Versão Online ISBN 978-85-8015-040-7
Cadernos PDE

VOLUME II

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

Produção Didático-Pedagógica

2008

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

1. DADOS DE IDENTIFICAÇÃO:

1.1 Professor PDE: **Ilseu Versa**

1.2 Área PDE: **Matemática**

1.3 NRE: **Cascavel**

1.4 Professor Orientador IES: **Prof. Dr. José Ricardo Souza**

1.5 IES vinculada: **UNIOESTE – Universidade Estadual do Oeste do Paraná**

1.6 Escola de Implementação: **Colégio Estadual São Cristóvão**

1.7 Público objeto da intervenção: **Alunos da 3ª série do Ensino Médio**

2. UNIDADE DIDÁTICA

2.1 TEMA DE ESTUDO:

GEOMETRIA MÉTRICA ESPACIAL

2.2 TÍTULO:

POLIEDROS E PRISMAS: UM PASSEIO PELA SUA HISTÓRIA E ALGUMAS APLICAÇÕES

2.2.1 BREVE CONTEXTO HISTÓRICO

Não sabemos com precisão quem foram os primeiros a produzirem escritos de natureza matemática. De acordo com Eves (1992), em torno de 3000 a.C. na Mesopotâmia, foram encontrados tabletes de argila cozida com representações de geometria, produzidos pelos sumérios.

Para Garbi (2006), embora não haja nenhum registro documental devemos assinalar que no Egito antigo se evidenciaram conhecimentos aprofundados de geometria prática, os quais podem ser observados na construção da pirâmide de degraus, por volta de 2700 a.C., para servir de tumba ao faraó egípcio Djoser e principalmente a construção da grande pirâmide de Quéops edificada em 2650 a.C. aproximadamente. Ainda com o foco no Egito antigo a História registra dois dos mais antigos documentos que chegaram até nós, o Papiro de Moscou[1] e o Papiro de Hames(ou Rhind)[2] , datados por volta de 1850 a.C. e 1650 a. C. respectivamente. Neles estão registrados 110 problemas sendo 85 no Papiro de Hames e 25 no Papiro de Moscou. Do total 26 problemas são de geometria.

Eves (1992, p.5) relata que "a maioria desses problemas provém de fórmulas de mensuração necessárias para calcular áreas de terras e volumes de celeiros". É importante mencionar que embora esses problemas dos papiros apresentem instruções para resolução, não há neles qualquer demonstração ou justificativa das resoluções. Não dispomos de informações suficientes para delimitar no tempo o momento exato que a Geometria Subconsciente se transformou em Geometria Científica, entretanto há fortes indícios de que o palco deste importante acontecimento tenha sido o vale do Nilo, no Egito antigo. Para Eves (1992) este ponto de vista fica evidenciado pelo grego Heródoto (o Pai da História), o qual, no século V a.C. escrevendo sobre a História do Egito, assim se manifestou:

> Eles diziam que este rei (Sesóstris) dividia a terra entre os egípcios de modo a dar a cada um deles um lote quadrado de igual tamanho e impondo-lhes o pagamento de um tributo anual. Mas qualquer homem despojado pelo rio de uma parte de sua terra teria de ir a Sesóstris e notificar-lhe o ocorrido. Ele então mandava homens seus observarem e medirem quanto a terra se tornara menor, para que o proprietário pudesse pagar sobre o que restara, proporcionalmente ao tributo total. Dessa maneira, parece-me que a geometria teve origem, sendo mais tarde levada a Hélade (EVES,1992, p.3).

Com o passar do tempo, mudanças econômicas e políticas provocam a decadência de algumas civilizações e a ascensão de outras, portanto após babilônios e egípcios, destacaram-se os gregos. Uma região em particular se evidenciou pela produção intelectual no campo da Filosofia e da Matemática dedutiva, a Jônia, formada por ilhas no mar Egeu da qual fazia parte Mileto, Samos e outras. Pouco se sabe sobre a geometria grega primitiva, pois não há registros que balizam eventos dessa natureza, o que sabemos são as informações relatadas em manuscritos cujos originais foram confeccionados muitos anos antes. De acordo com Eves (1992, p.7) "Nossa principal fonte de informações referente à geometria grega primitiva é o chamado Sumário eudemiano de Proclus". Este Sumário aponta

[1] Este documento se encontra atualmente no Museu de Moscou de Finas Artes.

[2] Após a morte de A.Henry Rhind, que em 1858 havia adquirido este papiro na cidade de Luxor no Egito, este documento foi adquirido pelo Museu Britânico.

Tales de Mileto como mentor do início da geometria grega e também é considerado o primeiro a utilizar “métodos dedutivos em geometria”.

Garbi (2006, p.22) relata que um dos fatos marcantes da História da Geometria é registrado por meio da passagem de Tales de Mileto (c. 640 a.C.- 564 a.C.) pelo Egito, quando visitou as pirâmides na companhia do faraó Amásis. Menciona-se que ao medir “as sombras da pirâmide de Quéops e de um bastão” que encravara verticalmente na areia, calculou a altura da pirâmide usando semelhança de triângulos.

De acordo com Eves (1992), outra importante referência relatada no Sumário eudemiano é Pitágoras o qual nasceu na Jônia, mais precisamente na ilha de Samos (c. 572 a.C.), e que mais tarde, devido às perturbações políticas do local, migrou para cidade de Crotona ao sul da peninsular italiana.

Garbi (2006) faz referência que nesta cidade, aproximadamente em 540 a.C., Pitágoras fundou uma escola que além da Matemática também tinha como foco o estudo da Filosofia e as Ciências Naturais. Embora os pitagóricos possuíssem um viés místico-religioso, o conhecimento matemático evoluiu de forma prodigiosa. Atribui-se a Pitágoras a demonstração do teorema que leva seu nome, o qual trata da propriedade geral dos triângulos retângulos (já conhecida dos chineses e babilônios). Três dos cinco poliedros regulares: o tetraedro, o cubo e o dodecaedro já eram do conhecimento dos pitagóricos e posteriormente caberia a Teeteto, discípulo de Platão, a descoberta do octaedro e do icosaedro. Esses cinco poliedros regulares são denominados modernamente de poliedros de Platão, embora nenhum deles tenha sido descoberto por ele. Platão (427 a.C. - 347 a.C.) fundou em Atenas uma escola chamada de Academia de Platão em torno de 386 a.C. É relevante assinalarmos a importância que Platão despendia a Matemática, considerando-a uma ferramenta indispensável para a compreensão do mundo em nossa volta e orientava quem dela se ocupava que balizassem seus pensamentos nos caminhos do raciocínio lógico. Da escola de Platão emergiram muitos matemáticos importantes, destacando-se, entre outros, Eudóxio e Teeteto. Com o objetivo de expandir suas fronteiras, o império grego, em 332 a.C., por meio de Alexandre, o Grande, conquistou o Egito e no delta do rio Nilo fundou a cidade de Alexandria.

Para Boyer (1974) após a morte de Alexandre, o Grande, houve disputa pelo poder entre os generais de seu exército, contudo na parte egípcia do império, Ptolomeu I, em 306 a.C., solidificou-se no poder e sua grande proeza foi a construção da escola ou instituto conhecido também como Museu, visando centralizar ali o saber. Os Ptolomeus, reis gregos que governaram o Egito, incentivaram a pesquisa em todas as áreas do conhecimento e em meio a este ambiente a genialidade desabrochou. Três geômetras gregos se destacaram: Euclides do qual se sabe que por volta do ano 300 a.C., aproximadamente, escreveu sua principal obra, os Elementos, contudo não se tem informações das datas de seu nascimento e morte. Arquimedes (287 a.C. – 212 a.C.) e Apolônio (262 a.C. - 190 a.C.). Ainda acerca da obra os Elementos escrita por Euclides, a qual é composta por 13 livros estando ali catalogado de forma sistemática quase todo o conhecimento de Matemática da época, é conveniente ressaltar que nem todo o conteúdo é geometria, entretanto a Matemática grega na época de Euclides era concebida de forma geometrizada. Atualmente na Matemática escolar os conceitos de Euclides balizam o estudo da Geometria, a qual é denominada de geometria euclidiana.

