Versão Online ISBN 978-85-8015-040-7
Cadernos PDE

VOLUME II

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2008

Produção Didático-Pedagógica

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO - SEED
SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO – SUED
PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL – PDE
EQUIPE PEDAGÓGICA DO PDE

CARMELÍGIA MARCHINI

CADERNO PEDAGÓGICO

Elo entre os ambientes tridimensionais e bidimensionais

CURITIBA
2008

CARMELÍGIA MARCHINI

CADERNO PEDAGÓGICO

Elo entre os ambientes tridimensionais e bidimensionais
Material didático apresentado como requisito parcial ao Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná – PDE- 2008 da Área de Matemática.
Orientador: Prof. Dr. Carlos Henrique dos Santos

CURITIBA

2008

AGRADECIMENTOS

Ao orientador Prof. Dr. Carlos Henrique dos Santos, sempre dedicado e disposto, que muito me ensinou contribuindo para meu crescimento científico e intelectual. Sempre presente, com paciência infinita, no direcionamento e revisão do estudo durante todo o processo de desenvolvimento e construção desse trabalho, na esperança de retribuir com a seriedade a confiança em mim depositada.

Ao prof. MS.Donizete Alves Cruz, co-orientador do PDE e amigo, pela atenção e apoio nos encontros de co-orientação. Os contatos, as trocas de materiais e suas sugestões foram fundamentais para o aprimoramento deste material didático-pedagógico.

À amiga Luciane, professora PDE, pelo apoio e colaboração inestimável, em todos os momentos, juntas tivemos a oportunidade de avançarmos em nosso conhecimento e em nossa prática pedagógica.

À Katie, professora PDE e amiga. As conversas, as trocas de materiais foram e continuam sendo importantes para o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço, de forma muito carinhosa, a meus pais, por terem sido o contínuo apoio em todos estes anos, ensinando-me, principalmente, a importância da construção e coerência de meus próprios valores, suas crenças absolutas na capacidade de realização a mim atribuída foram, indubitavelmente, os elementos propulsores.

Á Deus, que diante das dificuldades e obstáculos da vida, está sempre comigo, me proporcionando, saúde e coragem, cultivando a certeza de que, temos condições de tornarmos pessoas cada vez melhores, mostrando que a maior vitória ou conquista que uma pessoa pode obter na vida é vencer a si mesma.

SUMÁRIO

RESUMO

O objetivo deste caderno pedagógico é propor estratégias para o ensino da geometria direcionado aos alunos da 8ª série do Ensino fundamental, que ressaltem a importância da utilização de recursos didáticos para a compreensão e interpretação do elo entre as dimensões.

Utilizando estratégias que possibilitem aos alunos compreender conceitos geométricos, e que esses conhecimentos estejam articulados à capacidade de manipulação das fórmulas matemáticas, a visualização e a experimentação por meios de materiais manipuláveis, de forma que relacionem as dimensões geométricas, neste trabalho, focando as que estão presentes na Geometria Euclidiana.

Este caderno pedagógico tem a finalidade de proporcionar aos alunos, através da visualização e manuseio de materiais manipuláveis, o desenvolvimento da imaginação espacial e sua compreensão concreta, bem como o pensamento lógico dedutivo, auxiliando a abrangência do vínculo entre teoria e prática.

Para validar a proposta de um ensino significativo e interessante que estimulem o aprendizado e que desperte a necessidade do aluno situar-se no espaço reconhecendo os ambientes tridimensionais, utilizaremos procedimentos que relacionem seus conhecimentos como ponto de partida para compreender melhor o espaço que o rodeia, tornando-o apto a codificar as imagens que o cerca de maneira que essas habilidades permitam desenvolver conhecimentos formais e o elo entre ambientes tridimensionais e bidimensionais com a finalidade de estreitar a distância entre o prescrito e o vivido estabelecendo conexões entre os ambientes dimensionais.

1 - **INTRODUÇÃO**

O homem se constrói no tempo e no espaço, vivendo em um mundo espacialmente tridimensional, no qual a geometria está inserida. Analisando este contexto, é necessário discutir com os alunos que inúmeras situações requerem percepção espacial, tanto em matemática como na leitura e na escrita.

O desenvolvimento da percepção espacial e sua compreensão concreta são características fundamentais e necessárias para o vínculo entre teoria e prática. Com essas características, estará manifestando significativo caminho do espaço ao plano, estreitando o distanciamento entre o prescrito e o vivido, estabelecendo conexões entre matemática e outras áreas do conhecimento.

Baseada na realidade do aluno e em textos torna-se necessário relacionar a geometria escolar às suas atividades concretas, pois isso contribuirá com um ensino e uma aprendizagem significativa.

Para que possam agregar, enriquecer e contribuir para o desenvolvimento do educando, e dar suporte aos professores da rede pública estadual, será elaborado um material didático pedagógico que contribuirá para abordar os conceitos geométricos pertinentes à bi dimensionalidade e à tridimensionalidade.

No presente caderno buscou-se demonstrar a operacionalização e eficiência do uso de materiais manipuláveis no ensino de Geometria, dando ênfase ao elo entre os ambientes tri e bi dimensionais, buscando sempre comprovar dados algébricos através da experimentação e visualização, bem como a dedução de fórmulas.

2 - **ESTRATÉGIAS DE AÇÃO**:

* Produzir atividades que visam fornecer ao professor parâmetros para que ele possa agregar em suas estratégias de trabalho, de forma a garantir a participação produtiva dos alunos, permitindo que transformem e desenvolvam habilidades de: observar (visualização), abstrair (estruturação), comunicar (tradução) e de organizar (identificação e classificação).

* Nestas atividades, contemplar-se-ão idéias que possibilitem aos alunos de 8ª série do Ensino Fundamental, por meio da visualização e manipulação de materiais concretos, compreender e interpretar geometricamente o conceito espacial, para que o aluno tenha uma melhor percepção de mundo tridimensional e sua relação com o plano bidimensional.

3 - **PROPOSTA DE TRABALHO**:

Para tornar o ensino da geometria satisfatório e significativo proponho realizar em minha prática docente uma série de estratégias pedagógicas. Estas estratégias deverão assegurar a formação de conceitos, e o desenvolvimento de competências nos estudantes, relacionando a geometria do saber cotidiano com a geometria formal, o saber escolar.

Nas atividades apresentadas a seguir, buscando ilustrar a inter-relação entre objetivos que os alunos deverão alcançar metodologias, estratégias de ensino e avaliação, elas serão desenvolvidas utilizando-se de materiais concretos para que através de sua visualização e manipulação facilitem a assimilação dos conteúdos de geometria.

4 - Atividade: **A linguagem artística na diferenciação entre os ambientes bidimensionais e tridimensionais**

4.1 - Objetivos:

*Explorar espaço e situar-se nele, tendo em vista apropriação de conhecimentos e percepção visual dos objetos tridimensionais representados em um plano bidimensional.

*Expressar o seu entendimento a respeito da arte como representação de espaços, reconhecendo-a como um modo de interpretação individual da realidade.

*Compreender que o espaço tridimensional pode ser representado de forma bidimensional fazendo o elo entre as dimensões.

*Desenvolver habilidade de observação e seleção e de formas geométricas na natureza e no ambiente que os cerca.

Materiais: •Objetos com formas de sólidos geométricos
•Imagens de sólidos geométricas
•Figuras de obras de arte contendo sólidos geométricos
Sugestão: Obras de Escher

4.2 - Procedimentos:

a) - Organize em forma de uma mostra exposição os cartazes e objetos com as formas geométricas como meio de percepção da geometria ao nosso redor.

b) - Observar a interagir com os grupos de maneira que haja uma discussão, análise e constatação do elo entre os ambientes dimensionais.

c) - Fazer a relação, comparação e aprofundamento a respeito da representação do mundo tridimensional (suas três dimensões: comprimento, largura e altura) para a transferência no bidimensional (em suas duas dimensões: comprimento e altura).

d) – Apropriar dos conceitos e compreensão do bidimensional e tridimensional da representação do objeto (espaço – o todo) para a representação no papel (plano – a parte).

e) - Observe os cartazes com os desenhos das figuras com formas geométricas e os sólidos geométricos;

f) - Responda:

- Qual a diferença entre a representação tridimensional (suas três dimensões: comprimento, altura e largura) com a figura bidimensional (suas duas dimensões: comprimento e altura)?

- Que relação você percebe entre figura bidimensional ou plana, com a representação tridimensional ou espacial?

- Quais são as semelhanças entre a figura bidimensional com a representação tridimensional?

- Observando a figura bidimensional (o desenho no cartaz) você pode perceber que ela é a forma das faces do corpo sólido e que se não existisse um corpo tais faces não existiam?

- Observando a representação tridimensional (objeto) você pode perceber que o corpo sólido foi formado pela face da figura plana e que se não houvesse uma face tais corpos não existiam?

- Depois de realizadas as observações necessárias conseguem reconhecer e realizar a diferenciação entre o corpo e figura?

f) - Elabore um desenho do corpo sólido observado representando a sua percepção sobre tri dimensão.

h) - Visando a apropriação da forma do corpo sólido:

* Desenhe-o planificado;

* Desenhe-o sobre os diferentes ângulos de visão: de costas, de lado, de cima...

i) - Utilizando os materiais necessários transforme o desenho de observação na forma tridimensional.

j) - Ao final da construção do corpo geométrico peça para os alunos observarem e compararem a figura bidimensional com o corpo sólido (o tridimensional) por eles elaborado e:

-houve uma relação entre a forma e o concreta?

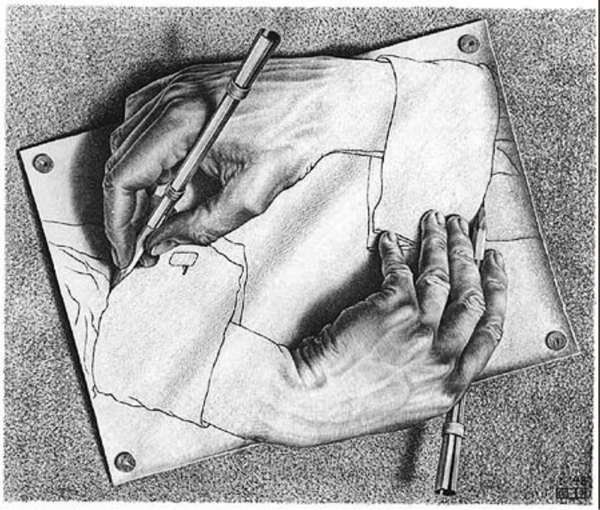
-interpretou geometricamente o objeto percebendo sua constituição de forma, proporção, posição e orientação?

-estabeleceram o elo entre os conceitos, linguagens, representações e conhecimentos matemáticos das dimensões?

OBRAS DE ESCHER

Desde o início que um dos seus fascínios era a representação tridimensional dos objetos na bidimensionalidade do papel. Escher explorou em profundidade as leis da perspectiva e desafiou essas leis nas representações bidimensionais e tridimensionais, provocando o conflito das representações.

O efeito de tridimensionalidade foi obtido por Escher no papel: temos a estranha sensação de vermos a cena ao mesmo tempo de cima, de baixo e do mesmo nível.



Fonte: http://www.epo.pt/mat/escher/obras_de_escher.htm Adaptado do artigo originalmente publicado em **Ciência Hoje das Crianças (1986)** escrito por Sheila Kaplan.

k) - A partir das suas respostas, elaboração do desenho e construção do corpo sólido, explicite seu entendimento sobre o elo entre os ambientes dimensionais, buscando estabelecer as diferenças entre a representação do plano bidimensional (a representação no papel é a parte: superfície) relacionando-a ao espaço tridimensional (o todo: ao seu volume) em um relatório de no mínimo oito linhas e máximo de 15 linhas.

4.3 - **Sistematizações das propriedades matemáticas**

Aplicação dos conceitos geométricos e suas propriedades algébricas, tendo em vista a apropriação de conhecimentos e a percepção espacial dos objetos tridimensionais representados em um plano bidimensional.

