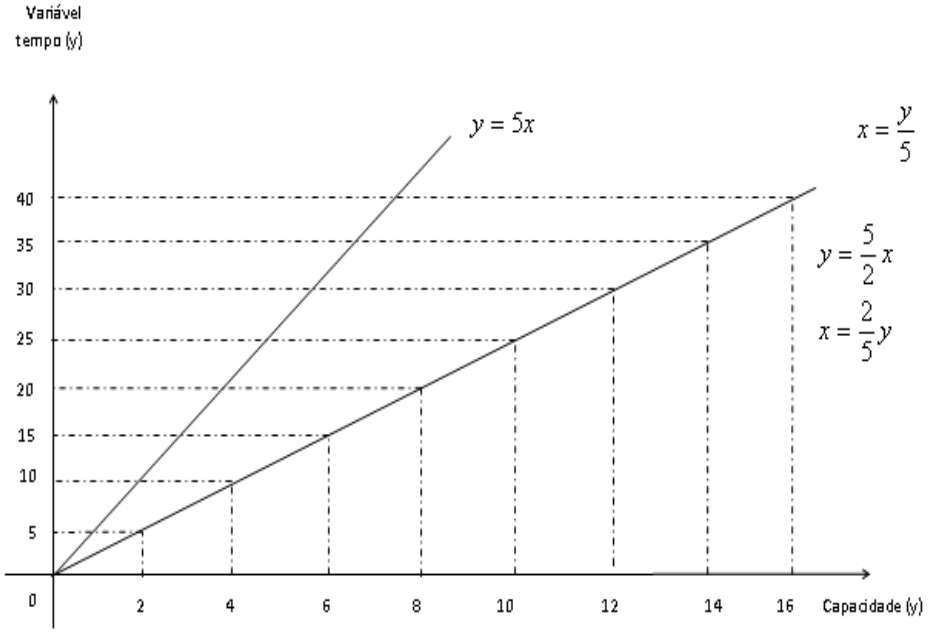
A professora Emi fez uma representação gráfica como a da animação. Porém, ela substituiu os dados de capacidade do eixo x pelo número de gotas

que caíam no recipiente a cada unidade de medida de capacidade. Disso pode-se supor que Emi representou graficamente a sua resposta à questão dois.

Os professores Pedro, Nara, Caio e Lia esboçaram gráficos e organizaram tabelas, mostrando pares ordenados com os valores da quantidade de líquido duplicada em relação à representação inicial. Pedro e Nara traçaram o gráfico a partir da origem, com o cuidado de duplicar a distância dos rótulos de dados no eixo x em relação à representação inicial, o que resulta em um gráfico com maior inclinação da reta se comparado à representação original.

As professoras Dora e Josi fizeram registros semelhantes ao da figura 2.

Figura 2 – Resposta das professoras Dora e Josi para a questão 1



Fonte: reprodução de um registro das professoras feito pela pesquisadora

Essas professoras tiveram a preocupação de traçar a reta do gráfico inicial e a nova reta com a capacidade duplicada, deixando evidente, nas equações, sua percepção de que houve mudança no coeficiente angular.

Os professores Caio e Lia traçaram o gráfico a partir da origem, porém sem preocupação com a escala. Lia acrescentou à sua resposta a equação *y = (5/2) x.*

A professora Ana esboçou um gráfico a partir do ponto (2, 5) desconsiderando a origem.

O professor Samir esboçou um gráfico com traço a partir da origem e organizou uma tabela em que multiplicou a quantidade de líquido inicial por 10. Assim, os valores do eixo x ficaram 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70 e 80.

A professora Dea organizou apenas uma tabela representando os pares ordenados da função com dados de capacidade duplicados sem representar o ponto (0, 0), e registrou $C=\frac{2}{5}t \quad ou \quad t=\frac{5C}{2} \therefore C=\frac{4}{10}t$.

As alunas do Magistério And, Mari, Le e Kely representaram um eixo de coordenadas cartesianas e marcaram os mesmos valores registrados na animação no eixo y e os pontos de 1 até 16 no eixo x. And e Mari marcaram os pontos relativos aos pares ordenados (2, 5), (4, 10) até (16, 40) e traçaram um segmento de reta que iniciou antes da origem e ultrapassou o ponto (16, 40). Le usou escala menor para o valor 2 do eixo x em relação aos demais valores. Assim, o gráfico não passou pela origem. Kely traçou um segmento de reta da origem até o ponto (16, 40).