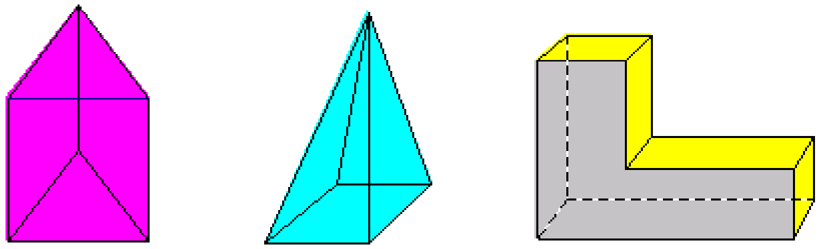
2.2.2 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

2.2.2.1 POLIEDROS

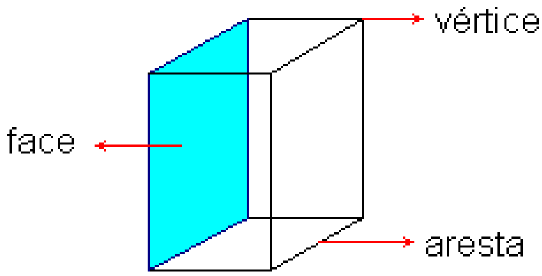
i) DEFINIÇÃO

Todo o sólido limitado por superfícies planas recebe a denominação de poliedro.

As figuras abaixo são exemplos de poliedros.



ii) ELEMENTOS DE UM POLIEDRO



• Faces são os polígonos que formam o poliedro.

• Arestas são os segmentos comuns a duas faces.

• Vértices são os pontos de encontro de três ou mais arestas.

iii) CLASSIFICAÇÃO DOS POLIEDROS

• Quanto a forma os poliedros classificam-se em convexos e não-convexos.

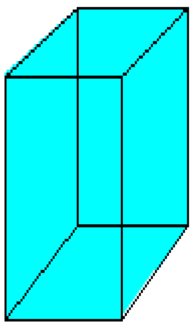
Para que um poliedro seja convexo são necessárias as seguintes condições:

a) duas faces planas (polígonos) não se situam num mesmo plano;

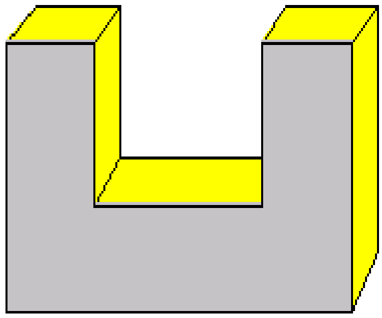
b) cada lado de polígono que representa a face é comum a somente duas faces;

c) o plano que contém um polígono deixa os demais num mesmo semi-espaço.

Caso estas condições não sejam satisfeitas o poliedro se diz não-convexo.



poliedro convexo



poliedro não-convexo

• Quanto ao número de faces os poliedros classificam-se da seguinte maneira:

tetraedro ⇒ 4 faces

pentaedro ⇒ 5 faces

hexaedro ⇒ 6 faces

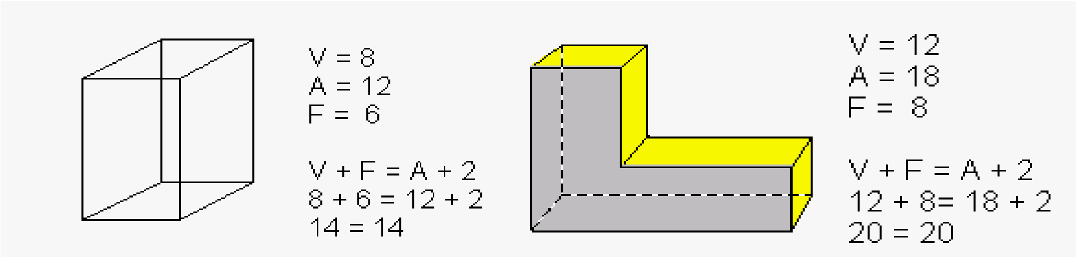
heptaedro ⇒ 7 faces , etc.

iv) RELAÇÃO DE EULER

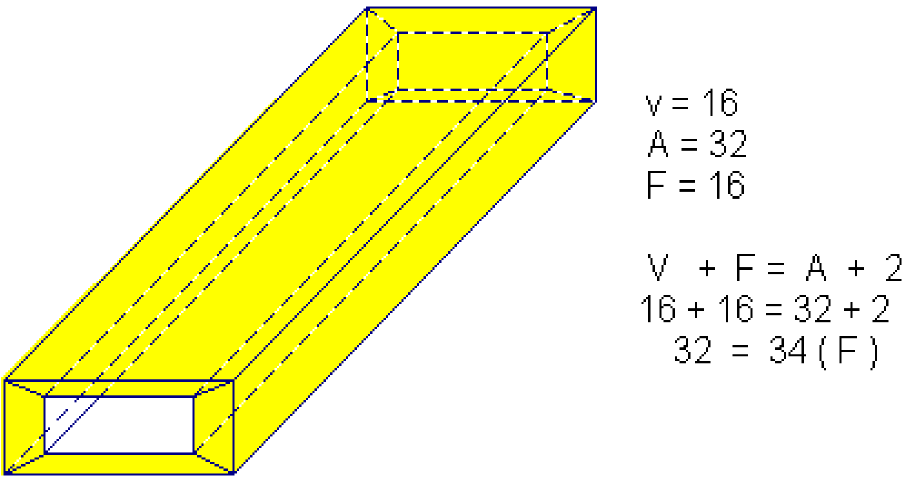
Denotando por A o número de arestas, V o número de vértices e F o número de faces, para o poliedro convexo vale a relação $V + F = A + 2$.

Obs. São denominados de Eulerianos os poliedros para os quais se verifica a relação de Euler. É importante ressaltar que todo poliedro convexo é Euleriano, mas nem todo poliedro Euleriano é convexo, conforme podemos observar nos exemplos que seguem.

Poliedro convexo Poliedro não-convexo



Em ambos os poliedros a relação de Euler é válida, pois os dois são poliedros Eulerianos, todavia convém lembrar que a relação não é válida para qualquer poliedro não-convexo, conforme se pode observar na figura que segue.



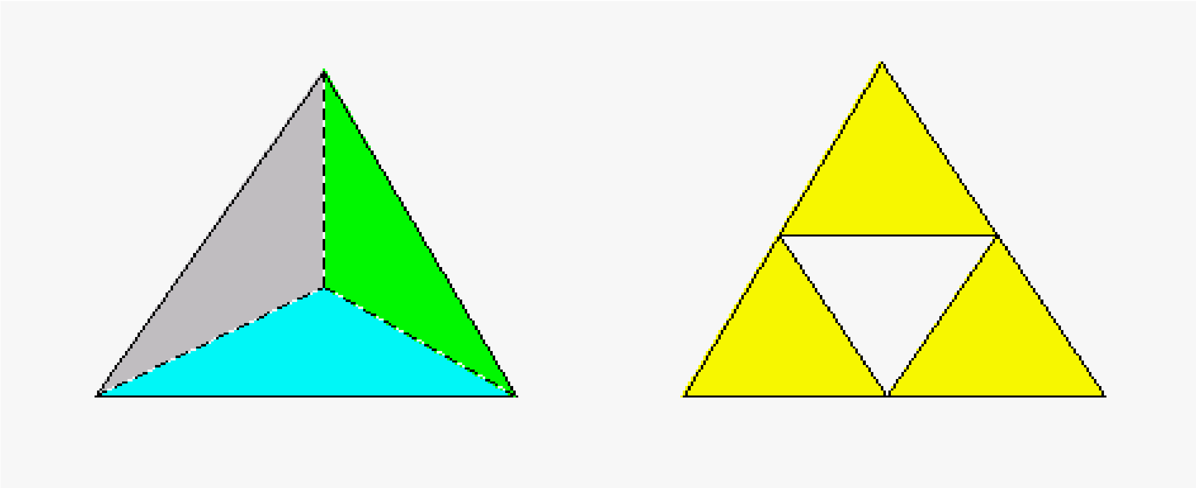
Neste caso a relação de Euler não é válida.

v) POLIEDROS REGULARES (POLIEDROS DE PLATÃO)

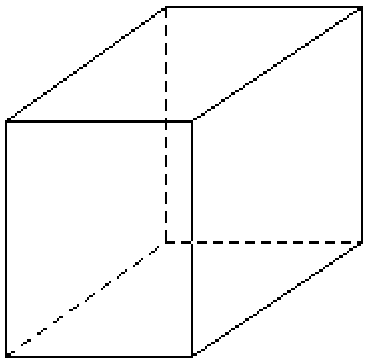
Poliedro regular é um poliedro convexo cujas faces são polígonos regulares congruentes, convergindo para cada vértice do poliedro o mesmo número de arestas.

