Versão Online ISBN 978-85-8015-054-4
Cadernos PDE

VOLUME I

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2009

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

APLICAÇÃO DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EM NÚMEROS NATURAIS

BERNARDELLI, Maria Aparecida Semeghini[1]
CARVALHO, Túlio O.[2]

RESUMO

Este artigo apresenta o relato de um trabalho pedagógico diferenciado, com o uso da metodologia da Investigação Matemática, configurando o processo investigativo como um dos meios de ofertar oportunidades aos alunos para desenvolverem conteúdos matemáticos de maneira mais significativa e atrativa. As atividades estabelecem relações entre figuras geométricas, suas áreas e produtos de números, para uma melhor visualização dos conceitos de Números Primos, Mínimo Múltiplo Comum e Máximo Divisor Comum.

Palavras-chave: Matemática; Investigação Matemática; Figuras Geométricas.

ABSTRACT

This article presents the story of a pedagogical work differently, using the methodology of Research mathematics, configuring the investigative process as a means of providing opportunities for students to develop mathematical content more meaningful and attractive. Activities to establish relationships between geometric figures, its areas and products of numbers, for a better view of the concepts of prime numbers, least common multiple and greatest common Divisor.

Keywords: Mathematics; Mathematical Research; Geometric Figures.

[1] Professora orientando do Programa de Desenvolvimento da Educação (PDE).

[2] Professor Orientador. Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina – PR. E-mail: tcarvalho@uel.br.

1 INTRODUÇÃO

Este artigo é o resultado do trabalho desenvolvido pelos alunos, com base na Tendência Metodológica de Investigação Matemática, segundo os pressupostos referentes, definida por Ponte (2006).

Este trabalho faz parte do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE do Governo do Estado do Paraná, onde promove uma reflexão e orientação aos professores da Rede Pública. Esse programa ocorreu na Universidade Estadual de Londrina – UEL, sob orientação do professor Dr. Túlio Oliveira de Carvalho do Departamento de Matemática.

O interesse no tema deste trabalho seguiu a partir das preocupações a respeito das dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de tarefas. A maioria de nossos alunos demonstra não gostar da disciplina, deixando transparecer um desestímulo na aprendizagem, sem a capacidade de discernimento de conceitos matemáticos.

Um grande desafio para nós professores é preparar e aplicar a matemática mais interessante e atrativa. Para que isso aconteça é necessário ampliar as estratégias de ensino com metodologias mais diversificadas, promovendo assim uma aprendizagem mais prazerosa e significativa, incentivando os alunos a buscar novos conhecimentos matemáticos.

O trabalho desenvolvido está relacionado com algumas propriedades de números naturais, especialmente Números Primos, Máximo Divisor Comum e Mínimo Múltiplo Comum. Os alunos aprendem Números Primos, Máximo Divisor Comum e Mínimo Múltiplo Comum. por um processo pouco participativo, e terminam a 5ª série sem a capacidade de compreensão destes conceitos. Estas situações certamente trazem consequências ruins para o aprendizado nas séries seguintes.

Diante das dificuldades apresentadas, a proposta da Investigação Matemática é uma alternativa que poderá contribuir para uma melhor aceitação da matemática na Escola. A Investigação Matemática valoriza o campo da investigação, no qual permite desenvolver nos alunos a capacidade de trabalho em grupo, tomar decisões, comunicar-se com desenvoltura, formular tarefas, oportuniza a leitura, a escrita e a discussão de ideias matemáticas, onde o aluno vai a procura de formar conjecturas das tarefas oferecidas. E é no

desenvolvimento deste processo de investigação que o aluno soluciona suas tarefas, e consequentemente é nesse processo que a aprendizagem acontece.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) preconizam com clareza as atividades investigativas, que colocam o aluno no papel de pesquisa dos resultados matemáticos, a fim de que percebam e superem as suas dificuldades de aprendizado. A metodologia se pauta por situações-problema, nas quais ao aluno é pedido o desenvolvimento de questões onde ele possa realizar conjecturas, testá-las e validá-las.

Nos objetivos gerais para o Ensino Fundamental, entre outros, os PCN propõem que se leve o aluno a:

> Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas (BRASIL, 1998, p. 47);
>
> Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais aproximados por racionais (BRASIL, 1998, p. 87).

As Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná apresentam constante revisão na construção, corroborando os PCN na proposição da Investigação Matemática como uma alternativa para o ensino-aprendizagem.

A aula investigativa oportuniza ao aluno desenvolver tarefas, problemas, proporciona momento de reflexão, aquisição de conceitos e interação com os colegas. As DCE apontam que:

> Na Investigação Matemática o aluno é chamado a agir como um matemático, não apenas porque é solicitado a propor questões, mas principalmente porque formula conjecturas a respeito do que está sendo investigado (PARANÁ, 2009, p. 67).

Para que possa ocorrer um melhor desenvolvimento de atividades matemáticas é necessária uma metodologia com objetivo claro de colocar o aluno

na condução de sua aprendizagem, levando-o a se envolver no processo de realização:

> O conceito de Investigação Matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutação, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p. 23).

No desenvolvimento de Investigação Matemática podemos trabalhar com atividades investigativas e resolução de problemas que apresentam situações abertas divergentes, em que o mais importante não é chegar a um resultado, mas identificar as diferentes descobertas matemáticas que surgem. No decorrer do trabalho o aluno passa por diversos momentos: reconhece a situação, explora e formula conjecturas, realiza testes, refaz quando necessário, justifica, prova e realiza demonstrações dos resultados obtidos.

> Investigar em matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se preocupam em testar e provar, se for o caso. As Investigações Matemáticas envolvem naturalmente conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura - teste - demonstração (PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA, 2006. p. 10).

