

Versão Online

ISBN 978-85-8015-053-7

Cadernos PDE

VOLUME II

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS
DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE
Produção Didático-Pedagógica

2009



**SECRETARIA DE ESTADO DA
EDUCAÇÃO
SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO
EDUCACIONAL - PDE**



UNIDADE TEMÁTICA

DESMISTIFICANDO A TRIGONOMETRIA

SELMA MARIA SILVA

PARANAÍ

2010

**SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
SUPERINTENDÊNCIA DE EDUCAÇÃO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO CIÊNCIAS E LETRAS DE PARANAÍ E
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL – PDE**

SELMA MARIA SILVA

DESMISTIFICANDO A TRIGONOMETRIA

Material Didático apresentado ao Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE da Secretaria de Estado da Educação do Paraná, sob orientação da Professora Mestra Lucineide Keime Nakayama de Andrade.

PARANAÍ

2010

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

Professora: Selma Maria Silva

Estabelecimento: Colégio Estadual James Patrick Clark – EMN

Disciplina: Matemática

Tema: Ensino de Trigonometria

Conteúdo Estruturante: Grandezas e Medidas

Conteúdo Básico: Trigonometria

Conteúdo Específico: Ciclo Trigonométrico

Pôr do Sol Trigonométrico

Oscila a onda

Baixa a maré

Vem o pôr do sol

A noite cai

O pêndulo marca a hora

Chega a onda sonora

Os fenômenos sucedem-se em ritmos
amenos

Os ciclos repetem-se com simetria

O cientista estudou

E tudo são senos e co-senos

Da trigonometria

(Maria Augusta Ferreira Neves)

SUMÁRIO

1. Introdução.....	05
2. Aprendizagem significativa e o ensino de Trigonometria.....	09
3. Construção histórica dos conceitos básicos de Trigonometria.....	12
4. A História da Matemática como estratégia de ensino.....	15
5. Contextualizando a Trigonometria.....	18
6. Materiais manipulativos e o trabalho com a Trigonometria.....	25
7. O uso de ferramentas tecnológicas nas aulas de Trigonometria.....	34
8. Sequência Didática para o ensino de Trigonometria.....	38
9. Referências.....	40

1. INTRODUÇÃO

Indubitavelmente, a Trigonometria é um dos temas da Matemática que mais tem angustiado professores e alunos durante o seu desenvolvimento. No que se refere aos alunos, observa-se que quando os mesmos se deparam com a Trigonometria apresentam dificuldade em relacioná-la com a sua vivência, em compreenderem os conceitos básicos da mesma e conseqüentemente em assimilarem o conteúdo como um todo. Os fatos mencionados levam a uma situação de desinteresse por parte dos educandos, a uma apatia pelas aulas, podendo até mesmo gerar um quadro de indisciplina, desrespeito ao professor e findando com altos índices de evasão e repetência. Nota-se, por outro lado, que essa situação tem causado aos professores uma certa aflição no trato com a Trigonometria, pois esses não conseguem motivar seus alunos para este trabalho, tendo em vista as dificuldades encontradas pelos mesmos em contextualizar o conteúdo e em demonstrar as suas aplicabilidades. Além disso, o enfoque dado pelos livros didáticos a este tema não tem corroborado para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa, pois em sua maioria, trata a Trigonometria de forma livresca, sem levar em conta o contexto sócio-histórico em que seus conceitos básicos foram construídos.

Não se pode esquecer também que, a formação do professor e a falta de tempo para estudos e pesquisas pode ser um agravante desta situação, pois em alguns casos, durante a sua formação, não ocorreu a construção dos conceitos básicos de Geometria e Trigonometria, essenciais para o trato com esse tema, pois a maior parte dos professores atuantes são frutos da Matemática Moderna, período em que todo o ensino de Matemática era pautado na teoria dos conjuntos e que a Geometria e a Trigonometria eram deixadas em segundo plano. Sabemos também, da dificuldade encontrada pelos professores de Matemática, em encontrarem materiais de apoio que apresentem este conteúdo de forma a proporcionar um processo de ensino/aprendizagem significativo, pois a maioria dos livros didáticos trabalha a Trigonometria de forma descontextualizada, sem qualquer significado

prático para a vida do educando, provocando assim, um desinteresse para o estudo desse assunto por parte dos alunos. Ou seja, o ensino da mesma tem ocorrido de forma: artificial, descontextualizada, desvinculada das demais disciplinas, sem qualquer significado prático, pois os educandos não veem as suas aplicabilidades.

Acredita-se que para mudar essa situação é preciso buscar nas tendências em Educação Matemática um caminho para, se não solucionar esse quadro, pelo menos amenizá-lo, fazendo com que os alunos passem a se interessar mais pelas aulas, tornando-se mais participativos e assim se apropriem dos conceitos e princípios matemáticos inerentes a este conteúdo, raciocinando claramente e comunicando ideias matemáticas com segurança (LORENZATO e VILA, 1993, 41 *apud* DCE, 2009, P. 47).

Sendo assim, há a necessidade de se desenvolver um trabalho de pesquisa teórico-metodológica com a finalidade de encontrar uma forma de desenvolver este tema promovendo a interação entre conteúdo e realidade concreta, em que os alunos percebam a aplicabilidade desses saberes em sua vida, utilizando-se da trilogia: prática – teoria - prática, partindo de situações problemas contextualizadas que envolvam leitura, análise, interpretação, cálculo e conclusão, vindo em encontro com a Pedagogia Histórico/Crítica que prevê esta interação, visando a transformação da sociedade em que o sujeito atue pela ação – compreensão – ação, utilizando-se de reflexões críticas e filosóficas produzindo assim, conhecimento científico (DEMerval SAVIANI, 2008).

Assim como o ensino de Trigonometria tem causado inquietação aos professores de Matemática da Educação Básica, também, os estudiosos em Educação Matemática têm procurado entender a causa deste problema e encontrar caminhos para que se possa trabalhar este conteúdo de forma contextualizada e significativa.

Na primeira metade do século XX, Euclides Roxo levantou uma polêmica a respeito do ensino de Trigonometria, que na época era trabalhado de forma fragmentada, desvinculada da Geometria e da Álgebra.

Esta fragmentação, segundo Roxo, dificultava a percepção da integração intra

e interdisciplinar deste conteúdo com outros ramos da Matemática e as demais disciplinas da matriz curricular. Além disso, neste período, a mesma era trabalhada sem a preocupação com a origem dos seus conceitos, ou seja, era um ensino totalmente desvinculado da construção sócio/histórica dos mesmos.

Nas décadas subsequentes, a forma de ensino permanecia a mesma. A única alteração ocorrida foi o surgimento das primeiras obras escritas por autores brasileiros. Um desses autores era Euclides Roxo, que apesar de suas próprias críticas em relação a desvincular a Trigonometria da Geometria e da Álgebra, tratava esse assunto em um capítulo à parte.

No período da Matemática Moderna, quando os conteúdos eram apresentados de forma axiomática e dedutiva, alguns autores, influenciados por Roxo, passaram a trabalhar a Trigonometria intrinsecamente ligada à Geometria.

Atualmente, este conteúdo é apresentado, pela maioria dos autores, através de uma abordagem histórica desvinculada da construção de seus conceitos, ou seja, limitando-se a uma síntese com a epistemologia da palavra trigonometria e a citação de alguns matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento deste ramo da Matemática.

Nas últimas décadas, alguns estudiosos em Educação Matemática têm se dedicado em encontrar estratégias de ensino que tornem o ensino de Matemática mais prazeroso para professores e alunos e em especial o ensino de Trigonometria.

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná versam que:

O ensino da Matemática trata a construção do conhecimento matemático sob uma visão histórica, de modo que os conceitos são apresentados, discutidos, construídos e reconstruídos e também influenciam na formação do pensamento humano e na produção de sua existência por meio das idéias e das tecnologias. (DCES, 2009, P...)

Nesta perspectiva, e buscando facilitar o trabalho dos professores em sala de aula, MENDES (2001), propõe o ensino de trigonometria baseado em experiências

estruturadas, fundamentadas no contexto histórico, onde a História da Matemática se configuraria como recurso metodológico: “[...] uma ação metodológica centrada no ensino-aprendizagem pela experiência direta, como situações naturais e provenientes do contexto histórico” (MENDES, 2001, p. 59). Segundo o autor, este trabalho faz com que o aluno interiorize os conceitos historicamente construídos, proporcionando aos mesmos uma aprendizagem significativa. Mas, para que isto realmente aconteça, o uso da História da Matemática não pode ser feito de forma ornamental, apenas como uma coadjuvante no desenvolvimento do processo de ensino.

Tendo em vista os aspectos apresentados, o presente material tem por objetivo apresentar subsídios teóricos metodológicos que possam auxiliar professores de Matemática, no processo de ensino/aprendizagem da Trigonometria nas séries finais da Educação Básica, disponibilizando aos mesmos sugestões de materiais, bem como suas formas de utilização, a fim de tornar as aulas de Trigonometria mais atraentes e significativas para os aprendizes.

2. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E O ENSINO DE TRIGONOMETRIA

As Diretrizes Curriculares para a Educação Básica do Estado do Paraná (DCEs) versam sobre a necessidade de se promover uma educação de qualidade fundamentada num processo sócio-histórico, voltada para a formação de sujeitos críticos capazes de promover uma transformação na sociedade, um desenvolvimento humano.

