

Versão On-line

ISBN 978-85-8015-039-1

Cadernos PDE

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS
DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2008

VOLUME I

A TRIGONOMETRIA E O CÁLCULO DE DISTÂNCIAS

Valério Marcio de Souza Cordeiro¹

Claiton Petris Massarolo²

Resumo:

Os materiais concretos devem ser utilizados no ensino da Matemática e em particular na trigonometria, como recursos imprescindíveis na construção do saber do aluno para a sua melhor compreensão e aplicação desse conhecimento. O objetivo desse trabalho foi disponibilizar para quatro turmas do Ensino Médio, a construção e a utilização de materiais concretos (teodolitos elementares) no estudo da trigonometria. Observou-se um grande interesse e participação dos alunos em todas as etapas. A participação e a contribuição dos colegas professores do Grupo de Trabalho em Rede da Trigonometria foi de vital importância para que os objetivos fossem alcançados. Atingiram-se plenamente esses objetivos, tendo como norte as orientações determinadas pelas Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica do estado do Paraná, área de Matemática, apoiando-se nos fundamentos teórico-metodológicos, no conteúdo estruturante Funções, considerando as tendências metodológicas.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, Medição, Materiais Didáticos.

Introdução

A trigonometria nos oferece várias oportunidades de aplicações em problemas práticos que devem ser explorados tanto através de aparelhagens sofisticadas como pela utilização de materiais didáticos mais simples confeccionados pelos alunos.

¹ Professor de Matemática do Colégio Estadual Eleodoro Ébano Pereira. Cascavel. PR

² Professor adjunto de Matemática da UNIOESTE. Foz do Iguaçu. PR.

A análise de problemas físicos pode servir como motivação e justificativa da necessidade da generalização de conceitos estudados na trigonometria de meia volta.

A história da Matemática (STRUICK, 1989), como a de muitas outras disciplinas em desenvolvimento e mudança compõe-se de dois fios entrelaçados. Um deles narra o desenvolvimento de seu conteúdo e outro, a sua natureza mutável. Ninguém ignora que a Matemática deve ter-se iniciado, provavelmente, em tempos muito remotos na antiguidade, a partir de origens muito modestas, depois cresceu gradualmente até alcançar a dimensão que tem hoje.

O interesse pelos valores das funções trigonométricas era geral entre os antigos matemáticos e ocorreu num período anterior à invenção dos logaritmos. Isso se comprova pelo fato de que na Índia foram encontradas tábuas de senos remontando ao século VI, aparentemente influenciadas pela tábua de cordas de Ptolomeu, Boyer (1974).

Pode-se dizer que a arte de construir tábuas para o cálculo das funções trigonométricas originou-se com Cláudio Ptolomeu, com o seu grande trabalho, o *Almagesto*. Segundo (AABOE, 1964), nessa obra encontra-se pela primeira vez uma tábua de cordas (equivalente a uma tábua de senos), embora se saiba através da autoridade de Teon, que Hiparco, que se distinguiu por volta de 140 anos antes da era cristã, possuía uma tábua semelhante. Geralmente, credita-se a Hiparco o estabelecimento dos fundamentos da trigonometria, mas coube a Ptolomeu apresentar o assunto de forma completa.

A tábua de Ptolomeu, de acordo com Aaboe (1964), fornece os comprimentos das cordas subentendidas num círculo com raio de 60 unidades para arcos de 0° a 180° com incremento de meio grau. Seu método de cálculo era engenhoso e foi obtido pela aplicação do que se conhece hoje como teorema de Ptolomeu: O produto das diagonais de um quadrilátero inscrito num círculo é igual à soma dos produtos dos lados opostos.

O primeiro passo para a construção de tábuas entre os árabes parece ter sido dado no século seguinte pelo astrônomo árabe Al-Battani, que conhecia o trabalho de Ptolomeu. Foi ele o primeiro a preparar uma tábua de co-tangentes. Alguns anos mais tarde, Abu'l-Wefa introduziu as novas funções secante e co-

secante e concebeu um método pelo qual calculava o seno de meio grau até nove casas decimais.

De acordo com os conceitos sobre avaliação investigados por Vygotsky, o papel do professor fica modificado na medida em que ele passa de transmissor do saber a mediador no processo ensino-aprendizagem. Eles fazem com que o professor transforme seu trabalho em sala de aula; oferecendo atividades onde os alunos tenham problemas a resolver e possam colocar em jogo todos os seus conhecimentos e hipóteses sobre o assunto e que precisem pensar e interagir com seus colegas. Também devem ser atividades que não só envolvam os conhecimentos já construídos pela humanidade, mas que também provoquem a produção de novos conhecimentos em um constante recriar.