Através da Investigação Matemática, esta proposta de intervenção visa desenvolver atividades investigativas, explorar padrões e relações envolvendo os números naturais, números primos, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum. Este tópico elementar tem lugar de destaque para a metodologia que propomos utilizar:

> O conceito de número ocupa um lugar de destaque na matemática escolar. Desenvolver o sentido do número, ou seja, adquirir uma compreensão global dos números e das operações e as usar de modo flexível para analisar situações e desenvolver estratégias úteis para lidar com os números e as operações é um objetivo central da aprendizagem matemática (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p. 55).
>
> Conceitos como os de "múltiplo" e "divisor" de um número natural ou o conceito de "número primo" podem ser abordados neste ciclo como uma ampliação do campo multiplicativo, que já vinha sendo construído nos ciclos anteriores, e não como assunto novo, desvinculado dos demais. Além disso, é importante que tal trabalho não se resuma a representação

> de diferentes técnicas ou dispositivos práticos que permitem ao aluno encontrar, mecanicamente, o mínimo múltiplo comum e o máximo divisor comum sem compreender as situações problemas que esses conceitos permitam resolver (BRASIL, 1998, p. 66).

Por meio da implementação didática deste projeto tentaremos revelar que este trabalho não se resume somente na utilização de diferentes processos matemáticos, mas também na mudança de postura do professor na condução da aula para obter o envolvimento dos alunos na resolução das tarefas visando uma melhora na capacidade de comunicação, observação, predisposições para testar, justificar o conceito de números primos, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum de tal maneira que se atinja o aprendizado que não seja esquecido.

3 DESENVOLVIMENTO DAS TAREFAS

Esta proposta de intervenção foi realizada no período de agosto a novembro do ano letivo de 2010, num total de 22 horas aulas, na 5ª série do Ensino Fundamental do Colégio Estadual D. Pedro I, do município de Lidianópolis no Estado do Paraná.

Logo que iniciou a intervenção, foi proposto a introdução da Investigação Matemática, explicando de maneira clara e com detalhes o que precisava ser realizado, elaborando-se o contrato didático, para que os alunos soubessem o que deveriam esperar com o desenvolvimento das tarefas investigadas, com o resultado de boa aceitação por parte dos alunos, da Direção e Equipe Pedagógica do colégio.

Todas as tarefas foram impressas em folhas separadas, distribuídas conforme a resolução da tarefa proposta. O trabalho foi desenvolvido em grupos com o intuito de promover a participação e interação dos alunos em pequenos grupos e no coletivo da turma. As tarefas foram relacionadas com algumas propriedades de números Naturais, especialmente o conceito de Números Primos, Mínimo Múltiplo Comum e Máximo Divisor Comum, desenvolvidas em tarefas investigadas, onde foi dado muito destaque a importância não só da resolução final, mas de todo o processo que foi utilizado para chegar a solução.

Segue relatório das atividades desenvolvidas com os alunos:

Tarefa 1 – Peneira dos números

Após selecionar a tarefa "Peneira dos Números" da 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas OBMEP, 2005, p. 22, antes de aplicá-la, foram realizadas certas adaptações, para se adequar ao objetivo desejado. Esta tarefa oportunizou os alunos a utilizar conceito de divisores e uma familiarização com os Números Primos e Compostos.

Cada grupo recebeu uma folha com a tarefa proposta, realizaram uma leitura e com muito entusiasmo iniciaram o trabalho, percebi que alguns alunos apresentavam um pouco de dificuldades na resolução da tarefa investigada, pedimos que tornassem a ler novamente a tarefa e discutissem com o grupo para eliminar as dúvidas.

Após alguns minutos de aula, foi possível perceber que estavam encontrando dados necessários para o desenvolvimento da tarefa, mas mesmo assim solicitaram a professora por várias vezes a professora para verificar se as respostas encontradas estavam corretas. Nesse momento fizemos a sugestão de que investigassem na tabela os números que poderiam ficar e os que poderiam ser eliminados.

Com o desenvolvimento em ação, foi possível perceber que os alunos já haviam encontrado informações necessárias para a resolução da tarefa, deixando claro que sempre é necessário valorizar as ideias dos alunos, para que possa ocorrer a aprendizagem no momento certo.

Após a resolução da tarefa nos grupos, abriu-se um espaço para o registro do resultado encontrado e sua exposição para os demais colegas da turma, onde aconteceu a reflexão do que foi investigado. De maneira geral foi percebido que os alunos haviam encontrado a resolução da tarefa proposta, então a professora perguntou:

_ O que vocês perceberam de interessante na tarefa?

O aluno respondeu:

_ Que existem números egoístas, que só se dividem por sim mesmo.

A professora perguntou:

_ Só isso?

O aluno respondeu:

_ Professora, percebi que os outros números se dividem por mais de um número.

A professora perguntou:

_ Alguém pode dizer, quais são os números que ficaram na peneira dos números?

O aluno respondeu:

_ Só ficaram na peneira dos números, os números que só se dividem por sim mesmo.

Esta tarefa oportunizou os alunos a utilizar conceito de divisores e uma familiarização com os números Primos e Compostos.

Abaixo, na figura 1, para exemplificar a resolução da tarefa 1, com a resposta proposta pelo grupo A.

Complete a tabela abaixo com os números de 2 a 51. Começando com o número 2, marque todos aqueles que são divisíveis por 2, exceto o próprio 2.

Quais números sobram?

Encontre o primeiro número que não foi marcado. Marque todos que são divisíveis por este número, exceto ele próprio.

Repita este procedimento até não possa mais eliminar números.

O que se pode dizer dos números que ficam na tabela?