Bren e Ina representaram um eixo de coordenadas cartesianas em que registraram os mesmos valores da animação no eixo y. No eixo x Bren representou os valores pares de 2 até 12. Marcou os pontos relativos aos pares ordenados (2, 5), (4, 10) até (12, 35), mas não traçou um segmento de reta unindo os pontos. Iná substituiu os dados do eixo y da animação pelos dados que calculou na tabela (ver a seguir). Ela marcou os pontos relativos aos pares ordenados de (50, 5) até (300, 30) e não traçou o gráfico. Bren e Iná organizaram também uma tabela como a representada a seguir.

Tabela 1 – Registro das alunas do Magistério Bren e Ina

y=	5.2.x
5	5.2.5=50
10	5.2.10=100
15	5.2.15=150
20	5.2.20=200
25	5.2.25=250
30	5.2.30=300
35	5.2.35=350
40	5.2.40=400

Fonte: registro das estudantes reproduzido pela pesquisadora

Carol, Mila, Tha, Adri, Nanda e Regi representaram os mesmos valores da animação no eixo y e os valores pares de 2 até 16 no eixo x e assinalaram os pontos relativos aos pares ordenados (2, 5), (4, 10) até (16, 40). Carol usou escala diferente no valor 5 do eixo y em relação aos demais valores. Assim, o gráfico que traçaram não passou pela origem. Mila e Nanda assinalaram os pontos relativos aos pares ordenados (2, 5), (4, 10) até (16, 40), porém não traçaram o gráfico. Abaixo do eixo de coordenadas, Mila organizou uma tabela relacionando os dados que registrou no eixo. Tha, Adri e Regi uniram os pontos por um segmento de reta que ultrapassou a origem e o ponto (16, 40).

Rafa esboçou um eixo de coordenadas cartesianas e marcou os mesmos valores da animação no eixo y até 25 e os valores pares de 2 até 10 no eixo x. Marcou os pontos relativos aos pares ordenados (2, 5), (4, 10) até (10, 25) e uniu os pontos com um vetor partindo da origem em direção ao ponto (10, 25), ultrapassando-o.

Rita e Rosa fizeram um esquema relacionando o tempo com número de gotas 5s → 6 gotas; 10s → 12 gotas e assim por diante. Rita registrou até 35 s → 42 gotas e Rosa até 45 s → 54 gotas.

Tali e Tati não responderam e Gil registrou “não sei”.

No grupo de alunos surdos, Pri, Pam, Ma, Ani e Fer esboçaram gráficos similares ao da animação. Na representação de Pri o segmento de reta não passa pela origem. Embora o estudante tenha marcado o ponto (1, 5), a escala deste ponto é menor para o valor do eixo y em relação aos demais, por isso o gráfico não passa pela origem. Já Pam multiplicou cada valor do eixo x por 2 resultando nos valores 2, 4, 6, 8, 12, 14, 16 e 18. A estudante também organizou os dados em uma tabela relacionando tempo e capacidade (2 capacidade, 5 tempo) e escreveu a seguinte sequência de multiplicações 2 x 1 = 2, 2 x 2 = 4; 2 x 3 = 6; 2 x 4 = 8; 2 x 5 = 12; 2 x 6 = 14; 2 x 7 = 16; 2 x 8 = 18. Ani ainda representou os pontos com a notação A (1, 5). Fer desenhou apenas o eixo de coordenadas cartesianas, mas não traçou o gráfico.

Ma representou um gráfico em que manteve no eixo y os pontos 5 até 40 como na animação. Ela usou dois lados do quadrado do papel quadriculado para cada ponto. Já, no eixo x, a estudante marcou os pontos 2, 4, 8, 16, 32, 64, 4096, 8192. Para marcar os pontos, usou 2 lados do quadrado para o ponto 2 e 4, 3

para o ponto 8, 4 lados para o ponto 16, 5 lados para os pontos 32 , 64 e 4096 e usou 6 lados do quadrado para o ponto 8192.

Ric, Cris, Mel, Ka e Bea representaram um eixo de coordenadas cartesianas em que mantiveram a representação da animação no eixo y. Ric , porém, identificou o eixo y com a letra “x” e o eixo x com a letra “y”. Nesse eixo registrou os valores 1, 3, 5, 7, 9, 10, 12, 14. Cris e Mel registraram valores de 1 até 16 no eixo x. Marcaram os pontos relativos aos pares ordenados, mas não traçaram o gráfico. Ric registrou também uma sequência de multiplicações de 1x2=2 até 8x2=16. Mel não assinalou pontos e nem traçou o gráfico Ela também registrou a seqüencia de multiplicações: 1 x 2 = 2 ; 2 x 2 = 4; 2 x 3 = 6 até 2 x 14 = 28. Ka substituiu os valores do eixo x 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 pelos valores 1, 2, 6, 8, 12, 14, 17, 18, 21. Bea registrou no eixo x valores de 1 até 14. Ela assinalou os pontos e traçou o gráfico.

Al fez o esboço de um gráfico de uma função linear em que representou apenas o ponto (16, 40).