Segundo Vygotsky, a internalização é fundamental para o desenvolvimento humano, sendo assim, para que ocorra esse desenvolvimento e conseqüentemente, uma transformação na sociedade, faz-se necessário que se promova primeiramente um desenvolvimento cognitivo, pois, é somente através do conhecimento que ocorrem as verdadeiras transformações.

Em uma visão Vygotskyana, o processo de desenvolvimento do homem e da sociedade está fundamentado na construção sócio/histórica, de base Marxista, ou seja, nas vivências concretas enraizadas na cultura através de atividades produtivas, criadoras e transformadoras por meio de relações dialógicas da coletividade (Psicologia Histórico-Cultural).

A Pedagogia Histórico/Crítica, defendida por Demerval Saviani, vem ratificar essas colocações, pois ela também se fundamenta nas produções historicamente construídas. Para Saviani o trabalho pedagógico deve estar voltado para os anseios da sociedade, priorizando o conhecimento elaborado, o saber sistematizado, a cultura erudita, promovendo a interação entre o conteúdo (historicamente construído) e a realidade concreta, promovendo uma reflexão crítica e filosófica a fim de que, através da trilogia ação – compreensão – ação, possa formar sujeitos críticos capazes de transformar a sociedade, e também promover uma educação que atenda aos interesses da maioria e não da classe dominante, como defende Saviani (2008, p. 31).

[...] trata-se de retomar vigorosamente a luta contra a seletividade, a discriminação e o rebaixamento de ensino das camadas populares. Lutar contra a marginalidade através da escola significa engajar-se e no esforço para garantir aos trabalhadores um ensino da melhor qualidade possível nas condições históricas atuais. O papel de uma teoria crítica da educação é dar substância concreta a essa bandeira de luta de modo a evitar que ela seja apropriada e articulada com os interesses dominantes.

Nessa perspectiva, o processo ensino/aprendizagem deve ter um caráter formativo, a fim de propiciar aos educandos as condições necessárias para atuarem criticamente na sociedade de forma a promover as transformações necessárias para garantir a igualdade social entre os homens, mas isso só é possível através de uma educação de qualidade. No entanto, para que realmente tenhamos uma educação de qualidade, voltada para construção de uma sociedade igualitária, "faz-se necessário que o trabalho pedagógico dos professores prossiga e persista na busca da qualidade, resista à tendência para a facilitação e o aligeiramento do ensino" (SAVIANI, 2008, P. X).

Sendo assim, para que os aprendentes realmente se apropriem dos conhecimentos historicamente produzidos, é preciso que os mesmos estabeleçam conexões entre os conceitos adquiridos e os conceitos já existentes na estrutura cognitiva, denominados de conceitos subsunçores ou conceitos âncora. Para tanto, é preciso considerar aquilo que o aprendiz já sabe sobre o assunto, como deixa claro Ausubel:

A essência do processo de aprendizagem significativa é que as idéias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno através de uma relação não arbitrária e substantiva (não literal). Uma relação não arbitrária e substantiva significa que as idéias são relacionadas a algum aspecto relevante existente na estrutura cognitiva do aluno, como por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição (AUSUBEL et. al., p. 34, 1980)

Nesse sentido, para que a aprendizagem se processe de forma significativa é preciso que os novos conceitos interajam com os conceitos subsunçores, produzindo um novo conhecimento através de uma interação não literal que contribua para a própria estrutura cognitiva. Nesse sentido, Vygotsky dizia que o trabalho do

professor deve sempre partir do conhecimento prévio do aluno, no qual ele é capaz de atuar independentemente (zona de desenvolvimento real), apresentando-lhe novos conceitos sobre os quais o educando ainda não é capaz de atuar sem a ajuda do professor (zona de desenvolvimento proximal).

Desde os tempos remotos, que o uso de cálculos trigonométricos não se restringe à Matemática como disciplina acadêmica, eles, já eram empregados na Astronomia, na Navegação e na Agrimensura, nos cálculos de distâncias inacessíveis. Atualmente, eles também são usados em fenômenos físicos, na eletricidade, na mecânica, na música, na topografia, na engenharia, nas ciências da saúde, nos diagnósticos de algumas doenças, entre outros.

Sendo assim, a Matemática de forma geral, está interligada com as demais ciências, não podendo ser trabalhada de forma isolada, dissociada das outras disciplinas. Nesse sentido D'Ambrósio (1999, p.97), afirma:

Por meio do conhecimento da história da construção dos conceitos básicos de trigonometria, do contexto que deu origem ao mesmo, do momento histórico, geográfico, filosófico e político em que ocorreu essa construção, das necessidades que provocaram os estudos do tema em questão; certamente esses conhecimentos culturalmente desenvolvidos, passarão a ser vislumbrados com a mesma naturalidade com que formaram elaborados.

A Trigonometria, assim como os demais conhecimentos contemporâneos, sofreu transformações no decorrer dos tempos, de acordo com as necessidades do momento. Observa-se a seguir, um breve histórico dessas transformações milenares.

3. CONSTRUÇÃO HISTÓRICA DOS CONCEITOS BÁSICOS DE TRIGONOMETRIA

A palavra Trigonometria é de origem grega: tri - três, gono - ângulo, metrien-medidas, e significa medida dos ângulos de um triângulo. Este ramo da Matemática que se dedica ao estudo das relações entre as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo teve sua origem antes da era cristã, mas, no entanto, o termo *Trigonometria*, que usamos hoje, só veio a surgir no ano de 1595 como título de um tratado publicado pelo matemático Pitiscus, onde o mesmo fazia a correção de tábuas trigonométricas já existentes (tábuas de Rhaeticus).

É sabido que no mundo antigo, os estudiosos da época se dedicavam à Astronomia, Navegação e Agrimensura. Paralelamente à resolução de problemas que envolviam mensurações, originados por essas ciências, ocorreu também, por volta dos séculos IV ou V a.C., com os egípcios e babilônicos, o desenvolvimento da Trigonometria. Nestes séculos, segundo Eves (2004, p. 202), os astrônomos babilônicos acumularam uma massa considerável de dados de observações, e que parte desse material foi passada para os gregos.

No entanto, a origem desse ramo da Matemática é incerta, pois alguns registros perderam-se no tempo. Segundo Boyer (1996, p.8 e p.13), um certo número de papiros, de algum modo resistiram ao desgaste do tempo por mais de três milênios e meio. Dentre estes, o Papiro de Rhind ou Papiro Ahmes, um dos textos matemáticos mais antigos (escrito por volta de 1650 a.C.). Nele se encontram alguns problemas envolvendo cotangente, além de uma notável tábua de secantes.

Para Eves (2004, p. 202), a origem da Trigonometria esférica se deve aos conhecimentos primitivos acumulados pelos babilônicos e que foram passados para os gregos. O desenvolvimento deste tema deu-se com a fundação da cidade de Alexandria, no Egito, em 332 a.C.. A Universidade de Alexandria atraiu homens de saber que muito contribuíram para este desenvolvimento.

Sabe-se que Tales de Mileto, Pitágoras e Arquimedes, muito contribuíram para o surgimento deste ramo da Matemática. Suas descobertas e teoremas impulsionaram o desenvolvimento do mesmo. Eratóstenes, como muitos matemáticos e astrônomos da época também deixou sua contribuição. Dedicando-se a demonstrar a medida da circunferência da Terra, o tamanho do Sol e da Lua, deparou-se ainda, “[...] com um problema até então não resolvido, a necessidade de se criar uma unidade para medir ângulos e arcos de uma circunferência”. (GUELLI, 2009, P.52).

É creditado à Hiparco, ou talvez Hipsicles (c. 180 a.C.) a introdução, na Grécia, da divisão do círculo em 360° . Uma das grandes contribuições para o desenvolvimento da Trigonometria é um tratado em doze livros, atribuído a Hiparco, que tratava da construção de uma tábua com os valores das cordas (segmentos de retas) de uma série de ângulos de 0° a 180° , surgindo assim a primeira tabela trigonométrica que, na época rendeu a Hiparco o título de Pai da Trigonometria. No entanto, este título seria esquecido anos depois com o surgimento de uma obra composta de treze livros denominada *Almagesto* (Síntese Matemática), que fornece o comprimento de cordas de ângulos centrais de um círculo, ou seja, fornece os senos de 0° a 90° , escrita no primeiro século da era cristã, por Ptolomeu de Alexandria. Além de Hiparco e Ptolomeu, Menelau também contribuiu para o desenvolvimento da Trigonometria através de um tratado sobre cordas de um círculo (a.100 d. C.) em seis livros dos quais três foram preservados numa versão árabe.

Entre o final do século IV e início do século V, surgiu na Índia o primeiro trabalho astronômico importante, o *Siddhanta*, que séculos depois viria revolucionar a história da Trigonometria. Diferentemente do *Almagesto* de Ptolomeu que tratava de cordas de ângulos centrais de um círculo, o *Siddhanta* dos hindus apresentava uma tábua de semicordas, ou seja, os hindus passaram a desenvolver os conceitos trigonométricos relacionando a metade da corda com a metade do ângulo central. Deram a estas semicordas a denominação de *jiva* (origem do termo seno).

Os matemáticos árabes, que se apoderaram dos saberes gregos e hindus, oscilavam entre o *Almagesto* de Ptolomeu e a Trigonometria de *jiva*, até que entre os anos de 850 a 929, al-Battani adotou a Trigonometria hindu e a ela introduziu a raio unitário.

O termo jiva passou para o árabe como jiba que fora abreviado por jb, que ao ser traduzido para o latim foi interpretado como consoantes de jaib que significa (em latim) baía ou enseada e escreve-se sinus, dando origem ao nosso seno.