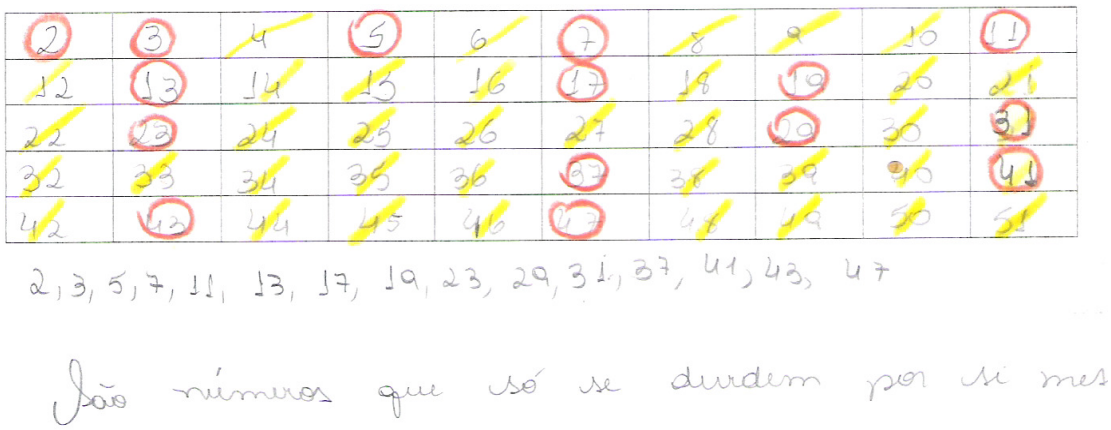


Figura 1: Produção escrita do grupo A na tarefa 1

Tarefa 2 – Divisor de Números Naturais

A atividade "Divisor de Números Naturais" está disponível no endereço eletrônico *http://ensino.univates.br/~4iberoamericano/trabalhos/trabalho043.pdf, sendo* que o mesmo foi feito algumas adaptações para melhor modelar-se aos nossos objetivos. O intuito dessa tarefa é trabalhar com o conceito de um Número Natura.

O material didático foi entregue para cada grupo desenvolver a tarefa investigativa. Foi apresentada uma figura geométrica com o valor da área, da base e da altura determinada, e se existia possibilidades de construir retângulos com as mesmas medidas de área, e diferentes medidas de base e altura.

Para os alunos foi um desafio, pois em alguns grupos achavam que era apenas 2 retângulos possíveis, outros a possibilidade era para mais de 2 retângulos. A equipe que achava que tinha encontrado a resposta, com muito cuidado, recortaram as figuras geométricas e colaram.

Ocorreu a intervenção da professora em todas as equipes, para que fizessem algumas considerações necessárias, com a intenção de um melhor aproveitamento da tarefa.

Após a intervenção, a professora perguntou aos alunos:

_ Quais são as medidas que vocês encontraram para construírem a área de 12 unidades?

O aluno respondeu:

_ 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

Novamente a professora perguntou:

_ Quantas figura geométrica vocês conseguiram construir?

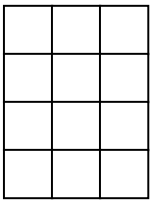
O aluno respondeu:

_ 3 retângulos.

Ao final da aula percebeu-se que foi realizado um desenvolvimento positivo da participação dos alunos, pois a maioria da turma demonstrou bastante interesse e empenho para a resolução da tarefa.

Para melhor exemplificar a resolução da tarefa, apresentamos a resposta proposta pelo grupo B:

1) Observe a figura geométrica abaixo:



Área = base x altura

Área = 3 x 4

Área = 12 unidades

Essa igualdade é válida apenas para este retângulo?

Se existe outras possibilidades de construir retângulos com a mesma medida de área, diferentes medidas de base e altura, registre suas conclusões. Pegue folhas quadriculadas, recorte os retângulos e cole no caderno, aproveite e procure outros dados matemáticos.

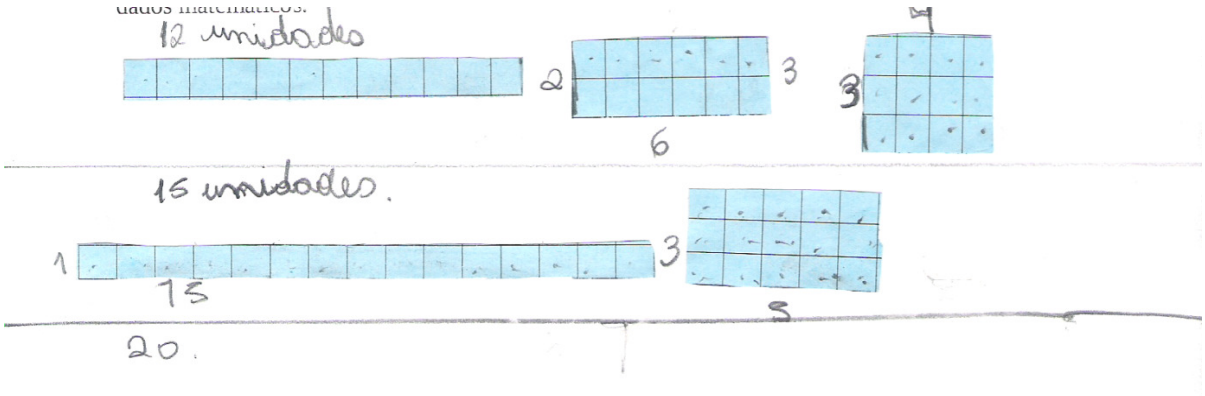


Figura 2: Resolução do grupo 2 – tarefa 2.

Tarefa 3 – Números Primos e Compostos

A atividade "Números Primos e Compostos" está disponível no endereço eletrônico http://ensino.univates.br/~4iberoamericano/trabalhos/trabalho043.pdf. Porém antes de aplicá-la foram realizadas certas adaptações, para que melhor se adequassem ao objetivo desejado. Esta tarefa, através da representação geométrica de retângulos, tem como objetivo levar o aluno a direcionar Números Primos e Números Compostos.

Nesta tarefa alguns alunos construíram diversas representações

geométricas (pré-determinadas no material pedagógico), perceberam que algumas áreas permitem a construção de diversos retângulos, outras áreas apenas um retângulo, acharam muito interessante.

Aconteceu também por parte de algumas equipes onde tentaram a construção de outros retângulos com a mesma medida de área, sem resultado. Então nesses grupos aconteceu a intervenção da professora para melhor aproveitamento da tarefa.

Um dos grupos nos disse:

_ Professora, tem número que não consigo achar outro retângulo, apenas um.

A professora respondeu:

_ Muito bem, verifique com o seu grupo, quais são os números da tarefa que podem ser construído um retângulo, e os que podem ser construído mais de um retângulo.

Um aluno perguntou:

_ Professora, qual é o nome especial que estes números recebem?

A professora respondeu:

_ Vamos descobrir juntos?

Os alunos da turma se empolgaram e conseguiram descobrir os números especiais que recebem os números que permitem construir vários retângulos e os que permitem apenas um retângulo.