4.4 - Objetivos:

*Discutir sobre os conceitos primitivos de: ponto, reta e plano;

*Demonstrar que por um ponto passam infinitas retas;

*Apropriar-se do axioma da determinação da reta, onde dois pontos distintos determinam uma, e uma só reta;

*Aprofundar-se no estudo da reta, em suas posições;

*Discutir o axioma do plano, onde um plano fica determinado por três pontos não colineares e suas decorrências, onde um plano fica determinado por uma reta e um ponto exterior a essa reta; por duas retas distintas que têm um ponto em comum e, por duas retas paralelas;

*Identificar os sólidos geométricos

4.5 - Conteúdos a serem abordados com alunos da 8ª série do Ens. Fundamental

*Conceitos primitivos de ponto, reta e plano;

*Unidades de medidas (múltiplos e submúltiplos do metro)

*Estudo da entidade da reta e, de suas entidades geométricas: semi-reta e segmento de retas;

*Posição relativa das retas (paralelas e perpendiculares);

*Determinação do plano;

*Definição de sólidos geométricos;

4.6.- atividade: **Trabalhando com sólidos geométricos e conceitos de ponto, reta e plano**

Materiais:

*Objetos com formas de sólidos geométricos;

*Figuras de obras de arte contendo imagens de sólidos geométricos;

Sugestão: Obras de Escher

*Varetas coloridas para representar as retas;

*Pininhos de madeiras coloridos para representar os pontos;

*Fios de lã coloridos;

Procedimentos:

1- Depois de explorar a atividade de linguagem artística na diferenciação entre os ambientes dimensionais, onde se procurou interpretar através das obras de Escher e de objetos sólidos geométricos, em sua bi e tridimensionalidade, passaremos a sistematização e aquisição dos conceitos de maneira em que haja a percepção das propriedades algébricas e geométricas;

1.1-Utilizar-se do sólido geométrico, o dodecaedro para manipulação, visualização e percepção do ponto, onde sobre este será colocado um pino para a representação do ponto;

1.2-Sobrepor sobre o pino (a representação do ponto), várias varetas coloridas sobre um único ponto, em sentidos diferentes visando à concretização de que por um ponto passam infinitas retas;

1.3-Após a apropriação do axioma do ponto, utilizar-se desse mesmo ponto e de uma vareta na representação da reta, no intuito de que dois pontos determinam uma única reta;

1.4-Após a ilustração e fixação dos axiomas do ponto e da reta, desenvolver habilidades de percepção e apropriação do axioma do plano, utilizando-se de três pinos, facilitando a concretização do axioma de que, três pontos não colineares determinam um plano;

2 - Analisando ainda esse sólido geométrico, o dodecaedro e, utilizando-se do axioma da reta, fazer um aprofundamento sobre a

semi-reta e segmento de reta usando as varetas e os pinos para concretização das mesmas;

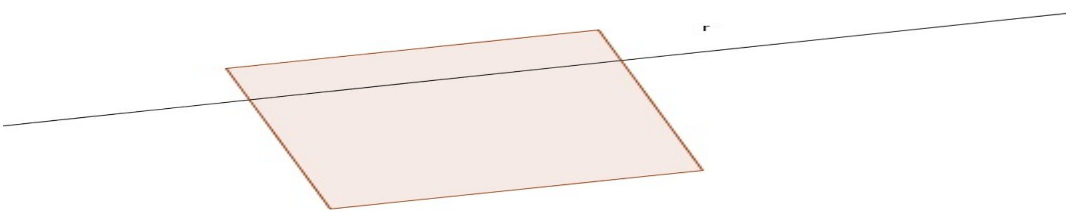
3 - Propor a manipulação de um tetraedro, desenvolvendo estratégias sobre propriedades adquiridas e no desenvolvimento de habilidades baseadas nos axiomas do ponto, reta e plano, aplicando-se aqui o estudo do triangulo em sua definição e classificação;

4.7 - Atividade: **Determinação do plano e a posição relativa das retas paralelas e perpendiculares e, suas entidades geométricas**

Materiais necessários: Régua, compasso, transferidor, lápis ou caneta.

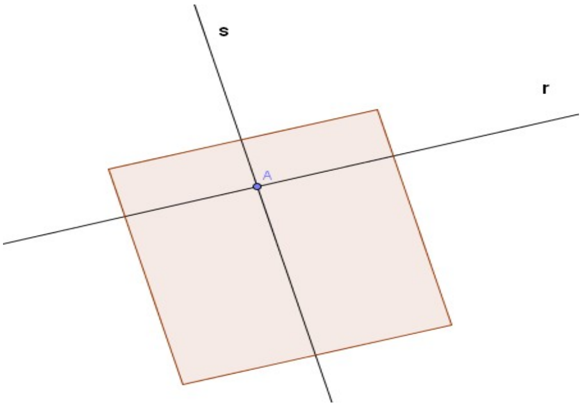
Procedimentos:

- Pegue uma folha de papel e faça uma dobra onde quiser;
- Desdobre o papel e, usando uma régua e um lápis marque a dobra. Essa dobra ou risco dá a idéia de uma ___________. Identifique-a por r;
- A reta é _____________pois ela não termina nos limites da folha ou do desenho;

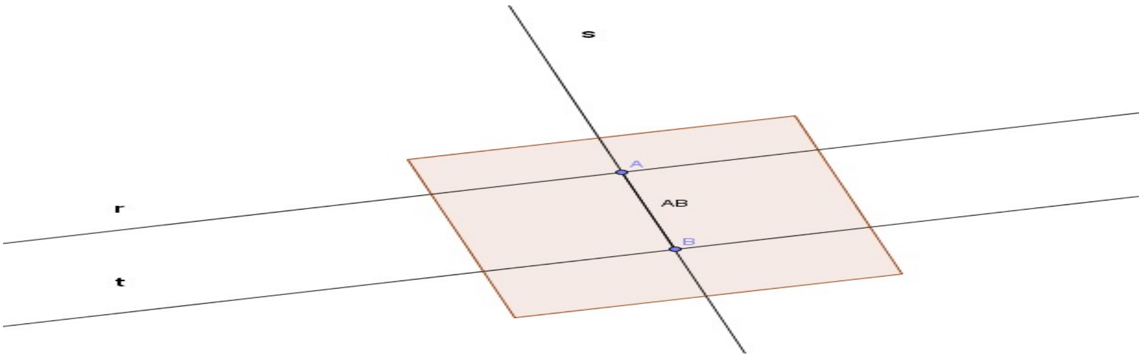


- Faça uma segunda dobra que cruze com a primeira;
- Desdobre o papel e, usando uma régua e um lápis marque a dobra. Essa dobra dá a idéia de outra ___________. Identifique-a por s;
- O que aconteceu com essas retas? ________________________
- Quantos pontos essas retas têm em comum?________________
- Identifique esse ponto(s) por uma letra maiúscula, por ex A;

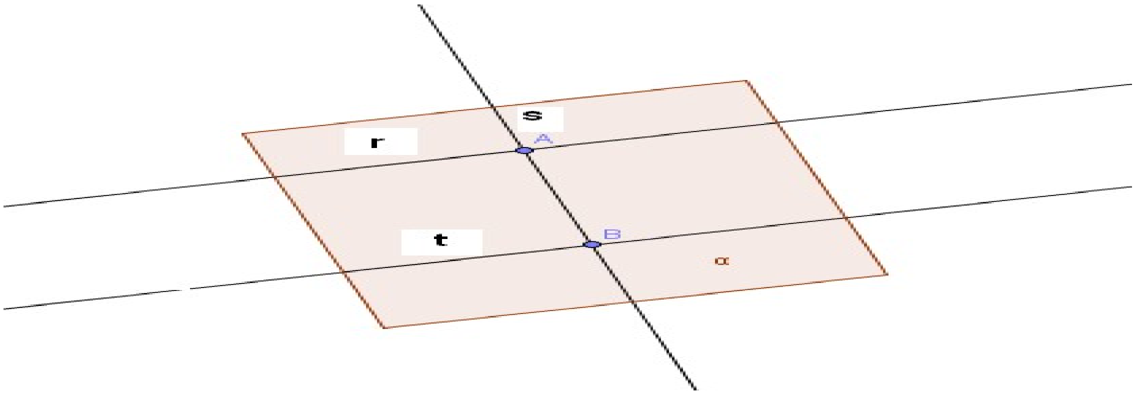
- Qualquer ponto de uma reta a separa em duas semi-retas. Assim toda semi-reta tem começo, mas não tem fim;



- Faça uma terceira dobra que cruze apenas com uma das dobras anteriores;
- Desdobre o papel e, usando uma régua e um lápis marque a dobra. Essa dobra dá a idéia de outra ___________. Identifique-a por t;
- Marque com outra letra maiúscula, por ex B, o ponto em comum dessas retas;
- A parte da reta limitada pelos dois pontos recebe o nome de segmento de reta. Esses dois pontos são as extremidades do segmento de reta;



Tome a folha de papel da questão anterior como à representação de um plano. O plano é infinito, mas por força das circunstâncias suas representações são limitadas. Em geral nomeia-se um plano por uma letra grega minúscula, aqui o represente por α(alfa);



As retas r, s e t da figura ocupam o mesmo lugar no plano. Elas são chamadas de retas ______________________.

As retas r e s têm um ponto em comum. O ponto A pertence tanto à reta r quanto à reta s, dizemos então, que essas retas são __________________.O que podemos dizer sobre as retas r e t?_________________________________

____

Descreva o que você percebe entre as retas r e s e entre as retas s e t.

____

____

____

Quais das retas traçadas são paralelas? Por quê?

____

____

Quais das retas traçadas são perpendiculares? Por quê?

____

____

4. - Atividade: **Unidades de medidas do comprimento**

Materiais necessários:

*Régua, fita métrica ou trena, lápis;

*Tabela para anotação das medidas.

Procedimento:

Dois a dois, os alunos deverão efetuar as medidas indicadas na tabela, utilizando-se dos instrumentos de medidas indicados na tabela pelo professor;

Efetue pelo menos duas vezes as medidas solicitadas;

1) Preencha as tabelas abaixo:

Nome do aluno (a)____

Valores encontrados pela medida do polegar direito	Medida pelo polegar direito	Medida em cm
Medida do polegar direito		
Medida do polegar esquerdo		
Medida dos braços abertos de um lado a outro (braçada)		
Medida de seu pé direito		
Medida de seu pé esquerdo		
Medida do comprimento de seu passo		
Medida de sua altura		

Valores encontrados pela medida da palma da mão	Medida pela palma da mão	Medida em cm
Medida dos braços abertos de um lado a outro (braçada)		
Medida de seu pé direito		
Medida de seu pé esquerdo		
Medida do comprimento de seu passo		
Medida de sua altura		

Valores encontrados pela medida do pé direito	Medida pelo pé direito	Medida em cm
Medida do seu pé direito		
Medida do comprimento de seu passo		
Medida dos braços abertos de um lado a outro (braçada)		
Medida de sua altura		
Medida da largura da sala de aula		
Medida do comprimento da sala de aula		
Medida da largura do prédio de sua sala de aula		
Medida do comprimento do prédio de sua sala de aula		

Valores encontrados pela medida do passo	Medida pelo passo	Medida em cm
Medida do comprimento de seu passo		
Medida dos braços abertos de um lado a outro (braçada)		
Medida de sua altura		
Medida da largura da sala de aula		
Medida do comprimento da sala de aula		
Medida da largura do prédio de sua sala de aula		
Medida do comprimento do prédio de sua sala de aula		

Valores encontrados pela fita métrica (ou trena)	Medida pela fita métrica	Medida em cm
Medida do polegar direito		
Medida do polegar esquerdo		
Medida dos braços abertos de um lado a outro (braçada)		
Medida de seu pé direito		
Medida de seu pé esquerdo		
Medida do comprimento de seu passo		
Medida de sua altura		
Medida da largura da sala de aula		
Medida do comprimento da sala de aula		
Medida da largura do prédio de sua sala de aula		
Medida do comprimento do prédio de sua sala de aula		

2) Converta cada medida realizada em cm para a unidade indicada em cada coluna da tabela a seguir:

Descrição das partes (locais) medidas	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
Medida do polegar direito							
Medida do polegar esquerdo							
Medida dos braços abertos de um lado a outro (braçada)							
Medida de seu pé direito							
Medida de seu pé esquerdo							
Medida do comp. de seu passo							
Medida de sua altura							
Medida da largura da sala de aula							
Medida do comp. da sala de aula							
Medida da largura do prédio de sua sala de aula							
Medida do comprimento do prédio de sua sala de aula							

3) Relacione abaixo as dificuldades encontradas para obter as medidas e as soluções encontradas para cada caso.