Gui registrou a sequência de multiplicações: 2 x 5 = 10, 2 x 10 = 20; 2 x 15 = 30; e assim por diante até 2 x 40 = 80.

Nam esboçou o gráfico de uma função linear em que representou apenas o ponto (16, 40) e Gab não respondeu.

As respostas de Oli, Dan, Dey, Lú, Wil, Bil, Lari e Gi não puderam ser compreendidas pela pesquisadora. Cumpre destacar que Lari e Gi mencionaram 1h e 20min e Dan 2h 40 min em seus registros.

A análise dos dados demonstra que, tanto alguns professores quanto alguns alunos, ignoraram a origem no momento de representar o gráfico.

Apenas cinco professores evidenciaram, em suas respostas, a compreensão de que, ao dobrar a quantidade de líquido mantendo-se o mesmo tempo, há uma alteração na inclinação da reta e no coeficiente angular.

Nas respostas dos três grupos há registros que demonstram incompreensão da idéia de dobro. Entre os professores, destacam-se a substituição dos valores do dobro da capacidade pelos valores das gotas da animação original e pelos valores dos dados originais multiplicados por 10.

Entre as respostas das alunas do Magistério, destaca-se o cálculo de “dobro” feito por Bren e Iná (ver tabela) e o cálculo do dobro do número de gotas sem a representação gráfica.

Entre as respostas dos alunos surdos, destaca-se o cálculo de Ma que até o número 64 são dados de uma Progressão Geométrica de razão 2 o número seguinte é o resultado de 64 x 64 = 4096 e o próximo o resultado de 4096x2 = 8192. Destacam-se também os cálculos de Pam que tem erros de multiplicação 2 x 5 = 12; 2 x 6 = 14; 2 x 7 = 16; 2 x 8 = 18. Ric registrou os valores 1, 3, 5, 7, 9, 10, 12, 14. Para esse estudante a idéia de dobro parece remeter à "somar mais dois ao último dado". Gui também apresentou uma idéia de dobro diferente da esperada. Ele calculou 2 x 5 = 10, 2 x 10 = 20; 2 x 15 = 30; e assim por diante até 2 x 40 = 80.

Outros fatores observados é a despreocupação de alguns professores e alunos com a padronização da escala e o fato do traçado gráfico não passar pela origem ou não ter sido iniciado na origem. Observe-se que, na animação, o ponto (0, 0) está representado.

Nas representações de algumas alunas do Magistério, o traçado gráfico ultrapassou a origem e o último ponto assinalado, o que não se observou nas representações dos professores.

Destaca-se das respostas dos estudantes o registro de Rafa, que uniu os pontos do gráfico com um vetor, partindo da origem em vez de um segmento de reta. Esse registro remete à idéia de continuidade.

8 As impressões sobre a atividade

Para definir a atividade, 16 das estudantes do Magistério usaram os adjetivos "super interessante", "legal", "envolvente", "desafiadora", "criativa"; "diferente"; "ótima"; "prática"; "reflexiva" e "difícil à primeira vista".

Destacam-se das respostas das alunas suas manifestações em relação às suas dificuldades com a disciplina, a preocupação em "responder certo" e a importância de poder trabalhar em grupos.

Para exemplificar, destacamos os textos de Mila: "a atividade é bem criativa, pois envolveu toda a turma, gerando discussões e troca de idéias entre todos nós. Porém, como eu tenho dificuldades em matemática, foi um grande desafio"; Lê disse: "a atividade foi muito interessante e desafiadora, no começo achei que não iria conseguir, mas foi só pensar um pouco, que resolvi esses problemas, não sei se resolvi certo, mais tentei." e Adri "A atividade foi

desafiadora, pois envolveu conteúdos já estudados em anos anteriores. Pude perceber das minhas colegas que só foi possível a realização da atividade em conjunto, pois tem um certo grau de dificuldade, portanto havendo a troca de conhecimento e interação pudemos finalizar esta. Parabéns pelo projeto!!!".

Entre os alunos surdos, 15 usaram o adjetivo "difícil" para definir a atividade. Entretanto, apenas um deles registrou não ter gostado da atividade: "Mas eu não gostei matemática, alguns mais fácil mais difícil entender..." (Wil). Os demais registraram que gostaram da atividade ou da animação, que chamaram de "desenho". "Eu acho é bom 100% mas é difícil". (Dan). "Eu acho bom porque eu gostei aprendi pouco matemática foi legal". (Gi) "Eu gostei desenho de matemática que legal, mas muito difícil foi fazer gráfico do relógio." (Gab). "Eu gostei matemática muito é legal esta gráfico bonita. Mas, eu não entendi nada está gráfico." (Al)