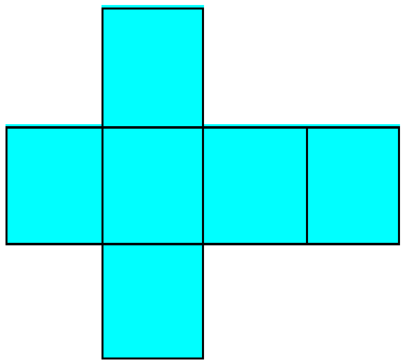
Prova-se que existem apenas cinco poliedros regulares, os quais estão exemplificados abaixo com suas respectivas planificações.

• Tetraedro regular ⇒ as faces são triângulos eqüiláteros

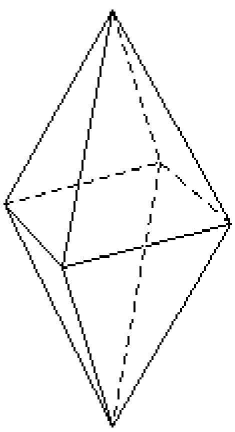


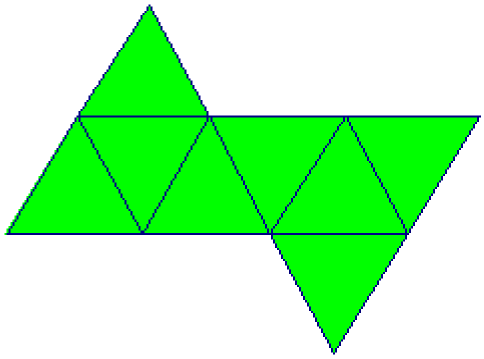
• Hexaedro regular (cubo) ⇒ as faces são quadrados



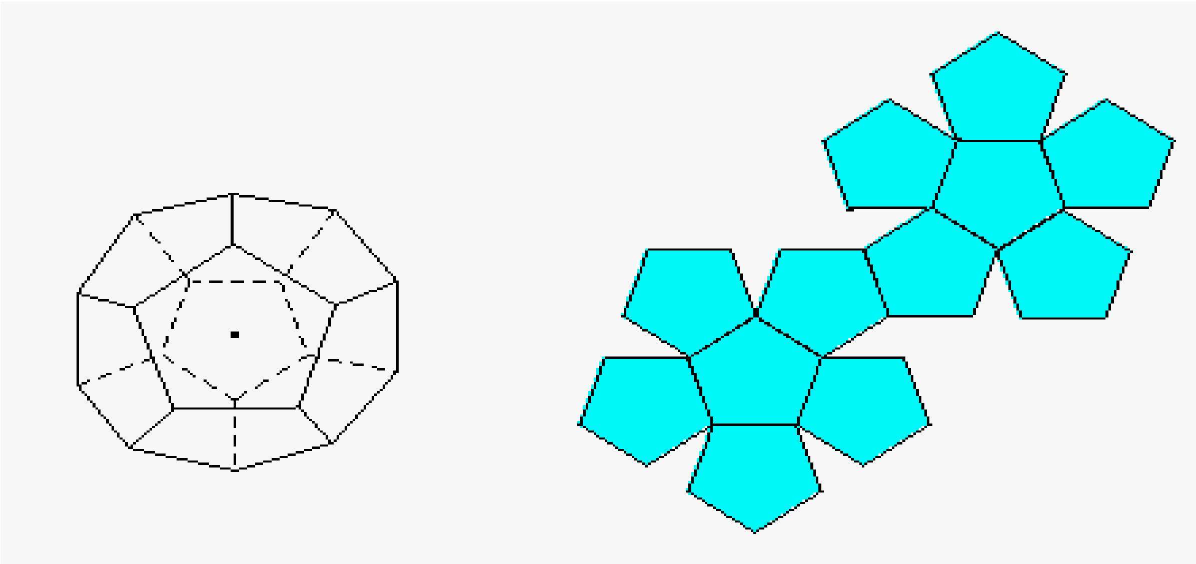


• Octaedro regular ⇒ as faces são triângulos eqüiláteros

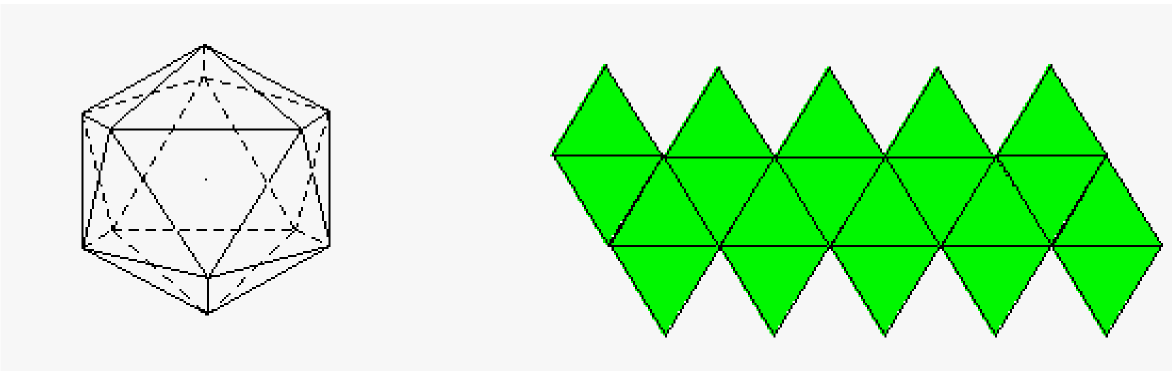




•Dodecaedro regular ⇒ as faces são pentágonos regulares



•icosaedro regular ⇒ as faces são triângulos eqüiláteros



1. ATIVIDADE PRÁTICA

i) Formar grupos de quatro alunos.

ii) Com base nas planificações, construir pelo menos dois poliedros regulares. A escolha das medidas fica a critério do grupo.

iii) Materiais necessários: Cartolina ou outro material similar, régua, lápis, borracha, tesoura, cola.

2.2.2.2 PRISMAS

i) DEFINIÇÃO

Consideremos, na figura 1, os planos paralelos **X** e **Y**, e uma região poligonal **W** em um dos planos. Consideremos também a reta **s** a qual intersecta os planos **X** e **Y**, e o segmento $\overline{EF}$ desta reta. Denomina-se prisma a reunião de todos os segmentos paralelos e congruentes a $\overline{EF}$, com uma extremidade nos pontos da região poligonal **W** a um ponto do outro plano (**Y**).

Resumidamente pode-se concluir que prismas são poliedros que têm duas faces paralelas e congruentes as quais são denominadas bases e as faces restantes, com formato de paralelogramos, recebem o nome de faces laterais.

