Versão Online ISBN 978-85-8015-040-7
Cadernos PDE

VOLUME II

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

Produção Didático-Pedagógica

2008

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO DO PARANÁ
SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE POLÍTICAS E PROGRAMAS EDUCACIONAIS
PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUACIONAL

JOSÉ MARIO LEITE

CADERNO PEDAGÓGICO

MATERIAIS MANIPULÁVEIS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

CURITIBA
2008

JOSÉ MARIO LEITE

CADERNO PEDAGÓGICO

MATERIAS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

Material apresentado como requisito parcial ao Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná – PDE – 2008 da área de Matemática.

Orientador: Prof. MS. Antônio Amilcar Levandoski

CURITIBA
2008

1- INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da percepção espacial e sua compreensão concreta são características fundamentais e necessárias para o vínculo entre teoria e prática. Com essas características, estará manifestando significativo caminho do espaço ao plano, do algoritmo à constatação visual, estreitando o distanciamento entre o prescrito e o experienciado, estabelecendo conexões entre a álgebra e o concreto.

Baseada na realidade do aluno e em textos torna-se necessário relacionar a geometria escolar às suas atividades concretas, pois isso contribuirá com um ensino e uma aprendizagem significativa.

Para que possam agregar, enriquecer e contribuir para o desenvolvimento do educando e dar suporte aos professores da rede pública estadual, no presente caderno buscou-se demonstrar a operacionalização e eficiência do uso de materiais manipuláveis no ensino de Geometria, dando ênfase ao geoplano quadrado, geoplano circular e geoplano espacial, buscando sempre comprovar dados algébricos através da experimentação e visualização bem como a dedução de fórmulas.

2 - ESTRATÉGIAS DE AÇÃO:

- Produzir atividades que visam fornecer ao professor parâmetros para que ele possa agregar em suas estratégias de trabalho, de forma a garantir a participação produtiva dos alunos, permitindo que transformem e desenvolvam habilidades de: observar (visualização), abstrair (estruturação), comunicar (tradução) e de organizar (identificação e classificação).

- Nas atividades, contemplar-se-ão idéias que possibilitem, por meio da visualização e manipulação de materiais concretos, compreender e interpretar geometricamente os conceitos e fórmulas, para que o aluno tenha uma melhor percepção do “mundo matemático”

3 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

De acordo com as Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica do estado do Paraná – DCE (2006), pesquisadores tornaram-se também professores matemáticos, e passaram a se preocupar mais diretamente com as questões de ensino. Estes professores começaram a buscar fundamentação não somente nas teorias matemáticas, mas também em estudos pisicológicos, filosóficos e sociológicos. Era o início de um movimento de renovação do ensino da Matemática, que veio a ser conhecido como Movimento da Matemática Moderna.

O Ensino Médio precisa desenvolver o saber matemático, científico e tecnológico como condição da cidadania, e não como prerrogativa de especialistas, visto que a compreensão da Matemática é essencial para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. Assim, é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de idéias e permite modelar a realidade e interpretá-la.

Depois de analisadas algumas publicações, verifica-se que desde a infância, utilizam-se objetos para representar pequenos cálculos, conforme ocorre nas escolas de educação infantil, em que as crianças aprendem de uma forma lúdica, manipulando objetos e fazendo associações. Porém, com o passar do tempo, professores e alunos distanciam-se dos recursos manipuláveis, gerando muitas vezes ensino e aprendizagem sem grandes significados, pois não há associação entre a teoria e a prática.Lorenzato (2006, p. 18) utiliza o termo material didático quando se refere aos materiais concretos, considerando qualquer instrumento útil ao processo de ensino aprendizagem.

Utilizar MC ou Materiais Manipuláveis não é sinônimo de sucesso e de aprendizagem significativa, mesmo por que seu uso está associado à concepção que o professor tem a seu respeito e de que forma ele utiliza em sala de aula. Minha intenção, ao utilizar esse recurso, foi de intervir e auxiliar os alunos. Porém, quando se fala de intervenção em educação, referindo-nos a uma ação pedagógica que traga contribuições para que o educando encontre possibilidades de atingir um objetivo determinado, ou seja, uma aprendizagem efetiva. Os Materiais Manipuláveis surgem em sala de aula, muitas vezes, nesses momentos de interferência, como um salva vidas da aprendizagem. Nesse sentido, tais recursos não podem ser apenas um experimento, uma tentativa de acerto, mas que sejam ações pensadas, planejadas, estudadas e inseridas com seriedade e com intencionalidade. (Moura, 1991).

Para que Materiais Manipuláveis não sejam apenas um passatempo ou que caracterize atividade vazia, faz-se necessário a elaboração de um projeto, procurando fazer um estudo do artefato didático e propor atividades que atendam as necessidades dos alunos e que este explorem suas potencialidades (Macedo, Petty e Passos, 2000).

Os Materiais Didáticos Manipuláveis propiciarão aos alunos:

- interação e socialização na sala de aula;
- autonomia e segurança;
- criatividade;
- responsabilidade;
- motivação;
- compreensão de entes geométricos;
- efetiva assimilação do conteúdo.

Vamos direcionar esse caderno pedagógico focando o geoplano quadrado I e II, geoplano circular I e II e geoplano espacial.

4 – ATIVIDADES

Atividade 1

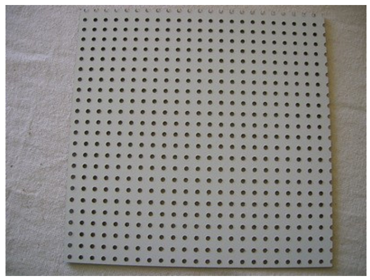
Conteúdo : *Área de figuras planas*

Recursos

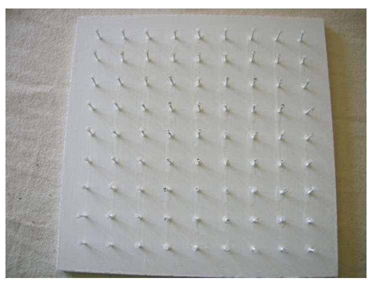
geoplano quadrado I e ou geoplano quadado II

Fios de lã e ou elásticos coloridos.

geoplano quadrado I



geoplano quadrado II



Ver anexos

‘Considere a unidade de área (u.a.) o menor quadrado formado por quatro furos ou pregos e a unidade de comprimento (u.c.) a distância entre dois furos ou pregos na horizontal ou vertical”.

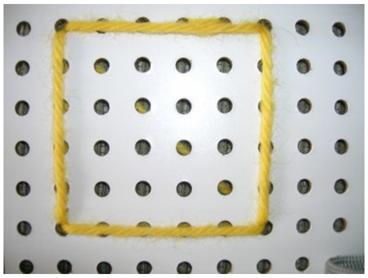
1 – Construir no geoplano quadrado um quadrado de lado 5 u.c. Após a construção determine:

a) sua área de modo experimental;

b) uma fórmula para facilitar o cálculo de sua área.