Da mesma forma como entre as alunas do Magistério, também foram recorrentes manifestações negativas sobre a disciplina de Matemática, como no registro de Ani e Oli. "Acho que é muito difícil para mim, mas não sou boa em matemática... gostei disso, não consegui entender bem, é difícil para responder certo." (Ani). "Não consegui de fazer cálculo matemático porque é muito dificuldade para responder. Não sou bom para matemática." (Oli)

Quatro registros dos estudantes surdos chamam a atenção pelo fato de que, para eles, a atividade proposta parece remeter a outra Matemática, diferente daquela que eles conhecem. "Eu acho é difícil essa matemática [...]" (Ric). "Essa matemática é muito difícil, mas é legal e eu gostei [...]" (Cris). "É uma matéria difícil de se entender. Ela cobra muita atenção da pessoa quando se está estudando sua matéria." (Lari) "[...] Bem legal esse matemática [...]" (Bea)

Sobre a aplicação da atividade aos alunos surdos, a professora PDE que acompanhou a atividade registrou em seu relatório que

> a atividade foi bem positiva e pelas respostas percebe-se que eles [os alunos] construíram relações matemáticas até o momento, algo bastante positivo é que eles não intimidaram-se quando pedi para observá-los trabalhando, este é um sinal de que eles relacionam-se bem com a disciplina e este mérito é todo da professora.
> Percebeu-se como as atividades visuais são bem vindas nestas situações e pelos registros que eles fizeram sobre como foi

> participar da atividade, todos os alunos sentiram-se à vontade. (Relatório da professora PDE, 2008).

A percepção da pesquisadora é de que houve envolvimento de todos os grupos na tentativa de solucionar a atividade, o que reafirma a importância de uma maior inserção das investigações matemáticas nas aulas.

9 A questão da nomenclatura

Durante as discussões sobre a atividade investigativa 1, uma das professoras afirmou que havia um erro no título da animação (função afim). Para a professora, a função afim é uma função cuja representação gráfica não passa pela origem do eixo de coordenadas cartesianas, ou seja, pelo ponto (0, 0). A representação gráfica da animação passa pela origem.

Motivados pela discussão, os professores decidiram pesquisar sobre a nomenclatura da função. Como o grupo tinha à disposição um laboratório de informática, a pesquisa foi feita na Internet durante o curso. Posteriormente, pesquisou-se também em livros didáticos de Ensino Médio e em livros de Cálculo Diferencial e Integral.

Nos quadros a seguir, apresentam-se as diferentes definições encontradas para a função em pauta.

QUADRO 1 – Resultado da pesquisa na internet

Site	Definição
InfoEscola	Uma função definida por f: R→R chama-se afim quando existem constantes a, b que pertencem ao conjunto dos reais tais que f(x)= ax + b para todo x ∈ R. O gráfico de uma função afim é uma reta não perpendicular ao eixo Ox. Uma função definida por f: R→R chama-se linear quando existe uma constante a ∈ R tal que f(x) = ax para todo x ∈ R. A lei que define uma função linear é a seguinte: O gráfico da função linear é uma reta, não perpendicular ao eixo Ox e que cruza a origem do plano cartesiano. Uma função definida por f: R→R chama-se constante quando existe uma constante b R tal que f(x) = b para todo x ∈ R.
Universidade de Lisboa	As funções da forma f(x) = kx são chamadas funções lineares ou função de proporcionalidade, onde k é uma constante numérica e nos dá o declive da recta. O gráfico deste tipo de funções é uma recta que passa pelo centro de coordenadas (0,0). As funções da forma f(x) = kx + p recebem o nome de funções afins. O seu gráfico é uma recta que não passa pelo centro de coordenadas (0,0) e é paralela à correspondente função linear g(x) = kx. p é a ordenada na origem ou ponto de intersecção da recta com o eixo das ordenadas.