A razão seno dos hindus é base de toda a Trigonometria estudada atualmente. Somente no século XVII surgiu a palavra cosseno, que foi dada ao seno do complemento de um ângulo. O significado dos nomes das demais razões trigonométricas (tangente, cotangente, secante e cossecante) fica claro, através de sua interpretação geométrica.

O desenvolvimento da Trigonometria se deu no decorrer dos séculos, com a contribuição de várias civilizações. Somente no ano de 1580, Viète adicionou um tratamento analítico a Trigonometria. Ele foi o responsável por um grande progresso na Álgebra, pois foi o primeiro a usar letras para representar coeficientes gerais. Foi também Viète quem iniciou a transição das razões trigonométricas para as funções periódicas. Um novo impulso no desenvolvimento da Trigonometria foi dado com o surgimento do cálculo infinitesimal no século XVII e teve seu apogeu com Euler, um século depois.

Leonhard Euler, um dos grandes matemáticos do século XVIII, desvinculou a Trigonometria da Astronomia, transformando-a em um dos diversos ramos independentes da Matemática, adotou o raio unitário para o ciclo trigonométrico e também definiu as funções trigonométricas aplicadas a um número e não mais a um ângulo como era feito até então.

Esses conceitos construídos no decorrer dos séculos, a partir das necessidades do homem em determinar distâncias inacessíveis se perpetuaram pelos tempos e hoje são trabalhados nas séries finais da educação básica. Na maioria das vezes esse trabalho é desenvolvido artificialmente, sem se levar em conta a sua historicidade, a sua construção dentro de um contexto social, histórico, geográfico, político e filosófico.

Assim como estes conceitos foram construindo-se historicamente a partir de problemas originados pela Astronomia, Navegação e Agrimensura indubitavelmente, é impossível discutir práticas educativas que se fundam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições sem recorrer à história que compreende o registro desses fundamentos (D'AMBROSIO, 1999, p.97).

4. A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO

O homem contemporâneo é produto de uma construção histórica da humanidade. Ou seja, toda a gama de conhecimentos disponível hoje, não é mero fruto de um amadurecimento natural, e sim resultado de estudos desenvolvidos no decorrer dos tempos, nas mais diversas civilizações, de acordo com as necessidades oriundas daquele momento, naquele local, para aquele grupo social. A esse respeito, Mafra (2004) diz: “(...) estabelecer uma proximidade entre a Matemática produzida em um determinado momento histórico e suas relações com sua própria evolução através da identificação das ideias presentes em um determinado meio”.

Nesta perspectiva, alguns matemáticos tem se dedicado a analisar e discutir a importância de se fazer um resgate da construção dos conceitos matemáticos em um contexto sócio-histórico, a fim de propiciar a professores e alunos uma análise crítica dessa construção, de forma a promover a assimilação dos mesmos. Mas, no entanto, para que realmente ocorra a apreensão desses conceitos baseando-se na sua construção histórica, faz-se necessário que esse resgate histórico não se limite a uma mera alusão, e sim que ele seja trabalhado arraigado aos conteúdos, como uma ferramenta didática, que venha possibilitar que a aprendizagem ocorra de maneira natural, assim como se deu a sua construção, buscando derrubar o paradigma de que a Matemática é uma ciência para poucos e que só a aprende quem detém uma inteligência especial. Haja visto que,

Para muitos, a matemática é a disciplina que não tem nenhuma relação com a vida. Para esses, trata-se de um conhecimento produzido por alguns dotados, que não tem o que fazer e até manifestam interesse em exterminar o suposto “inventor da matemática”. (...) consideramos a matemática como produto humano, portanto, como parte de um contexto social. A matemática é vista como conhecimento produzido para atender a uma determinada necessidade e que, ao longo do seu desenvolvimento, tem sofrido grandes alterações conceituais. Possivelmente isso acentua os obstáculos que distanciam os vários momentos históricos

(FERNANDES, 2004, P. 127).

Segundo Miguel & Miorim (2004 *apud* DCEs, 2008, p.66) a história deve ser o fio condutor que direciona as explicações dadas aos porquês da Matemática, promovendo assim, uma aprendizagem significativa, pois propicia ao estudante entender que o conhecimento matemático é construído historicamente a partir de situações concretas e necessidades reais.

De acordo com Farago (2003, p. 17), através da História da Matemática podemos entender por que cada conceito foi introduzido nesta ciência e por que, no fundo, ele sempre era algo natural, no seu momento.

A História da Matemática constitui um dos capítulos mais interessantes do conhecimento. Permite compreender a origem das idéias que deram forma à nossa cultura e observar também os aspectos humanos do seu desenvolvimento: enxergar os homens que criaram essas idéias e estudar as circunstâncias em que elas se desenvolveram. Assim, esta História é um valioso instrumento para o ensino/aprendizado da própria Matemática. Podemos entender por que cada conceito foi introduzido nesta ciência e por que, no fundo, ele sempre era algo natural no seu momento. (FARAGO, 2003, p.17).

A História da Matemática como ferramenta didática, auxilia na Educação Matemática, agindo como instrumento que desmistifica, contextualiza, humaniza, motiva e ajuda a formalizar os conceitos, Miguel (1993). Sendo assim, a História da Matemática, como tendência metodológica, vem ao encontro dos anseios dos professores dessa disciplina no sentido de buscar metodologias, que os auxiliem no desenvolvimento de um tópico da Matemática, que tanto causa inquietação aos mesmos, a Trigonometria. As dificuldades encontradas pelos professores no desenvolvimento desse tema com seus alunos são as de como contextualizar e automaticamente demonstrar as suas aplicabilidades, a fim de que o processo ensino/aprendizagem ocorra de forma significativa respondendo às tradicionais perguntas: Para que serve isto? Onde vou aplicar? Por que preciso saber?

Dessa forma, o aprendente, através da História da Matemática, é levado a refletir, a compreender e conseqüentemente a constatar o valor do conhecimento produzido, verificando o contexto sócio/histórico em que o mesmo foi construído, as

transformações ocorridas no decorrer dos tempos, bem como a sua aplicabilidade na contemporaneidade, desenvolvendo assim a sua criticidade.

Em se tratando da trigonometria, tem-se a disposição um vasto arsenal de fatos e problemas que ocorreram durante o seu desenvolvimento, nos mais diversos campos das ciências. Eles podem ser utilizados em experiências que levem os alunos a recriarem situações históricas com o intuito de relacioná-las com situações da contemporaneidade e que através da manipulação eles possam reconstruir estes conceitos.

Fossa (2004), propõe um modelo de uso da História da Matemática como recurso didático, no qual o uso manipulativo da história surge como uma ferramenta que proporciona a realização de atividades, pelos estudantes em sala de aula, numa perspectiva de redescoberta dos conceitos historicamente construídos.

5. CONTEXTUALIZANDO A TRIGONOMETRIA

É notória a preocupação dos professores de Matemática da atualidade em melhorar a qualidade do ensino da mesma. Considerando a aversão demonstrada por uma grande parte dos alunos relação aos conteúdos de Matemática. Cada vez mais, os professores desta disciplina vêm procurando encontrar caminhos que tornem suas aulas mais significativas para os educandos. Muito tem se ouvido falar sobre a interação entre as disciplinas formadoras da Matriz Curricular, bem como da necessidade de se contextualizar os conteúdos trabalhados a fim de demonstrar aos aprendentes as aplicabilidades dos mesmos e dessa forma, motivá-los para o estudo da mesma.

Neste sentido, muitos estudos têm sido desenvolvido com o intuito de verificar as potencialidades do uso da História da Matemática como contextualizadora, assim como promotora da interação com outras disciplinas, haja visto que a construção dos seus conceitos se deu a partir de uma necessidade prática.

Em se tratando da Trigonometria, dispomos de uma infinidade de situações práticas que ocorreram no passar dos séculos, oriundas das medições de distâncias inacessíveis que podem ser reconstruídas como forma de contextualizar, assim como motivar os aprendizes para o estudo da mesma. Dessa forma, o uso da história como ferramenta motivadora deve se dar de forma prática, não se limitando à meras citações cronológicas e ou bibliografias de alguns matemáticos famosos, propiciando assim, além da contextualização do tema, a interação com as demais disciplinas, visto que sua origem se deu através de mensurações realizadas na Astronomia, Agrimensura, na Navegação e outras. Ao recriar estas atividades, não se pode deixar de traçar um paralelo entre a história e a contemporaneidade, a fim de demonstrar as aplicabilidades dos conceitos trabalhados.