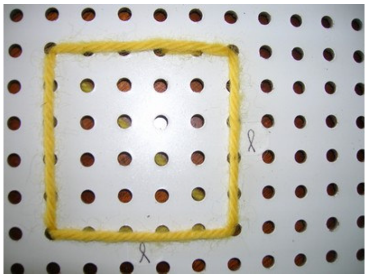
Resolução:

1.a – Construir o quadrado 5 u.c.



Podemos constatar que temos 25 quadradinhos, logo temos 25 u.a.

1.b - Vamos Considerar agora que o quadrado do exercício anterior tem lado medindo l, podemos então deduzir uma fórmula algébrica para cálculo de sua área.



A = l . l

A = l²

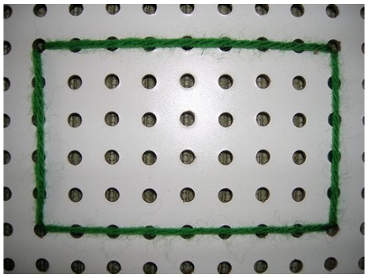
2 – Construir no geoplano quadrado um retângulo de lado 5 u.c. por 8u.c. Após a construção determine:

a) sua área de modo experimental;

b) uma fórmula para facilitar o cálculo de sua área.

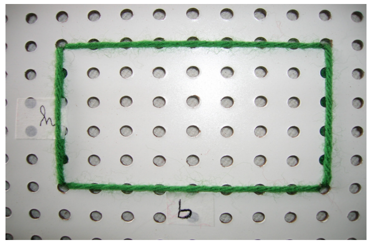
Resolução:

a – Construir o retângulo;



Podemos constatar que temos 40 quadradinhos, logo temos 40 u.a.

b - gora consideremos que a base vale b e a altura h, podemos então deduzir uma fórmula algébrica para cálculo da área.



A = b . h

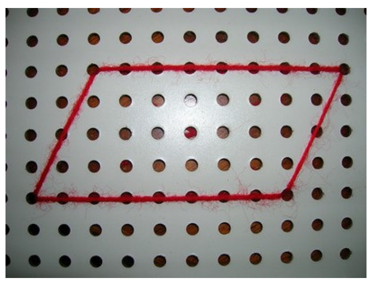
3– Construir no geoplano quadrado um paralelogramo base 8 u.c. e 4u.c. de altura. Após a construção determine:

a) sua área de modo experimental;

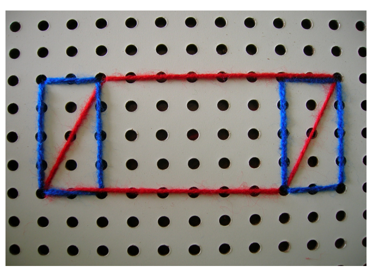
b) uma fórmula para facilitar o cálculo de sua área.

Resolução

3.a – Construir o paralelogramo;



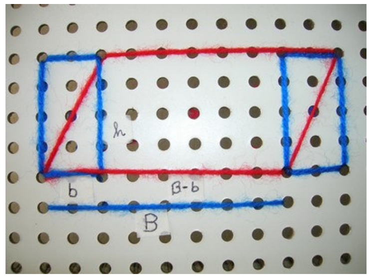
b - Construir dois retângulos usando os vértices laterais e a altura da figura;



c - Temos então, dois retângulos semelhantes que se formaram nos extremos, de dimensões 2x4 u.c, 8 u.a, sendo que a metade está inserida no paralelogramo e no retângulo central temos 6 x 4 = 24 u.a

Logo $A_{paralelogramo}$= 24 + 8   **$A_{paralelogramo}$= 32 u.a**

3.b - Imagine agora a figura com as seguintes dimensões:



Temos que a área da figura é:

$A = 2.\ \frac{b.h}{2} + (B-b).h$

$A = bh + Bh - BH$ $\quad$ $A_{paralelogramo} = BH$

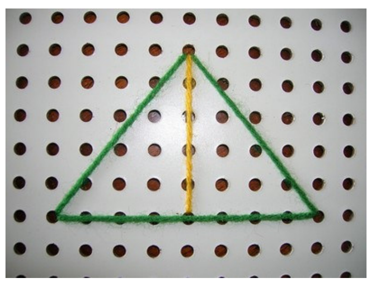
4– Construir no geoplano quadrado um triângulo qualquer de base 8 u.c. e altura 5u.c. Após a construção determine:

a) sua área de modo experimental;

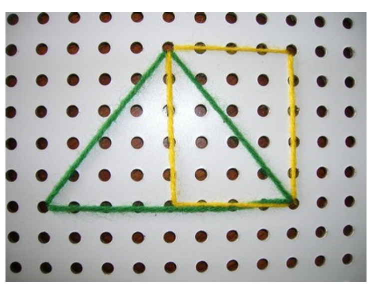
b) uma fórmula para facilitar o cálculo de sua área.

Resolução

4.a - Construindo o triângulo;



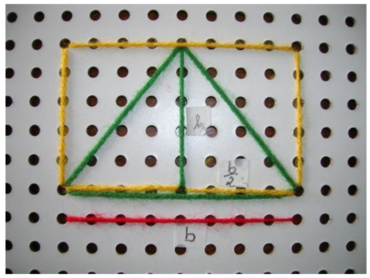
b - Construa um retângulo usando a altura e $\frac{1}{2}$ base do triângulo



Note que se formou um retângulo de 4 x 5 u.m; então uma área de 20 u.a, sendo que a metade (10) estão inseridas no triângulo.

Logo, $A_{triângulo} = 2 \times 10 = 20$ u.a

4.b - Agora analisemos a mesma figura, porém a base vale b e a altura vale h. Note que temos então, dois triângulos retângulos



$A = 2\left(\dfrac{\frac{b}{2}xh}{2}\right)$ $\quad$ $A = \dfrac{\frac{2bxh}{2}}{2}$ $\quad$ $\boxed{A = \dfrac{b.h}{2}}$ $\quad$ $A = \dfrac{8x5}{2}$ $\quad$ ***A = 20 u.a.***

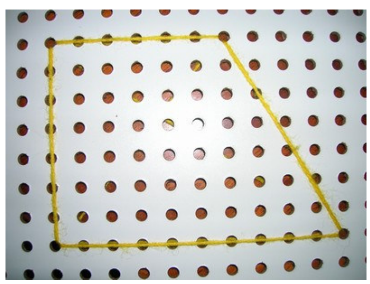
5– Construir no geoplano quadrado um trapézio retângulo de base maior 10 u.c., base menor 6u.c. e e altura 7 u.c. Após a construção determine:

a) sua área de modo experimental;

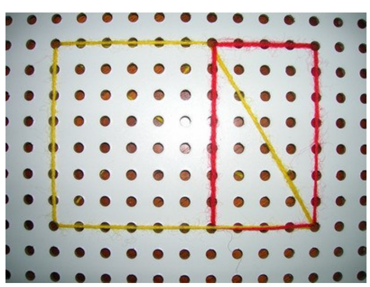
b) uma fórmula para facilitar o cálculo de sua área.