Wikipédia	Uma função afim é definida como uma função que apresenta o expoente 1 como maior expoente da variável independente. O seu gráfico é constituído por uma reta inclinada, podendo determiná-lo apenas com dois pontos. É expressa por: f(x) = ax + b onde o "a" é denominado o coeficiente angular e o "b" o coeficiente linear. Uma função linear é aquela, cujo coeficiente linear é igual a 0. É expressa por: f(x) = ax.
Só Matemática	Chama-se função polinomial do 1º grau, ou função afim, a qualquer função f de IR em IR dada por uma lei da forma f(x) = ax + b, onde a e b são números reais dados e a ≠ 0. Na função f(x) = ax + b, o número a é chamado de coeficiente de x e o número b é chamado termo constante.
Universidade Presbiteriana Mackenzie	As principais definições, teorias e propriedades sobre funções podem ser encontradas no livro-texto (Stewart, vol 1); Assim, não vamos aqui nos alongar na teoria que pode ser encontrada lá. O intuito desta seção é apresentar as formas e gráficos de algumas funções importantes. As representações gráficas que seguem depois deste comentário, têm como título para representações de equações do primeiro grau "Função Afim", e quase todas as possibilidades estão lá representadas (passando ou não pela origem, funções constantes, inclinação da reta para a esquerda e para a direita), exceto o gráfico definido em Silva (2004), ou seja, a reta que passa pelo ponto P1=(0,b) e P2=(1,a+b) que Silva (2004) define como sendo o gráfico da Função Afim.
RIVED	Há um glossário em que os autores definiram Função Afim como: função polinomial de grau 1.
Algo Sobre Vestibular	Uma função é dita do 1º grau , quando é do tipo y = ax + b, onde a ≠ 0. Propriedades da função do 1º grau : 1) o gráfico de uma função do 1º grau é sempre uma reta . 2) na função f(x) = ax + b , se b = 0 , f é dita função linear e se b ≠ 0 f é dita função afim. Nota: consta que o termo AFIM foi introduzido por Leonhard Euler (pronuncia-se óiler) - excepcional matemático suíço - 1701/1783). 3) o gráfico intercepta o eixo dos x na raiz da equação f(x) = 0 e, portanto, no ponto de abcissa x = - b/a . 4) o gráfico intercepta o eixo dos y no ponto (0 , b), onde b é chamado coeficiente linear. 5) o valor a é chamado coeficiente angular e dá a inclinação da reta. 6) se a > 0 , então f é crescente. 7) se a < 0 , então f é decrescente. 8) quando a função é linear, ou seja, y = f(x) = ax, o gráfico é uma reta que sempre passa na origem.
Matemática Essencial	Funções afim e lineares Função afim: Sejam a e b números reais, sendo a não nulo. Uma função afim é uma função f:R R que para cada x em R, associa f(x)=ax+b. Se b é diferente de zero, o gráfico da função afim é uma reta que não passa pela origem (0,0).

QUADRO 2 - Resultado da pesquisa em livros didáticos de Ensino Médio

Livro	Definição
Matemática – volume único Manoel Paiva	Toda função do tipo f(x) = ax + b com (a, b) e a ≠ 0 é denominada função do 1.∞ grau ou função afim. Em uma nota o autor afirma "toda função do 1.∞ grau y = ax + b em que b=0 recebe o nome particular de função linear.
Matemática Ensino Médio Maria Ignez Diniz e	Neste livro o conteúdo está sendo tratado apenas como Função do 1º Grau a autora identifica como tipos de função do 1º grau a função linear, a função identidade, a função constante e a função

Kátia Stocco Smole	nula. O livro nem menciona a nomenclatura “Afim”.

QUADRO 3 - Resultado da pesquisa em livros de cálculo

Livro	Definição
O Cálculo com Geometria Analítica I Louis Leithold	Uma função linear é definida por f(x)=mx+b onde m e b são constante e m ≠ 0. Seu gráfico é uma reta tendo inclinação m e y intercepto b.
Cálculo Básico para Cursos Superiores Sebastião Medeiros da Silva	Função linear é dada pela regra y = ax, com a≠0. Seu domínio é D=R. A representação gráfica da função linear é uma reta que contém a origem (0,0) do sistema cartesiano,m e o ponto (1,a). A constante a é chamada coeficiente angular da reta e seu valor determina a inclinação da reta em relação ao sistema cartesiano. Em particular, se a=1, a regra da função linear é y = x e a função passa a ser conhecida como função identidade. Função linear afim é a função dada por y = ax + b, onde a e b são números reais não nulos. Seu domínio é D = R. A representação gráfica da função linear afim é uma reta pelo ponto P1=(0,b) e P2=(1,a+b). A constante a é o coeficiente angular, como na função linear, e caracteriza a inclinação da reta. A constante b é o coeficiente linear e mede a altura do cruzamento da reta com o eixo Oy.” A função constante é definida como a função dada pela regra y=k, onde k é um número real qualquer. Seu domínio é D=R.
Cálculo I James Stewart	Quando dizemos que y é uma função afim de x, queremos dizer que o gráfico da função é uma reta; assim, podemos usar a forma inclinação-intercepto da equação de uma reta para escrever a fórmula para a função, ou seja y= f(x) = mx+b onde m é o coeficiente angular da reta e b é o intercepto y. Uma característica peculiar das funções afins é que elas variam a uma taxa constante. Por exemplo, no gráfico da função f(x) = 3x – 2, quando x sofre um aumento em 0,1, o valor de f(x) se eleva em 0,3. Dessa forma f(x) cresce três vezes mais rápido que x. Assim, a inclinação do gráfico de y = 3x – 2, isto é, é 3 e pode ser interpretada como a taxa de variação de y em relação a x.