R.:____

4) Qual(s) das unidades da tabela anterior é (são) mais apropriada(s) para as medidas que você efetuou? Justifique.

R.:____

5) Se você tivesse utilizado seu polegar direito como único unidade de medida, os números obtidos teriam sido menores, maiores ou os mesmos? E os comprimentos? Explique sua resposta.

R.:____

6) Para que tipo de medida de comprimento seria conveniente usar o quilômetro como unidade de medida? E o milímetro? Use exemplos para ilustrar sua resposta.

R.:____

7) Faça uma pesquisa sobre o Sistema Internacional de Unidades, criado em 1960 pela Conferência Internacional de Pesos e Medidas.

8) Faça um cartaz com figuras dos instrumentos de medidas do comprimento, nomeando-os e com uma breve descrição para que são utilizados.

4.9 - Avaliação:

Uma das estratégias de avaliação será a observação (rubrica) onde devemos recolher informações sobre como os alunos estão desenvolvendo as tarefas, quais as habilidades e atitudes frente às tarefas a serem realizadas e aos assuntos estudados.

Visando uma melhor organização e aprimoramento dos materiais em momentos posteriores (nesse projeto propõe-se um ensino espiral) possibilitando completar, inserir novas informações e/ ou ainda aperfeiçoando-as em função da ressignificação do conhecimento, utilizaremos tanto na avaliação diagnóstica como na avaliação formativa o instrumento dos Portfólios, (coleções organizadas numa pasta composta por trabalhos desenvolvidos ao longo do período) como:

-Fichas das atividades desenvolvidas sobre a sistematização das propriedades matemáticas;

•Os quadros 1,2 e 3 de avaliação do aluno.

•Relatórios sobre as observações do aluno a percepção do mundo tridimensional a relação entre os ambientes tridimensional e bidimensional, os fotos do objeto tridimensional construídos pelos alunos acompanhados de comentários feitos por eles e pelo professor.

•Os desenhos elaborados dos corpos sólidos visando à apropriação de suas formas.

Quadro 1 →Avaliação sobre a fase de observação

Nome: turma:

Atitude e comportamento	Pouco	Razoável	Muito
•demonstra interesse pela atividade			
•Permanece interessado durante toda atividade			
•Ouve atentamente as explicações do professor			
•Demonstrar respeito pelo professor			
•Ouve e demonstra respeito pelos colegas			
•Coopera com os colegas quando solicitado			

Quadro 2→Avaliação das representações do bidimensional

Nome: turma:

Representação no plano	Repres. pouco compreensiva	Representaçã compreensiva	Rep.bastante compreensiva
•desenv. habilidade obs. e apropriação da forma das faces do corpo sólido			
•transferiu para o bidimensional (plano) as dimensões do comprimento e altura			
•apropriou-se dos conceitos do plano como base para cálculo de superfície			
•demonstrou capacidade de represent. individual do espaço para o plano			
•percebeu que as repres.no plano bidimens.não incluem o todo, mas parte			
•reconhecem e realizam diferenciação entre corpo e figura.			

Quadro 3 - Avaliação da construção de objetos tridimensional

Nome: Turma:

Construção do corpo geométrico	SIM	NÃO
*representou tridimensionalmente obedecendo a suas três dimensões		
*desenvolveu percepção e compreensão na representação desse mundo tridimensional		
*apropriou-se dos conceitos de espaço como subsidio para encontrar o seu volume		
*percebeu que no espaço tridimensional inclui o todo		
*houve a relação entre a forma (plano) e o concreto (espaço)		
*interpretou geometricamente o objeto percebendo sua constituição de forma, proporção, posição e orientação.		
*estabeleceu o elo entre o objeto concreto com o espaço em que vive		
*concretizou o uni., o bi e o tridimensional		

5 - Atividade: **Projeções de sombras dos objetivos tridimensionais**

5.1 - Objetivos:

*Estabelecer relações entre o espaço (objeto tridimensional) com o plano (figura bidimensional) realizando situações exploratórias e de deslocamento.

•Observar a forma do mundo físico identificado geometricamente sua tridimensionalidade.

•Perceber a sua presença no mesmo espaço do objetivo tridimensional observado.

•Fazer a transferência do espaço tridimensional para o plano bidimensional definindo o conceito de plano e espaço.

•Estimular no aluno a intuição, a analogia e as formas de raciocínio indutivo e dedutivo de perceber as relações entre as dimensões.

*Explorar a linguagem visual como forma de registro permitindo a passagem do espaço para o plano.

Materiais:

*Fita métrica ou trena, giz;

*lápis, borracha, régua;

*papel cartaz;

5.2- Procedimentos:

a) Iniciar a atividade pedindo aos alunos para que dêem sugestões de qual objeto a contornar sua sombra, projetando-a, incluindo a sua própria sombra, discutindo e enfatizando as vantagens e desvantagens de cada objeto (como: localização, projeção da sombra, relação entre o espaço e o plano...) com o intuito de valorizar a participação do aluno e suas idéias, você poderá anotar todas as sugestões e apontar, pelo menos, um aspecto favorável de cada objeto. Ao final da discussão a turma analisará os diferentes objetos e definirá qual o melhor a ser contornado para poder associar o contorno ao plano bidimensional.

b) Escolha do local para investigação:

- Oriente os alunos para que caminhem pela escola procurando um local adequado para fazer o contorno da projeção da sombra. Um local que de preferência seja plano, que não tenha interferência de sombras de outro objeto, por exemplo, se quiserem contornar a sombra da bandeira no pátio da escola verificando se não há sombra de uma árvore atrapalhando a sombra total do objeto a ser analisado ou ainda, se forem projetar a sombra da cesta de basquete da quadra de esporte verificar se não há muito movimentação no momento do contorno, não esquecendo nessa situação de solicitar o aval do professor de educação física para esta atividade.

c) Após a definição do local de investigação e do objeto a ser contornado, pedir para que o aluno com um giz faça o contorno da sombra projetada no chão tanto do objeto quanto da sua própria sombra. Em grupo de 3 à 4 pessoas irem anotando os procedimentos e as medidas do contorno da projeção da sombra comparando situações e estabelecendo relações entre o tridimensional e bidimensional, passando para o papel o desenho da sombra projetada obedecendo uma escala.

d) Possibilitar ao aluno construir competência e habilidades que priorize e oportunidade o mesmo a compreender e transformar o tridimensional em uma figura bidimensional.

e) Depois de realizadas as atividades exploratórias de transportar os objetos tridimensionais para a figura bidimensional responder as questões:

-Qual a diferença que você percebeu entre os objetos tridimensionais com a sombra dele projetada?

-Pode perceber que a projeção na sombra é a passagem do tridimensional para o bidimensional?

-Explique como você reconhece e concretiza os conceitos de uni dimensão e bi dimensão na projeção das sombras, acrescente também a que você relaciona o interior da superfície do contorno da sombra.

- A sua idéia do mundo físico e seu conhecimento sobre o espaço tridimensional se modificaram após essa atividade?

- Qual era a sua percepção geométrica do mundo? E agora?

- Identifica as características do objeto tridimensional e da figura bidimensional do mesmo objeto?

5.3 – **Sistematizações das propriedades matemáticas**

Para aprofundar a compreensão a respeito da passagem do espaço para o plano e vice-versa os alunos deverão a partir da elaboração do croqui (representação bidimensional das projeções das sombras: objeto e do aluno) confeccionar uma maquete (representação tridimensional).

5.4 - **Objetivos**:

- Aplicar os conceitos geométricos, tendo em vista a apropriação de conhecimentos lógico-matemáticos, bem como suas representações e propriedades algébricas.
- Expressar a concretização do unidimensional e do bidimensional, correlacionando-os no cálculo das medidas de áreas.
- Empregar o conceito de escala no desenvolvimento da elaboração do croqui e na construção da maquete, empregando a conversão entre unidade de medidas.

5.5 - **Conteúdos a serem abordados com alunos de 8ª série do Ensino Fundamental**

* Unidades de medidas→ múltipos e submúltiplos do metro.
* Conceito de escala→ conversão entre unidades de medidas.
* Conceito de área→ medida de superfície: comprimento x altura

5.6 – Atividade: **Quadriculando o interior do contorno da sombra**

Materiais:

- 1 folha de papel cartão ou cartolina para cada grupo;
- Trena ou fita métrica, giz para contorno da sombra;
- Régua, lápis, borracha.

Procedimentos:

1- Após a atividade de exploração em que os alunos fizeram a projeção das sombras, trabalhar com o conceito de uni dimensão, onde no contorno das sombras, será feita uma relação da reta com sua única dimensão, o comprimento;

1.1-Abordar a unidade de medida, o metro, bem como seus submúltiplos e múltiplos, marcando cada medida encontrada;

1.2 -Transferir para o croqui o contorno da projeção das sombras, apropriando-se do conceito sobre escala, a qual será pré-definida;

2- Trabalhar com o conceito de bi-dimensão, apropriando-se da medida da superfície, ou seja, cálculo da área;

2.1- Pedir para que o aluno, no interior do contorno da sombra real, preencha-o quadriculando com quantos quadradinhos forem necessários, com o intuito de codificar e decodificar o conceito de áreas e trabalhar as unidades de medidas como o $m \rightarrow m^2$, cm^2...;

2.2- Transpor para o croqui na figura bidimensional as medidas encontradas obedecendo à escala pré-determinada;

2.3- Utilizar-se da atividade de codificação da medida da superfície encontrada no contorno da sombra e relacioná-la, introduzindo a fórmula algébrica da área: S= a.b, onde: S=superfície, a=comprimento e b= altura.

5.6.2 – atividade: **Construção de maquete - trabalhando com escala**

Materiais:

- Selecione alguns materiais de sucata que tenham formato semelhante aos objetos desenhados e que possa dar o formato do corpo humano.
- 1 folha de papel cartão ou cartolina para cada grupo.
- Tinta a base d’ água de diversas cores; pincéis.
- Cola, tesoura, régua, lápis, borracha.

Procedimentos para construção da maquete:

- Após os alunos terem feito a projeção das sombras, desenhando-as num croqui, pedir para os alunos construírem uma maquete para a representação tridimensional dos objetos e o da sua sombra.

- Construir a maquete utilizando os materiais de sucata selecionados, de modo a reproduzir o formato com as respectivas dimensões. Nesta atividade poderá ser utilizada a mesma escala usada no procedimento das projeções das sombras no croqui, porem a finalidade aqui é desenvolver as habilidades de transferência do tri para o bi e de representações dos objetos do espaço. Pedir para que os materiais feitos com sucatas sejam pintados com a cor similar à dos objetos tridimensionais de sua projeção e que façam o contorno de cada "objeto" com um lápis e também transfiram o contorno da projeção da "sombra" do objeto na maquete.

5.8 - Avaliação:

As representações individuais da realidade devem ser compartilhadas, ampliadas, ressignificadas coletivamente, favorecendo o trabalho cooperativo de coleta e registro de dados, organização das informações e tomada de decisões.