Resolução

5a - construir o trapézio retângulo;



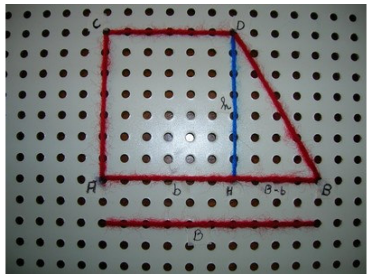
b - Construir um retângulo usando os vértices direito do trapézio.



Do retângulo que se formou à esquerda, temos 6x7 u.c e do retângulo que está à direita temos 4x7 u.m, sendo que a metade pertence ao trapézio.

Então $A = 6 \times 7 + \dfrac{4x7}{2}$ $\quad$ $A = 42 + 14$ $\quad$ $\boxed{A_{trapézio} = 56 \text{ u.a.}}$

5. b - No trapézio ABCD, considere o lado AB= 10 unidades, como B, o lado CD = 6 unidades como b e a altura = 7 unidades como h, podemos então deduzir o, a fórmula algébrica para o cálculo de área.



$$A = b.h + \frac{(B-b).h}{2} \qquad A = b.h + \frac{Bh - bh}{2}$$

$$A = \frac{2bh + Bh - bh}{2} \qquad A = \frac{bh + Bh}{2} \qquad A_{trapézio} = \frac{(b+B).h}{2}$$

6- Construir no geoplano quadrado um trapézio que não seja retângulo, de base maior B = 10 u.c., base menor b = 4 u.c. e altura h = 7 u.c.

Atenção **A base menor de iniciar 2 u.c. a partir do vértice da base maior.**

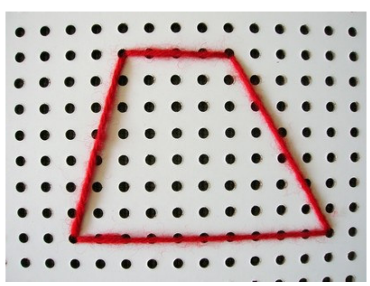
Determine sua área:

a) por experimentação,

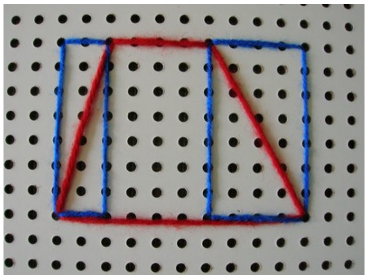
b) usando a fórmula.

Resolução:

6.a – Construir o trapézio de acordo com as orientações;



b - Construa dois retângulos em azul nos dois lados do trapézio, usando seus vértices. Agora temos três retângulos, um central, com 28 quadrados internos, o da direita, também com 28 quadrados, sendo que fazem parte do trapézio, a metade, 14 quadrados e o da esquerda, um retângulo com 14 quadrados inseridos, sendo 7 pertencentes ao trapézio.



S = 28 + 14+ 7 ***$S_{trapézio}$ = 49 u.a.***

6.b - B = 10 u.c b = 4 u.c h = 7 u.c

S = $\frac{(10+4).7}{2}$ S = $\frac{14.7}{2}$ S = 7 . 7 **$S_{trapézio}$ = 49 u.a.**

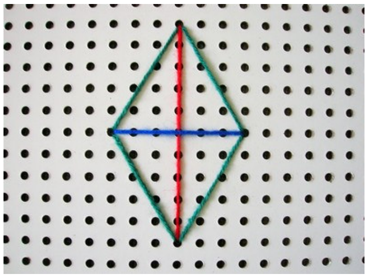
7 – Construir no geoplano quadrado um losango de diagonal maior 10 u.c. e diagonal menor, 6 u.c. Após a construção determine:

a) sua área de modo experimental;

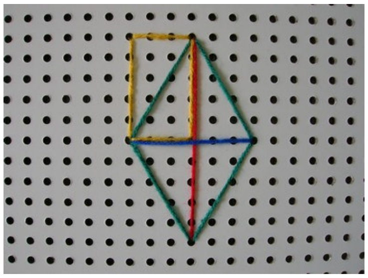
b) uma fórmula para facilitar o cálculo de sua área.

Resolução:

7a - Construa o losango



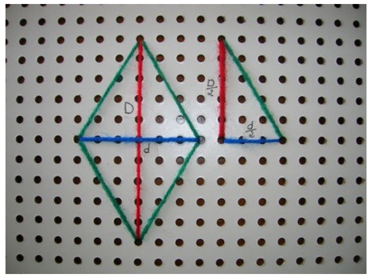
b- Construa então um retângulo usando a metade da diagonal menor e metade da diagonal e a maior.



Forma-se então um retângulo de 3 x 5= 15 unidades de área, sendo que a metade, 7,5 pertence ao losango.

Então 7,5 x 4 = 30 unidades de área. ***$S_{losango}$= 30 u.a.***

7b- Considere a diagonal maior como D e a diagonal menor como d. Podemos deduzir a fórmula algébrica para cálculo de área.



$S_{\text{triângulo}} = \dfrac{\frac{d}{2} x \frac{D}{2}}{2}$ S = $\dfrac{d.D}{4}$ x $\dfrac{1}{2}$ S = $\dfrac{d.D}{8}$ S_{losango}= 4 $\dfrac{d.D}{8}$ **A_{losango}= $\dfrac{d.D}{2}$,**

comprovando a fórmula:

$A_{\text{losango}} = \dfrac{6x10}{2}$ $A_{\text{losango}} = \dfrac{60}{2}$ **$\boxed{A_{\text{losango}} = 30 \text{ u.a.}}$**

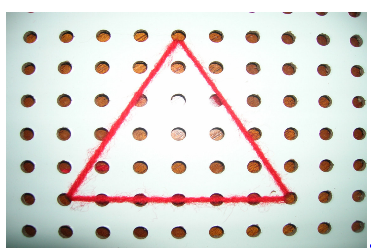
8 – Construir no geoplano quadrado um triangulo eqüilátero de lado 6 u.c. por Após a construção determine:

a) sua área de modo experimental;

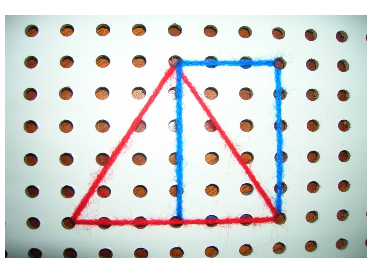
b) uma fórmula para facilitar o cálculo de sua área.