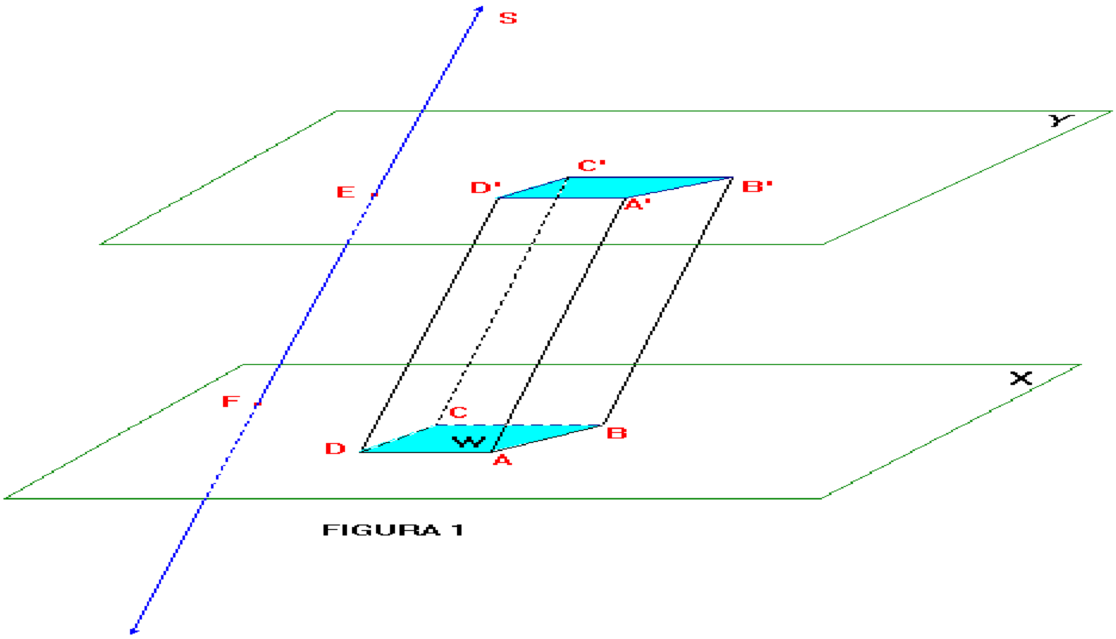


FIGURA 1

ii) ELEMENTOS

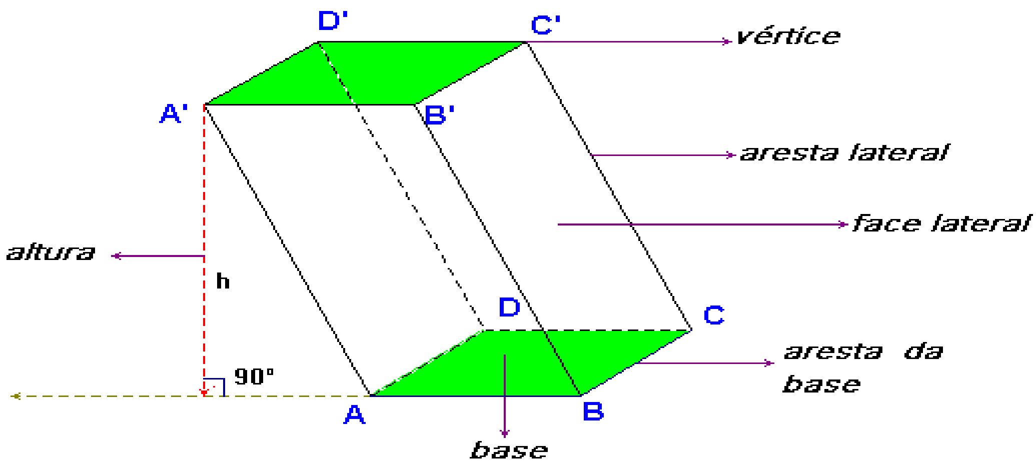


FIGURA 2

• *Bases* são as duas secções planas paralelas e congruentes que delimitam o prisma (ABCD e A'B'C'D', nas figuras 1 e 2).

• *Faces laterais* são paralelogramos (AA'B'B,..., BB'C'C)

• *Arestas das bases* são os segmentos de reta que compõem os polígonos das bases.

• *Arestas laterais* são os segmentos de reta comuns a duas faces laterais consecutivas.

• *Altura* é a distância entre os dois planos paralelos que contém as bases (h).

iii) CLASSIFICAÇÃO

Um prisma pode ser reto ou oblíquo.

• Um *prisma* se diz *reto* quando suas arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases.

• Um *prisma* se diz *oblíquo* quando as arestas laterais não são perpendiculares aos planos das bases.

• *Prisma regular* é um prisma reto cuja base é um polígono regular.

Quanto às bases os prismas são classificados em:

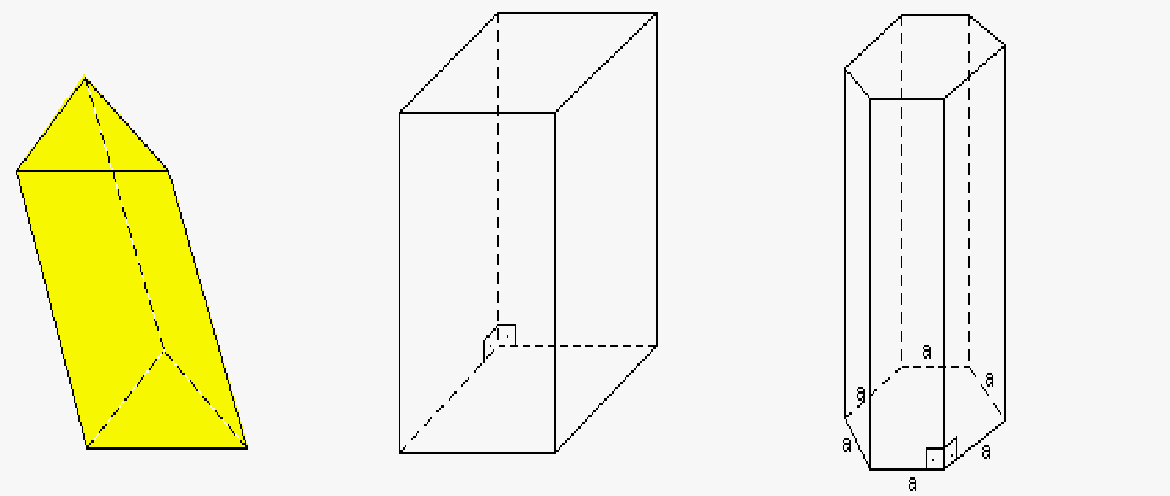
• *Prisma triangular* – é um prisma que tem na base um triângulo.

• *Prisma quadrangular* – é um prisma que tem na base um quadrilátero.

• *Prisma pentagonal* – é um prisma que tem na base um pentágono.

• *Prisma hexagonal* – é um prisma que tem na base um hexágono.

E assim por diante.



PRISMA TRIANGULAR OBLÍQUO   PRISMA QUADRANGULAR RETO   PRISMA HEXAGONAL REGULAR

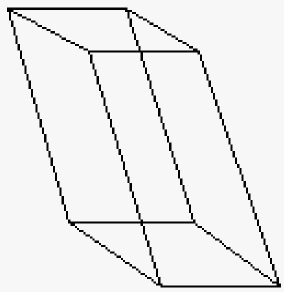
iv) PARALELEPÍPEDOS

• *Paralelepípedo* é um prisma em que todas as faces são paralelogramos.

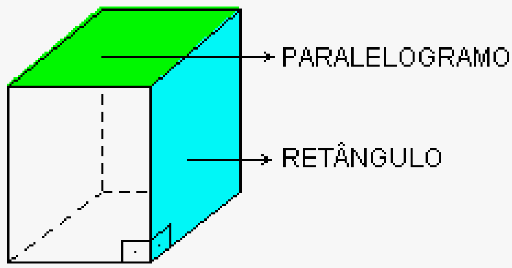
• *Paralelepípedo reto* é um prisma reto em que as bases são paralelogramos. No prisma reto as arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases.

• *Paralelepípedo retângulo ou paralelepípedo reto-retângulo, ou ortoedro* é um prisma quadrangular reto em que todas as faces são retângulos.

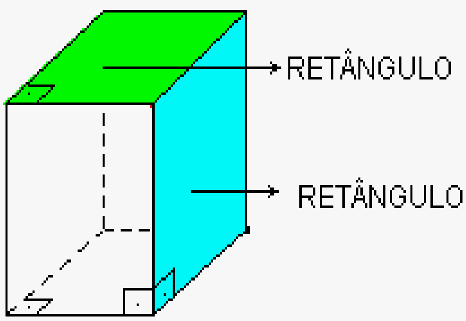
• *Cubo* é um paralelepípedo retângulo cujas faces são quadrados (seis quadrados). O cubo também é denominado hexaedro regular ou romboedro reto–retângulo.