Ubiratan D'Ambrosio (1996) sugere duas maneiras de tornar a Matemática uma disciplina útil e apreciada na escola: integrar a Matemática no mundo moderno, discutindo e analisando os problemas maiores da humanidade; e recuperar o lúdico na Matemática.

As atividades aqui sugeridas foram baseadas em algumas idéias já existentes em livros textos, como o de Trotta, Imenes e Jakubo (2007), Matemática Aplicada, Sampaio e Calçada (2005), no estudo da Física, e em algumas sugestões de Maria José Lourenção Briguenti em sua Tese de Doutorado, apresentada junto ao Programa de Pós Graduação em Educação, na UNESP de Marília, defendida em 1998. Normalmente os livros didáticos apresentam os conceitos trigonométricos já sistematizados através de definições e fórmulas.

A proposta é apresentar o conteúdo também através do manuseio de materiais concretos, possibilitando ações metodológicas diferenciadas em sala de aula, e aguçando reflexões sobre diferentes situações, possibilitando o maior relacionamento entre os alunos.

Deve ser feita uma revisão de conceitos sobre semelhança e congruência de triângulos, proporcionalidade, simetria e construção de material didático-pedagógico. Assim os alunos constroem por meio de ações concretas os conceitos das razões trigonométricas no triângulo retângulo dentro do ciclo trigonométrico. Trabalharão inicialmente no 1º quadrante e posteriormente na 1ª volta com os valores dos principais arcos em todos os quadrantes. Terão enfoques também as principais relações trigonométricas; arcos suplementares, complementares e complementares e redução ao 1º quadrante com a ideia de equações trigonométricas, utilizando os conceitos geométricos através de representações gráficas.

Será dada ênfase no manuseio de instrumentos de Desenho Geométrico como: compasso, régua e transferidor.

O desenvolvimento deste trabalho estará de acordo com as orientações pontuadas nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica do estado do Paraná, principalmente no que se refere às tendências metodológicas (PARANÁ, 2006).

Desenvolvimento

Há uma grande dificuldade no aprendizado dos alunos quando a trigonometria é ensinada somente através da teoria e abstrações. Quando esse estudo é feito com a ajuda de algum material concreto pedagógico, o entendimento pode ficar facilitado e num estado mais prazeroso.

A trigonometria é um importante conteúdo da Matemática, que, também, está intimamente ligada a diversas disciplinas, como por exemplo: Física, Biologia, Geografia, dentre outras.

O uso de materiais tais como: geoplano, multiplano³, teodolito⁴ elementar, *softwares* educacionais, devem tornar as aulas mais práticas, aprazíveis e com um aprendizado mais consistente.

Este trabalho tem como principal objetivo construir um material didático diferenciado que possibilite uma aprendizagem mais efetiva por parte dos estudantes do ensino médio no trato da trigonometria. Visa-se possibilitar a aprendizagem na confecção do material, bem como utilizar o material didático para auxiliar na construção do conhecimento da trigonometria e sua aplicação em diversas áreas das ciências.

³ Ferronato, R. **A Construção de Instrumento de Inclusão no Ensino da Matemática.** Dissertação de Mestrado no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. UFSC. SC. 2002.

⁴ Instrumento ótico para medir com precisão ângulos horizontais e verticais. Ferreira, A. B. de H. **Novo Dicionário da Língua Portuguesa.** 2ª Edição, revista e aumentada. Editora Nova Fronteira. Rio de Janeiro. 1986.

Vários foram às aprendizagens adquiridas no desenvolvimento deste Programa de Desenvolvimento Educacional, tanto para o professor PDE, quanto para os estudantes e a rede de professores do Grupo de Trabalho em Rede.

A equipe liderada pelo professor PDE foi composta por professores pertencentes aos NRE de Curitiba e de Ponta Grossa, que enriqueceram o material proposto com suas ideias e suas importantes participações.

Especificamente os resultados a serem discutidos dizem respeito à aplicação de Atividades Práticas que serão tema de análise ao longo deste trabalho.