Como avaliação desse conjunto, proponho que os alunos organizem uma mostra expondo o croqui da representação bidimensional e a maquete com a representação tridimensional do objeto projetado pela sombra para que todos os alunos observem a exposição auxiliando na compreensão do elo entre as dimensões tri e bidimensional, possibilitando uma reflexão com a turma sobre os aspectos das dimensões tanto nos desenhos quanto na maquete.

Convém enfatizar que nessa atividade não é a beleza do produto final mas a exatidão, o aprendizado que os alunos obtém sobre os ambientes bi e tridimensional, sobre os conceitos e linguagens matemáticas geométricas durante o processo para que os alunos desenvolvam estratégias de ações apropriando-se das propriedades geométricas para que desenvolvam estratégias estruturadas.

Quanto à sistematização das propriedades matemáticas serão avaliados os devidos cálculos das medidas da superfície e a escala desenvolvida tanto no croqui quanto na confecção da maquete.

Q1 – Instrumento de obs. da atividade: Contornando projeções de sombras

Nome: Turma:

Os alunos do grupo	Não partici-param	Pouca Partic (30%)	Partic. Razoáv. (50%)	Partic. signifi-cativa
*Particip.no desenv. das ativid. preparatórias				
*Colaboraram entre si no planejamento das atividades preparatórias				
*Colaboraram entre si na implementação das atividades de contornar as sombras				
*Elaboraram croqui para anotação das medidas numa certa escala				
*Elaboraram croqui para o desenho da projeção da sombra (fig. Bidimensional)				
*Transformaram a representação tri numa representação bidimensional				

Q2 – Instrumento de observação da atividade: Construção da maquete

Nome: Turma:

O aluno do grupo	Não Particip	Pouca Particip	Partic. Razoáv	Partic. Signif.
*Participaram no processo de const. da maquete.				
*Colaboraram entre si no processo const. maquete				
*Representaram tridimensionalmente os objetos obedecendo às três dimensões.				
*Houve a relação entre o bid.(contorno da sombra) com o trid. (obj. construído)				
*Estabeleceu elo entre o objeto concreto com o espaço em que vive.				
*Concretizou o uni.,o bi., e o tridimensional				
*As formas e dimensões foram obedecidas				
*Desenvolveram habilidades observação, seleção e adaptação de materiais.				
*Transferiram a forma física do objeto identificando sua tridimensionalidade.				
*Estabelec. as diferenças entre as formas de repres				

Q3 – Instrumento de observação da atividade:

Exposição do croqui (bidimensional) e da maquete (tridimensional)

O aluno do grupo	Não participou	Pouca particip.	Particip. razoável	Particip. significat
*Participaram ativamente do processo de exposição das atividades				
*Procurou na realização de seu trabalho desenvolver seu próprio processo.				
*Reconheceu qualidade no trabalho dos outros.				
*Modificou o próprio trabalho em função da qualidade dos outros trabalhos.				
*Identificou características na qualidade do desenho e do objeto.				
*Soube se apresentar no grupo colaborando entre si.				
*Colaborou com a apresentação dos outros grupos.				
*Compartilhou e ampliou seus conhecimentos na apresent. dos trabalhos.				

Em um texto de pelo menos 10 linhas faça comentários a respeito da seguinte observação: “O mundo físico em que vivemos é tridimensional, explorar o espaço e situar-se nele tendo em vista a apropriação de conhecimento e a percepção visual dos objetos tridimensionais representado em um plano bidimensional e vice-versa demanda interpretação geométrica.”

Incluir em seu portfólio o texto elaborado pelos alunos, assim como os instrumentos de observação (rubrica)

6- Atividade: **Percepção visual das figuras bidimensionais para a representação tridimensional**

6.1 - Objetivos:

*Orientar os alunos a empregar técnicas para análise das informações coletadas durante a etapa de exploração.

*Auxiliar o aluno a ampliar os seus conceitos sobre as três dimensões associadas às atividades práticas.

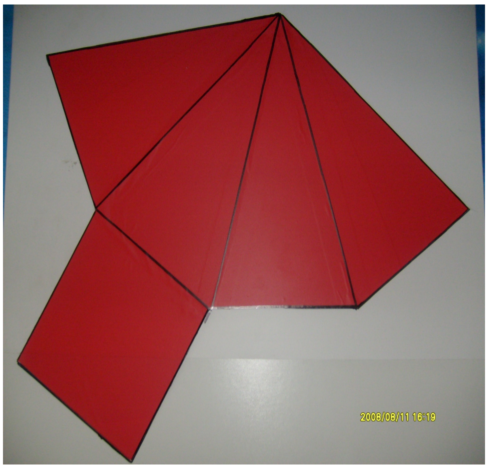
*Orientar os alunos a articular seus pensamentos e a empregar uma linguagem que utilize termos mais precisos com o objetivo de facilitar a comunicação associada a linguagem visual.

*Proporcionar atividades aos alunos permitindo-lhes construir outros significados a respeito do que está sendo estudado a partir das experiências vivenciadas.

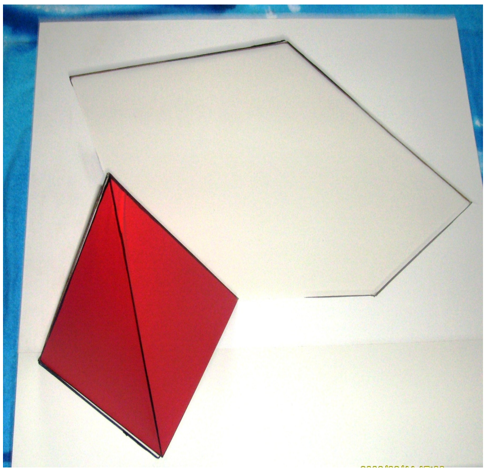
*Desenvolver estratégias para que os alunos possam criar processos de codificação e decodificação.

Materiais:

*Uma maquete de madeira tendo uma figura bidimensional de uma pirâmide planificada sobre um fundo falso que ao ser montada passa do plano (parte) para o espaço (todo) tendo a visão da figura bidimensional transposta para a representação tridimensional e vice-versa.



→



6.2- Procedimento:

*Nesta atividade sugerimos que você vivencie a experiência da percepção visual em que será apresentado um plano, em madeira, com uma figura de uma pirâmide planificada, esta sobre um fundo falso dando a visão da planificação da figura bidimensional, que ao montá-la transforma em uma representação tridimensional espacial.

*Ao final da atividade o aluno deverá:

a) Identificar após a observação da maquete e a montagem da pirâmide que a figura bidimensional ou plana é a forma das faces do corpo e, que se não houvesse um corpo tais faces não existiriam na realidade e, que a representação tridimensional da pirâmide é o corpo sólido que foi formado pela face da figura plana e, que se não houvesse uma face, tais corpos não existiriam na realidade. Faça uma reflexão com os alunos sobre:

* cada face será a “representação” de um plano;

* cada aresta será a “representação” de uma reta;

* cada vértice será a “representação” de um ponto.

Essa atividade servirá para facilitar a visualização do estudo das retas, planos, retas e planos e o cálculo das áreas e volumes dos sólidos geométricos.

b) Criar um material manipulável concreto que represente essa passagem do tridimensional para o bidimensional e vice-versa

Outra sugestão de atividade é assistir ao filme “Flat land: a visão de um mundo bidimensional, (A história acontece em um planeta chamado Flat land, um mundo bidimensional e uma reta-mulher. Homens triangulares, quadrados, hexagonais...um rei polígono. A busca de respostas leva a reta a outro “mundo” uma encruzilhada interdimensional, uma viagem inesquecível...) este vídeo está disponível no endereço: www.youtube.com – (midialogia 08, categoria: educação, palavras-chaves : Flatland 2D bidimensional).

Este filme Flat land, visa contribuir um melhor entendimento da percepção do mundo tridimensional. Aguçando a criatividade e a imaginação de como seria um mundo em 2D, onde cada ser seria como um papel contendo somente comprimento e altura. Aqui convêm ampliar conhecimentos sobre a medida de superfície com seus alunos, identificando a reta como uma única dimensão e associando a superfície com as duas dimensões. Como medida de aprofundar o conhecimento, se houver necessidade sugere-se também o filme: Dr. Quantum visits Flatland, onde nesse filme o Dr.Quantum transforma os personagens bidimensionais em tridimensionais dando continuidade ao estudo das duas dimensões para o estudo das três dimensões: comprimento, altura e largura associando-os ao volume, concretizando assim o mundo 3D – tridimensional. Outra sugestão é o endereço: www.flatlandthemovie.com.

Após a exibição do filme questione com seus alunos sobre:

* Uni dimensão originada de uma única dimensão: a reta
* Bi dimensão em suas duas dimensões, comprimento e altura: superfície.
* Tri dimensão em suas três dimensões, comprimento, altura e largura: volume.

6.3 – **Sistematizações das propriedades matemáticas**

6.4 – Objetivos:

- Aplicar os conceitos geométricos, tendo em vista a apropriação de conhecimentos lógico-matemáticos, bem como suas representações e propriedades algébricas.
- Aplicar os conceitos de ângulos, quanto a sua abertura (reto, agudo, obtuso e ângulo reto), quanto à soma (complementares, suplementares e replementares) e, quanto ao sistema de medidas de ângulos;
- Analisar o triângulo em sua definição, condição de existência; classificação e congruência;

6.5 – **Conteúdos abordados para alunos da 8ª série**

*Ângulos e suas medidas;

*Triângulos: definição, condição de existência; classificação e soma dos ângulos interno e externos do triângulo.

6.6 - **Atividades sobre Ângulos**

6.6.1 – Atividades envolvendo abertura e classificação dos ângulos:

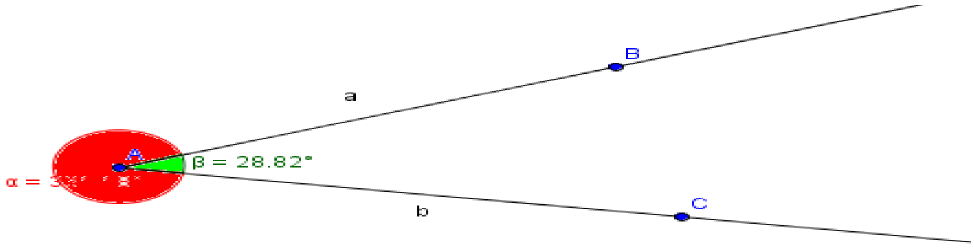
1) Numa folha sem pauta, marque três pontos, A, B e C, não- alinhados.

a) Desenhe, a partir do ponto A, uma semi-reta que passe pelo ponto B.
b) A seguir, partindo do mesmo ponto A, desenhe outra semi-reta, passando agora pelo ponto C.

O plano determinado pelos pontos A, B e C ficou dividido em duas regiões chamadas ângulos.

Na figura construída, o ponto A recebe o nome de vértice do ângulo e as semi-retas AB e AC recebem o nome de lados do ângulo.

c) Pinte os dois ângulos com cores diferentes.



2) Agora, usando a folha de papel sem pauta, trace uma reta e sobre ela marque um ponto O, dividindo-a em duas semi-retas opostas.

O plano ficou dividido em duas partes, chamadas ângulos rasos ou de meia volta (180°). O ponto marcado é o vértice dos ângulos.

Pinte esses ângulos com cores diferentes.

3) Usando a folha sem pauta, marque um ponto e nomeie-o;

Trace duas semi-retas com origem nesse ponto obedecendo a uma condição: as duas semi-retas devem ser coincidentes.