Um dos alunos disse:

_ Professora, eu encontrei um nome especial.

A professora perguntou:

_ Qual?

O Aluno respondeu:

_ O número egoísta professora, recebe o nome especial de Número Primo, e o outro de Número Composto.

Mesmo com os alunos investigando e encontrando um nome especial para os números, foi percebido que os mais interessantes para os alunos, foi eles terem visualizado nas figuras geométricas os Números Primos e os Números Compostos.

Com as medidas de áreas sugeridas abaixo, quantos retângulos vocês

pode construir? Imagine, todos os retângulos possíveis com cada medida de área utilizando diferentes dimensões de lados. Utilize folhas coloridas e quadriculadas, registre no caderno.

Resultados obtidos. O que mais você pode dize desta tarefa?

a) 20 unidades b) 13 unidades c) 19 unidades

d) 24 unidades e) 4 unidades f) 7 unidades

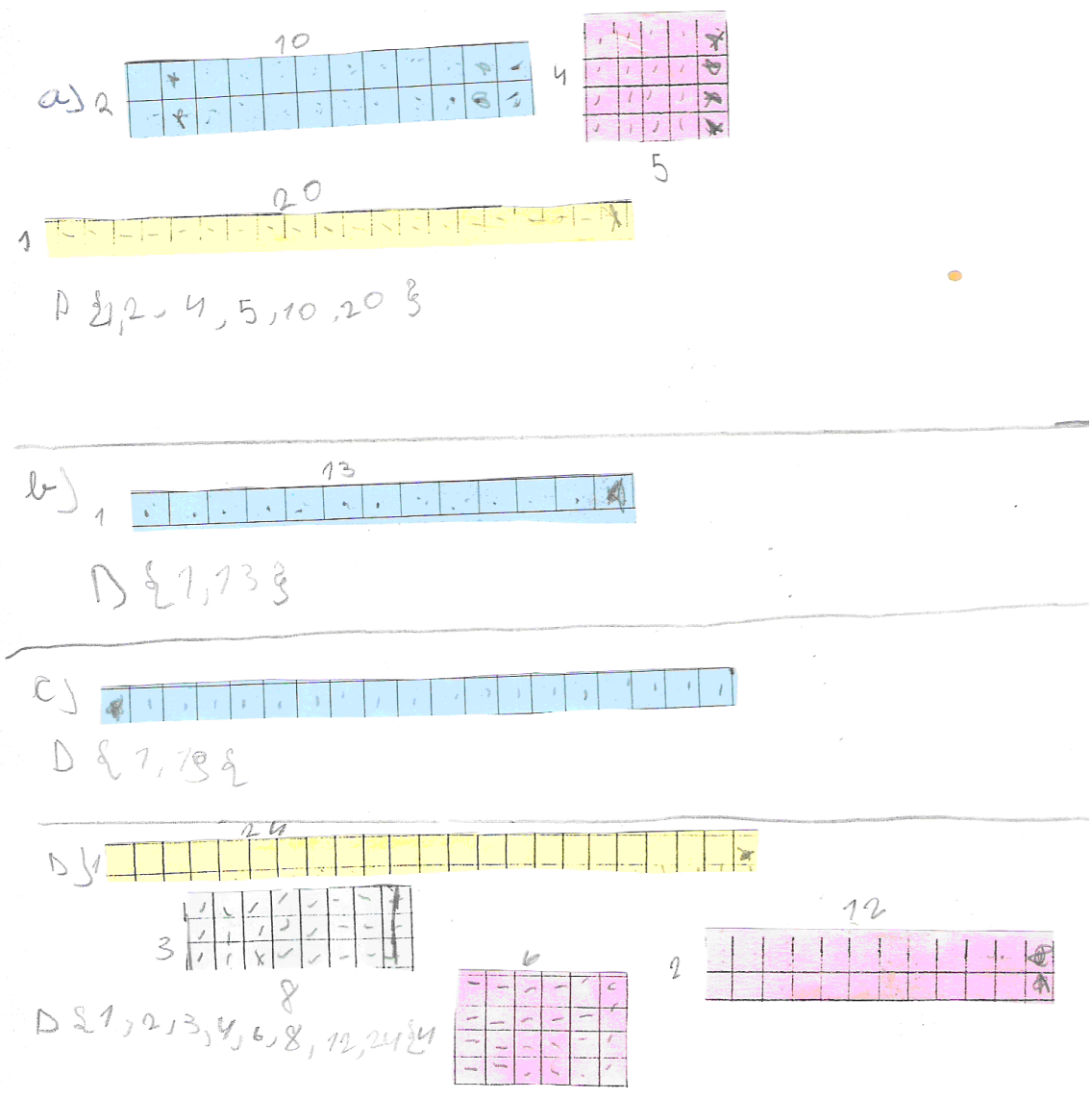


Figura 3 – Resolução do grupo C – tarefa 3

Tarefa 4 – Conjectura de Goldbach

A tarefa “Conjectura de Goldbach” está disponível no endereço eletrônico http://www.cienciamao.if.usp.br/tudo/exibir.php, porém, adaptamos a atividade para melhor se adequar ao objetivo desejado.

Esta tarefa teve como proposta levar o aluno a trabalhar com tentativas: Um número par, acima de quatro, pode ser escrito com soma de dois números primos?

Foi proposto ao aluno a investigar na tarefa 1 “peneira dos números”, quais eram os números primos entre 2 a 50. após a investigação os alunos começaram a realizar os cálculos possíveis entre os Números Primos, e encontraram sempre um número par, para eles foi um desafio.

Um aluno disse:

_ Professora, eu vou encontrar pelo menos um número que não seja par.

A professora respondeu:

_ Ótimo, verifique com seu grupo se é possível.

Passado alguns minutos o aluno disse:

_ Professora eu não consegui encontrar nenhum número.

Então, nesse instante foi pedido para que os alunos respondessem a pergunta da questão apresentada na tarefa em desenvolvimento e registrassem na folha da tarefa. Foi observado a realização de diversas somas, acharam muito interessante o desafio, apresentaram um bom desempenho durante a resolução da tarefa, pois observáramos números com atenção, compararam e realizaram as combinações dos Números Primos para validar a tarefa.