Primeiro utilizou-se de 10 aparelhos da Atividade 1 (aparelho para trabalhar com triângulos semelhantes); depois outros 10 aparelhos da Atividade 2 (teodolito elementar para o cálculo de distância horizontal - largura) e por último, mais 10 aparelhos da Atividade 3 (teodolito elementar para o cálculo de distância vertical - altura).

Essas atividades práticas foram realizadas em 4 turmas do 1º Ano do Ensino Médio, com uma média de 35 alunos cada turma.

Para cada grupo de 4 alunos foi entregue um aparelho. Após as medições com os aparelhos e os cálculos, cada grupo respondeu a um questionário.

Houve muito interesse dos alunos, principalmente porque valia nota, mas também pela novidade. Eles puderam ver na prática o uso da Matemática no cotidiano.

Todos os teodolitos foram entregues aos grupos, prontos para serem usados. Essa medida foi adotada para ganhar tempo e evitar acidentes em de aula; já que na confecção dos mesmos, foram usados: martelo, prego, faca, tesoura e serrote. Porém, foi ensinado para todos os alunos como fazer cada um deles.

Na próxima seção será apresentada a discussão das atividades desenvolvidas.

ATIVIDADES PROPOSTAS

Atividade 1

Nesta atividade serão trabalhadas quatro situações.

1. Construindo triângulos semelhantes

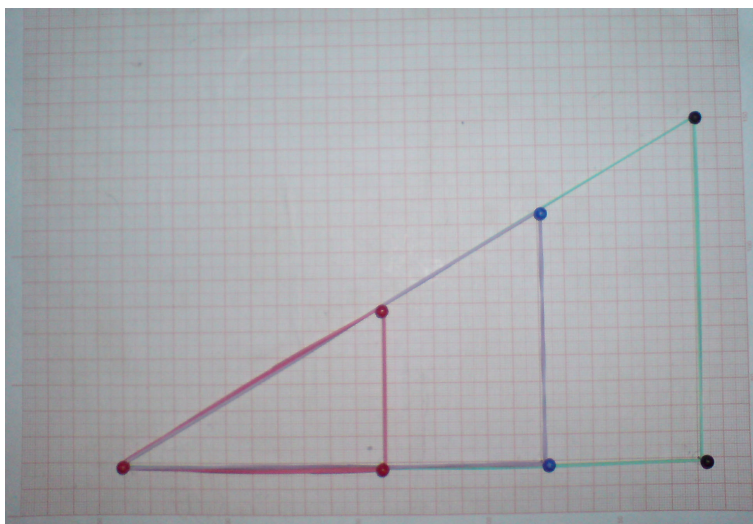


Figura 1 (aparelho para trabalhar com triângulos semelhantes)

Conteúdos a serem trabalhados:

- Construção de ângulos, triângulos e retângulos;
- Razões trigonométricas e relações métricas num triângulo retângulo;
- Identificação dos vários tipos de triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos.

Objetivos da atividade:

- Medir ângulos;
- Determinar Seno, Cosseno e Tangente de vários ângulos

- Resolver situações-problema de distância entre pontos;
- Estabelecer relações entre medida de ângulos e distâncias;
- Resolver situações-problema utilizando conceitos e procedimentos matemáticos;
- Calcular distâncias inacessíveis de pontos (objetos) através das razões trigonométricas no triângulo retângulo;

Material:

- Pedaco retangular de madeira (PBF) de 25cm X 20cm;
- Papel milimetrado com as mesmas dimensões acima;
- Cópia xerográfica de um transferidor de 180°;
- Cola;
- Linhas de crochê nas cores azul, amarela e vermelha de 35cm de comprimento cada uma ou ;
- Alfinetes.

Montagem do material:

- Colar o papel milimetrado sobre a madeira;
- Furar o transferidor no centro com um alfinete prendendo-o com cola no furo junto com as três linhas coloridas;
- Colar o transferidor assim montado no meio da base maior do isopor;
- A 8cm do centro amarrar na linha azul um alfinete, passando um pouco de cola para não se desfazer o nó; a 10cm fazer o mesmo com a linha amarela e a 12cm com a linha vermelha.

Supondo que se queira formar um triângulo retângulo com um ângulo de 30° no vértice do furo

Prender o alfinete da linha azul num ponto do alinhamento do lado que forma o ângulo escolhido (30°) e a seguir prender outro alfinete na projeção desse ponto sobre a base, contornando com a linha até o alfinete do centro, formando o triângulo azul "1".