Resolução

8a – construir o triângulo

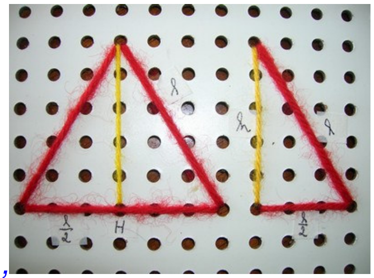


b – construa um retângulo usando $\frac{1}{2}$ base do triângulo e sua altura;



Temos então um retângulo de 3x5 = 15 u.a, das quais a metade, 7,5 pertence ao triângulo. *S= 2 x 7.5 = 15 u.a* ***$A_{triângulo}$= 15 u.a.***

8b- Já sabemos que a altura de um triângulo eqüilátero é ***h =*** $\frac{l\sqrt{3}}{2}$***,*** *então temos*



,

$$A = \frac{\frac{l}{2} x \frac{l\sqrt{3}}{2}}{2} \qquad A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} x \frac{1}{2}$$

$$A = 2\,\frac{l^2\sqrt{3}}{8} \qquad \boldsymbol{A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}}$$

A= $\frac{6^2\sqrt{3}}{4}$ ***A =*** $\frac{36\sqrt{3}}{4}$ ***A= 9*** $\sqrt{3}$ ***A = 9 x 1,73*** $\boxed{A_{triângulo} = 15{,}57\ u.a}$

A diferença é por usar $\sqrt{3}$ ***= 1,73***

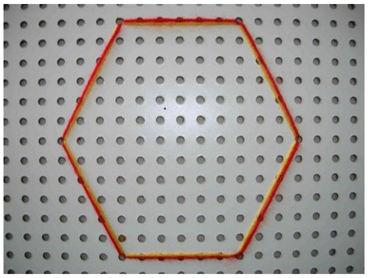
9 – Construir no geoplano quadrado um hexágono de lado 6 u.c. Após a construção determine:

a) sua área de modo experimental;

b) uma fórmula para facilitar o cálculo de sua área.

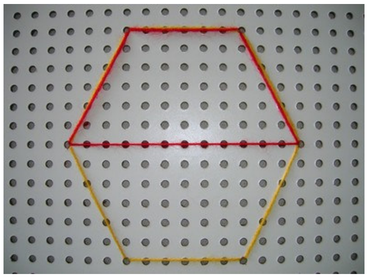
Resolução:

9.a - Construindo o hexágono



Para esse exercício, trabalhamos com a decomposição do hexágono em outros sólidos.

O hexágono formado por dois trapézios.



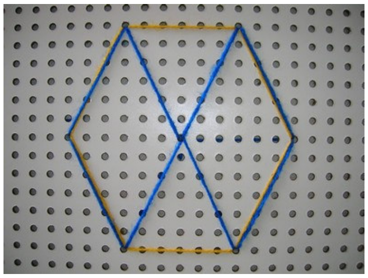
Reveja o exercício número 6.

Forma um retângulo central de 6x5 u.c;

Formam dois retângulos nos extremos de 3x5 u.c, sendo que a metade pertence ao trapézio (hexágono). Então a área do trapézio é A= 30 u.a + 15 u.a

A = 45 u.a para cada trapézio. $A_h = 45 \times 2$ ***$A_{hexágono} = 90$ u.a***

O hexágono formado por 3 losangos



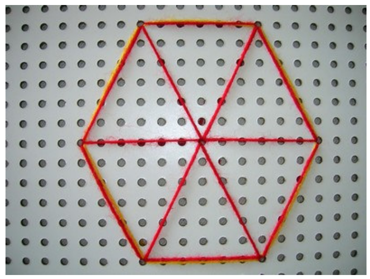
Rever exercício número 7 sobre losangos; quando formamos os retângulo de dimensões $b = \frac{d}{2}$ $b = \frac{6}{2}$ $b = 3$ *u.c.*

$h = \frac{D}{2}$ $h = \frac{10}{2}$ $h = 5$ u.c

Temos que $A = \frac{3x5}{2}$ $A = 7{,}5$ *u.a* $A = 4 \times 7{,}5$ $S_{losango} = 30$ *u.a.*

$A_h = 3 \times A_{losango}$ $A_h = 3 \times 30$ $\boldsymbol{A_{hexágono} = 90}$ **u.a.**

Um hexágono é formado por 6 triângulos eqüiláteros.



Um triângulo eqüilátero é $\boldsymbol{A} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$,

$A = \frac{6.l^2\sqrt{3}}{4}$ $A = \frac{3.l^2\sqrt{3}}{2}$ $A = \frac{3.6^2\sqrt{3}}{2}$ $A = \frac{3.36\sqrt{3}}{2}$ $A = 3.\ 18.\sqrt{3}$

$A_{hexágono} = 54\sqrt{3}$ **u.a.** $A_{hexágono} = 93.42$ **u.a**

A diferença é por usar $\sqrt{3} = 1{,}73$

Atividade 2

Comprovação experimental do Teorema de Pitágoras usando geoplano quadrado.

"A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa".

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Recursos:

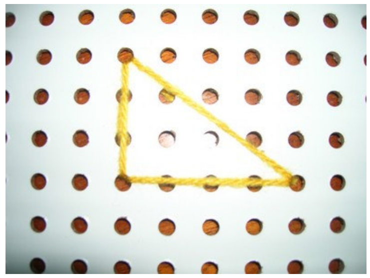
Geoplano quadrado I e ou geoplano quadrado II

Lãs e eou elásticos coloridos

1- Construa no geoplano um triângulo retângulo usando lã de sua preferência, de catetos 3 e 4 u.c. (unidade de comprimento), sendo que a unidade de comprimento será a distância entre dois furos consecutivos.

Resolução:

Vamos construir um triangulo com os catetos medindo 3 e 4 u.c.



2 – Usando a fórmula algébrica do Teorema de Pitágoras determine a sua hipotenusa.

Resolução: $a^2 = b^2 + c^2$ $a^2 = 3^2 + 4^2$

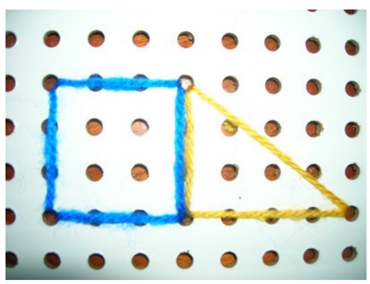
$a = \sqrt{9+16}$ $a = \sqrt{25}$

a = 5 u.c.