Responda a pergunta através da tentativa:

- Um número par, acima de quatro, pode ser escrito com soma de dois números primos?

Procure realizar uma investigação que permita responder à questão anterior, analise e formule algumas conclusões.

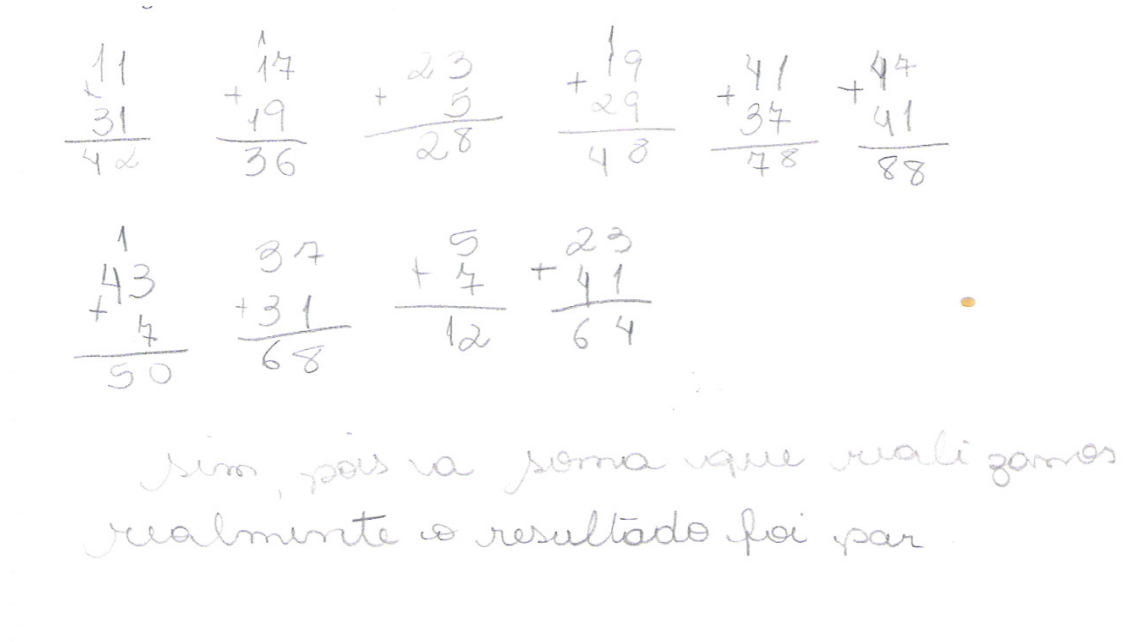


Figura 4 – Resolução do grupo A – tarefa 4

Tarefa 5 – Máximo Divisor Comum de dois números

A implementação dessa tarefa tem como objetivo levar o aluno a perceber os divisores comuns dos números e a identificação do maior divisor dos mesmos, por meio de atividades retiradas e adaptadas do livro "Matemática: Idéias e desafios. Iracema e Dulce – Manual do professor – p. 47".

Foram sugeridas as dimensões para a construção dos retângulos. Após a construção os alunos foram orientados a descobrirem qual era o maior quadrado possível que poderia ser colocado dentro do retângulo sugerido. A maioria dos grupos realizou diversas tentativas, até encontrarem o quadrado correto, necessitando a intervenção do professor, pois houve grupo que estava apresentando dúvidas, preencheram alguns retângulos e acharam que haviam encontrado a resposta correta.

No final da aula promovemos um momento de interação, onde cada grupo apresentou suas tentativas. Então fizemos a comparação de todos os retângulos e conseguiram identificar qual era a medida do lado do maior quadrado que cobria o retângulo, facilitando o esclarecimento das dúvidas que apareceram no decorrer da resolução da tarefa 1 nas atividades 1 e 2.

Na atividade 3, os alunos foram instruídos a investigar as figuras geométricas possíveis de formar com as unidades 12 e 16. os alunos

desenvolveram com muita facilidade esta tarefa, localizaram rapidamente os divisores dos números 12 e 16, conseguiram identificar os divisores comuns e assim qual era o maior divisor dos números.

Um aluno disse:

_ Professora, encontrei a resposta.

A professora perguntou:

_ Qual é a resposta?

O aluno respondeu?

_ 16, professora.

A professora disse:

_ Então observe todos os retângulos possíveis de serem construídos com 12 unidades e 16 unidades de áreas, localize os resultados obtidos, identifique qual é o maior divisor comum dos números 12 e 16.

O aluno respondeu:

_ Fácil professora, é o número 4.

No final da aula todas as equipes apresentaram seus valores encontrados para a turma, para finalmente concluir a tarefa com sucesso.

1) Utilizando uma folha de papel quadriculado colorido, recorte um retângulo de lados 4x8.

Encontre os quadrados que existem dentro deste retângulo, de forma que os quadrados preencham todos os espaços do retângulo.

Observe todas as figuras que você encontrou.

Qual é a medida do lado do maior quadrado que cobre o retângulo?

2) Utilizando uma folha de papel quadriculado colorido, recorte um retângulo de lados 4x7.

Encontre os quadrados que existem dentro deste retângulo, de forma que os quadrados preencham todos os espaços do retângulo.

Observe todas as figuras que você encontrou.

Qual é a medida do lado do maior quadrado que cobre o retângulo?

3) Com folhas coloridas e quadriculadas, forme todas as figuras geométricas possíveis com 16 unidades. Faça o mesmo com 12 unidades.

Registre no caderno, observe com atenção, verifique todos os dados matemáticos que você encontrar.