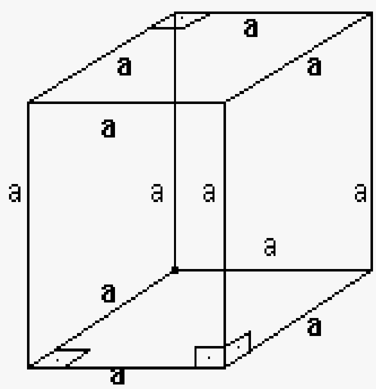
PARALELEPÍPEDO OBLÍQUO



PARALELEPÍPEDO RETO



PARALELEPÍPEDO RETÂNGULO

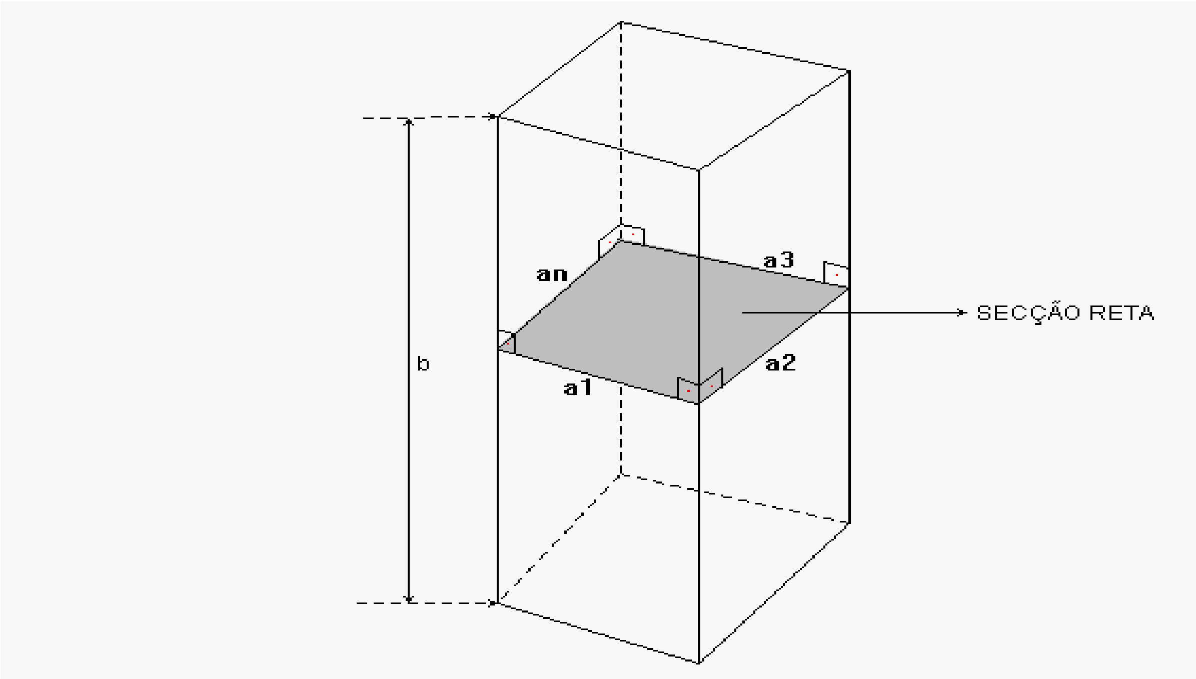


CUBO

v) ÁREAS DA SUPERFÍCIE DE UM PRISMA

• *Área da base* (**Ab**) é a área do polígono que está numa das bases do prisma.

• *Área lateral* (**Aℓ**) é a soma das áreas das faces laterais do prisma.



Consideremos um prisma de aresta lateral **b** e as medidas $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$,...,$\mathbf{a_n}$ os lados da secção reta. As faces laterais são paralelogramos cuja base é **b** e a altura é um dos lados da secção reta ($\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$,..., $\mathbf{a_n}$).

Logo,

$$A\ell = b.\ a_1 + b.\ a_2 + ... + b.\ a_n$$

$$A\ell = b\ (\ a_1 + a_2 + ... + a_n)$$

$$A\ell = b(\underbrace{a_1 + a_2 + ... + a_n}_{\downarrow\ 2p})$$

Aℓ = **b.2p** ou Aℓ = **2p.b**, onde **2p** é o perímetro da secção reta e **b** é a medida da aresta lateral.

Particularmente se o prisma for reto, a aresta lateral **b** tem mesma medida da altura **h** do prisma, portanto concluímos que:

Aℓ = **2p.b** ⇒ Aℓ = **2p.h**, em que **2p** é o perímetro da base e **h** é a altura do prisma.

$$\boxed{A\ell = 2p.h}$$

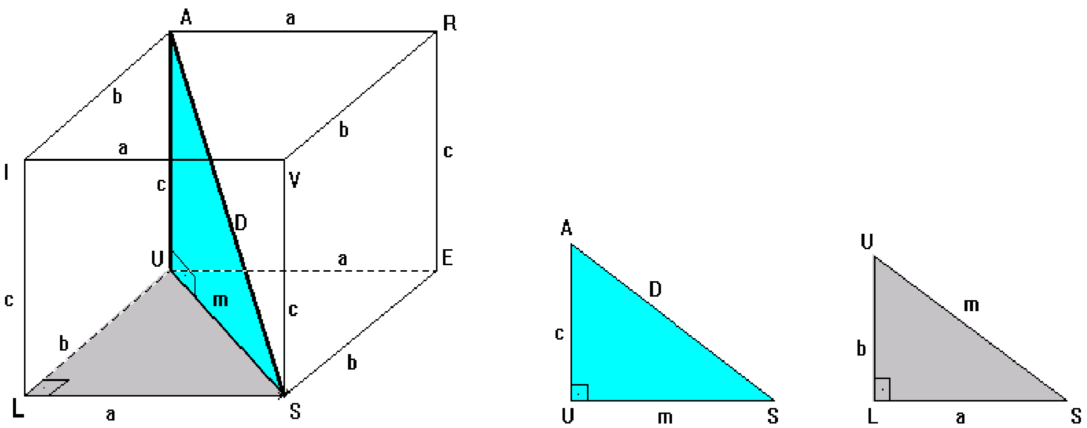
• *Área total* (**At**) é a área que obtemos quando somamos a área lateral com as áreas das bases.

At = Aℓ + Ab + Ab

At = Aℓ + 2Ab

$$\boxed{At = A\ell + 2Ab}$$

vi) DIAGONAL E ÁREAS DA SUPERFÍCIE DE UM PARALALEPÍPEDO RETÂNGULO



Consideremos o paralelepípedo retângulo de dimensões **a**,**b** e **c**. Seja **D** a diagonal do paralelepípedo retângulo e **m** a diagonal do polígono da base.

• Do triângulo retângulo **ULS**, aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$$m^2 = a^2 + b^2 \quad (\text{I})$$

• Do triângulo retângulo **AUS**, aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$$D^2 = m^2 + c^2 \quad (\text{II})$$

• Substituindo **(I)** em **(II)** ↓

$$D^2 = (a^2 + b^2) + c^2 \quad (\text{II})$$

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

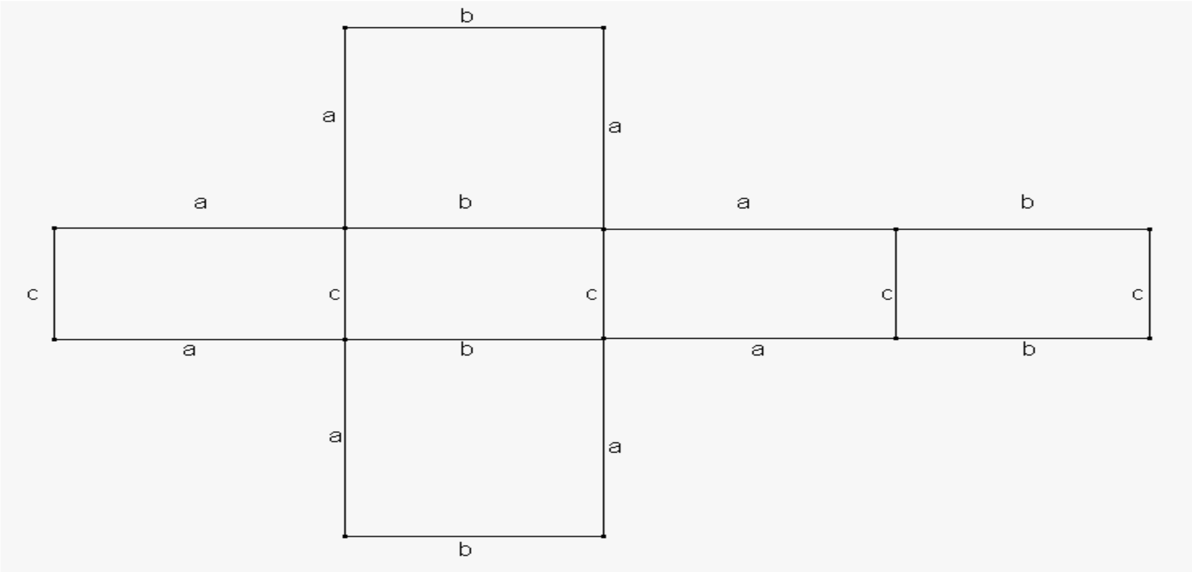
$$\boxed{D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Esta é a fórmula para calcular a diagonal do paralelepípedo retângulo.