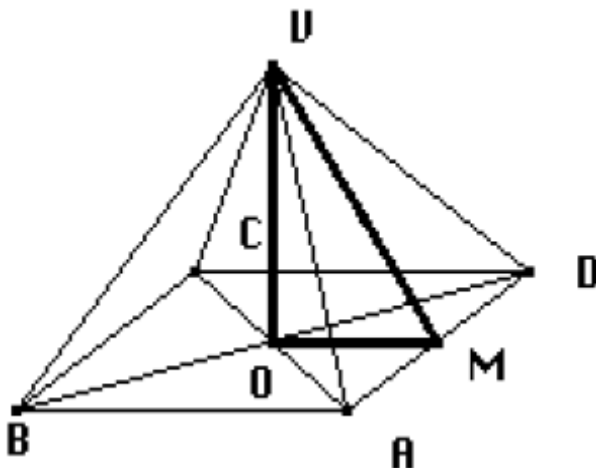
Através da análise da história grega e babilônica, encontram-se rudimentos

de Trigonometria em cálculos de razões entre números e entre lados de triângulos semelhantes. No Egito, isto pode ser observado em um papiro datado de 1650 anos a.C., no qual se encontram alguns problemas que fazem menção ao *seqt* de um ângulo, que seria a razão entre o afastamento horizontal e a elevação vertical de uma pirâmide, pensa-se que seria o correspondente, hoje, à cotangente do ângulo $\text{OM}\hat{=}U$ da pirâmide a seguir, onde:

$$\text{seqt } \text{OM}\hat{=}U = \text{OM}/\text{OU}$$

ou

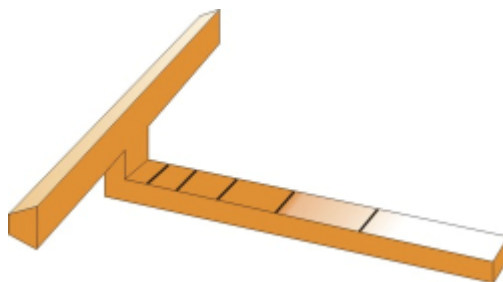
$$\text{cotg } \text{OM}\hat{=}U = \text{OM}/\text{OU}$$



As razões são utilizadas atualmente, nos mais diversos cálculos matemáticos. Podem-se demonstrar suas aplicabilidades, comparando as razões que representam um ano na vida de uma criança e na de um adulto. Dessa forma, podemos entender, matematicamente, porque quanto mais velhos, o tempo parece passar mais rápido.

Apareceram também no Egito, cerca de 1500 anos a. C., registros das primeiras sequências relacionando o comprimento de sombras com horas do dia (relógio de sol). Por volta do século V a. C., os gregos deram ao relógio de sol o nome de *gnomon*, que nada mais era do que uma vareta espetada no chão, formando com o mesmo um ângulo reto.

Através da construção e observação de gnomos, os alunos podem analisar e comparar os conceitos trigonométricos intrinsecamente existentes nos mesmos, bem como nos relógios utilizados atualmente. O mais antigo gnomo de que se tem conhecimento e que chegou até os dias de hoje, está exposto no museu de Berlim, acredita-se que pertenceu ao faraó Tutmés III do Egito (1504-1450 a.C.). O referido relógio, feito em pedra, tem a forma de um T, que de manhã ficava voltado para o leste e a tarde para oeste.



Disponível em:

< <http://relogiosdesol.blogspot.com/2008/11/um-pouco-de-histria-sculo-I-ao-I-aec.html>>.

Acesso em 10 de mai. de 2010.

No decorrer do tempo foram surgindo diferentes modelos de relógios de sol.



Relógio de sol de parede em *Saint*
(*Saint Remy de Provence*)



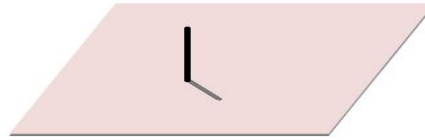
Relógio de sol em Natal/RN
(Brasil)

Disponíveis em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Rel%C3%B3gio_de_sol.

Acesso em 10 de maio de 2010.

Por volta de 600 anos a. C., o sábio grego Tales de Mileto, a pedido de um faraó do Egito, determinou a altura de uma pirâmide através da observação das sombras projetadas por uma vara fincada verticalmente no chão e a sombra, no mesmo instante, projetada pela pirâmide. Ficou observando até o momento em que a sombra da vara fosse exatamente igual ao comprimento da mesma. Utilizando-se da semelhança de triângulo Tales, no mesmo instante, mediu o comprimento da sombra da pirâmide e acrescentando a ele a metade da medida da base determinou

a altura da pirâmide. É possível repetir este experimento, determinando a altura de árvores, prédios, torres e outros, traçando um paralelo entre o passado e o presente.



Existem inúmeros experimentos que foram realizados no decorrer dos séculos e que podem ser aproveitados como instrumentos motivadores para o estudo da Trigonometria. Além do uso da história para contextualização da Trigonometria, existem também, várias situações da atualidade que podem ser utilizadas para o mesmo fim.

Atualmente, além das aplicações clássicas da Trigonometria na Astronomia, Navegação, Topografia, Engenharia Civil, Arquitetura, Física, têm-se também sua aplicação nos fenômenos cíclicos, como por exemplo: fases da Lua, as mares, o ciclo menstrual (nível de hormônios estrogênio e progesterona durante os ciclos), o movimento da roda gigante, variação da pressão nas paredes dos vasos sanguíneos, o clima (variação da temperatura) e muitos outros.

O exemplo a seguir foi apresentado no curso de Modelagem Matemática realizado na UEM, em 2009, para o Programa de Desenvolvimento Educacional do Estado do Paraná (PDE).

Estudo da variação da temperatura nas cidades de: Natal – RN, Foz do Iguaçu- PR e Uberlândia - MG

Os dados constantes na tabela a seguir, referentes às temperaturas registradas nas cidades de Foz do Iguaçu, Natal e Uberlândia, no dia 01/12/2009, foram levantados no site <http://www.inpe.br>.

Variação da temperatura nas três cidades

Horas	Foz do Iguaçu	Natal	Uberlândia
0	22	26	35
1	21	25	34
2	20	25	34
3	19	25	33
4	19	25	33
5	19	25	34
6	19	25	36
7	20	27	38
8	21	28	38
9	24	29	39
10	26	29	40
11	27	30	40
12	28	29	39
13	28	29	37
14	30	29	37
15	31	29	38
16	31	29	39
17	31	28	40
18	30	27	40
19	29	26	38
20	25	26	37
21	24	26	36
22	24	26	36
23	25	26	35

Plotagem dos dados obtidos no software Geogebra

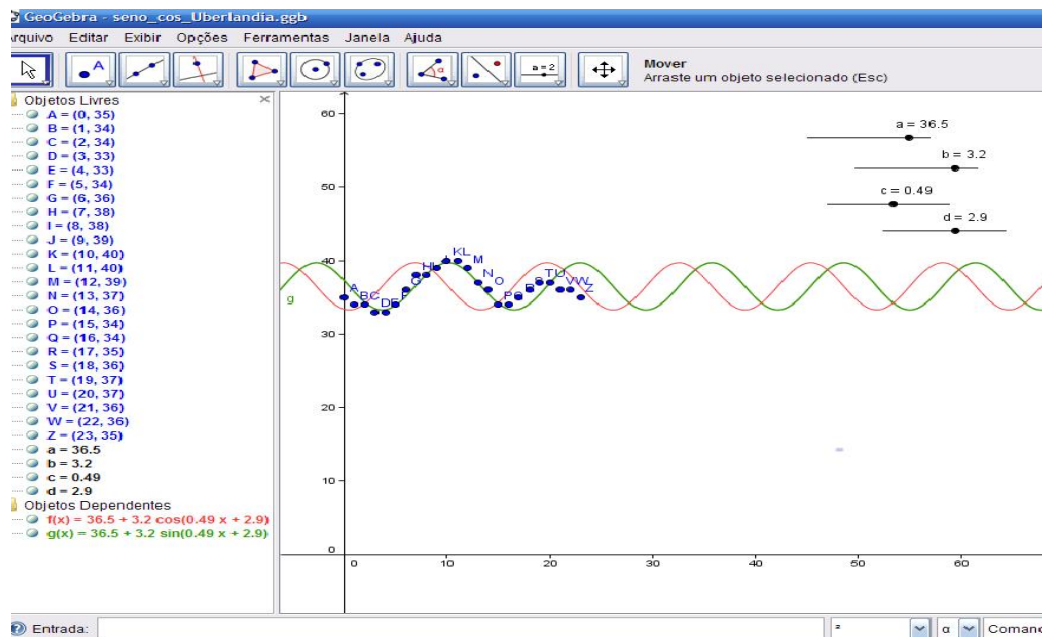


Gráfico da temperatura da cidade de cidade de Uberlândia para o dia 01/12/2009.

Função que melhor se aproxima ao gráfico da temperatura da cidade de Uberlândia: $F(x) = 36,5 + 3,2\text{sen}(0,49x+2,9)$

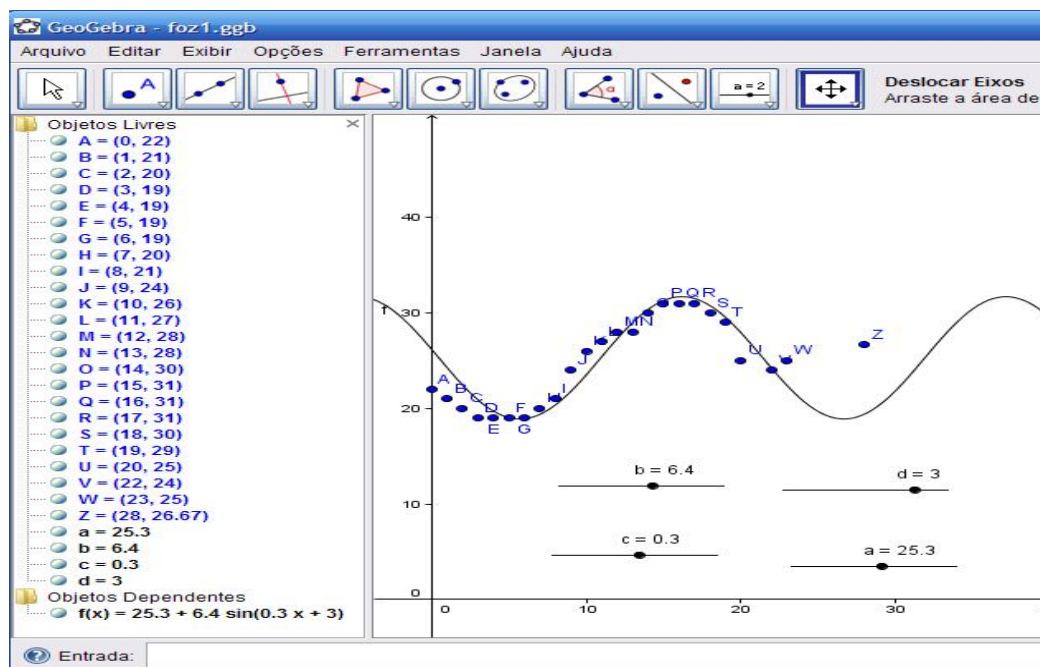


Gráfico da temperatura da cidade de Foz do Iguaçu par o dia 01/12/2009

Função que melhor se aproxima ao gráfico da temperatura da cidade de Foz do Iguaçu: $F(x) = 26,3 + 6,4\text{sen}(0,3x+3)$