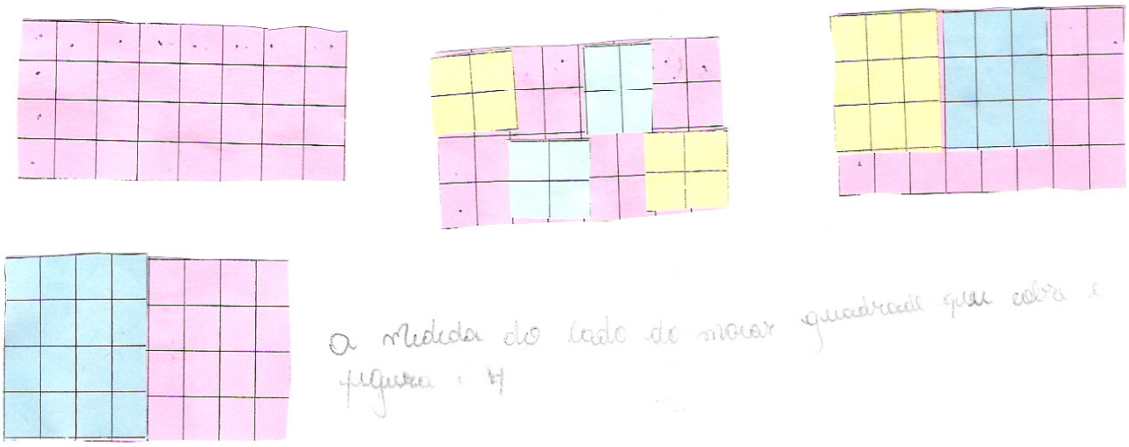
Com base na questão acima, complete a tabela e verifique se existem divisores comuns.

divisores comum 1, 2, 4

Divisores de 16 1, 2, 4, 8, 16

Divisores de 12 1, 2, 3, 4, 6

1-



a medida do lado do maior quadrado que cobre a figura é 4

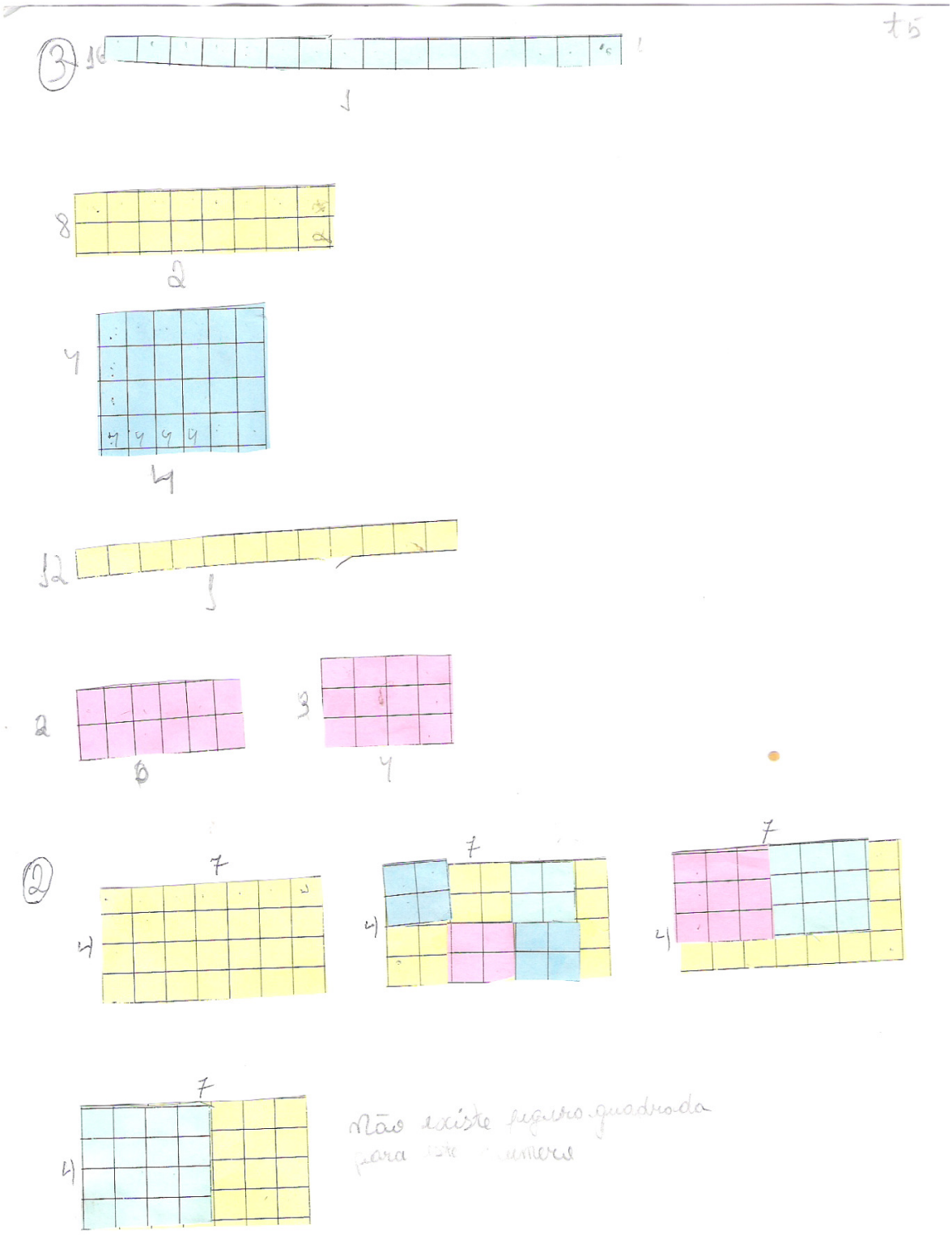


Figura 5 – Resolução do grupo B – tarefa 5

Tarefa 6 – Múltiplos de um número e Mínimo Múltiplo Comum de dois números

Nesta tarefa, o aluno é convidado a investigar os múltiplos e outros dados matemáticos dos números sugeridos, conforme Ponte (2006, p.64).

Esta tarefa foi composta por quatro atividades, os alunos receberam a instrução de ler com muita atenção e realizassem uma discussão entre eles,de como realizá-la.

Os alunos realizaram com atenção uma leitura, trocaram ideias, construíram a tabuada do 3 e perguntaram:

_ Professora, é para somar ou diminuir?

A professora respondeu:

_ Tente verifica.

Após alguns minutos o aluno disse:

_ Professora, encontrei algo interessante.

A professora observou e respondeu:

_ Muito bem!

E aos poucos todos os alunos encontraram uma solução.

Logo em seguida foi percebido muita empolgação na resolução da atividade 2, obtendo soluções com muita facilidade.