Nesse caso, você vai obter dois ângulos muito especiais:

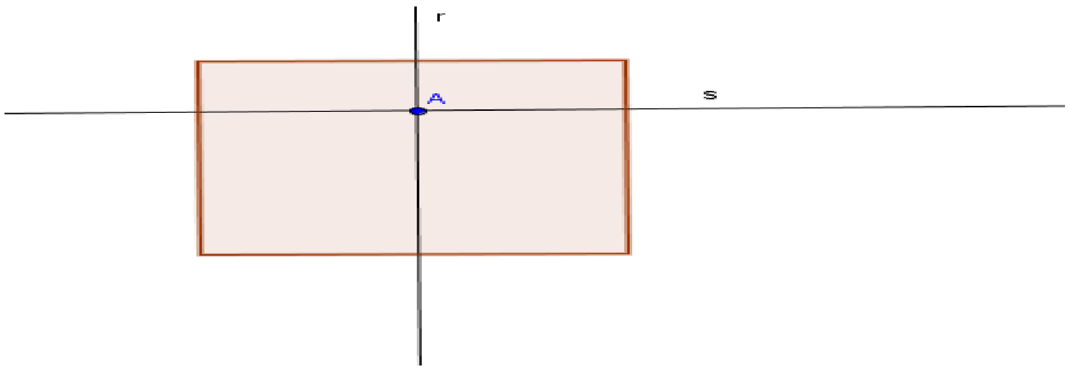
*Um deles é o ângulo nulo, que é representado pelas semi-retas coincidentes.

*O outro é o ângulo de volta inteira, representado pelo plano.

4) Em outra folha sem pauta, desenhe uma reta e marque sobre ela um ponto (dividindo-a em duas semi-retas), nomeando-a por r

a) Dobre o papel no ponto marcado, de modo que uma semi-reta fique exatamente sobre a outra;

b) Desenhe a reta sobre a dobra (nomeie-a por s) e obtenha quatro ângulos. Cada um deles é chamado de ângulo de ¼ de volta;



c) Pinte os ângulos com cores diferentes;

d) Descreva o que você percebeu quando as retas perpendiculares dividiram o plano em quatro ângulos? E se as retas concorrentes não fossem perpendiculares, como seriam as medidas desses ângulos? Nessas duas situações descreva os ângulos de acordo com sua classificação quanto à abertura e quanto à soma.

____

____

____

____

____

6.6.1. Para essa **atividade envolvendo ângulos consecutivos** serão necessários:

* papel cartão, tesoura e cola.

Procedimentos:

a) Em um papel cartão recorte um ângulo qualquer;

b) A partir do vértice, desenhe uma semi-reta que divida esse ângulo em outros dois com tamanhos (aberturas) diferentes;

c) Faça uma dobra pela semi-reta, formando um vinco e, desdobre a seguir;

Observe que você obteve, nesse papel, dois ângulos que têm o mesmo vértice e um lado comum (a semi-reta que você desenhou).

d) Passe cola apenas no ângulo maior e cole-o no caderno. O ângulo menor deve ficar sem cola, solto;

e) Apesar de um ângulo estar colado no caderno e o outro solto o que eles têm em comum? Como são chamados?

* Recorte agora outro ângulo qualquer, não muito pequeno para facilitar o manuseio;

a) Dobre cuidadosamente esse papel, fazendo com que os lados desse ângulo coincidam, obtendo, assim, dois ângulos de mesma medida;

b) Desdobre a folha e reforce a dobra com um traço;

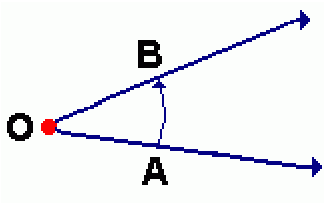
c) Cole no caderno;

d) O traço feito na dobra representa uma semi-reta com origem no vértice do ângulo. O que aconteceu com o ângulo quando traçamos essa semi-reta? Como passou a ser chamada essa semi-reta?

____

____

* Considere o ângulo AÔB representado a seguir e, construa com régua e compasso um ângulo congruente, com vértice em C e que um dos lados coincida com a semi-reta CD.



C______________________D

6.6.2 – **Atividades envolvendo sistema de medidas dos ângulos**

Grau:

1 - Trace um segmento de reta AB de 4 cm, identifique-o como r;

a) Em B gire 60° a direita, traçando outro segmento de 4 cm, BC, identificando-o como s;

b) Em C gire novamente 60° à direita, traçando o segmento CA de 4cm identificando-o como t;

c) Quantos graus terá o vértice A? _______

d) Qual a figura formada?_______________

e) Qual a soma dos ângulos internos da figura formada?_____________

f) Quanto à soma dos ângulos obtidos, como denomina?____________

g) Prolongue as retas r,s e t;

h) Marque os ângulos de cada reta em relação a sua reta suporte;

i) Quantos graus medem cada ângulo? ____________________________

j) Qual a soma dos ângulos externos da figura ABC?________________

6.6.3. Atividade envolvendo a soma dos ângulos.

- Construa polígonos regulares como triângulo, quadrado e pentágono.

*Utilize os passos abaixos para calcular o valor da soma dos ângulos internos de um poligono regular:

1º) divida o polígono em triângulos,

2º) some o nº obtidos de triângulos no polígono dividido;

3º) multiplique o nº de triângulos obtidos por 180°;

Triângulo=_____________

Quadrado = ____________

Pentágono =____________

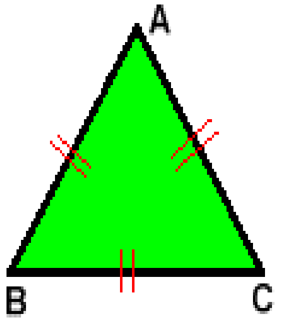
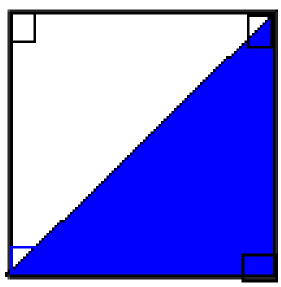
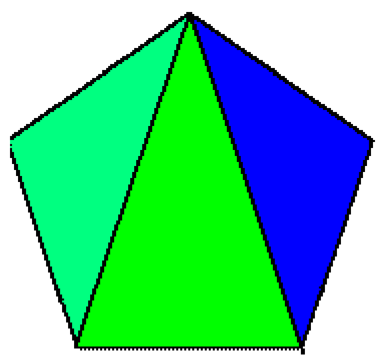
*Após o resultado obtido da soma dos ângulos interno para encontrar a medida de cada ângulo do poligono regular, basta dividir esse produto pelo número de lados dos polígonos.

Triângulo = ______________

Quadrado = ______________

Pentágono = _____________

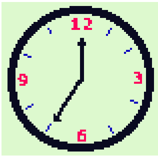
*Agora utilizando-se do transferidor, meça os ângulos dos poligonos regulares abaixo e compare os resultados.

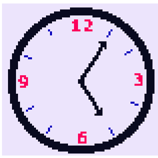
		

6. **Atividades envolvendo as subdivisões do grau**

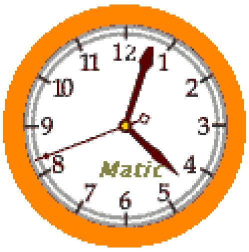
Em problemas reais, os ângulos nem sempre possuem medidas associadas a números inteiros, assim precisamos usar outras unidades menores como: minutos (1') e segundos(1").

Nos relógios desenhados, qual é a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de cada relógio?





De acordo com o relógio abaixo, são: 4 horas, 3 minutos e 42 segundos, ou seja, 4 h 3' 42". Quantos graus corresponde esse horário? Como se classifica este ângulo quanto sua abertura?



6.6.5. **Atividade envolvendo sistema de medida do ângulo o radiano**

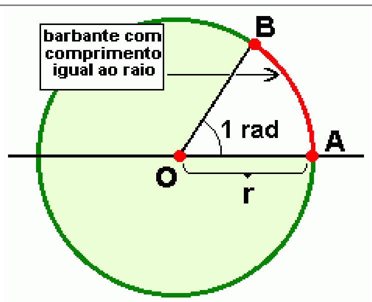
É a unidade de medida de ângulo no Sistema Internacional. O processo para obter um radiano é o seguinte:

*Tomamos um segmento de reta OA.

*Com um compasso centrado no ponto O e abertura OA, traçamos um arco de circunferência AB, sendo que B deve pertencer ao outro lado do ângulo AOB.

*Se o comprimento do arco for igual ao comprimento do segmento OA, diremos que este ângulo tem medida igual a 1 radiano (1 rad).

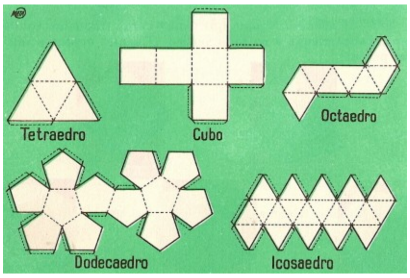
Exemplo: Em geral, associa-se um número a um ângulo estabelecendo a razão entre este ângulo e outro ângulo tomado como unidade.



Uma forma prática de visualizar isto é:

- Tomar uma reta horizontal passando pelo centro de uma circunferência (não importa a medida do raio).
- Indicamos o ponto A como uma das interseções da circunferência com a reta horizontal.
- Tomamos um barbante com a mesma medida que o raio OA da circunferência.
- Fixamos uma das extremidades do barbante sobre o ponto A e esticamos o barbante sobre a circunferência.
- O ponto B coincidirá com a outra extremidade do barbante.
- Traçamos então o segmento de reta OB, que representa o outro lado do ângulo AOB. A medida do ângulo AOB é 1 radiano.

6.6.6 – Atividade: **Analisando os ângulos das faces dos poliedros regulares**



Materiais:

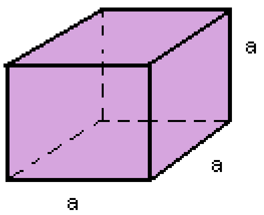
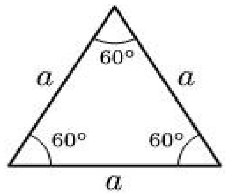
* Poliedros planificados;

* Transferidor; régua, lápis e borracha;

Procedimentos:

* Em grupo, os alunos irão analisar a planificação dos ângulos existentes classificando-os quanto sua abertura.

* Após a apropriação dos conceitos necessários, analisando as faces de um cubo, de um hexaedro e de um dodecaedro planificados, classificá-los de acordo com a soma dos ângulos internos de cada face.

cubo 	a) As faces de um cubo é uma figura____________ b) Seus ângulos internos são todos iguais medindo cada um____graus, se classificando quanto à abertura por um ângulo ____________ c) Em cada face do cubo, a soma de seus ângulos internos é _____,classificado quanto a soma como ___________
Face de um tetraedro 	a) As faces de um tetraedro é a figura de um triângulo ______________ b) Seus ângulos internos são todos iguais medindo cada um____graus, se classificando quanto à abertura por um ângulo ____________ c) Em cada face do tetraedro, a soma de seus ângulos internos é ________,classificado quanto a soma como ___________
Face de um odecaedro 	a) As faces de um dodecaedro é uma figura___________ b) Os ângulos internos de cada face são todos iguais medindo cada um____graus, se classificando quanto à abertura por um ângulo ____________ c) A soma dos ângulos internos de cada face é _____,classificado quanto a soma como ___________

6.7 – **Atividades envolvendo Triângulos**

6.7.1 - atividade: Definição, condição de existência e classificação de um triângulo

Materiais: papel cartão, régua, compasso, transferidor, lápis ou caneta.

Procedimentos:

a) Reunidos em grupos de três alunos, confeccionem um cartaz com figuras, conforme as indicações na tabela:

Figura	Lados (em cm)	Figura	Lados (em cm)
1	8cm; 8cm; 8cm	5	10cm; 5cm; 3cm
2	12cm; 7cm; 8cm	6	3cm; 4cm; 5cm
3	11 cm; 9cm; 9cm	7	5cm; 8cm; 10cm
4	9cm; 12cm;15 cm	8	10cm; 5cm; 5cm

b) Das figuras construídas, identifique os triângulos e classifique-os quanto às medidas dos lados e quanto às medidas dos ângulos;

Quanto às medidas dos lados	Quanto às medidas dos ângulos
Eqüilátero →	Retângulo →
Isósceles →	Acutângulo →
Escaleno →	Obtusângulo →

c) Quais figuras não formaram triângulos? ________________________

d) Observe as medidas dos lados das figuras que não formam triângulos. Discuta com o grupo a razão para não ser possível construir um triângulo com os segmentos dados. Escreva as conclusões na forma de regra.