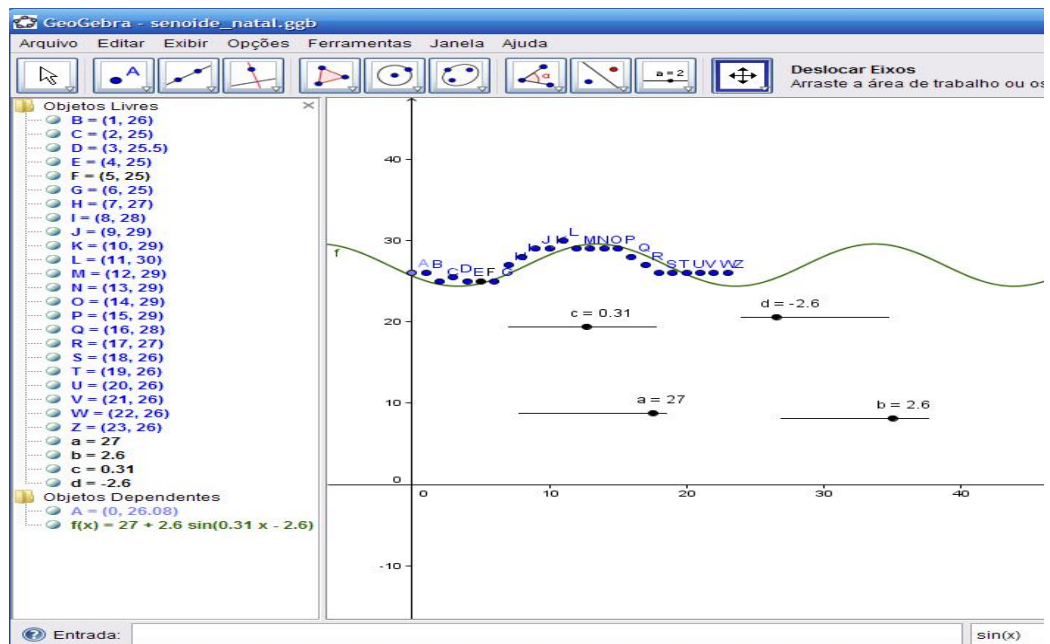


Gráfico da temperatura da cidade de Natal para o dia 01/12/2009

Função que melhor se aproxima ao gráfico da temperatura da cidade Natal:

$$F(x) = 27 + 2,6\text{sen}(0,31x - 2,6)$$

O exemplo apresentado acima, pode ser desenvolvido com as temperaturas registradas em um determinado dia na própria cidade.

Pelo apresentado até o momento conclui-se que existem diferentes atividades, do passado e do presente, que podem ser desenvolvidas a fim de contextualizar e motivar o aluno para o estudo da Trigonometria

6. MATERIAIS MANIPULATIVOS E O TRABALHO COM A TRIGONOMETRIA

Como já foi exposto, são muitas as dificuldades encontradas por professores e alunos, no processo de ensino/aprendizagem da Matemática. No que se refere ao aluno, o mesmo, na maioria das vezes, não consegue compreender e conseqüentemente, interiorizar os conceitos que lhe são ensinados na escola, ou seja, não se apropria efetivamente, dos saberes trabalhados em sala de aula.

Por outro lado, o professor se sente impotente, frente às dificuldades encontradas por seus alunos, pois não atinge seus objetivos de forma satisfatória. Na ânsia de encontrar caminhos para tornar suas aulas mais significativas para seus alunos, tem procurado participar de cursos, oficinas, encontros, seminários, conferências e outros.

Segundo Fiorentini (1995), o ensino de Matemática tem se caracterizado por um ensino livresco, centrado no professor, onde os conteúdos são trabalhados de forma expositiva e a aprendizagem consiste na memorização e na reprodução precisa dos raciocínios e procedimentos ditados pelo professor ou pelos livros. Para que se tenha um processo de ensino/aprendizagem voltado para os interesses do aluno, tem que se criar instrumentos que o motive, em virtude de que, no seu cotidiano, os interesses são os mais variados.

Neste sentido, destaca-se a utilização de materiais manipulativos para o ensino de Matemática que se configuram como um recurso facilitador do processo ensino/aprendizagem, tornando as aulas mais dinâmicas, com uma maior participação dos alunos, onde os mesmos terão uma melhor percepção dos conceitos envolvidos e conseqüentemente raciocinarão com maior clareza.

O uso deste recurso possibilita uma maior interação entre professores e alunos e também entre os próprios alunos, promovendo assim a socialização dos envolvidos no processo. Mas, no entanto, há que se ressaltar que, o recurso é apenas um coadjuvante no processo, o papel principal é dado às ações

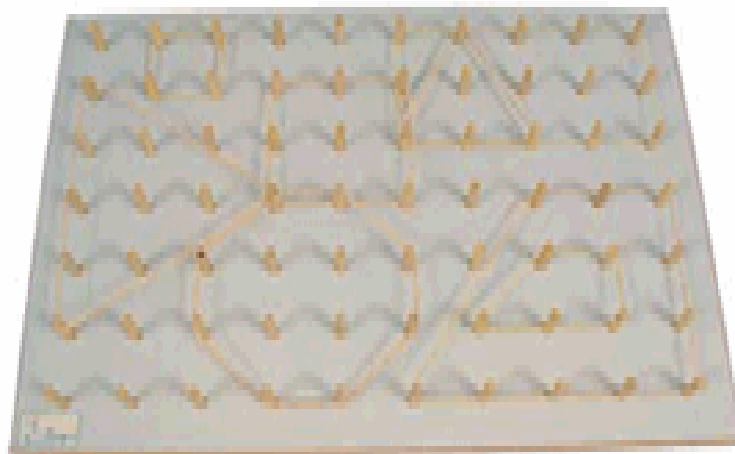
desenvolvidas com a utilização dos mesmos. Sendo assim, o professor deve estar preparado para utilizar o material de maneira correta, para que o mesmo não passe a ser apenas um objeto, sem qualquer significado prático para o aprendiz.

Para iniciar o estudo da Trigonometria nas séries finais da Educação Básica, é preciso antes, verificar os conhecimentos prévios dos alunos acerca do tema, bem como algumas noções básicas de Geometria Euclidiana (noções de ângulos, arcos e triângulos, elementos do triângulo retângulo, Teorema de Pitágoras, semelhança de triângulos e outros).

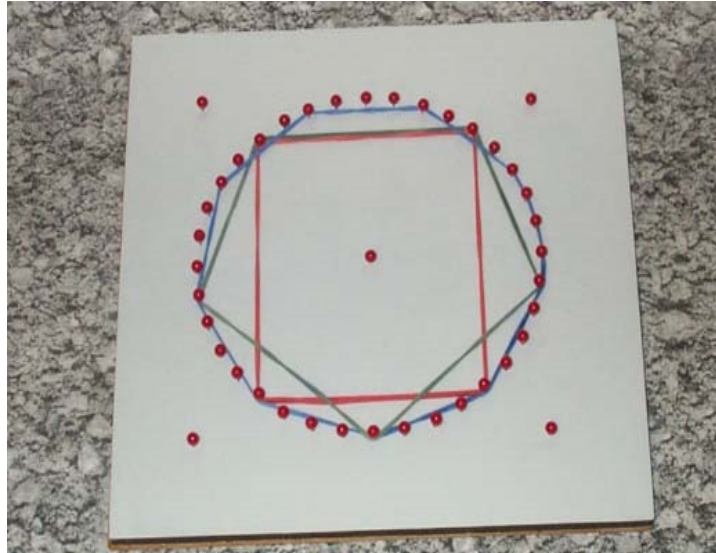
Acredita-se, que a retomada desses conceitos através de atividades desenvolvidas com a utilização de geoplanos, tem muito a contribuir para que o ensino da Trigonometria se processe de forma mais natural.

O geoplano é um material criado pelo matemático inglês Caleb Gattegno. Constitui-se por uma placa de madeira marcada com pregos, formando uma malha que pode ter vários formatos (quadrada circular, triangular, etc.) e acompanhada de elásticos que possibilitam a representação de figuras geométricas. Os pregos prendem os elásticos, usados para "desenhar" sobre o geoplano.