A atividade 3, foi mais interessante, pois todos demonstraram muita empolgação na descoberta das respostas, inclusive um aluno disse:

_ Professora, agora você vai ver como nós vamos descobrir rapidinho o segredo desses números.

Logo em seguida realmente apresentou a solução, e ao poucos o restante da turma também.

A atividade 6, após direcionada para ser investigada, também foi realizada sem apresentação de dificuldades.

No final da aula os alunos foram chamados a apresentarem suas respostas encontradas para a turma, e finalizaram com sucesso mais esta tarefa, pois o intuito da tarefa era investigar os múltiplos e outros dados matemáticos dos números sugeridos, no final verificar se o aluno era capaz de identificar o Mínimo Múltiplo Comum dos números.

1) Construa a tabuada do 3. O que você encontra de curioso nesta tabuada? Prolongue-a, calculando 11 X 3, 12 X 3, 13 X 3 e formule algumas conjecturas. Há vários padrões na tabuada do número 3.

2) Investigue agora o que acontece na tabuada do 9 e do 11.

3) Escreva em coluna os 20 primeiros múltiplos de 5. Repare nos algarismos das unidades e dezenas. O que observa? E o que acontece com os múltiplos de 4 e de 6? E com os múltiplos dos outros números?

4) Depois da realização da tarefa anterior, você é capaz de identificar qual é o menor múltiplo dos números 4 e 6?

3 x 1 = 3
3 x 2 = 6
3 x 3 = 9
3 x 4 = 12 3
3 x 5 = 15 6
3 x 6 = 18 9
3 x 7 = 21 3
3 x 8 = 24 6
3 x 9 = 27 9
3 x 10 = 30 3
3 x 11 = 33 6
3 x 12 = 36 9
3 x 13 = 39

Quando somarmos o resultado obteremos mesmas unidades

2) 9x1 = 0+9 9
9x2 = 1+8 9
9x3 = 2+7 9
9x4 = 3+6 9
9x5 = 4+5 9
9x6 = 5+4 9
9x7 = 6+3 9
9x8 = 7+2 9
9x9 = 8+1 9
9x10 = 9+0 9

11x1 = 1+1 2
11x2 = 2+2 4
11x3 = 3+3 6
11x4 = 4+4 8
11x5 = 5+5 10
11x6 = 6+6 12
11x7 = 7+7 14
11x8 = 8+8 16
11x9 = 9+9 18

Obti os multiplos de 2.

Quando somei os resultado obte a mesma unidade

3)

5	10	15	20
25	30	35	40
45	50	55	60
65	70	75	80
85	90	95	100

1ª Coluna
O resultado foi 5 nas unidades
nas dezenas os multiplos de 2.
2ª Coluna
O resultado foi 0 nas unidades
nas dezenas aparecerom números impares
3ª Coluna
5 nas unidades
nas dezenas aparecerom números impares
4ª Coluna
0 nas unidades
nas dezenas numeros pares

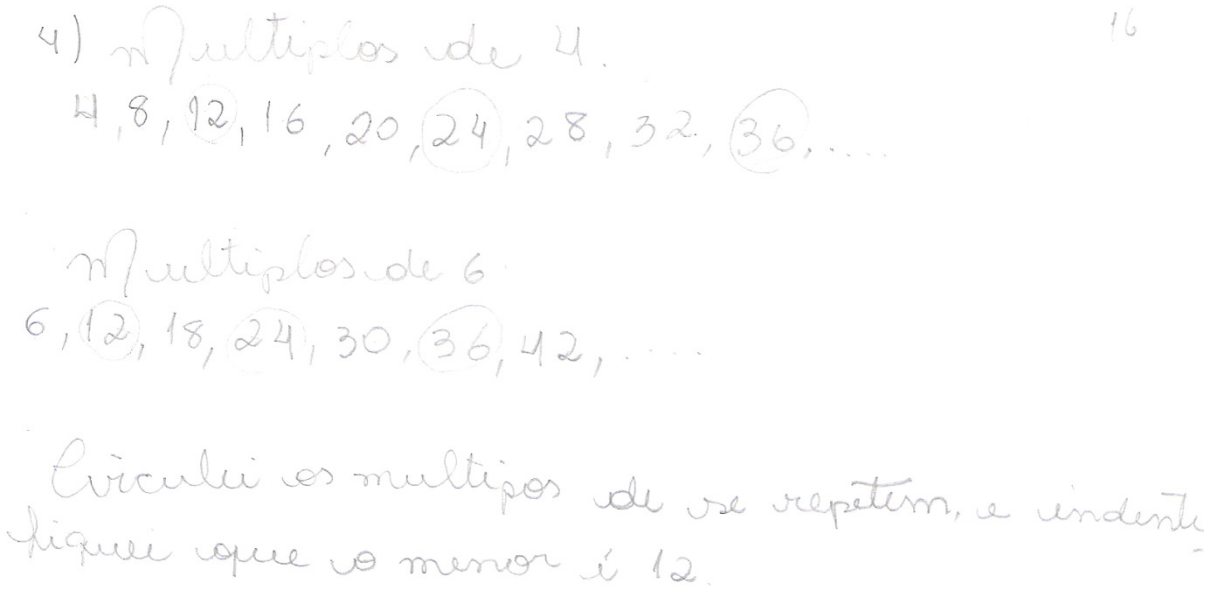


Figura 6: Resolução do grupo C – tarefa 6

Tarefa 7 – Explorando Números Naturais

Esta tarefa foi respectivamente desenvolvida com o objetivo de fixar a ideia de números pares e ímpares ou dos múltiplos de 2, de acordo com Ponte (2006, p. 27).

No início da tarefa, os alunos foram desafiados a observar e encontrar algo interessante na tabela apresentada.

O aluno disse:

_ Professora, agora você me pegou.

A professora respondeu:

_ Observe com atenção, pois você já encontrará algo interessante.