____

____

____

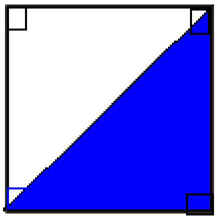
e) Vários ternos de segmentos possibilitaram a construção de triângulos. Compare a relação das medidas desses ternos de segmentos com as conclusões do item anterior

6.7.2 - atividade: **Análise dos ângulos internos de um triângulo**

Materiais: Papel cartão, régua, tesoura, transferidor, lápis ou caneta.

Procedimentos:

a)Num papel cartão recorte um quadrado cuja medida do lado seja 6cm, dobre numa diagonal (lembre-se: diagonal é um segmento que une dois vértices não-consecutivos) dividindo-o em duas partes:



b)Qual figura você obteve?____________Nomeie os vértices em AB e C

c)Em relação aos lados essa figura é classificada em um_____________

d)Quais as medidas dos ângulos dessa figura?____________________

e)Qual a soma dos ângulos internos dessa figura?__________________

f)Em relação a seus ângulos internos essa figura é classificada:_______

g)Observando as medidas dos lados dessa figura, o que você pode perceber?

Existe alguma relação entre as medidas dos lados? De acordo com os lados, como ela se classifica?_______________________________________

____

h) É Possível construir um triângulo que seja ao mesmo tempo eqüilátero e retângulo? Justifique sua resposta.

____

i) Se um triângulo é retângulo, quais suas possíveis classificações quanto aos lados?____

j) De que tipo pode ser um triângulo escaleno em relação aos ângulos internos?____

k) De que tipo pode ser um triângulo isósceles em relação aos ângulos internos? ____

1. E um triângulo eqüilátero, como pode ser em relação aos ângulos internos?

Justifique.____

____

6.7.3 - atividade: **Soma dos ângulos internos de um triângulo**:

Materiais: Papel cartão, régua, tesoura, cola, lápis ou caneta.

Procedimentos:

a) Em um papel cartão, construa um triângulo eqüilátero, um isósceles e um escaleno;

b) Recorte o triângulo eqüilátero e, pinte cada ângulo de uma cor;

c) Rasgue as três "pontas" do triângulo, separando os três ângulos internos;

d) Cole no caderno as três "pontas" do triângulo, de modo que os três vértices coincidam e os ângulos fiquem adjacentes.

e) Repita esses procedimentos com os triângulos isósceles e o escaleno;

f) Que tipo de ângulo você obteve em cada situação?________________

g) O que se pode concluir sobre a soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo?

____

____

____

6.7.4 - atividade: **Semelhança de triângulos**

Materiais: Papel cartão, régua, transferidor, lápis ou caneta

Procedimentos:

a) Utilizando os segmentos de reta: AB= 10cm; AC=16 cm; BC= 20 cm e trace um triângulo.

b) Reduza a medida de cada um dos segmentos à metade, construa um novo triângulo, pinte-o de uma cor diferente e compare com o primeiro. O que você percebeu?

____

____

c) Com auxílio do transferidor, meça os ângulos do primeiro e do segundo triângulo desenhados por você. O que você percebeu nas medidas dos ângulos? Comente os resultados obtidos a partir dessa medição.

6.7.5 - Atividade: **Trabalhando com a altura do triângulo**

Materiais: Os dois triângulos construídos na atividade anterior; cola, linha de costura, um botão de camisa, fita crepe ou durex.

Procedimentos:

a) Cole cuidadosamente o triângulo menor sobre o triângulo maior, de maneira que ele fique exatamente no centro, que seus vértices coincidam com a posição dos vértices do triângulo maior e que seu maior lado esteja paralelo ao maior lado do outro triângulo;

b) Com uma linha, amarre o peso em uma ponta e prenda a outra ponta da linha com durex exatamente em um dos vértices do triângulo (por exemplo, no vértice A)

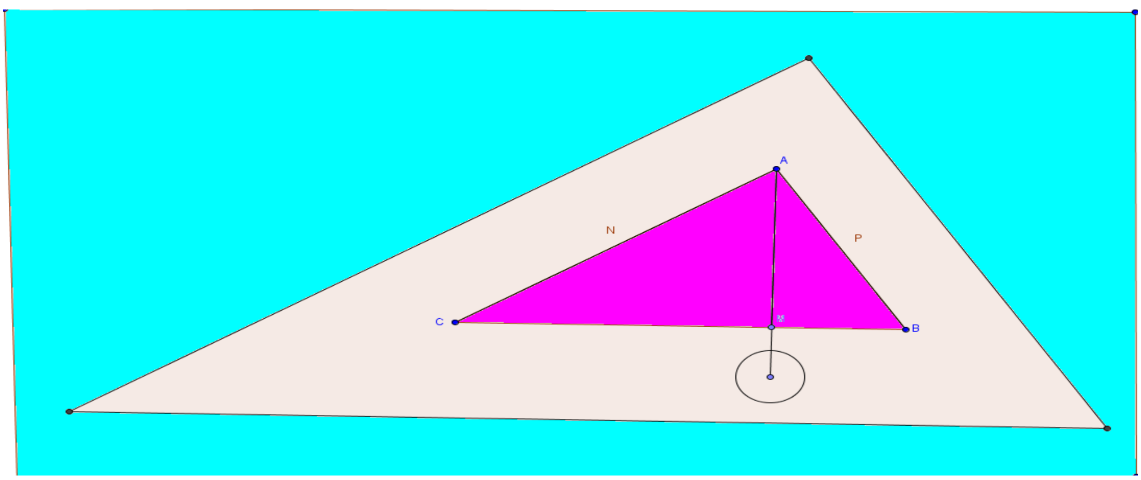
c) Assente o triângulo na mesa, pelo lado oposto ao vértice utilizado (no exemplo $\overline{BC}$), deixando o plano do cartão perpendicular ao plano da mesa.

d) O peso deve ficar suspenso, sem tocar a mesa, mas abaixo da reta suporte do lado oposto ao vértice utilizado (no exemplo, o lado $\overline{BC}$)

e) Marque o ponto onde a linha cruza o lado do triângulo e nomeie-o com a letra M.

f) Trace o segmento cujas extremidades são o vértice utilizado e o ponto obtido na base M ($\overline{AM}$), cujo segmento é a altura do triângulo.

g) Faça o mesmo com os outros vértices, nomeando com a letra N o ponto obtido no segmento $\overline{AC}$, e com P o segmento $\overline{AB}$.



6.8- **Avaliação:**

*Serão avaliadas as atividades desenvolvidas nas sistematizações das propriedades matemáticas visando à assimilação dos conteúdos abordados.

Como instrumento de avaliação peça aos alunos:

*Um texto em que irá descrever todos os passos como os procedimentos de criação do material manipulável concreto incluindo as diferenças entre o plano bidimensional e a representação tridimensional com as devidas características de cada dimensão.

*Após os alunos terem construído o material concreto manipulável e assistido o filme Flat land peça a eles que preencham o "Organizador Gráfico KWL" que é uma estratégia utilizada para ajudar os alunos a entender melhor o que estão aprendendo, onde segundo a descrição de Colburn (2003, p. 33) "A idéia de organizador gráfico do tipo KWL está ligada ao conceito de que as pessoas aprendem mais quando se auto-avaliam. A auto-avaliação ajuda os alunos a aprenderem a refletir sobre a sua aprendizagem, sobre o que eles já sabem e sobre o que querem aprender. Este fato tem influência na aprendizagem que está se processando. Este mecanismo de reflexão é chamado de metacognição."

Nome: turma:

O que eu já sei sobre o ambiente bi e tridim?	O que eu quero/preciso saber sobre o bi e tridim	O que eu aprendi após as atividades?

7 - Atividade: **Construção de Poliedros Regulares**

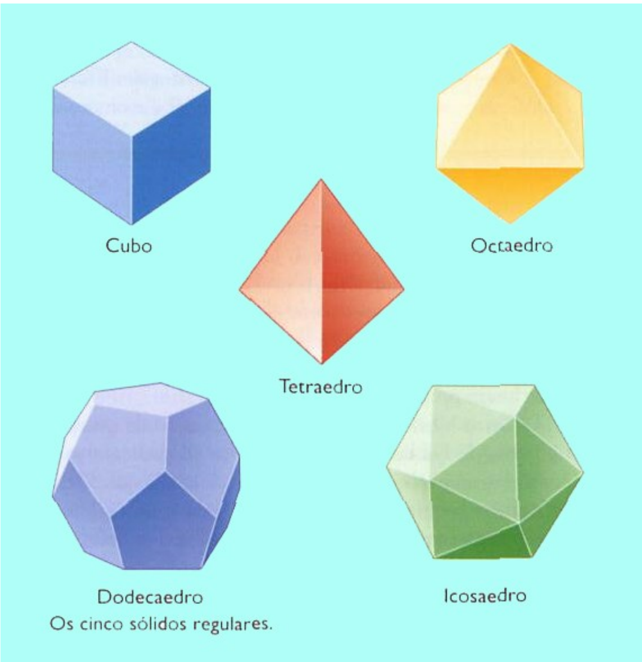
7.1- Objetivos:

*Estabelecer relações entre os ambientes tridimensionais e bidimensionais.

*Possibilitar aos alunos ampliação de seus conhecimentos sobre poliedros, suas áreas e volumes.

*Proporcionar atividades que visam facilitar o aluno a planificar, identificar os elementos, classificar e construir os poliedros.

*Relacionar a geometria do saber cotidiano com a geometria formal de maneira a não perder de vista a importância da construção do conhecimento e aquisição dos conceitos de propriedades geométricas e raciocínio lógico.



Materiais necessários para construção de poliedros:

- Sólidos geométricos representando os cinco poliedros regulares;
- Planificação de poliedros regulares, tesoura e cola.
- Papel cartão para montagem dos poliedros;

7.2- Procedimento:

- Utilizar de sólidos geométricos para facilitar a visualização, o estudo e a dedução das fórmulas das áreas da base, da lateral e da área total dos poliedros, bem como a do seu volume.

7.3 – Sistematizações das propriedades matemáticas

7.4 – Objetivos:

*Proporcionar condições para que o aluno analise e efetue planificação de poliedros;

*Introduzir conceitos importantes no estudo de poliedros: faces, arestas e vértices;

*Destacar e classificar os elementos dos poliedros e deduzir, através da visão tridimensional a relação com a figura bidimensional plana do poliedro planificado;

*Demonstrar o princípio de Cavalieri;

7.5 – Conteúdos abordados:

*Estudo dos poliedros regulares em sua definição e seus elementos;

*Medida da superfície e do volume dos poliedros regulares;

* Princípio de Cavalieri;

7.6 - Atividade**: Medida de capacidade: medindo o espaço ocupado por um objeto tomando como padrão o cubo**

Materiais:

*Caixa de papelão medindo 5 cm de comp., por 4 cm de larg. e 1 cm de alt.;

*Vinte figuras de cubos planificados com 1 cm de lado, tesoura e cola

Procedimentos:

1º) - Recorde cuidadosamente os cubos planificados;

2º) - Construa os cubo menores, estes serão nossa medida padrão;

3º) - Considere a gavetinha de uma caixa de fósforo com as dimensões indicadas acima. Coloque quantos cubinhos de 1 cm de aresta(1 cm3) forem necessários para preencher completamente o interior da caixa de modo que não sobre nenhuma folga, espaço, dentro dela.

* Quantos cubos couberam na caixa?

---

* Discuta com seus colegas uma maneira de calcular os volumes, a medida de capacidade da atividade anterior usando apenas multiplicações. Registre sua conclusão.

* Chama-se capacidade ao volume que um recipiente pode conter. Por que em se tratando de volume, as unidades são elevadas ao cubo?

---

*Pesquise sobre a unidade-padrão de capacidade, seus múltiplos e submúltiplos.