2. Observando triângulos semelhantes

Denominar de a_1 a hipotenusa; de b_1 o cateto da base e de c_1 o outro cateto desse triângulo "1" e fazer as medições desses lados preenchendo a tabela abaixo

Repetir a mesma operação para os triângulos amarelo "2" e vermelho "3"

Estabelecendo as razões entre os lados correspondentes

a_1/a_2	b_1/b_2	c_1/c_2
a_1/a_3	b_1/b_3	c_1/c_3
a_2/a_3	b_2/b_3	c_2/c_3

A que conclusões podem-se chegar?

3. Determinando os valores de seno, co-seno e tangente

A partir do ângulo α dos exercícios anteriores, $\alpha = 30^\circ$, e lembrando que:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adjacent}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tag } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacent}}$$

Complete a tabela abaixo:

Triângulo azul	Triângulo amarelo	Triângulo vermelho
$\text{sen } \alpha =$	$\text{sen } \alpha =$	$\text{sen } \alpha =$
$\text{cos } \alpha =$	$\text{cos } \alpha =$	$\text{cos } \alpha =$
$\text{tg } \alpha =$	$\text{tg } \alpha =$	$\text{tg } \alpha =$

Obs. Os catetos podem ser medidos observando o papel milimetrado.

A que conclusões pode-se chegar?

Após cada atividade prática serão aprofundados os conteúdos de Trigonometria referentes àquela atividade, de acordo com as Diretrizes Curriculares Para os ensinos Fundamental e Médio – Matemática do Estado do Paraná.

4. Implementação em sala de aula

Após o entendimento dos conteúdos sobre as funções trigonométricas, tópicos descritos acima, passou-se a implementação em sala de aula, que teve como objeto a resposta do questionário, Tabela 1.

Tabela 1 – Cálculo das funções seno, co-seno e tangente.

COLEGIO ESTADUAL ELIODORO EBANO PEREIRA		
Questionário da Atividade 01		
GRUPO ____ Integrantes (Nome e Nº) _____, _____ _____ e _____.		
Medidas do triângulo menor		
Cateto oposto =	Cateto adjacente=	Hipotenusa=
$\text{Sen}30^\circ = \frac{\text{cat op}}{\text{hipot}} =$	$\text{Cos}30^\circ = \frac{\text{cat adj}}{\text{hipot}} =$	$\text{Tg}30^\circ = \frac{\text{cateto op}}{\text{cat adj}} =$
Medidas do triângulo médio		
Cateto oposto =	Cateto adjacente=	Hipotenusa=
$\text{Sen}30^\circ = \frac{\text{cat op}}{\text{hipot}} =$	$\text{Cos}30^\circ = \frac{\text{cat adj}}{\text{hipot}} =$	$\text{Tg}30^\circ = \frac{\text{cateto op}}{\text{cat adj}} =$
Medidas do triângulo maior		
Cateto oposto =	Cateto adjacente=	Hipotenusa=
$\text{Sen}30^\circ = \frac{\text{cat op}}{\text{hipot}} =$	$\text{Cos}30^\circ = \frac{\text{cat adj}}{\text{hipot}} =$	$\text{Tg}30^\circ = \frac{\text{cateto op}}{\text{cat adj}} =$

Atividade 2

Nesta atividade serão trabalhadas duas situações.

1. Ângulos, razões trigonométricas e semelhança de triângulos – medidas verticais

O teodolito é um instrumento capaz de medir ângulos, muito usado por agrimensores, engenheiros e topógrafos no cálculo de distâncias inacessíveis. Este instrumento ótico mede ângulos horizontais e verticais com suas duas escalas circulares graduadas em graus