Para os autores do site InfoEscola, a função linear e a função constante são apresentadas como casos particulares da função afim.

Para os autores dos sites da Universidade de Lisboa, “Algo Sobre Vestibular”, para colaboradores da Wikipédia[5] e para o autor do livro de cálculo Sebastião Medeiros da Silva (2004), a função afim não passa pela origem. Esse autor define em separado Função linear e Função linear Afim.

Para os autores do site “Só Matemática”, as nomenclaturas “função polinomial do 1º grau” e “função afim” são sinônimos.

[5] A Wikipédia é uma enciclopédia virtual escrita de forma colaborativa. Nem sempre seus registros são aceitos como fonte de pesquisa acadêmica. Porém, decidimos manter aqui esse registro por ter sido uma das fontes consultadas e discutidas pelos professores participantes do curso de atualização.

No site da Universidade Presbiteriana Mackenzie, observa-se que os gráficos que representam equações do primeiro grau são todos classificados como representações da função afim, não havendo distinção entre os que passam e os que não passam pela origem e nem o uso de outra nomenclatura. Isso se repete no site do RIVED em que toda função polinomial de grau 1 é uma função afim.

No site Matemática Essencial e no livro didático de Manoel Paiva, o gráfico da função afim pode ou não passar pela origem, porém para os gráficos que passam pela origem as funções são particularizados com o nome de “função linear”. O gráfico da função linear sempre passa pela origem.

Em Diniz e Smole (2003) e Leithold (1994) a nomenclatura “função afim” não é utilizada.

Stewart (2006) define tal função apenas como “afim” e o tradutor do livro não usou outros termos como linear ou função do 1.º grau.

A análise dos dados coletados permite concluir que não há consenso entre autores em língua portuguesa sobre essa nomenclatura. Mas, qual a importância disso para a formação de nossos alunos? Como o professor deve proceder na hora de tratar desse conteúdo? Que nomenclatura usar?

Esta questão de nomenclatura, discutida aqui, pode ser entendida como um dos casos de ambiguidade do discurso matemático definidos por Hariki (s/d), pois existem vários nomes para designar um único objeto. Neste caso, a função representada na animação é o objeto matemático e os diferentes nomes usados para designá-la são: função afim, função linear, função linear afim, função do 1.º grau, função polinomial do 1.º grau. Para Hariki (s/d)

> Os países matematicamente menos desenvolvidos,, como os de língua portuguesa, têm que aceitar ou, pelo menos, adaptar a nomenclatura dos países mais avançados. Como temos mais de uma fonte, ocorre então a babelização: importamos termos matemáticos tanto do inglês, como do alemão ou do francês. [...] O problema central da nomenclatura dos termos matemáticos é talvez a ambiguidade devido à exageração nos nomes. A preciosidade dos detalhes na descrição das situações provoca essa profusão de nomes, principalmente depois da divulgação da chamada "matemática moderna". Esta exageração leva certamente à pedantaria. O senso comum requer um compromisso entre a ambiguidade e a pedantaria.

Apesar de defender “que a ambigüidade é inerente à linguagem, inclusive a linguagem matemática, e que por isso é útil tentar tirá-la do discurso matemático”,

Hariqui (s/d) admite que, para isso, é necessário ampliar as discussões a esse respeito, sendo necessário considerar: “O problema seletivo” que consiste em pensar no “que fazer ante a multiplicidade de nomes para um mesmo objeto? Escolher um para uso e citar os outros? Escolher um e só um para não confundir os alunos?”; se um nome for selecionado, qual será o critério seletivo? Que conotação será privilegiada? Qual a etimologia da palavra selecionada? De quem é a autoria deste ou daquele termo ou a quem foi atribuído e por quê? Se a nomenclatura for mudada, como fica a tradição? O autor finaliza seu texto deixando a seguinte reflexão para o debate: “qualquer nome serve? Qualquer símbolo?”

Destas reflexões fica a sugestão para que o professor, ao optar por um dos termos aqui elencados, explique a seus alunos o porquê dessa adoção para efeitos didáticos. Porém, é importante informar-lhes que há outros modos de denominar o mesmo objeto, pois é preciso prepará-los para a diversidade que irão encontrar em estudos posteriores.

9 Discutindo significados

Posta a análise preliminar dos dados, é necessário retomá-la à luz de uma teoria que os explique. Para isso, adotou-se o modelo teórico dos campos semânticos (MCS) criado por Lins (1999). Cumpre observar que, neste texto, limitou-se a usar elementos de tal modelo para analisar os dados e relações até aqui estabelecidas, sem discutir detalhadamente o modelo.