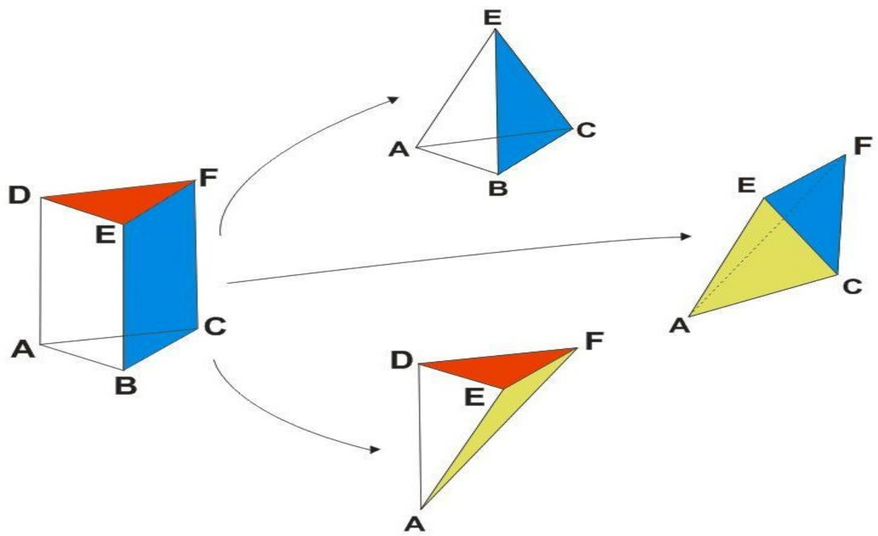
7.6.1 - Atividade: **Demonstração do princípio de Cavalieri**

Volume da pirâmide → $V=\frac{1}{3} A_b.h$

*Para demonstrar e deduzir a partir do princípio de Cavalieri que o volume da pirâmide é um terço do volume do prisma faça a seguinte demonstração:

- Despeje o líquido de um tetraedro para um prisma triangular de mesma base e de mesma altura, salientando que é preciso repetir o processo por três vezes, ou ainda:

* Para compreender melhor essa fórmula, realize a decomposição desse prisma em três pirâmides triangulares;



O que você pode observar, dessas três pirâmides em relação ao prisma triangular?

____

____

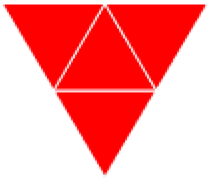
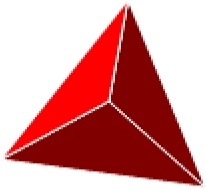
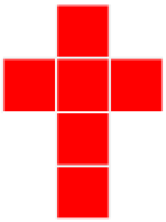
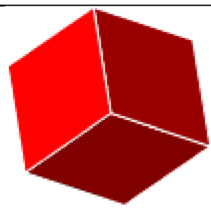
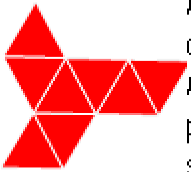
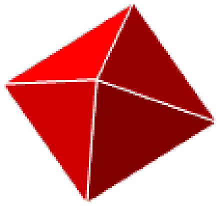
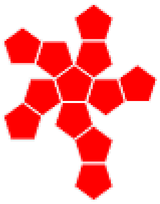
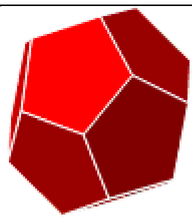
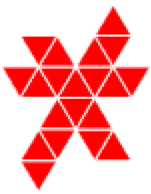
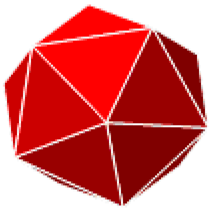
3º Complete a tabela com as medidas do prisma usado na atividade anterior, tanto para o prisma quanto para a pirâmide:

$V_{prisma}= A_b.h$	$V_{pirâmide}= V=\frac{1}{3} A_b.h$

O que pôde comprovar e perceber com os cálculos?

7.6.2 - atividade – **Cálculo das áreas laterais e totais dos poliedros**

Aluno (a) **turma:**

 As faces de um tetraedro é a figura de um__________. Aplicando a fórmula algébrica correspondente para encontrar a medida da superfície de uma face cujo lado é 2cm, teremos uma área de__________	 Se o tetraedro tem quatro faces triangulares, logo a área total desse tetraedro é________
 As faces de um cubo é a figura de um __________.Aplicando a fórmula algébrica correspondente para encontrar a medida da superfície de uma face cujo lado é 2cm teremos uma área de _____	 Se o cubo tem seis faces quadrangulares, logo a área total desse cubo é _________
 As faces de um octaedro é a figura de um________________ Aplicando a fórmula algébica correspondente para encontrar a medida da superfície de uma face, cujo lado é 2cm teremos uma área de _________	 Se o octaedro tem oito faces triangulares, logo a área total desse octaedro é_____
 As faces de um dodecaedro é a figura de um____________.Aplicando a fórmula algebrica correspondente para encontrar a medida da superfície de uma face cujo lado é 2cm, teremos uma área de _________	 Se o dodecaedro tem doze faces pentagonais, logo a área total desse dodecaedro é_______
 As faces de um icosaedro é a figura de um________________ Aplicando a fórmula algébrica correspondente para encontrar a medida da superfície de uma face cujo lado é 2cm teremos uma área de _________	 Se o icosaedro tem vinte faces triangulares, logo a área total desse icosaedro é_______

7.7 - **Avaliação:**

Para avaliar o alcance dos objetivos proposto será feito através do relatório da atividade de construção dos poliedros e de seus devidos cálculos de área e volume, bem como a experiência de provar que o volume da pirâmide é 1/3 do volume do prisma regular de mesma base e mesma altura.

Nesta etapa, visando possibilitar a ampliação de seus conhecimentos sobre sólidos geométricos, ao avaliar a construção dos poliedros será levado em consideração às devidas fórmulas e medidas, pois essas são essenciais nos cálculos das áreas e volumes.

Rubrica para avaliação do texto: Entendimento Conceitual

Nome: turma:

O aluno em sua redação sobre os poliedros demonstrou:	Adequado	Entendimento parcial	Inadequado
*Com clareza, entend.sobre conceitos básicos			
*Entendimento parcial dos conceitos básicos.			
*Entend. menos de 50% dos conceitos básicos.			

Rubrica para avaliação do texto: Pensamento crítico

Nome: turma:

O aluno em sua redação sobre os poliedros apresentou:	Adequado	Entendimento parcial	Inadequado
*Com clareza, as relações existentes entre ambientes tri e bidimensionais.			
*De forma insuficiente as relações existentes entre ambiente tri e bidimensionais.			
*Não apresentou as relações existentes entre ambiente tri e bidimensionais.			

Rubrica para avaliação do texto: Habilidade de comunicação

Em sua redação sobre poliedros demonstrou capacidade de elaborar um texto:	Adequado	Entendimento parcial	Inadequado
*com as idéias principais de forma organizada e que utilize informações variadas e precisas.			
*que inclui apenas algumas idéias principais de forma razoavelmente organizada e precisa.			
*que não inclui as idéias principais, de forma não organizada e precisa.			

Avaliando o caminho prescrito pela sistematização das propriedades matemáticas através da noção de conservação segundo Cavalieri

Objetivos:

* Perceber o elo entre os ambientes tridimensionais e bidimensionais;

* Abstração da representação matemática;

* Associar a expressão algébrica a sua correspondência geométrica.

Materiais Necessários:

*Canudinhos de refrigerante, régua e durex.

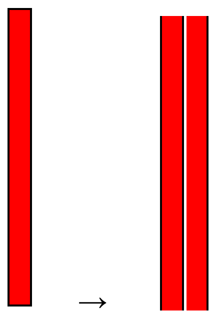
*Prisma triangular de inox;

*Tetraedro de inox, com mesma medida da altura e base do prisma triangular;

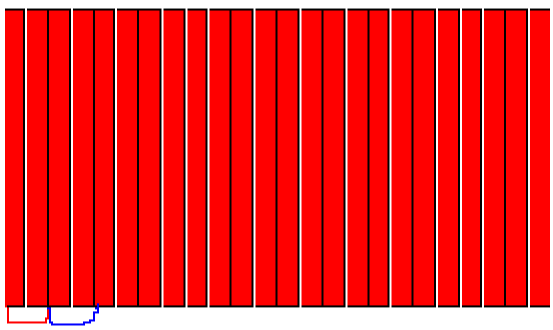
Procedimentos:

1º) Considere uma quantia x de canudinhos e coloque-os unidos de maneira que formem um plano bidimensional em forma da figura de um retângulo.

a) Considerando que o canudinho representa 1(uma) unidade, ou ainda, uma reta de única dimensão(Unidimensional), iremos utilizá-los como unidade intermediária neste processo, então faremos grupos de 2(dois) canudinhos de maneira que tenham 1cm de largura (cada canudinho lado a lado preso a um durex);

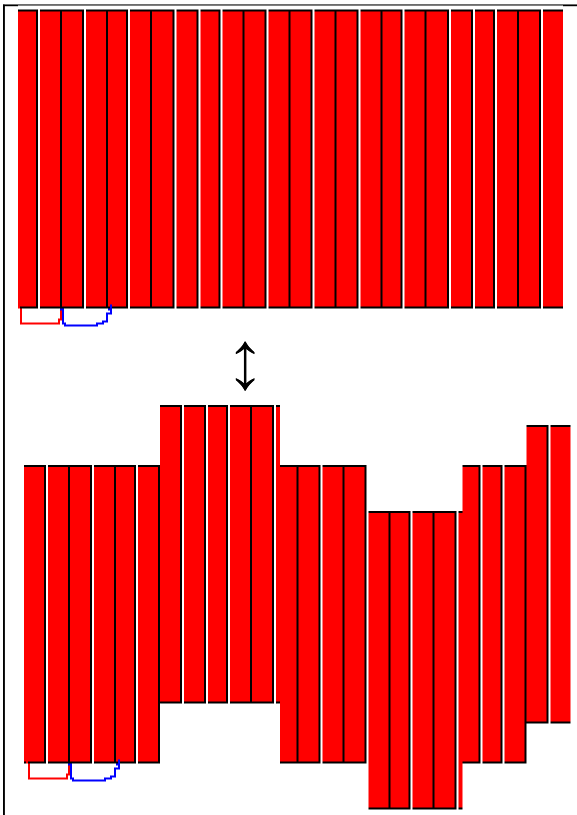


b) Após a união desses canudinhos (representação do unidimensional) em forma da figura de um retângulo (representação do plano bidimensional), encontre a medida dessa superfície de acordo com seu comprimento e altura.



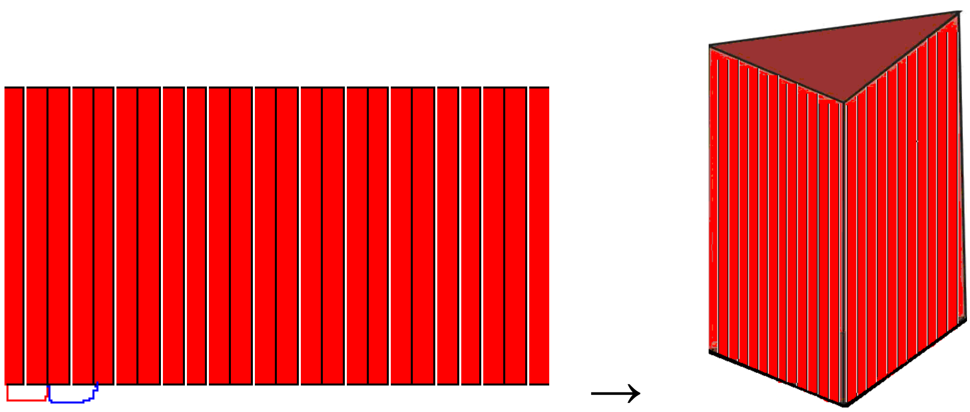
c) Demonstre com uma representação algébrica a fórmula para a medida dessa superfície.