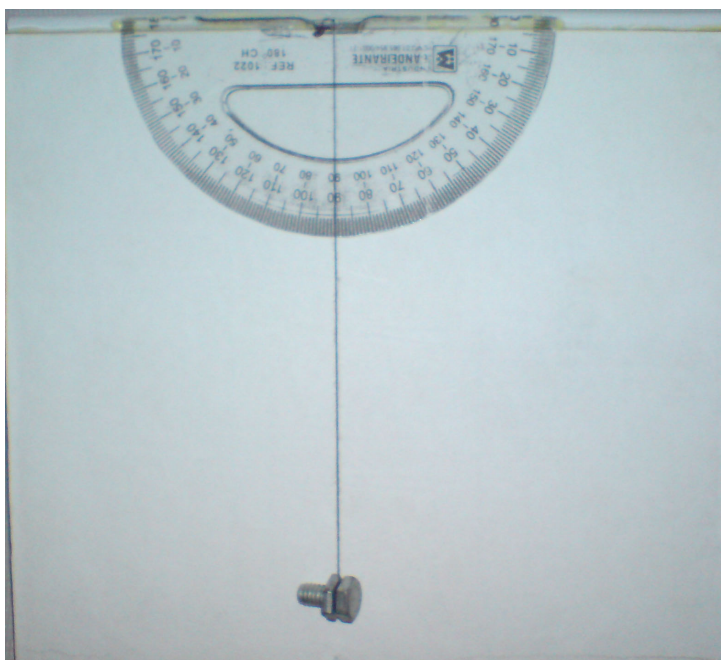


Figura 3 (teodolito elementar para o cálculo de distâncias verticais - alturas)

Conteúdos a serem trabalhados:

- Ângulos;
- Razões trigonométricas e relações métricas num triângulo retângulo;
- Semelhança de triângulos.

Objetivos da atividade:

- Calcular distâncias inacessíveis de pontos (objetos) através das razões trigonométricas no triângulo retângulo;
- Medir ângulos;
- Resolver situações-problema de distância entre pontos;
- Estabelecer relações entre medida de ângulos e distâncias;
- Resolver situações-problema utilizando conceitos e procedimentos matemáticos.

Material:

- + Uma taboa de madeira (PBF) quadrada de lados 20 cm (pintar de branco ou colar um pedaço de papel sulfite de mesmas dimensões);
- + Um desenho ou cópia xerográfica de um transferidor de 360°;
- + Um copo plástico com tampa (copo de requeijão);
- + Um canudo de plástico;
- + Um pedaço de arame fino de aço;

Como construir:

- + Marcar na taboa os pontos médios dos lados e traçar as mediatrizes do quadrado para localizar o seu centro (ponto O).
- + Colar o xerox do transferidor sobre a taboa tal que o seu centro coincida com o centro do quadrado e que a linha 0° - 180° coincida também com a mediatriz horizontal do quadrado.
- + A tampa do copo deverá ser colada de cabeça para baixo, de forma que o centro da mesma coincida com o centro do transferidor, servindo de base para a rotação do copo, que deverá girar livremente.

+ Atravessar ao longo do diâmetro da borda do copo, 0,5 cm acima da tampa o arame, que funcionará como ponteiro do teodolito.

+ No fundo do copo colar o canudinho tendo o cuidado para que arame e canudinho fiquem alinhados, quando se olha de cima para baixo.

Como efetuar a medição:

Para iniciar as medições, o teodolito deverá ser colocado sobre uma superfície plana, cuidando para que os objetos a serem visados estejam mais ou menos no mesmo nível.

- Visar o primeiro objeto com o segmento AB apontado para o mesmo;
- Girar para qualquer lado somente o copo até visualizar o segundo objeto;
- Fazer a leitura do ângulo medido;
- Procurar na tabela de razões trigonométricas, a tangente do seu ângulo de visão (ângulo α)
- Medir em linha reta a distância do ponto em que se encontra o teodolito até o primeiro objeto (cateto adjacente). A distância a ser medida entre os dois objetos é o cateto oposto e será calculada pela fórmula:

$$\text{tag } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

2. Implementação em sala de aula

Após o entendimento dos conteúdos sobre as funções trigonométricas, tópicos descritos acima, passou-se a implementação em sala de aula, que teve como objeto a resposta do questionário, Tabela 2.

Tabela 2 – Cálculo das distancias verticais

COLÉGIO ESTADUAL ELEODORO ÉBANO PEREIRA	
Questionário da Atividade 2	
GRUPO _____	Integrantes (Nome e N°) _____, _____ _____ e _____
1ª Medição: Cálculo da altura do pé-direito da sala, usando funções trigonométricas e posteriormente uma trena, e feita por todos os integrantes do grupo.	
1ª	
2ª	
3ª	
4ª	
2ª Medição: Cálculo das alturas dos integrantes do Grupo, usando as funções trigonométricas e posteriormente uma trena para comparar os resultados.	
1ª	
2ª	
3ª	
4ª	
Comentários sobre os resultados:	
1-) As medidas encontradas na altura da sala pelos dois métodos são iguais? São diferentes?	
2-) A medida com a trena é mais confiável? Por que?	
3-) Cite os motivos pelos quais o uso das funções trigonométricas nos cálculos não têm uma boa precisão com o uso desse teodolito elementar.	