• Área da base ⇒ **Ab = ab**

•Área lateral ⇒ são dois retângulos de área ***ac*** e dois de área ***bc*** ⇒ **Aℓ = 2ac + 2bc**

$$\boxed{A\ell = 2(ac + bc)}$$

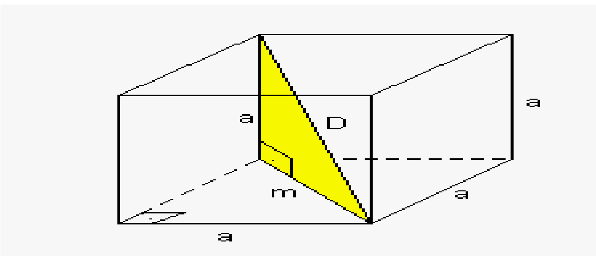


•*Área total* ⇒ Observando a planificação acima vemos que a área total é a soma das áreas de seis retângulos: dois deles com área ***ab***, dois com área ***bc*** e dois de área ***ac***, logo:

At = 2ab + 2bc + 2ac

$$\boxed{At = 2(ab + bc + ac)}$$

vii) DIAGONAL E ÁREAS DA SUPERFÍCIE DE UM CUBO



O cubo é um paralelepípedo retângulo em que as três dimensões medem **a**, logo:

•A diagonal do cubo ⇒ **D =** $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

D = $\sqrt{a^2 + a^2 + a^2}$

D = $\sqrt{3a^2}$

D = $a\sqrt{3}$

• A área da base $\Rightarrow$ **$Ab = a.a = a^2$**

$Ab = a^2$

$$\boxed{\mathbf{Ab = a^2}}$$

• A área lateral $\Rightarrow$ **$A\ell = 2ab + 2bc$**

$A\ell = 2aa + 2aa$

$A\ell = 2a^2 + 2a^2$

$A\ell = 4a^2$

$$\boxed{\mathbf{A\ell = 4a^2}}$$

• A área total $\Rightarrow$ **$At = 2(ab + bc + ac)$**

$At = 2(aa + aa + aa)$

$At = 2(a^2 + a^2 + a^2)$

$At = 2(3a^2)$

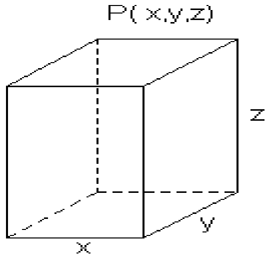
$At = 6a^2$

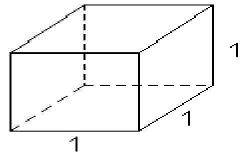
$$\boxed{\mathbf{At = 6a^2}}$$

viii) VOLUME DE UM PARALALEPÍPEDO RETÂNGULO

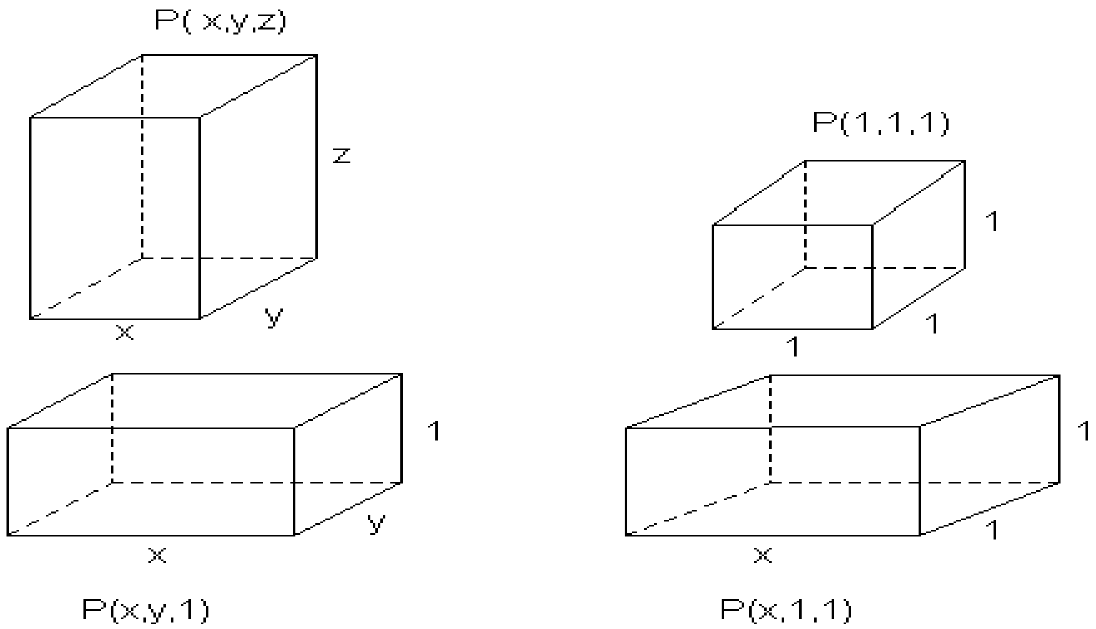
Consideremos um paralelepípedo retângulo de dimensões *x,y,z*; ou seja P(*x,y,z*) e consideremos também o paralelepípedo retângulo de dimensões unitárias P(1,1,1), o qual é um cubo unitário. Para medir este paralelepípedo retângulo com o cubo, estabeleceremos a razão $\frac{P(x, y, z)}{P(1,1,1)}$, que será o volume procurado, isto é,

$V = \dfrac{P(x, y, z)}{P(1,1,1)}$.





Sejam os paralelepípedos retângulos P(x,y,z), P(x,y,1), P(x,1,1) e P(1,1,1), em que 1 é a unidade de comprimento.



Aplicando a propriedade da razão entre paralelepípedos retângulos a qual diz que “a razão entre dois paralelepípedos retângulos de bases congruentes é igual à razão entre as alturas” (DOLCE,1977, p.152), conclui-se que:

$\frac{P(x,y,z)}{P(x,y,1)} = \frac{z}{1}$ (I) bases (x,y) congruentes

$\frac{P(x,y,1)}{P(x,1,1)} = \frac{y}{1}$ (II) bases (x,1) congruentes

$\frac{P(x,1,1)}{P(1,1,1)} = \frac{x}{1}$ (III) bases (1,1) congruentes

Multiplicando-se entre si, membro a membro, as razões (I),(II)e (III) temos:

$V = \frac{P(x,y,z)}{P(1,1,1)} = \frac{z}{1} \cdot \frac{y}{1} \cdot \frac{x}{1} = x \cdot y \cdot z$, ou simplesmente V = x.y.z, ou seja: o volume de um paralelepípedo retângulo é igual ao produto das medidas das três dimensões.

$$\boxed{\mathbf{V = x.y.z}}$$

Considerando como base a face cujas dimensões são *x* e y (comprimento e largura), indicando por *Ab* a área desta base (*Ab*= *xy*) e a dimensão *z* por altura (*h*), podemos escrever a fórmula do volume do paralelepípedo da seguinte maneira:

$$V = x.y.z$$
$$\mathbf{V = Ab.h}$$

Portanto o volume do paralelepípedo retângulo também pode ser expresso multiplicando-se a medida da área da base pela medida da altura.

ix) VOLUME DE UM CUBO

Sendo o cubo um paralelepípedo retângulo cujas dimensões medem **a**, temos:

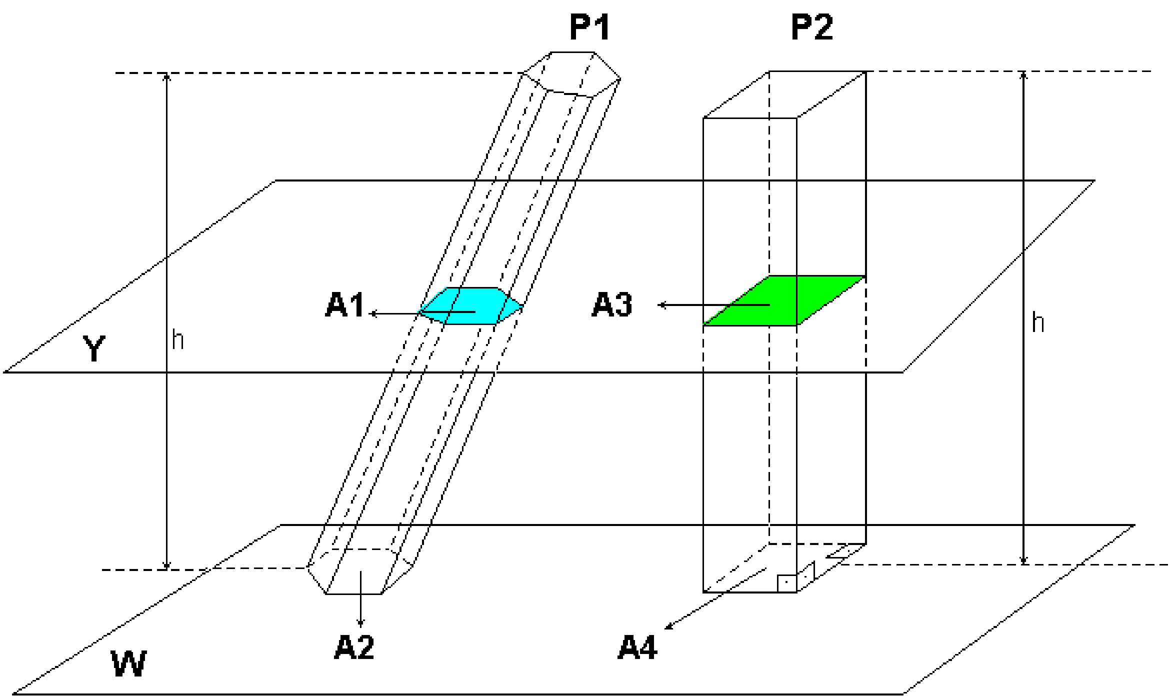
$$V = x.y.z$$
$$V = a.a.a$$
$$V = a^3$$

$$\boxed{V = a^3}$$

x) VOLUME DE UM PRISMA

•PRINCÍPIO DE CAVALIERI[3]

Se dois ou mais sólidos são seccionados por um plano Y de maneira que todo plano secante e paralelo a Y, determine secções planas de áreas iguais, conclui-se que os sólidos têm mesmos volumes.



[3] Francesco Bonaventura Cavalieri (1598 – 1647), matemático italiano.

Consideremos um prisma **P1** e o paralelepípedo retângulo **P2**. O prisma **P1** tem altura **h** e área da base **A2 = A** e o paralelepípedo retângulo **P2** também tem altura **h** e área da base **A4 = A**.

Os dois sólidos têm as bases num mesmo plano **W** e também estão num dos semi-espaços determinados por **W**. Qualquer plano **Y** paralelo ao plano **W**, que secciona **P1** também secciona **P2** e as secções **A1** e **A3** têm áreas iguais, haja vista que são congruentes às respectivas bases.

A1 = A2, A3 = A4, A2 = A4 = A ⇒ **A1 = A3**

De acordo com o Princípio de Cavalieri, o prisma **P1** e o paralelepípedo **P2**, têm mesmos volumes, isto é **VP1 = VP2**. Mas **VP2 = A.h** ⇒ **VP1= A.h**, ou seja , o volume do prisma é igual ao produto da área da base (**A**) pela sua altura (**h**). Podemos escrever a fórmula do volume da seguinte maneira:

$$\boxed{V = A_b . h}$$

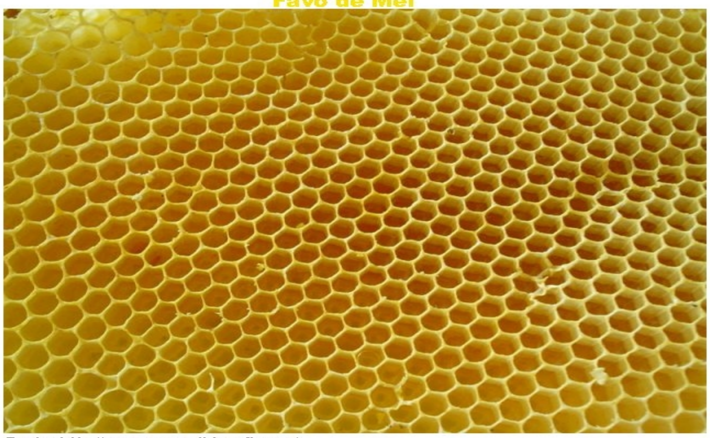
Em que **Ab** é a área da base e **h** é a altura do prisma.

2.2.3 ATIVIDADES

i) MANIFESTAÇÕES DA NATUREZA

As abelhas européias depositam o mel nos alvéolos, os quais têm formato poliédrico semelhantes a prismas hexagonais com encaixe perfeito, sem interstícios entre um alvéolo e outro, formando desta maneira o favo de mel, conforme observamos na figura abaixo a qual está disponível no site www.diaadia.pr.gov.br.

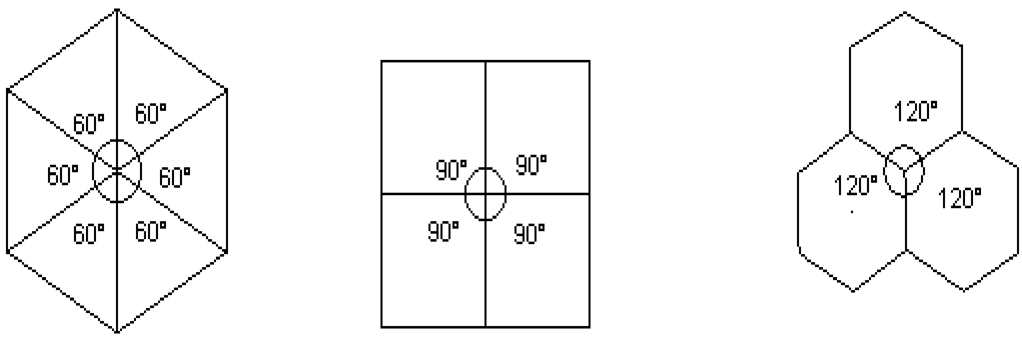
Favo de Mel



Fonte: http://commons.wikimedia.org/

http://www.diaadia.pr.gov.br/tvpendrive/arquivos/Image/conteudos/imagens/matematica/favomela.jpg . Acesso em 29 set 2008.

Levadas por um instinto natural, as abelhas procuram um formato para seus alvéolos que comporte maior volume com menor gasto de material (cera). Na construção do favo, cada parede de um alvéolo também serve de parede do alvéolo vizinho. Nesta perspectiva o formato do alvéolo não pode ser cilíndrico, pois neste caso haveria considerável perda de material. A forma mais adequada para o alvéolo é a prismática. Os prismas regulares que podem ser justapostos com encaixe perfeito são: o triangular, o quadrangular e o hexagonal.