Geoplano retangular



Geoplano circular

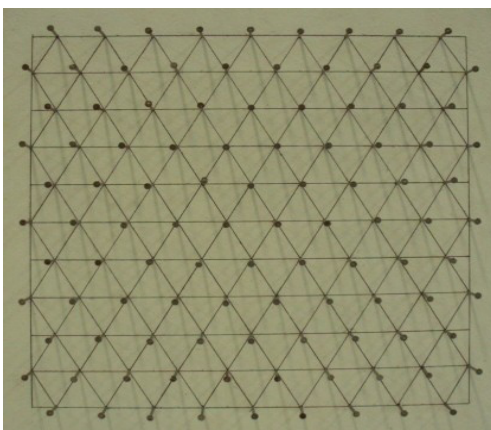


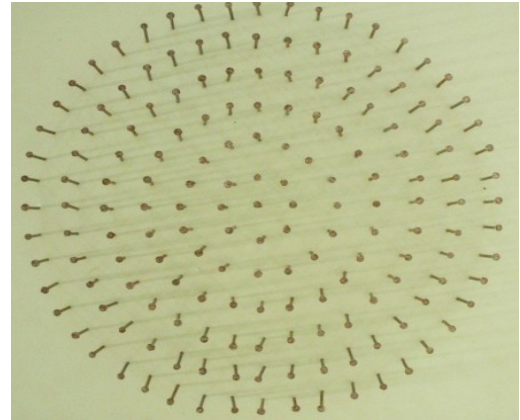
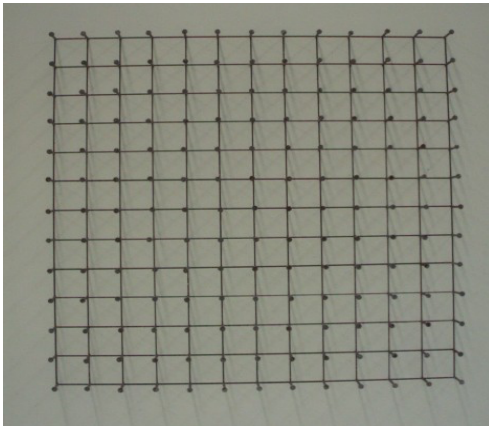
Disponíveis em:

http://www.mmpmateriaispedagogicos.com.br/pimages/geoplano_circular.jpg.

Acesso em 12 de mai. de 2010.

Outros modelos de malhas em geoplanos





Disponíveis em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/847-2.pdf?PHPSESSID=2009071610564975>

Acesso em 06/07/2010

A utilização de geoplanos como recurso didático pedagógico possibilita a assimilação de conceitos geométricos de forma concreta e interativa, sendo assim, a retomada de conceitos de ângulos, triângulos e outros pode se dar de forma natural e significativa para os educandos.

Além dos geoplanos, outro instrumento que pode ser usado no estudo da Trigonometria é o teodolito.

O teodolito é basicamente um telescópio com movimentos graduados na vertical e horizontal. Foi inventado pelo italiano Ignazio Porro, em torno de 1835 e é usado para determinar ângulos verticais e horizontais, permitindo assim o cálculo de distâncias inacessíveis. Este instrumento é muito utilizado na engenharia, agrimensura e topografia.



Disponível em:

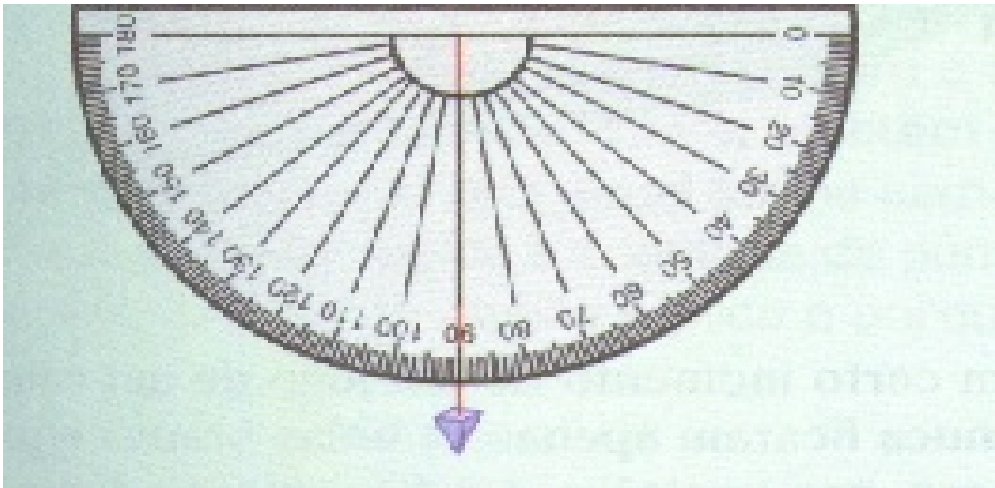
http://1.bp.blogspot.com/_Qw4MRP_rfOM/SdqCU-LVdOI/AAAAAAAAADU/MMaEVLqJtc4/s320/teodolito_Fich9_15.jpg

Acesso em 07/07/2010

Com o uso de teodolitos artesanais é possível calcular a altura de árvores, prédios monumentos, largura de rios, pontes, terrenos, etc.

Construindo teodolitos artesanais

Para se construir um teodolito artesanal, faça um furo no centro de um transferidor passando pelo mesmo o extremo de um barbante. Fixe este extremo no transferidor e no outro extremo prenda um peso. Está pronto o teodolito.



Disponível

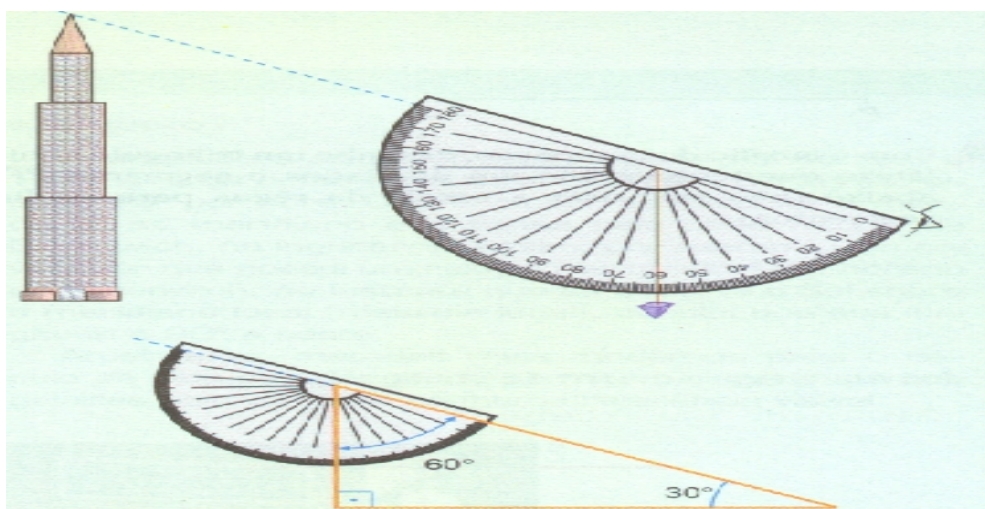
em: < <http://calculu.sites.uol.com.br/Textos/construindoteodolito.htm> >.

Acesso em 12 de mai. de 2010.

Utilizando o Teodolito artesanal para medir altura.

Posiciona-se o teodolito artesanal de modo que a sua base fique perpendicular ao objeto que vamos medir a altura. Mede-se a distância do objeto até o teodolito com uma trena. Mira-se o pico do objeto (o ponto mais alto), com isso o pêndulo marcará um ângulo no transferidor.

Para medir a altura do objeto, usamos a medida do ângulo θ e a distância do objeto ao teodolito, através da tangente do ângulo θ , mais a altura em que se encontra o teodolito do chão.

Disponível em: < <http://calculu.sites.uol.com.br/Textos/construindoteodolito.htm> >.

Acesso em 12 de mai. de 2010.

Teodolito artesanal para o cálculo de distâncias horizontais – larguras.



Disponível em:

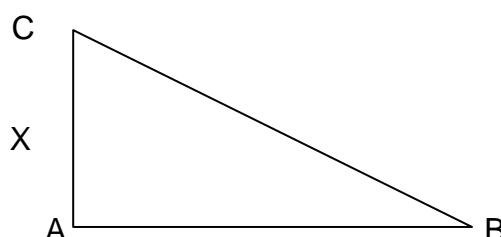
<http://1.bp.blogspot.com/UW0qbtAnmGo/SkYro7P9dul/AAAAAAAAA8/8YcKVOqwZml/s1600-h/teo5.jpg>

Acesso em 22/07/2010

Obs.: para calcular a distância (horizontal) de um ponto A (onde se encontra um observador) a um ponto P, inacessível, é necessário que este observador possa se locomover para um ponto B no plano horizontal de onde possa também visualizar P.