Grande parte dos estudantes de ensino médio mostraram pouca aptidão para a utilização dos aparelhos propostos, notou-se certa dificuldade no manuseio dos aparelhos, principalmente, nos cuidados em deixá-los fixos para as medidas das distâncias e leitura dos ângulos, com o objetivo de diminuir ao máximo os erros e em consequência obter uma maior precisão nos resultados.

O procedimento previa uma discussão em dois momentos, primeiro entre os membros de cada grupo. Após uma síntese do trabalho, uniam-se todos os alunos para uma apresentação detalhada do desenvolvimento do trabalho pretendido.

Os resultados, a que cada grupo chegou, foram comparados com as medidas feitas com uma trena; e aí cada grupo tentou explicar por que seu resultado foi diferente daquele obtido com o uso da trena.

Observou-se também que à medida que as atividades foram sendo realizadas, as dificuldades foram desaparecendo, como já era de se esperar na perspectiva dos professores.

Uma característica importante se constatou quanto aos resultados obtidos na primeira fase de estudo. Cerca de 60% dos resultados obtidos pelos grupos nessa 1ª Atividade, foram respostas aceitáveis.

Isso se deve face as dificuldades manuseio, em geral, mesmo considerando seu cotidiano, no qual os alunos não tem acesso a materiais concretos e muito á sua utilização. Vários erros pelo manuseio, tais como, nas leituras dos ângulos e, também, nas imprecisões das réguas, transferidores e trena, levaram a obtenção de resultados diferentes dos observados no contexto real.

Chegando as conclusões da primeira etapa, constatando de sua resposta próxima a realidade, o grupo entendeu que poderia passar para um novo desafio, ou seja, destinou-se a segunda fase.

Na 2ª Atividade, cerca de 75% das respostas foram aceitáveis.

Atividade 3

Nesta atividade serão trabalhadas duas situações.

1. Ângulos, razões trigonométricas e semelhança de triângulos – medidas horizontais

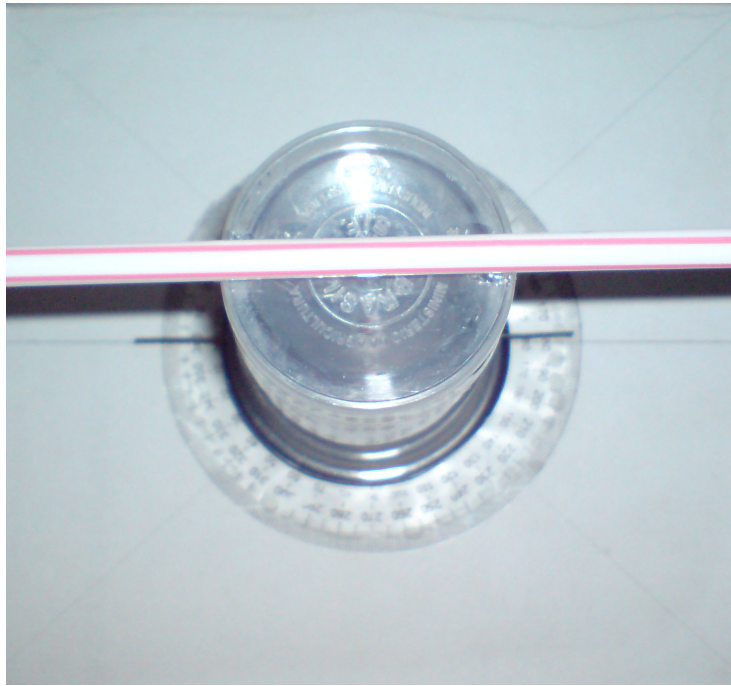


Figura 2 (teodolito elementar para o cálculo de distâncias horizontais - larguras)

Conteúdos a serem trabalhados:

- Ângulos;
- Razões trigonométricas e relações métricas num triângulo retângulo;
- Semelhança de triângulos.

Objetivos da atividade:

- Calcular distâncias inacessíveis através da semelhança de triângulos;
- Medir ângulos;
- Resolver situações-problema de distância entre pontos;
- Estabelecer relações entre medida de ângulos e distâncias;

- Resolver situações-problema utilizando conceitos e procedimentos matemáticos;

CONSTRUÇÃO

Material:

- + Uma taboa de madeira (PBF) quadrada de lados 20 cm (pintar de branco ou colar um pedaço de papel sulfite de mesmas dimensões);
- + Um pedaço de barbante de aproximadamente 25 cm;
- + Um canudo de plástico;
- + Um peso (porca, argola de metal, etc);
- + Um desenho ou cópia xerográfica de um transferidor de 180°;
- + Fita adesiva;
- + Cola.