2º) Analise a formação dessa figura devidamente alinhada e sua superfície. Observe-a após alteração em sua formação.

	a) Observe cada uma das figuras analisando a medida de suas superfícies. Qual a relação entre suas medidas? b) O que você verifica nessa atividade em relação à formação das figuras e a medida de suas superfícies? Justifique. c) Faça a representação algébrica da medida da superfície e o cálculo correspondente. d) Associe nesta atividade a articulação entre: aritmética, geometria e álgebra (Aritm. ↔ Geom. ↔ Alg.).

3º) Considerando essa mesma figura, em seu plano bidimensional, sele-a com um durex de maneira a deixá-la completamente unida e uniforme.

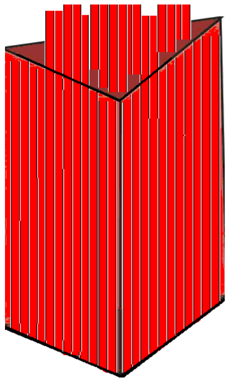
a) Transforme esse plano bidimensional (figura de um retângulo com seu respectivo comprimento e altura) em um prisma de base triangular, ou seja, num objeto tridimensional



b) Observe e analise as dimensões, o da figura bi e a do objeto tridimensional. Por que a figura é considerada bidimensional? E o objeto por que é considerado tridimensional?

c) No prisma, o objeto tridimensional, analise sua face, aresta e vértice e associe-os a representação do plano (bidimensional), da reta (unidimensional) e do ponto (algo sem dimensão).

4º) Utilize o objeto tridimensional, o prisma de inox revestido pela figura bidimensional, preenchendo totalmente o seu interior com canudinhos, buscando chegar o mais próximo possível da totalidade.



a) Quantos canudinhos couberam no prisma, o objeto tridimensional?

b) Considerando que o canudinho é uma unidade intermediária no processo de medida da superfície e, que unimos 2 canudinhos para que representassem a medida de 1 cm de largura, quantos grupos de canudinhos(representação de I cm) couberam nesse primas?

c) Quando analisou a superfície da figura bidimensional em suas dimensões comprimento e altura, você obteve como unidade de medida o cm^2, pois você tinha cm de comprimento por cm de altura, logo cm x cm = cm^2. E em relação a esse objeto tridimensional, qual será a unidade de medida? Justifique sua resposta.

d) Faça a representação algébrica da medida de capacidade, ou seja, do volume desse objeto tridimensional, e seu cálculo correspondente.

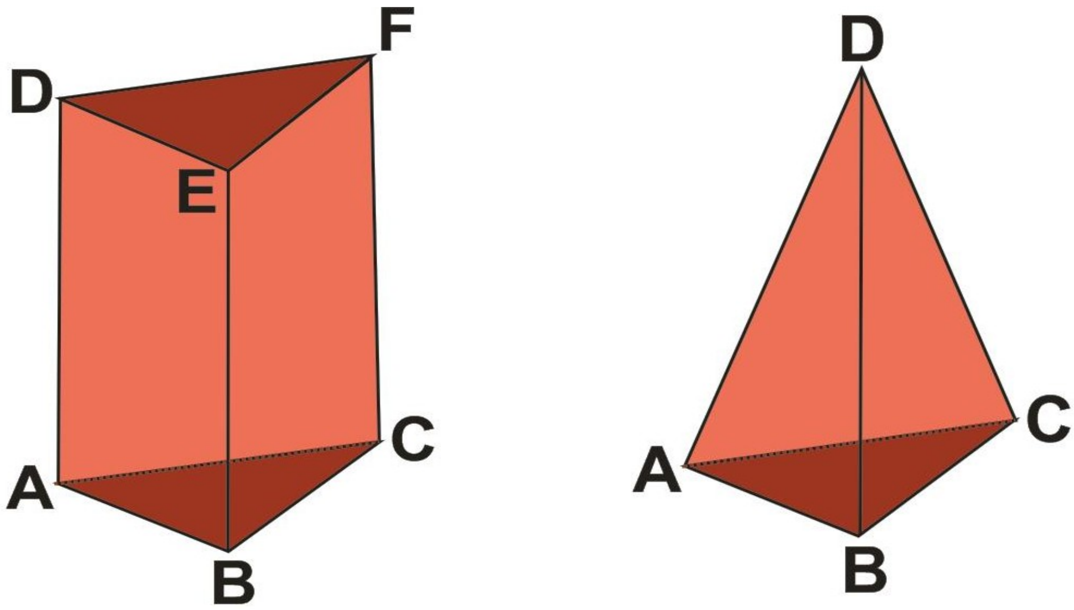
e) Associe nesta atividade a articulação entre: aritmética, geometria e álgebra (Aritm. ↔ Geom. ↔ Alg.).

5º) Quando você preencheu toda a capacidade do objeto tridimensional com canudinhos, você obteve uma unidade de medida padrão. De acordo com sua pesquisa sobre a unidade-padrão de capacidade, seus múltiplos e submúltiplos, responda:

a) E se você preenchesse toda a capacidade deste objeto tridimensional com água, quanto caberia?

b) E se fosse preenchido com areia, qual seria a capacidade?

6º) – Considerando o prisma triangular cheio de água, despeje esse líquido no tetraedro, de mesma base e mesma altura. Repita esse processo, a quantia de vezes necessária para eliminar completamente o conteúdo do líquido desse prisma triangular.



a) O que pôde observar nesse processo? Quantas vezes você teve que repeti-lo até eliminar completamente a capacidade de água desse prisma triangular?

b) Compare a capacidade de água do prisma triangular com a capacidade de água do tetraedro. O que pode deduzir? Justifique.

c) Faça a representação algébrica da medida de capacidade, ou seja, do volume desse tetraedro, e seu cálculo correspondente.

d) Associe nesta atividade a articulação entre: aritmética, geometria e álgebra (Aritm. ↔ Geom. ↔ Alg.).

8 – **Sugestões de Avaliação**

*Visando o processo de aperfeiçoamento do ensino e aprendizagem no sentido de adaptá-lo às características e necessidades do aluno.

1ª sugestão: Questionário aos alunos, avaliando a construção do sólido geométrico.

a) A construção do sólido geométrico pode auxiliá-lo a compreender melhor o ambiente tridimensional?

( )sim, muito ( )sim, um pouco ( ) não

b) As dificuldades que tinha em geometria puderam ser sanadas com o apoio do sólido construído?

( )sim, muito ( )sim, um pouco ( ) não

c) A construção do sólido geométrico tornou as aulas mais atrativas, trazendo nova motivação para o ensino da geometria?

( )sim, muito ( )sim, um pouco ( ) não

d) A visualização que o sólido geométrico proporciona, pode facilitar a assimilação do espaço tridimensional em suas três dimensões e o cálculo de seu volume?

( )sim, muito ( )sim, um pouco ( ) não

e) As aulas extra-classe realizadas em grupos, utilizando vídeos, pátios e laboratórios, auxiliaram na assimilação dos conteúdos de matemática, especificamente os de geometria dos ambientes dimensionais?

( )sim, muito ( )sim, um pouco ( ) não

f) As aulas extra-classe realizadas em grupos, utilizando vídeos, pátios e laboratórios, ficam mais atrativas, trazendo motivação para o ensino de matemática, especificamente os de geometria nos ambientes dimensionais?

( )sim, muito ( )sim, um pouco ( ) não

2ª sugestão: Pedir aos alunos para que façam uma auto-avaliação na forma de texto, produzido a partir das respostas as questões abaixo:

a) Qual era a sua percepção geométrica do mundo? E agora?

b) Seu conhecimento sobre espaço tridimensional se modificou? Em quê?

c) Procurou na realização de seu trabalho, desenvolver o próprio processo? Soube se apresentar no grupo e falar com propriedade do próprio processo da construção dos objetos tridimensionais?

d) Reconheceu qualidade nos trabalhos dos outros? Modificou o próprio trabalho por conta disso?

e) Quais as atividades que despertaram mais sua atenção? Por quê?

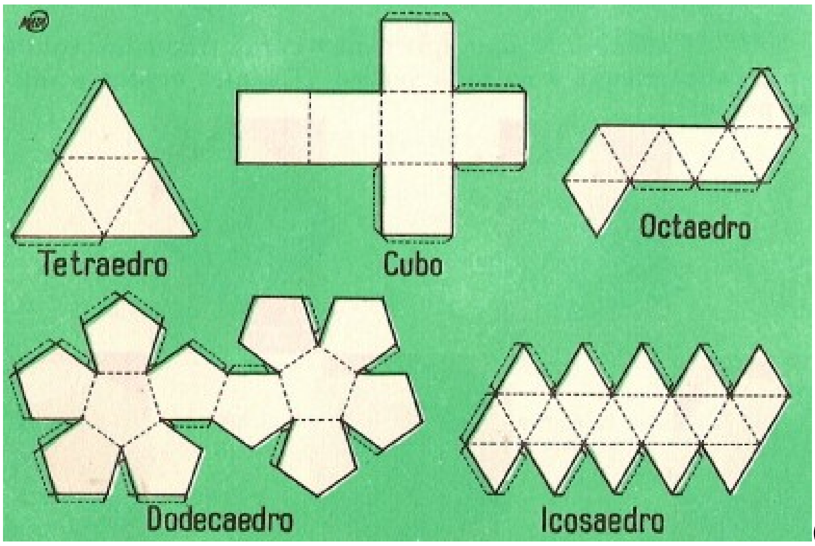
f) Quais as atividades que você considerou mais difíceis de serem realizadas? Por quê?

g) Que novos conhecimentos você adquiriu com o estudo sobre o elo entre os ambientes dimensionais?

h) Quais as diferenças que você estabelece entre a representação tridimensional e a figura bidimensional? Explique essas diferenças.

i) Se você tivesse que se atribuir um conceito pelo seu envolvimento no estudo sobre o elo entre os ambientes dimensionais qual seria? Por quê?

3ª sugestão: Analisando os poliedros regulares planificados na figura abaixo:



(fonte: wikpédia)

1- Complete:

a) O tetraedro é um poliedro regular composto por ___faces ________________ que contém___ vértices e ____ arestas.

b) O cubo é um poliedro regular composto por ____ faces__________________ que contém ____ vértices e _____arestas.

c) O octaedro é um poliedro regular composto por ____faces________________ que contém ____vértices e _____ arestas.

d) O dodecaedro é um poliedro regular composto por___faces_______________ que contém ____ vértices e _____arestas.

e) O icosaedro é um poliedro regular composto por ___faces________________ que contém _____vértices e _____ arestas.

2- Considerando que cada poliedro regular acima tem 2 cm de lado, calcule as áreas e o volume de cada poliedro regular utilizando as suas devidas fórmulas.

3 – De acordo com a experiência que você fez, escreva com suas palavras porque o volume da pirâmide regular é igual a um terço do volume do prisma também regular (ambos com medidas das bases e alturas iguais).

Referências:

Barreto Filho. Benigno, Silva. Claudio X. **Matemática - aula por aula**. São Paulo. Editora FTD, 2000.

C.Alsina, C. Burguês, J.Mª Fortuny. **Invitación a La Geometria**. Barcelona. Editorial Síntesis. S.A, 1889.

Dante. Luiz Roberto. **Tudo é matemática**. São Paulo. 2ª edição. 3ª impressão, 2008.

Gioppo. Christiane, Silva. Ricardo V., Barra.Vilma M.M. **A Avaliação em Ciências Naturais no Ensino Fundamental.** Curitiba. Editora UFPR, 2006.

Grasseschi. Maria Cecília C., Andretta. Maria C., Silva. Aparecida B.S. **Promat – Projeto oficina de matemática**. São Paulo. Editora FTD, 1999.

Levandoski, Amilcar A. Dissertação do mestrado: **Ensino e Aprendizagem da Geometria através das Formas e Visualização Espacial.** 2003

Machado. Nilson José. **Matemática e Realidade**. São Paulo. Editora Cortez, 5ª edição, 2001