Exemplo:

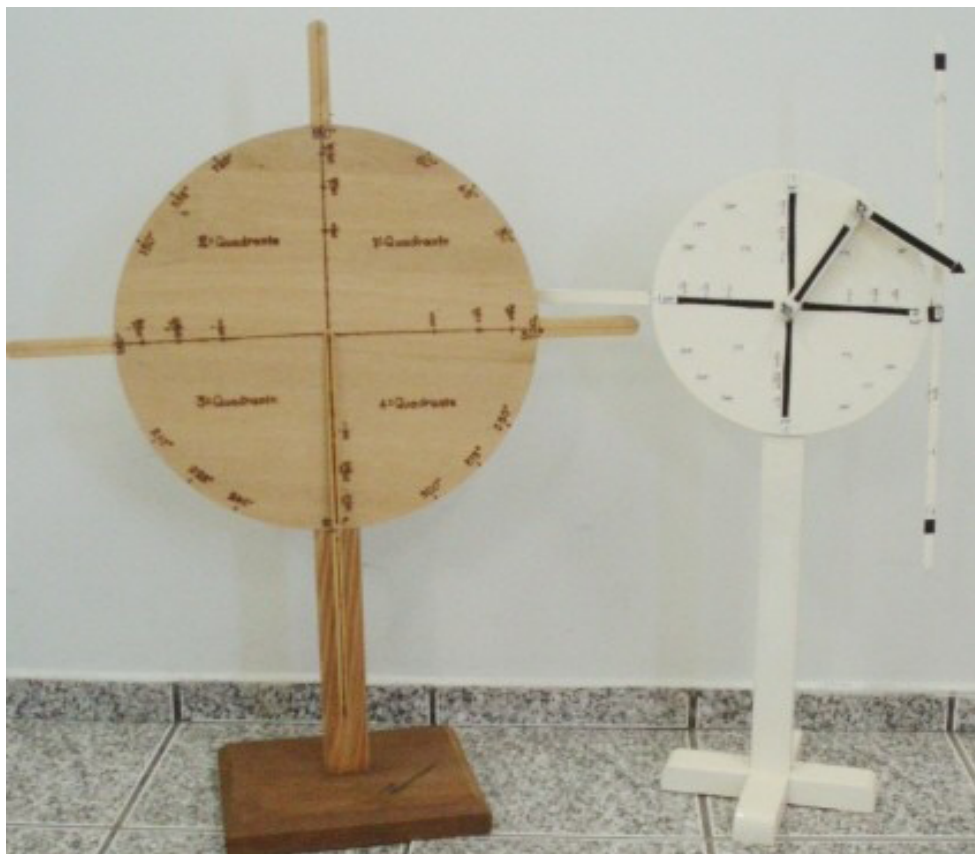
Para medir a largura de uma rua sem atravessá-la, fixe dois pontos de um mesmo lado desta rua (ponto A e ponto B), a seguir, fixe um ponto C do lado oposto da rua (AC perpendicular AB). Desloque-se de A até B, medindo a distância entre estes pontos. Em B, mire o teodolito para o ponto A ($0^\circ - 180^\circ$), em seguida, gire o copo até visualizar o ponto C fazendo a leitura do ângulo obtido. Usando a tangente deste ângulo e a medida da distância entre A e B podemos determinar a largura X a rua.



Obs.: Os pontos devem estar localizados nas bordas da rua.

Em se tratando da Trigonometria circular, a construção de ciclos trigonométricos manipuláveis é indispensável para facilitar a compreensão dos conceitos inerentes às funções trigonométricas. Estes podem ser construídos com diferentes materiais: papel cartão, EVA, madeira e outros. É de fundamental importância, fixar no centro da circunferência um segmento de raio de tal forma que o mesmo possa se deslocar pela circunferência.

Com a manipulação deste material, pode-se explorar, além das razões trigonométricas: arcos cômruos, sinais das razões trigonométricas, simetria em relação à abscissa, à ordenada e à origem, funções trigonométricas e outros conceitos correlacionados.



Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/847-2.pdf?PHPSESSID=2009071610564975>

Acesso em 07/07/2010

Através da manipulação destes materiais, o aprendente pode entrar em contato com as aplicabilidades dos conceitos trigonométricos, proporcionando assim, uma melhor assimilação dos mesmos. Mas, no entanto, para que a aprendizagem efetivamente aconteça, este manuseio há que ser feito de maneira correta, ou seja, o manuseio do material didático deve ser feito pelo próprio aluno mediante orientação e acompanhamento do professor. Neste sentido, Lorenzato (2006, p.34) que diz:

“Se for verdadeiro que ninguém “ama o que não conhece”, então fica explicado porque tantos alunos não gostam de matemática, pois se a eles não foi dado conhecer a matemática, como podem vir a admirá-la? No entanto com o auxílio de MD¹, o professor pode, se empregá-lo corretamente, conseguir uma aprendizagem com compreensão, que tenha significado para o aluno, diminuindo, assim, o risco de serem criadas ou reforçadas falsas crenças referentes à matemática, como a de ser ela uma disciplina “só para poucos privilegiados”, “pronta”, “muito difícil”, e outras semelhantes.”

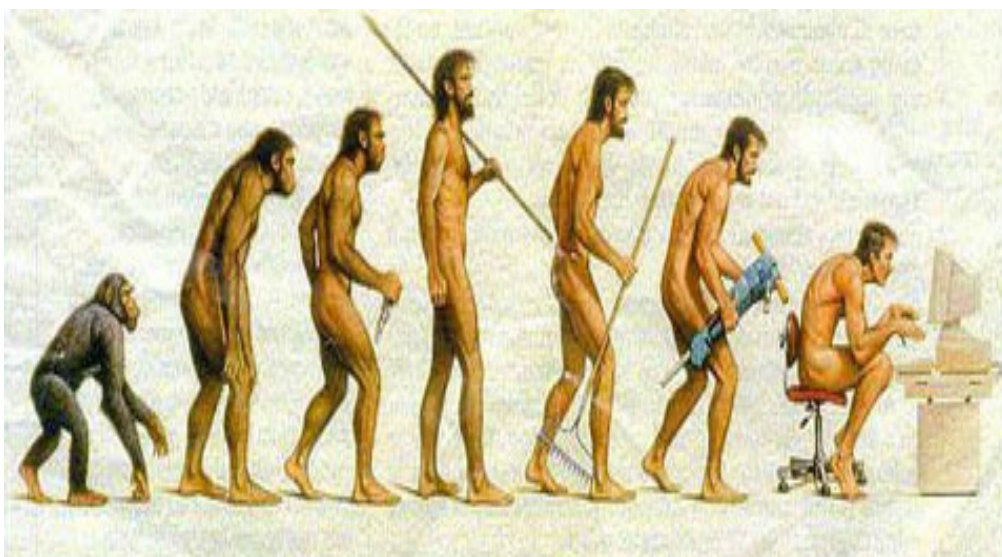
É importante também, que sempre que possível, o aluno participe pessoalmente da elaboração e confecção dos materiais a serem utilizados.

¹ MD é a abreviatura utilizada por Lorenzato para Material Didático

7. O USO DE FERRAMENTAS TECNOLÓGICAS NAS AULAS DE TRIGONOMETRIA

Nos primórdios da humanidade, o homem para viver em sociedade, se comunicava por de gestos, sons e alguns sinais, pois ainda não falava. A fala, só surgiu, milênios depois, o que significou um grande salto no desenvolvimento humano. Foi nesta época, que com a necessidade de se armazenar informações, surgem as pinturas rupestres, primeiras expressões da arte humana. Tempos depois, através da padronização de representações pictóricas, surge a escrita e com ela, os meios de comunicação foram se evoluindo através dos tempos, até que, no século XIX, surgem as mídias eletrônicas, início da comunicação em massa. No entanto, o grande salto da comunicação ocorre com a popularização dos computadores, que de máquinas gigantescas, passaram a objetos portáteis que invadiram todos os espaços sociais, inclusive as escolas.

Evolução da Comunicação Humana e dos Meios de Comunicação.



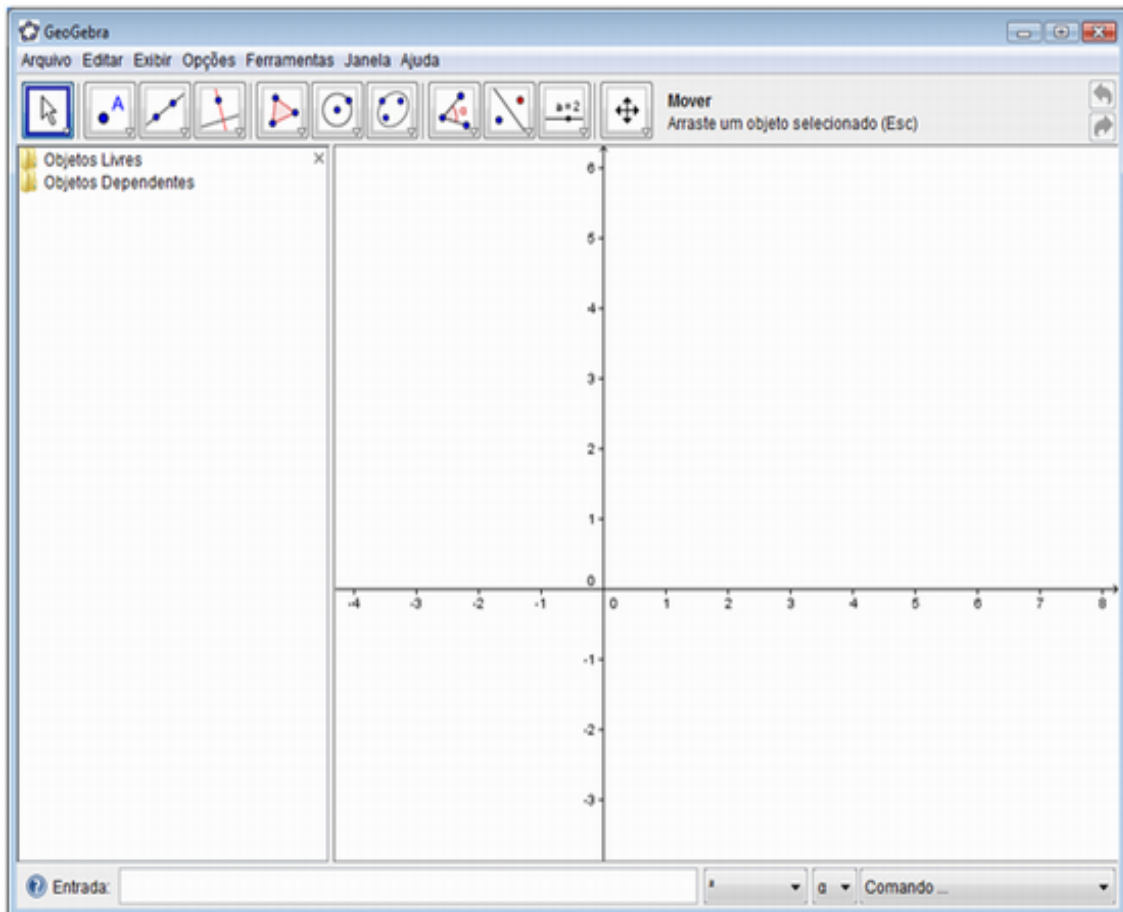
Disponível em: < <http://www.foton.com.br>>. Acesso em 15 de mai. de 2010.