3 – Comprove agora o teorema de Pitágoras de modo experimental:

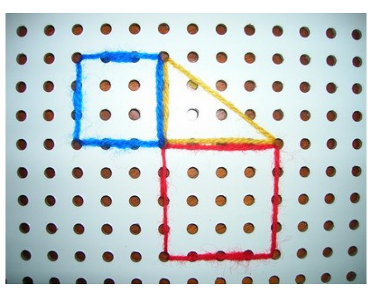
Resolução:

Para essa experimentação, construa um quadrado ao lado do cateto menor de lado 3 u.c. Qual é a área desse quadrado?



A área desse quadrado mede 9 u.a (unidades de áreas)

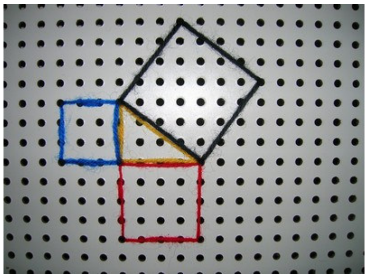
Ao lado do outro cateto construa um quadrado de 4 u.c.; Qual é a área desse quadrado?



A área desse quadrado é 16 u.a (unidades de áreas)

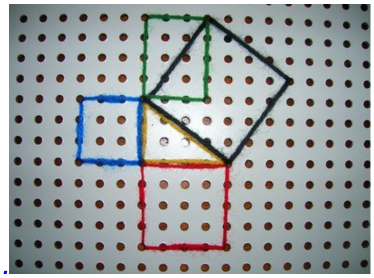
Somando as duas áreas temos: 25 u.a (unidades de áreas). Então para provar-mos experimentalmente devemos calcular a área do quadrado de hipotenusa e encontrarmos 25 u. a.

Sobre a hipotenusa, construa um quadrado. Note que esse quadrado fica na diagonal do geoplano, dificultando assim, a comprovação do teorema.



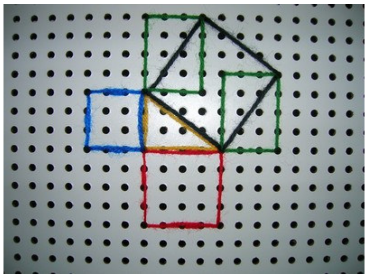
Para tal comprovação, usaremos de alguns artifícios:

Prolongue o cateto menor até o se alinhar com o vértice superior esquerdo do quadrado da hipotenusa (cor verde); forme um retângulo de 3x4 unidades de medidas

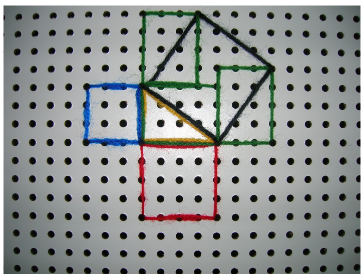


.

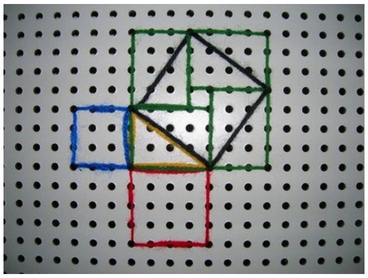
Prolongue o cateto maior da mesma forma, alinhando com o vértice do quadrado da hipotenusa;



Construa um outro retângulo tendo como base o cateto maior e altura o cateto menor;



Construa por fim, outro retângulo que tem como diagonal o lado superior do quadrado da hipotenusa.



Para provar o teorema temos que comprovar a existência de 25 quadrados no quadrado da hipotenusa.

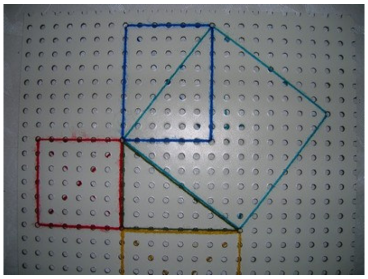
"Cada retângulo (verde) tem como base 3 x 4 unidades, logo 12 unidades quadradas, sendo que a metade, 6 quadrados, pertencem ao quadrado da hipotenusa. Como temos 4 retângulos, são 6 x 4 = 24; Podemos observar que no centro dos retângulos verdes formou-se um quadradinho isolado que somando-se aos 24 comprovam os 25".

4- Construa um triângulo de lados 6 u.c.; 8 u.c. e 10 u.c.

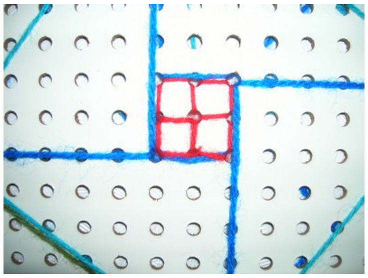
a) Prove experimentalmente que é um triângulo retângulo.

Resolução:

a – Depois de construídos os quadrados dos catetos e da hipotenusa, p*rolongue o cateto menor até o se alinhar com o vértice superior esquerdo do quadrado da hipotenusa; forme um retângulo de 6x8 unidades de medidas.*;



b- segue-se o mesmo processo do exercício anterior até que se fechem os 4 retângulos, então, no centro entre eles, formam-se 4 quadradinhos isolados.



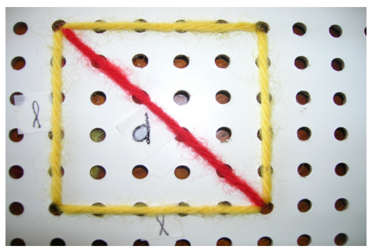
Para provar que o triângulo é retângulo, basta comprovar pelo teorema a existência de 100 quadradinhos no quadrado da hipotenusa.

"Cada retângulo (azul escuro) tem 6 x 8 unidades de comprimento, logo 48 unidades quadradas, sendo que a metade, 24 quadrados, pertencem ao quadrado da hipotenusa. Como temos 4 retângulos, são 4 x 24 = 96; então 96 + 4 quadradinhos centrais e isolados comprovam os 100".

5- Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo deduzir a fórmula da diagonal em função do lado.

Resolução:

Construir um quadrado de lado igual a 5 u.c. e depois trace sua diagonal.



Considerando o lado de 5 u.c. como l e aplicando o teorema de Pitágoras temos:

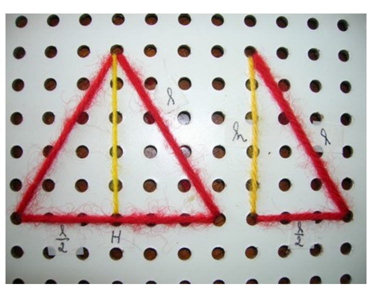
$d^2 = l^2 + l^2$ $\qquad$ $d^2 = 2l^2$

$d = \sqrt{2l^2}$ $\qquad$ $\boxed{d = l\sqrt{2}}$

6 - Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo deduzir a fórmula da altura do triângulo eqüilátero em função do lado.