Pois bem, ao retomar os elementos principais do texto, o que se pode depreender é que três grupos diferentes foram submetidos à resolução de uma atividade de investigação matemática sem que antes lhes fossem dados elementos novos aos que já traziam de suas experiências prévias. Ou seja, cada grupo resolveu a atividade a seu modo e com a instrumentalização disponível.

Percebe-se, em uma análise mais ampla, que a resolução da atividade em cada grupo tem uma especificidade que está diretamente relacionada às características do grupo. Em uma análise particularizada de cada grupo, pode-se perceber que detalhes diferenciados emergem nas suas soluções individuais.

Provavelmente, se a mesma atividade for proposta a outros grupos, outros detalhes surgirão nas respostas.

A explicação para esta diversidade pode estar no modo como se juntam os três elementos presentes na atividade que é o autor do enunciado, o próprio enunciado (texto) e o leitor. Esses elementos estão ligados ao modo como autor e leitor empreendem a comunicação.

Para Lins, o primeiro processo é o do autor, pois

> quando o autor fala, ele sempre fala para alguém [...] um leitor que o autor constitui: é para este 'um leitor' que 'o autor' fala.
> é apenas na construção do autor que 'a transmissão' existe, e [...] toda a enunciação deve ser dirigida a alguém [interlocutor] [...] este interlocutor não deve ser identificado como *o outro;* a distinção é [...] entre ser biológico (o outro) e ser cognitivo (o interlocutor) a quem me dirijo, e que pode ou não corresponder a um 'outro'. (LINS, 1999, p. 81)

Ainda para Lins (1999, p.82), o segundo processo é do leitor, ou seja,

> aquele no qual o leitor lê, [que é] é semelhante [ao do autor], mas não idêntico. O leitor constitui sempre um autor, e é em relação ao que este 'um autor' diria que o leitor produz significado para o texto [...]. Outra vez, o um autor é um ser cognitivo e não biológico, e não precisa corresponder de fato a nenhum outro real.
> [Aqui] a transmissão só se concebe enquanto tal no imaginário do leitor. E vale a pena enfatizar que é apenas na medida em o leitor fala, isto é, produz significados para o texto, colocando-se na posição de autor, que ele se constitui como leitor.

No sentido de Lins (1999, p. 86), “o significado de algo é aquilo que digo deste algo. *Grosso modo, significado*, para mim, é o que a coisa é.” Isso quer dizer que

> os objetos são constituídos enquanto tal precisamente pela produção de significados para eles [...] eu me constituo enquanto ser cognitivo através da produção de significados que realizo, ao mesmo tempo em que constituo objetos através destas enunciações.
> A partir daí, a partir deste pressuposto, pode-se ver que quando falo de significados não estou me referindo a tudo que numa dada situação eu poderia dizer de um objeto, e sim ao que efetivamente digo a respeito de um objeto dentro daquela atividade. LINS (1999, p. 86)

Voltando à análise das respostas dadas pelos três grupos a cada uma das questões da atividade, se observam diferentes significados atribuídos por

diferentes leitores a um enunciado elaborado por um mesmo autor. Isso reafirma a teoria de Lins (1999, p. 89) para quem “não há conhecimento em livros enquanto objetos, pois ali há apenas enunciados. É preciso a enunciação efetiva daqueles enunciados para que eles tomem parte na produção de conhecimentos”.

Mas, e a atividade? Qual a intenção da autora ao formulá-la? Em princípio, a idéia dessa atividade era a de exemplificar como um objeto de aprendizagem disponível no Portal Dia-a-dia Educação poderia ser usado em favor da aprendizagem de conteúdos de Matemática. A animação tem a intenção de traduzir em linguagem matemática um fenômeno físico cotidiano. No caso, uma função. Tal atividade poderia ser usada pelo professor para introduzir o conceito de função, ou ainda para ampliar os conhecimentos dos estudantes sobre o assunto.

Alguém que analise a atividade poderia entender que ela é uma tentativa de contextualização de conteúdos matemáticos ou de trazer para a sala de aula de matemática uma relação interdisciplinar com a Física. De fato, embora essas questões estejam presentes na animação, essa não foi a intenção primeira ao usá-la para propor a atividade. Era muito mais forte o desejo de sugerir um encaminhamento metodológico para lidar com objetos de aprendizagem de matemática de modo a extrapolar as questões ilustrativas, ou seja, de que esses objetos pudessem de fato contribuir para a aprendizagem de conceitos matemáticos sistematizados.

10 Considerações finais

Como já pontuado no início deste texto, o curso de atualização não se resumiu a discussões sobre a atividade investigativa 1. Entre os participantes do curso pode-se perceber um grande interesse por aprender a operar os recursos da TV Multimídia bem como por aprender a elaborar seus próprios materiais para usar nesse equipamento. Por isso, boa parte das atividades do curso esteve focada na exploração desses recursos.