Estas máquinas, jamais substituirão o papel do professor, no entanto ele não pode ficar alheio à sua presença. As novas tecnologias da informação e comunicação (TICs) devem ser usadas como instrumentos complementadores do trabalho do professor, de forma a proporcionar um processo ensino/aprendizagem mais interessante para alunos e professores. Para Moram, as TICs são apenas uma extensão da nossa mente e do nosso corpo e que a grande tecnologia é a mente humana. Neste sentido, estes instrumentos se configuram como um suporte ao professor, como uma ferramenta a mais a ser utilizada em suas aulas de forma a explorar todas as suas potencialidades a serviço de uma educação de qualidade, como um diversificador metodológico.

O uso do computador por professores de Matemática não pode mais se limitar à digitação de provas e trabalhos, para acessar a *internet* e realizar pesquisas, existem hoje, vários *softwares* de domínio público que podem ser explorados de tal forma que contribuam para a reconstrução de conceitos através de atividades diferenciadas das desenvolvidas apenas com o uso de lápis e papel.

Dentre os vários *softwares* de domínio público, o criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um *software* de Matemática Dinâmica que reúne recursos de Geometria, Álgebra e Cálculo, possibilitando assim, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica, além de permitir movimentos interativos difíceis de demonstrar apenas com o uso do quadro e do giz, facilitando assim a compreensão e o aprofundamento dos conceitos trabalhados, por parte dos alunos.

Tela do GeoGebra



Através da manipulação das ferramentas do *software* GeoGebra, a retomada de alguns conceitos básicos da Geometria Euclidiana, do Teorema de Tales e do Teorema de Pitágoras, necessária para o trabalho com a Trigonometria circular, torna-se muito mais simples e agradável. Para Gerônimo (2010, p.11):

O software Geogebra pode substituir satisfatoriamente o caderno de desenho geométrico. Podemos utilizar sua interface gráfica e suas ferramentas para traçar retas, ângulos, circunferência, etc. Uma das vantagens do uso do Geogebra é que as construções são dinâmicas, isto é, podem ser modificadas sem a perda dos vínculos geométricos. Isso permite que o usuário faça grandes quantidades de

experimentações que lhe possibilite construir proposições geométricas.

Mas, no entanto, não se pode deixar que o uso destas ferramentas venha sublimar os estudos teóricos que dão suporte à construção do conhecimento. Há que se preparar atividades que venham complementar, reafirmar a teoria e não substituí-la com meras análises visuais que possam levar à conclusões errôneas.

A construção do ciclo trigonométrico no GeoGebra facilita a compreensão e conseqüentemente a apropriação dos conceitos trabalhados anteriormente, inerentes ao mesmo.

8. SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA²

Sequência Didática é o nome dado ao conjunto de atividades interligadas, planejadas para trabalhar um determinado conteúdo, passo a passo, etapa por etapa. Organizada de forma a proporcionar ao aluno, gradativamente, desafios cada vez maiores.

A primeira etapa de uma Sequência Didática consiste em determinar, através de atividades, os conhecimentos prévios do aluno em relação ao conteúdo a ser trabalhado para que o mesmo possa ser adequado ao nível de desenvolvimento do aluno.

Em se tratando da Trigonometria circular, o professor deve preparar atividades que envolvam semelhança de triângulos, teorema de Pitágoras, bem como alguns conceitos básicos da Geometria Euclidiana, pré-requisitos para a abordagem do tema em questão. Estas atividades podem ser desenvolvidas com a utilização de geoplanos.

Dando sequência aos trabalhos, deve-se promover a interação entre os conhecimentos prévios e o novo conteúdo a ser estudado, através de situações que proporcionem uma atividade mental construtiva.

Nesta etapa podem ser desenvolvidos alguns experimentos relacionados à história da Trigonometria, traçando um paralelo entre o passado e o presente, buscando proporcionar ao aluno um espaço de discussões, para que o mesmo estabeleça relações entre os novos conceitos e os conceitos subsunçores, produzindo um novo conhecimento. Na continuidade dos trabalhos, deve-se aplicar atividades que promovam uma motivação para o estudo do conteúdo em questão, afim de que os aprendentes sintam-se estimulados para tal.

Neste momento, seria interessante o desenvolvimento de atividades que envolvam situações reais, resolução de problemas que possibilite a

² Uma sequência didática completa será elaborada, quando da aplicação desta unidade temática e será disponibilizada no artigo referente a esta implementação.

interdisciplinaridade que além de contextualizar a Trigonometria, também demonstrem as suas aplicabilidades.

Prosseguindo os estudos, é o momento em que se deve propor ao aprendiz, atividades que o auxiliem a adquirir segurança e autonomia no seu processo de aprendizagem. Atividades estas que podem ser desenvolvidas com a utilização de materiais manipulativos, bem como de ferramentas tecnológicas.

Chegou a hora de aplicar atividades que venham solidificar o aprendizado do que foi visto até então. Através de exercícios que promovam a abstração e fixação dos conceitos, objetivando que o aprendiz se aproprie dos mesmos.

Para fechar uma Sequência Didática, não se pode deixar de falar no processo avaliativo. Este, como é previsto nas DCEs, deve ser contínuo e diagnóstico, ou seja, a avaliação deve acontecer no desenrolar das etapas da sequência, para que se possa detectar os problemas, corrigir as falhas e dar continuidade aos trabalhos.

9. REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David; NOVAK, Joseph, D.; HANESIAN, Helen. **Psicologia Educacional**. Rio

de Janeiro: Interamericana Ltda. 1980.

BOYER, Carl B. **Historia da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1996.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática**. In: BICUDO, M. A. V.(org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999. p. 97-115.

_____. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade** . Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

EVES, Howard e tradução: Hygino H. Domingues. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Unicamp, 2004.

FARAGO, Jorge Luiz. **Do ensino da História da Matemática à sua contextualização para uma aprendizagem significativa**. Florianópolis - 2003 Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina : disponível:<http://teses.eps.ufsc.br/defesa/pdf/16712.pdf>: acesso em 01.10.2009.

FOSSA, John A. (org.). **Presenças Matemáticas**. Natal: EDUFRN, 2004.

GERÔNIMO, J. R.; BARROS, R. M. O.; FRANCO, V. S.. *Geometria Euclidiana Plana: Um estudo com o software Geogebra*. Maringá: EDUEM, 2010.

GUELLI, Oscar. **Contando a história da matemática: dando corda na trigonometria**. São Paulo: Ática, 2009.

LORENZATO, S. **Educação infantil e percepção matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores).

MAFRA, Jose R. e S. Reflexões sobre alguns conceitos de etnomatemática. In: FOSSA, John A.. **Presenças Matemáticas**. Natal, EDUFRN, 2004. P. 75 – 95.

MENDES, I. A. **O uso da história no ensino da matemática: reflexões teóricas e experiências**. Belém: EDUEPA, 2001.

ROXO, Euclides. **A Matemática na Educação Secundária**. São Paulo: Companhia Editora

Nacional, 1937.

SAVIANI, D. **Escola e democracia**. 40 ed. Campinas – SP: Autores Associados, 2008. (Coleção Polêmicas do nosso tempo, vol. 5).

_____. **Pedagogia Histórico-crítica**. São paulo: Cortez: Autores associados, 2008.

SEED. **Diretrizes Curriculares Estaduais de Matemática**. Curitiba: WWW.diaadiaeducacao.pr.gov.br, 2008.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

_____. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

SITES:

<http://relogiosdesol.blogspot.com/2008/11/um-pouco-de-histria-sculo-l-ao-i-aec.html>>. Acesso em 10 de mai. de 2010.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Rel%C3%B3gio_de_sol. Acesso em 10 de maio de 2010.

<http://www.inpe.br>. Acesso em 01/12/2009.

<http://www.mmpmateriaispedagogicos.com.br/pimages/geoplano_circular.jpg>. Acesso em 12 de mai. de 2010.

<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/847-2.pdf?PHPSESSID=2009071610564975>. Acesso em 06/07/2010.

http://1.bp.blogspot.com/_Qw4MRP_rfOM/SdqCU-LVdOI/AAAAAAAAADU/MMaEVLqJtc4/s320/teodolito_Fich9_15.jpg. Acesso em 07/07/2010.

< <http://calculu.sites.uol.com.br/Textos/construindoteodolito.htm> >.

Acesso em 12 de mai. de 2010.

http://1.bp.blogspot.com/_UW0qbtAnmGo/SkYro7P9dul/AAAAAAAAA8/8YcKVOqwZml/s1600-h/teo5.jpg. Acesso em 22/07/2010.

< <http://www.foton.com.br>>. Acesso em 15 de mai. de 2010.