Resolução:

Construir um triângulo eqüilátero de lado 6 u.c. e marcar a sua altura



Considerando o lado de 6 u.c. como l e a altura com h e aplicando o teorema de Pitágoras temos:

$l^2 = (\frac{l}{2})^2 + h^2$

$\frac{l^2}{4} + h^2 = l^2$

$l^2 = l^2 - \frac{l^2}{4}$

$h^2 = \frac{4l^2 - l^2}{4}$

$h^2 = \frac{3l^2}{4}$

$h = \sqrt{\frac{3l^2}{4}}$

$$\boldsymbol{h = \frac{l\sqrt{3}}{2}.}$$

Atividade 3

Polígonos inscritos e circunscritos

Recursos:

geoplano circular I. (ver anexos)

geoplano circular II

Elásticos e ou fios de lã coloridos.

1 – Construir um triângulo eqüilátero inscrito na circunferência de raio maior e circunscrito na circunferência de raio menor.

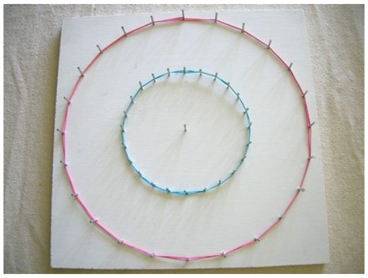
L_3 = lado do triângulo **m = apótema do triângulo**

Deduzir as relações:

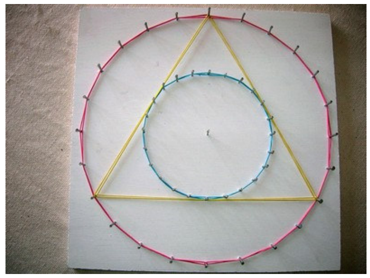
a) $l_3 = r\sqrt{3}$ b) $m = \frac{r}{2}$

Resolução

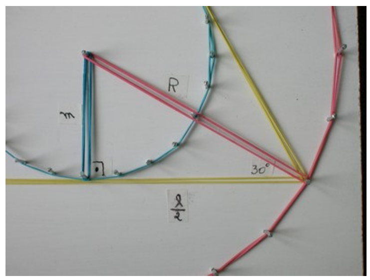
a - Construir as duas circunferências concêntricas



b - Construir o triângulo eqüilátero inscrito na circunferência de raio maior e circunscrito na circunferência de raio menor;



c - Considere o raio da menor circunferência (apótema do triângulo) (m), o raio da maior circunferência (R) e a metade do lato do triângulo ($\frac{l}{2}$) , através da relação entre o lado do triângulo e os raios, deduza a fórmula para o cálculo do apótema do triângulo e de seu lado;



No geoplano acima, as circunferências são divididas em 24 arcos e a distância entre dois pregos forma com um arco com um ângulo central de 15^0.

Temos um ângulo reto formado por **m** e $\frac{l}{2}$**,** o ângulo agudo formado por **m** e o **R** consta de 4 pregos vezes $15^0 = 60^0$. Então $180^0 - 90^0 - 60^0 = 30^0$ é o ângulo agudo formado por $\frac{l}{2}$ **e R.**

a) sen $30^0 = \frac{m}{R}$ $\frac{1}{2} = \frac{m}{R}$ 2.m = 1.R $m = \frac{R}{2}$

b) Cós $30^0 = \frac{\frac{l}{2}}{R}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{l}{2}}{R}$

$\frac{2xl}{2} = R\sqrt{3}$ **$l = R\sqrt{3}$**

2 – Construir um quadrado inscrito na circunferência de raio maior e circunscrito na circunferência de raio menor.

l_4 = lado do quadrado **m_4 = apótema do quadrado**

Deduzir as relações:

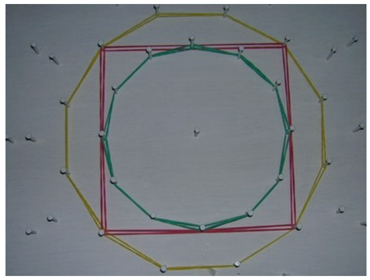
a) $l_4 = r\sqrt{2}$ b) $m_4 = \frac{l}{2}$

Recursos:

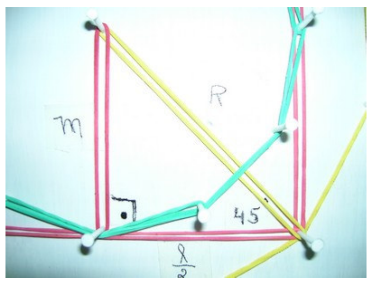
geoplano circular II. (4 circunfências concêntricas)

elásticos e ou fios de lã coloridos.

a – Construir o quadrado inscrito e circunscrito às circunferências;



b – Construir o apótema do quadrado e construir o raio da circunferência maior;



Aqui fica nítido que dois lados consecutivos de um quadrado (vermelho) formam um ângulo reto, logo a metade é um ângulo de 45^0.

c - Considere o raio da menor circunferência (apótema do quadrado) (m), o raio da maior circunferência (R) e a metade do lato do quadrado ($\frac{l}{2}$) , através da relação entre o lado do triângulo e os raios, deduza a fórmula para o cálculo do apótema do quadrado e de seu lado;

a) sen = $45^0 = \frac{m}{R}$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{m}{R}$$

$$2m = R\sqrt{2}$$

b) cos $45^0 = \frac{\frac{l}{2}}{R}$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\frac{l}{2}}{R}$$

$$2\frac{l}{2} = R\sqrt{2}$$

$m = \frac{R\sqrt{2}}{2}$ $l_4 = R\sqrt{2}$, então, $m = \frac{l}{2}$

3 – Construir um hexágono inscrito na circunferência de raio maior e circunscrito na circunferência de raio menor.

L_6 = lado do hexágono **m_6 = apótema do hexágono**

Deduzir as relações:

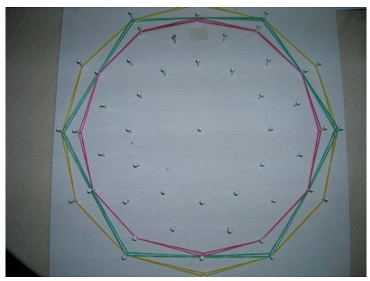
a - $l_6 = r$ b – $m_6 = \frac{R\sqrt{3}}{2}$

Recursos:

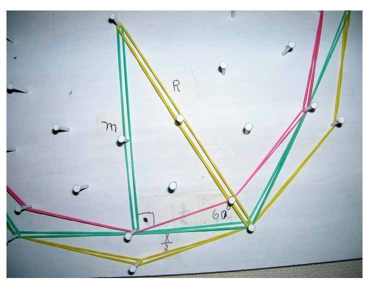
geoplano circular II. (4 circunferências concêntricas)

Elásticos e ou fios de lã coloridos.