Como construir:

- + Usando a fita adesiva, prender o canudo na borda superior da taboa.
- + Colar o desenho do transferidor na taboa deixando a linha $0^\circ - 180^\circ$ no meio do canudo.
- + Prender o barbante fazendo um furo bem no centro do transferidor, tal que o barbante quando esticado coincida com a linha centro- 90° do transferidor.
- + Amarrar o peso na outra extremidade do barbante.

Como efetuar a medição:

Procedimentos a serem adotados para calcular as alturas dos integrantes do grupo, do pé direito da sala, etc.

- Afastar-se do que vai ser medido e medir a distância até ele com uma trena (cateto adjacente);
- Olhar pelo orifício do canudo (visor) até enxergar a parte superior do que vai ser medido (cateto oposto);
- Segurar o barbante com o peso na posição em que ele parou;
- Procurar na tabela de razões trigonométricas, a tangente do seu ângulo de visão. Essa tangente será a razão entre a altura a ser medida, vista pelo observador e a distância desse observador até aquela altura. Para saber a altura real do que está sendo medido, deve-se acrescentar a altura do observador do chão até seus olhos (ou altura em que se encontra o visor do teodolito), à altura calculada pelo medidor.

Tarefas:

- Faça outras experiências semelhantes a essa, partindo de algo que você já conhece a altura;
- Faça um relatório avaliando essa atividade;
- Compare os resultados obtidos com os dos outros colegas e analise as diferenças encontradas. Por quais motivos houve essas diferenças?;
- Pesquise outras aplicações com o teodolito.

2. implementação em sala de aula

Após o entendimento dos conteúdos sobre as funções trigonométricas, tópicos descritos acima, passou-se a implementação em sala de aula, que teve como objeto a resposta do questionário, Tabela 3.

Tabela 3 – Cálculo das distancias horizontais

COLÉGIO ESTADUAL ELEODORO ÉBANO PEREIRA	
Questionário da Atividade 3	
GRUPO _____	Integrantes (Nome e Nº) _____, _____ _____ e _____.
1ª Medição: Cálculo da largura do “quadro negro”, usando funções trigonométricas e posteriormente uma trena, e feita por todos os integrantes do grupo.	
1ª	
2ª	
3ª	
4ª	
Comentários sobre os resultados:	
1-) As medidas encontradas na largura do quadro pelos integrantes dos grupos nos dois métodos são iguais? São diferentes? Por que?	
2-) A medida com a trena é mais confiável? Por que?	
3-) Cite os motivos pelos quais o uso das funções trigonométricas nos cálculos não têm uma boa precisão com o uso desse teodolito elementar.	

Na 3ª Atividade, chegou-se a 90% de aceitação.

Trabalhando a interdisciplinaridade:

Um dos maiores desafios educacionais para o século XXI se trata da interdisciplinaridade, enquanto processo de integração recíproca entre várias disciplinas e campos do conhecimento. Esta necessidade é uma abertura a contextualização matemática, principalmente para os temas mais aplicativos, como por exemplo, a trigonometria aplicada à física.

Sampaio e Calçada (2005) sugerem diversas modelagens físicas que envolvem estudos de trigonometria, estudos estes, calcados no desenvolvimento de Ciência, Técnica e Tecnologia, envolvendo situações empíricas ou não. Nesta seção serão apresentados tópicos importantes para o desenvolvimento das disciplinas enquanto engrenadas para a construção do saber do estudante do ensino médio.

Sejam alguns exemplos:

Dois vetores aplicados num mesmo ponto, formando entre si um ângulo de 0° , isto é, com a mesma direção e mesmos sentidos, o vetor resultante é igual à soma dos mesmos.

Ex.: duas pessoas empurrando um carro enguiçado para fazê-lo pegar.

Dois vetores aplicados num mesmo ponto, formando entre si um ângulo de 180° , isto é, com a mesma direção e sentidos opostos, o vetor resultante é igual à diferença de suas intensidades, tem a mesma direção e o sentido do maior vetor.

Ex.: Atividade física do “Cabo de Guerra”.