Além disso, a estagiária do projeto Licenciar, que acompanhou o curso de atualização, fez uma catalogação dos vídeos e imagens para a TV Multimídia disponíveis no Portal Dia-a-dia Educação em que relaciona os dados desses objetos bem como os conteúdos que podem ser explorados com o uso deles e

entregou aos professores. A estagiária fez também o *download* de todos os objetos, organizou-os em DVD e distribuiu cópias aos professores para que pudessem ter acesso mais rápido a esse material, de modo a facilitar a realização das pesquisas durante o curso. Essa catalogação poderá ser aproveitada de algum modo no Portal Dia-a-dia Educação.

Com base nos apontamentos dos professores e nos estudos realizados pelo grupo, solicitou-se à equipe da SEED que fossem feitas as alterações sugeridas pelos professores na animação usada na atividade 1. Essas alterações foram feitas e uma nova versão da animação será disponibilizada na página do Portal Dia-a-dia Educação.

Destaca-se também que ficou evidente, durante a aplicação da atividade ao grupo de estudantes surdos, que é de suma importância que o professor que trabalha com estudantes com essa característica tenha uma formação específica para isso. A comunicação entre professores e estudantes é condição para a aprendizagem. Portanto, compreender a linguagem dos surdos, seja diretamente ou pela mediação de um intérprete, é fundamental para que o professor possa desenvolver um bom trabalho com eles.

Durante a execução do projeto, muitos dados foram coletados e nem todos puderam ser analisados neste texto, o que deixa em aberto a possibilidade de outros estudos serem realizados.

Referências

ALGO SOBRE VESTIBULAR. **Tipos particulares de funções**. Disponível em <http://www.algosobre.com.br/matematica/funcoes-constante-1-e-2-grau.html> Acesso: nov. 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação a Distância / Projeto RIVED. **Glossário**. Disponível em <http://www.rived.mec.gov.br> Acesso: nov. 2008.

DINIZ, Maria Ignez e SMOLE, Kátia Stocco. **Matemática Ensino Médio**. São Paulo: Saraiva, 2003.

FOLLADOR, Dolores. **Potencialidades educativas dos objetos virtuais de aprendizagem para a TV Multimídia disponibilizados no Portal Dia-a-dia Educação**. Caderno Pedagógico. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008.

HARIKI, Seiji. **Ambiguidade do discurso matemático**. Disponível em: <http://www.matematicahoje.com.br/telas/educ_mat/artigos/artigos_view.asp?cod=21#Anchor-AA>. Acesso: nov. 2008.

INFOESCOLA. **Função afim**. Disponível em <http://www.infoescola.com/funcoes-matematicas/funcao-afim/> Acesso: nov. 2008.

LEITHOLD, Louis. **O cálculo com geometria analítica**. Vol. I São Paulo: Harbra, 1994.

LINS, Romulo Campos. **Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a educação matemática.** In: BICUDO (org.). Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. (Seminários & Debates).

MATEM¡TICA ESSENCIAL. **Funções afim e lineares.** Disponível em: <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/funcoes/funcoes.htm#m2021> Acesso: nov. 2008.

PAIVA, Manoel. **Matemática.** Volume único. São Paulo: Moderna, 1999.

PARANA. **TV Pendrive**. 2007. Disponível em < http://www.diaadia.pr.gov.br/tvpendrive/arquivos/Image/conteudos/textos/comousar_tvpendrive.pdf >. Acesso em: 21 jul. 2008.

QUINTELLA, Ary. **Matemática segundo ano colegial**. São Paulo: Companhia Nacional: 1968.

SANTOS, L. M. **Produção de significados para objetos de aprendizagem**: de autores e leitores para a educação matemática. Curitiba: UFPR, 2007. 120 p. Dissertação (mestrado).

SILVA, Sebastião Medeiros da. **Cálculo Básico para Cursos Superiores**. São Paulo: Atlas, 2004.

SO MATEMATICA. **Função de 1.º grau**. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/emedio/funcao1/funcao1.php> Acesso: nov. 2008.

STEWART, James. **Cálculo I**. 5. ed. São Paulo: Thomson, 2006.

UNIVERSIDADE DE LISBOA. Introdução às funções. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm24/jssp3.htm> Acesso: nov. 2008.

UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE. **Funções**. Disponível em <http://www.mackenzie.br/fileadmin/Graduacao/EE/Arquivos/Calculo_zero/funcoes.pdf> Acesso: nov. 2008.

WIKIPEDIA. **Função polinomia**l. Disponível em http://pt.wikipedia.org/wiki/Fun%C3%A7%C3%A3o_polinomial#Fun.C3.A7.C3.A3o_Afim. Acesso: nov. 2008.