3.a – Construir o hexágono inscrito e circunscrito às circunferências;



b – Construir o apótema do hexágono e o raio da circunferência maior;



Aqui as circunferências são divididas em 12 arcos congruente de 30^0, logo o ângulo agudo formado por **m** e **R** é de 30^0, então o outro ângulo agudo tem que ser de 60^0.

a) Sen $60^0 = \frac{m}{R}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{m}{R}$ **$m = \frac{R\sqrt{3}}{2}$**

b) cos $60^0 = \frac{\frac{l}{2}}{R}$ $\frac{1}{2} = \frac{\frac{l}{2}}{R}$ **R = L**

Atividade 4

Conteúdo

Geometria Espacial

Pirâmides

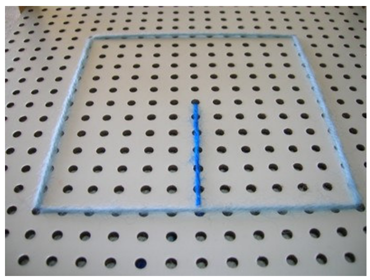
Recursos

- Geoplano quadrado ou geoplano espacial

1- Construa uma pirâmide de base quadrada com 12 u.c. de aresta da base e 25 cm de altura.

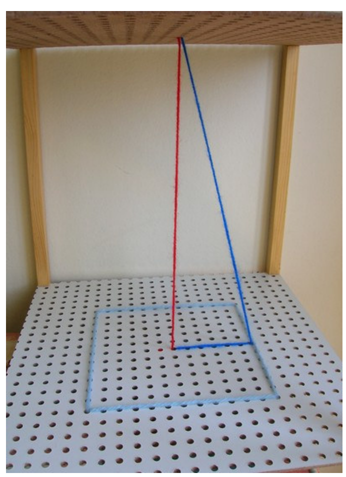
Resolução

a) Construir a base quadrada de 12 u.c. de aresta e o apótema da base;



b) O apótema da base quadrada, como já vimos na unidade anteiror é indicado por m= $\frac{l}{2}$ m = $\frac{12}{2}$ **m = 6 u.c.**

c) Construa a altura que sai centro e vai até o vértice da pirâmide, h = 25 cm (u.c.) e o apótema da pirâmide (g); O apótema da pirâmide é um segmento que sai do ponto médio de um lado até o vértice. É denominado por **(g)**



Perceba que formou-se um triângulo retângulo com o apótema da base (m), o apótema da pirâmide (g) e a altura (h)

$$g^2 = m^2 + h^2$$

$$g^2 = 6^2 + 25^2$$

$$g^2 = 36 + 625$$

$$g = \sqrt{661}$$

$$g \cong 25{,}7 \text{ u.c.}$$

d) Construa agora as arestas da pirâmide, novamente formou-se um triângulo retângulo usando o raio, a altura e a aresta (a).

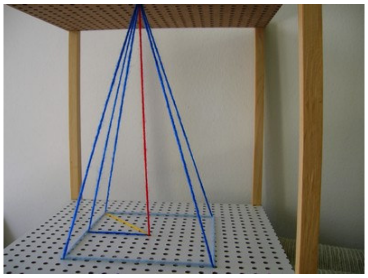
$$a^2 = r^2 + h^2$$

$$a^2 = 11^2 + 25^2$$

$$a^2 = 121 + 625$$

$$a = \sqrt{746}$$

$$a \cong 27.31 \text{ u.c}$$



Calcular a área total significa somar todas as áreas. Uma base quadrada e 4 faces triangulares formadas por b = 12 u.c , g $\cong$ 25,7 u.c.

$A_{base} = l^2$ $\quad$ $A_{base} = 12^2$ $\quad$ **A_b = 144 u.a.**

A_{face} = $\dfrac{bxh}{2}$ $\quad$ **A_{face} =** $\dfrac{12x25{,}7}{2}$ $\quad$ **A_{face} =** $\dfrac{308{,}4}{2}$ $\quad$ **$A_f \cong$ 154,2 u.a**

A_{total} = 4 x A A_{face} $\quad$ **A_t = 4 x 154,2** $\quad$ **$A_t \cong$ 616,8 u.a.**

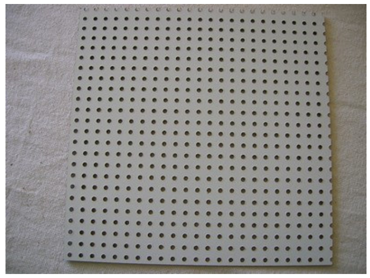
Volume = $\dfrac{S_b xh}{3}$ $\quad$ **V** $\cong$ $\dfrac{144x25}{3}$ $\quad$ **V =** $\dfrac{3600}{3}$ $\quad$ **V = 1200**

Anexos

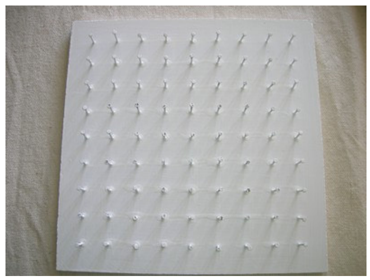
Anexo 1

Geoplano quadrado I

Tabuleiro de chapa de madeira perfurada, formato quadrado, medindo 30cmx30cm.



Geoplano quadrado II



MATERIAIS

- Um quadrado de madeira MDF, medindo: 30cm×30cm×9mm;
- Pregos sem cabeça
- Martelo
- Régua
- Lápis
- Borracha
- Fios de lã coloridos; diversas cores e comprimentos;
- Lixa fina;
- Selador para madeira: 1/8 de litro;
- Tinta esmalte sintético: 1/8 de litro;

INSTRUÇÕES

- Recorte uma chapa de madeira em quadrados 30cmx30cm;
- Prepare a chapa de madeira, usando uma lixa fina;
- Passe o selador de madeira, após a secagem pinte da cor de sua preferência.
- Divida a madeira como se fosse um tabuleiro de xadrez. (2 cm)
- Coloque um prego em cada intersecção