Dois vetores aplicados num mesmo ponto, formando entre si um ângulo diferente de 0° , e de 180° ; isto é, com direção e sentidos também diferentes, o vetor resultante é igual graficamente à diagonal maior do paralelogramo formado por eles. Os dois vetores serão os dois lados do paralelogramo. O cálculo algébrico é feito aplicando a Lei dos Cossenos:

$$R^2 = V_1^2 + V_2^2 - 2 V_1 V_2 \cos \theta$$

Sendo,

R^2 = vetor resultante

V_1 = vetor 1

V_2 = vetor 2

θ = ângulo formado pelos dois vetores.

Lembrando que:

- se o ângulo formado pelos vetores for de 90° , a Lei dos Cossenos transforma-se no Teorema de Pitágoras, pois $\cos 90^\circ = 0$
- se $\alpha + \beta = 180^\circ$ então $\sin \alpha = \sin \beta$ e $\cos \alpha = -\cos \beta$
- se $\alpha + \beta = 90^\circ$ então $\sin \alpha = \cos \beta$ e $\cos \alpha = -\sin \beta$

Exercícios:

As águas de um rio retilíneo movem-se numa velocidade média de 3 m/s em relação às suas margens. Uma pessoa sai nadando de uma das margens desse rio numa direção perpendicular à outra margem com velocidade média de 4 m/s. Sabendo que a largura do rio é de 100m, calcule:

- a) a velocidade do nadador em relação às margens;
- b) a distância percorrida pelo nadador em relação às margens;
- c) o tempo que o nadador gasta para atravessar o rio;
- d) a distância percorrida pelo nadador rio abaixo durante a travessia.

Conclusão

O desenvolvimento deste trabalho pautou-se na expectativa de transformação, no crescimento de todos os atores envolvidos, professores, estudantes e o próprio professor participante do programa de desenvolvimento educacional do estado do Paraná.

Ao longo deste período, diversos foram os aprendizados pela participação de cursos de reciclagem orientados por professores pertencentes a vários quadros/áreas da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, pela participação de eventos de cunho científico e de extensão propostos por diversos órgãos, pelas trocas de saberes dos professores pertencentes ao grupo de trabalho de rede, e, principalmente, pela correta orientação sempre presente em todos os momentos necessários para o bom desenvolvimento desta conquista.

Um dos principais resultados foi perceber a necessidade de uma reorientação quanto à didática e ao próprio desenvolvimento da disciplina Matemática, entendendo-se a importância do processo de construção do conhecimento pelo aluno com enfoque no seu meio cultural e com suas perspectivas de crescimento, respeitando as potencialidades do mesmo e de seu habitat natural.

O trabalho atingiu seus objetivos de forma plena, tendo como norte as orientações determinadas pelas Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica do estado do Paraná, área de Matemática, apoiando-se nos fundamentos teórico-metodológicos, no conteúdo estruturante Funções considerando as tendências metodológicas.

Referências

Aaboe, A. **Episodes from the Early History of Mathematics**. (“New Mathematical Library”) New York: Randon House, L. W. Singer Co., 1964.

Boyer, C. B. **História da Matemática**. Editora Edgard Blücher Ltda. São Paulo. 1974.

Briguenti, M. J. L. **Alterando o Ensino da Trigonometria em Escolas Públicas de Nível Médio: A Representação de Algumas Professoras**. Tese de Doutorado apresentada junto ao Programa de Pós Graduação em Educação, na UNESP de Marília, 1998.

D'ambrósio, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papyrus, 1996.

Ferreira, A. B. H. **Novo Dicionário da Língua Portuguesa**. 2ª Edição, revista e aumentada. Editora Nova Fronteira. Rio de Janeiro. 1986.

Ferronato, R. **A Construção de Instrumento de Inclusão no Ensino da Matemática**. Dissertação de Mestrado no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. UFSC. SC. 2002.

Paraná. Secretaria de Estado da Educação – Seed. **Diretrizes curriculares de matemática para a educação básica**. Curitiba: SEED, 2006.

Sampaio, J. L., Calçada, C. S. **Universo da Física 1 Mecânica**. 2ª edição. São Paulo, 2005.

Struik. D. J. **História Concisa das Matemáticas**. Gradativa – Publicações, L.^{da}. Lisboa. 1989.

Trotta, F., Imenes, L. M. e Jakubo, J. **Matemática Aplicada I**. Editora Moderna. São Paulo, 2007.