Por que as abelhas optaram construir os favos num formato semelhante a um prisma hexagonal regular? Por que não um prisma triangular regular?Tente explicar este fenômeno do ponto de vista matemático, usando a álgebra e a geometria.

ii) **CONTEXTUALIZAÇÃO DO COTIDIANO**

Certa vez , dialogando com um morador do mesmo bairro que resido, relatava-me as etapas da construção de sua nova casa. Contava-me ele que era importante pesquisar preços, objetivando minimizar o custo final da obra. Naqueles dias este morador comprara madeira, a qual, além de servir de caixarias para concretagem das vigas, também seria utilizada para o madeiramento do telhado. Relatou-me que comprara uma ponta de estoque, a qual estava com preço promocional. O preço do m^3 da madeira era de R$ 800,00 e o valor total da compra foi de R$1152,00. As dimensões das tábuas eram de 40cm de largura, 1”(2,54cm) de espessura e os comprimentos variáveis. Ao fazer a conferência na entrega do material, o morador observou as seguintes quantidades:

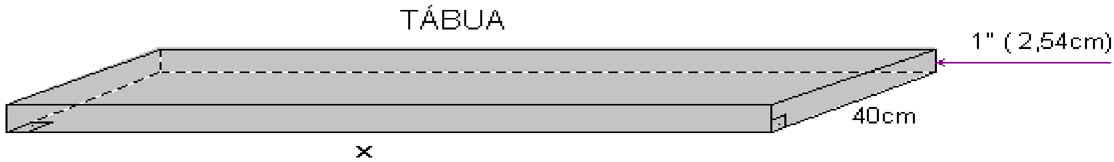
Comprimento das tábuas	Quantidade de tábuas
2m	10
2,1m	8
2,2m	12
2,3m	6
2,5m	14
3m	10

Este cidadão me fez as seguintes indagações:

a) Quantos m^3 de madeira havia comprado?

b) O preço de R$ 1152,00 que ele havia pagado, era compatível com o valor do m^3 anunciado (R$ 800,00)?

c) Se ele tivesse pagado rigorosamente de acordo com o valor do m^3 anunciado (R$ 800,00), o valor da compra seria maior, menor ou igual a R$1152,00?



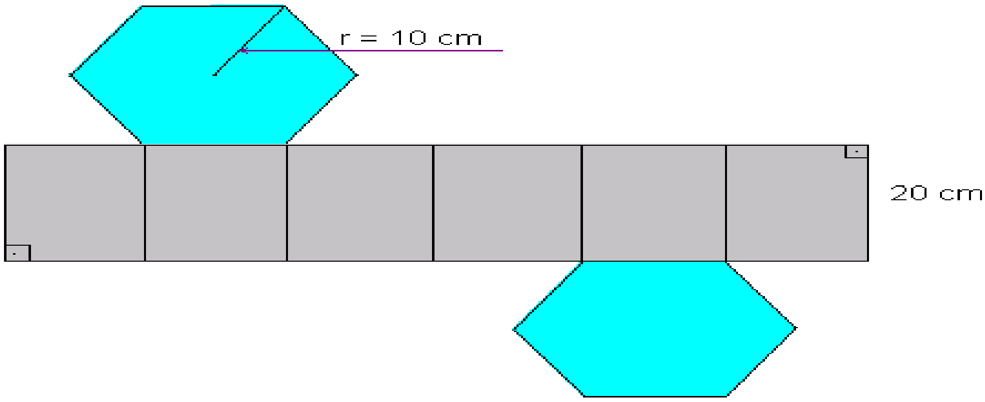
iii) **RELAÇÕES COM A FÍSICA.**

Denomina-se densidade de um corpo (d) a razão entre a massa (m) e o volume (V) por ele ocupado, ou seja, $d = \frac{m}{V}$. No Sistema Internacional de medidas a unidade usada para densidade é kg/m^3, mas também se pode usar g/cm^3 ou até kg/L. Tomando-se como referência a densidade da água que é de $1g/cm^3$, conclui-se que todos os corpos que ao serem colocados em contato com a água afundarem totalmente, terão densidade maior do que $1g/cm^3$, os que flutuarem terão densidade menor do que$1g/cm^3$.

•Um aquário de vidro tem formato de paralelepípedo retângulo cujas dimensões internas são: 31cm por 31cm de base por 30cm de altura e está parcialmente ocupado com água. Uma pedra de formato poliédrico irregular de massa 2.92 kg, foi mergulhada e fez o nível da água subir 1cm. Calcule o volume e a densidade da pedra.

iv) OUTROS PROBLEMAS

1. Calcule o volume do prisma hexagonal regular, observando sua planificação no desenho abaixo.



2. Um agricultor construiu uma caixa d'água em formato de paralelepípedo retângulo, para armazenar água em sua propriedade. Após sua conclusão as dimensões internas acusaram as seguintes medidas: 2m de comprimento, 2,2m de largura e 1,5m de profundidade.

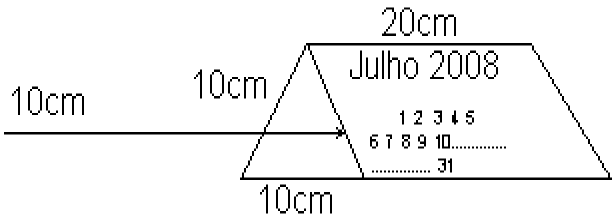
a) Se esta caixa estiver totalmente cheia, quantos litros de água pode conter?

b) Num certo dia o agricultor mediu a profundidade da água e esta acusou 90cm. Quantos litros de água havia na caixa naquele momento?

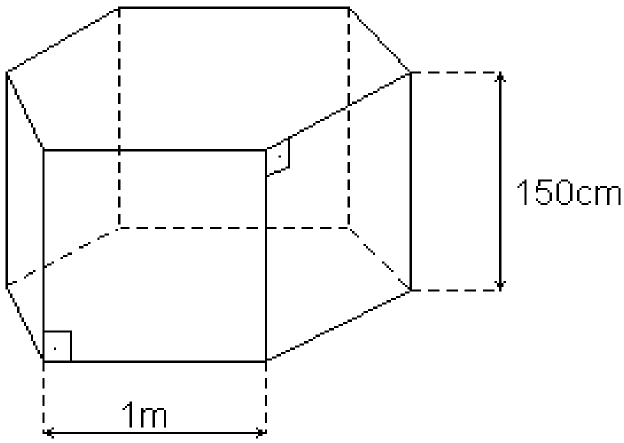
c) Que % do volume da caixa não estava ocupado com água no momento da medição do item b?

3. Nossa sala de aula tem forma de um paralelepípedo retângulo. Considerando sua altura de 2,8m e utilizando uma fita métrica, meça as dimensões da base e em seguida calcule a medida da diagonal da sala de aula.

4. Um calendário, em forma de prisma triangular regular, foi confeccionado em madeira e posteriormente revestido de papel. Quantos metros quadrados de papel, aproximadamente, são necessários para revestir 1000 desses calendários?



5. Na construção de uma ponte, fundiram-se sapatas de concreto que serviam de base para a sustentação das colunas. Seu formato geométrico era de um prisma hexagonal regular conforme indicações da figura abaixo. Calcule o volume de material utilizado para a construção de uma delas.



6. (UFPB) Um bloco cúbico de concreto de aresta medindo 2m tem massa (m) igual a 56 toneladas (t). Calcule em g/cm^3, a densidade média do bloco.

7. Num poliedro convexo o número de arestas excede o número de vértices em 4 unidades. Quantas faces têm este poliedro?

8. (UNIOESTE). Em uma caixa d'água cúbica, de 1m de lado, inicialmente vazia, é despejada água à razão de 20 litros por minuto. Após 30 minutos, o nível da água na caixa, com relação ao fundo, será, em centímetros, igual a:

Resposta: ....

9. (CEFET-RJ). Uma piscina com formato de paralelepípedo retângulo com 5m de largura, 10m de comprimento e 1,60m de profundidade deverá ser azulejada. Sabendo que o m^2 do azulejo custa R$20,00 e que deverão ser comprados 10% a mais para as quebras, então o gasto total em reais será de:

a) 1760,00

b) 1960,00

c) 2156,00

d) 2960,00

e) 3256,00

10. REFERÊNCIAS

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática.** Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 1974.

BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina Azenha; BONJORNO, Valter; RAMOS, Clinton Márcio. **Física Fundamental**. V. único, São Paulo: FTD, 1999.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto & aplicações. São Paulo: Ática, 2002.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar.** Volume 10, São Paulo: Atual, 1977.

EVES, Howard. **História da geometria**:Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula**.**Tradução.Hygino H. Domingues v.3. São Paulo: Atual,1992.

GARBI, Gilberto G. **A Rainha das Ciências:** um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática**.** São Paulo: Livraria da Física, 2006.

GIOVANI, José Rui; BONJORNO, José Roberto. **Matemática Completa.** 2ª.ed.renov- 2ª série-Ensino Médio, São Paulo: FTD, 2005.

TAHAN, Malba. **As maravilhas da Matemática.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Bloch Editores S.A, 1973.

PARANÁ. **Portal Educacional do Estado do Paraná.** Curitiba, 2008. Disponível em: < http://www.diaadia.pr.gov.br/autec/>. Acesso em: 29 set. 2008.