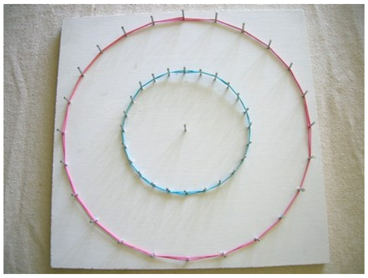
APLICAÇÕES

- Estudo do Ponto: auxilia na visualização e classificação de pontos colineares, não colineares, mas coplanar ou não coplanar;
- Estudo de Retas: auxilia na visualização e classificação de retas paralelas, concorrentes, perpendiculares, reversas ou ortogonais;
- Estudo do Plano: auxilia na visualização e classificação de planos paralelos ou secantes;
- Estudo de ângulos: montagem, classificação e resolução de problemas;
- Estudo de triângulos: montagem, classificação e resolução de problemas;
- Estudo dos quadriláteros: montagem, classificação e resolução de problemas;
- Estudo do teorema de Tales: montagem, demonstração e resolução de problemas;
- Estudo da semelhança em triângulo e polígonos: montagem, demonstração e resolução de problemas;
- Estudo do triângulo retângulo: montagem, demonstrações das relações métricas e resolução de problemas de medida;
- Estudo das razões trigonométricas no triângulo retângulo: montagem, demonstrações das razões trigonométricas e resolução de problemas;
- Estudo das figuras geométricas planas: montagem, classificação e cálculo de áreas;
- No estudo da geometria analítica: auxilia a montagem, visualização do sistema de coordenadas cartesianas e nas demonstrações de fórmulas, tais como: distância entre dois pontos, ponto médio, alinhamento de três pontos, equações da reta, distância entre ponto e reta, equação da bissetriz de um ângulo formado por duas retas, cálculo de áreas de triângulos e polígonos dados os pontos do vértice e resolução de problemas.

Anexo 2

Geoplano circular I **(duas circunferências concêntricas)**

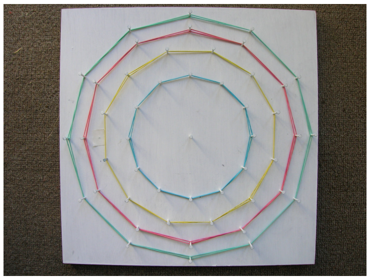
Tabuleiro de madeira MDF, medindo 30cmx30cm, contendo 49 pinos de madeira, prego ou rebite, distribuídos sobre duas circunferências concêntricas, divididas em 24 arcos congruentes. (sugestão r_1= 7 u.c. r_2 = 14 u.c.)



- ✓ Marque o centro O da madeira, traçando as diagonais;
- ✓ Desenhe uma circunferência com centro em O raio 7 cm;
- ✓ Desenha outra uma circunferência, concêntrica a primeira e raio de 14 cm;
- ✓ Divida as circunferências em 24 arcos congruentes;
- ✓ Se preferir use pregos (sem cabeça) de 12 x12 ou menor e martelo ou
- ✓ Faça um furo com quatro mm de diâmetro, em cada ponto marcado, sem traspassar a madeira caso você use pinos de madeira;
- ✓ Coloque um pino de madeira, em cada furo;
- ✓ Passe o selador de madeira, após a secagem pinte da cor que você achar melhor.
- ✓ Elásticos coloridos, diversos tamanhos e cores;
- ✓ Lã para tricô, diversos tamanhos e cores;

Anexo 3

Geoplano circular II . (4 circunfências concêntricas)



Tabuleiro de madeira MDF, 30cmx30cm,

- ✓ Marque o centro O da madeira;
- ✓ Desenhe quatro circunferências concêntricas, a primeira de raio 14cm e centro em O. As três outras com raios diferentes; sendo os raios os apótemas do hexágono regular, do quadrado e do triângulo eqüilátero inscritos na primeira;
- ✓ Divida as circunferências em 12 arcos congruentes;
- ✓ Faça um furo com quatro mm de diâmetro, em cada ponto marcado ou use pregos e martelo, sem traspassar a madeira;
- ✓ Coloque um pino de madeira, em cada furo;
- ✓ Passe o selador de madeira, após a secagem pinte da cor de sua preferência.

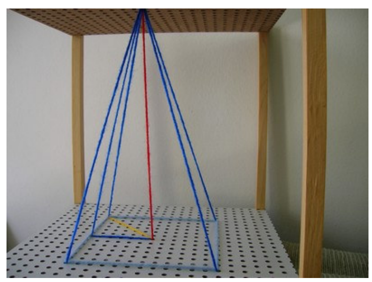
APLICAÇÕES

1. Estudo de ângulos: montagem, classificação e resolução de problemas;
2. Estudo de triângulos: montagem, classificação e resolução de problemas;
3. Estudo dos quadriláteros: montagem, classificação e resolução de problemas;
4. Estudo dos polígonos regulares inscritos e circunscritos em uma circunferência: montagem, demonstração das relações métricas e resolução de problemas;
5. Estudo da circunferência: montagem, demonstrações das relações métricas, resolução de problemas;
6. Estudo do teorema de Tales: montagem, demonstração e resolução de problemas;
7. Estudo da semelhança em triângulo e polígonos: montagem, demonstração e resolução de problemas;
8. Estudo do triângulo retângulo: montagem, demonstrações das relações métricas e resolução de problemas de medida;

9. Estudo das razões trigonométricas no triângulo retângulo: montagem, demonstrações das razões trigonométricas e resolução de problemas;
10. Estudo das figuras geométricas planas: montagem, classificação e cálculo de áreas;
11. Estudo da Função Seno, Função Cosseno e Função Tangente: auxilia na construção de tabelas e gráficos;
12. No estudo da Redução ao Primeiro Quadrante; mostra a redução ao primeiro quadrante, dos arcos notáveis, sem uso de fórmulas.

Anexo 4

Geoplano espacial



MATERIAIS:

- ✓ Dois geoplanos quadrados de 20cmx20cmx3mm;
- ✓ Quatro hastes de madeira 10x10x10mm;
- ✓ Oito parafusos ou pregos
- ✓ Fios de lã coloridos;
- ✓ Elásticos coloridos.

INSTRUÇÕES

- Prepare os dois geoplanos;
- Prepare as quatro hastes e fixe-as aos geoplanos;
- Passe o selador de madeira;
- Pinte a madeira na cor de sua preferência.

APLICAÇÕES:

Os dois geoplanos quadrados II dão uma idéia dos planos que contêm as bases e vértices de um polígono, fixos por quatro hastes paralelas. Os furos dão idéia de pontos e vértices. Usamos lãs coloridas para representar as retas suportes das arestas. Neste material os sólidos geométricos são montados segundo suas estruturas lineares (arestas, apótemas, raios, etc.) facilitando a visualização. Após terem estudado as relações entre os elementos das bases, agora introduzindo o plano paralelo, podemos estudar as relações entre as arestas laterais e apótemas, facilitando assim a resolução de problemas de áreas e de volume nos poliedros.