O aluno comentou:

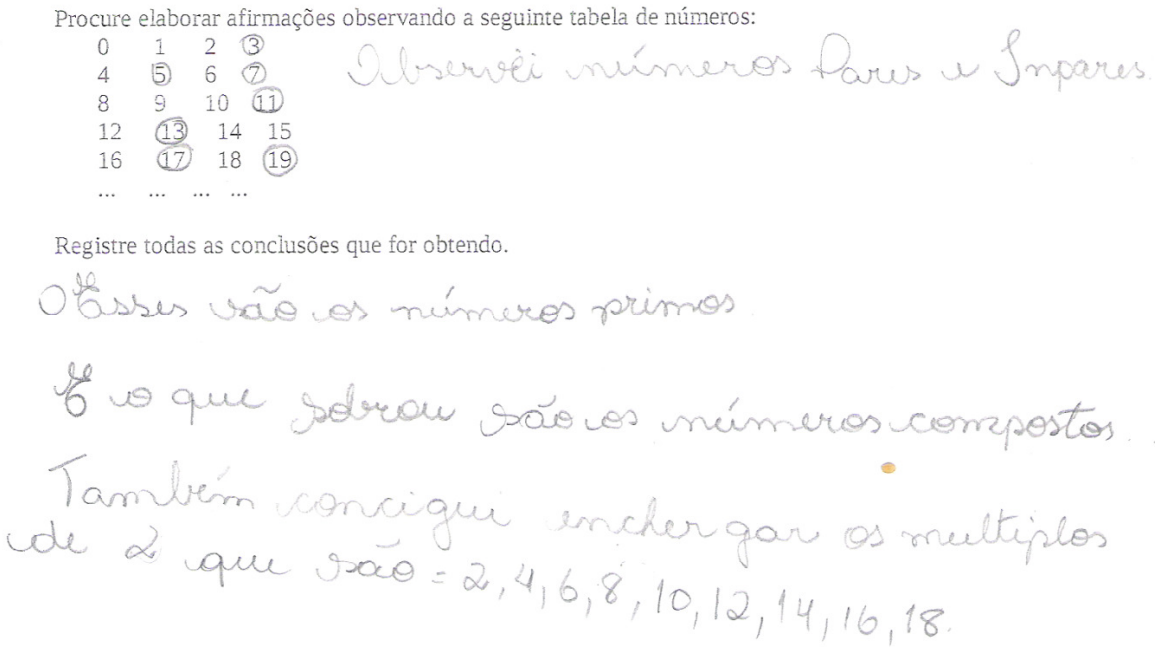
_ Professora, eu acho que já comecei a enxergar.

E aos pouco, os alunos foram discutindo nos grupos e identificando algo de interessante.

Esta aula foi muito produtiva, pois no final as equipes apresentaram as respostas localizadas, promovendo uma comparação e realizamos a conclusão

do assunto coletivamente, onde os alunos conseguiram finalizar com sucesso esta tarefa.

O objetivo desta tarefa era fixar a idéia de números pares e ímpares, múltiplos de 2 como os primeiros componentes da tabela, localizar também números compostos.


Procure elaborar afirmações observando a seguinte tabela de números:

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19
...	...	...	...

Observei números Pares e Ímpares.

Registre todas as conclusões que for obtendo.

Esses são os números primos

E o que sobrou são os números compostos

Também consegui encontrar os multiplos de 2 que são = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18.

Figura 7: Resolução do grupo A – tarefa 7

Tarefa 8 – Mínimo Múltiplo Comum

A tarefa "Mínimo Múltiplo Comum" está disponível no endereço eletrônico http://ensino.univates.br/~4iberoamericano/trabalhos/trabalho043.pdf, esta atividade também foi adaptada para que se adequassem melhor ao objetivo desejado. Ofertamos aos alunos oportunidades de uma melhor visualização, proporcionando uma aprendizagem mais significativa do Mínimo Múltiplo Comum.

No início da tarefa os alunos realizaram uma leitura, trocando ideias e logo perguntaram:

_ Professora, é para construir apenas uma figura?

A professora respondeu:

_ Observe se é possível apenas uma.

Como não era uma tarefa muito difícil, logo terminaram, mas demonstravam-se curiosos. Foram construídos diversos retângulos coloridos com as medidas 2 x 3 e montado o menor quadrado possível, onde se concluiu que a menor medida do lado quadrado era o 6.

O objetivo da tarefa era ofertar oportunidades de uma melhor visualização, proporcionando uma aprendizagem mais significativa do Mínimo Múltiplo Comum.

No final dessa aula os grupos apresentaram suas figuras encontradas para o restante da turma, onde concluíram com sucesso mais uma tarefa.

Utilizando-se de folhas de papel quadriculado de diferentes cores, construa vários retângulos, com medidas 2x3.

Uma os retângulos coloridos de forma a obter quadrados.

Observe os quadrados que você obteve.
Qual é a medida do lado do menor quadrado que foi obtido?

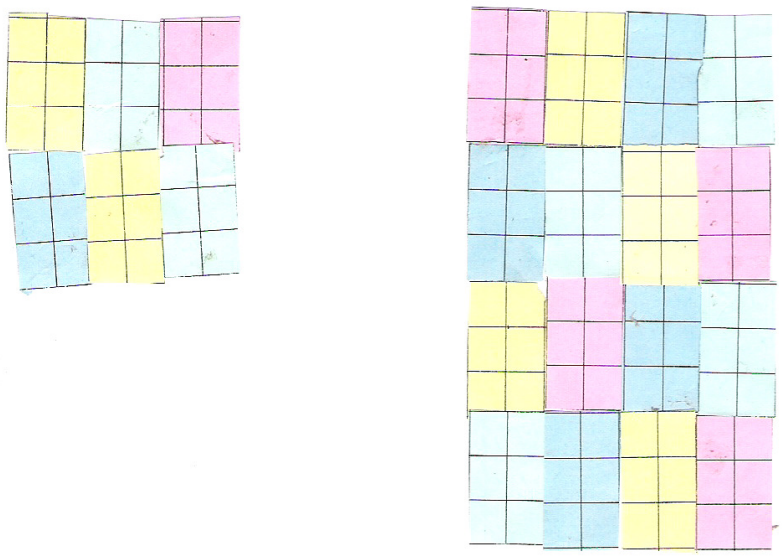


Figura 8 - Resolução do grupo C – tarefa 8

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho com base na tendência metodológica de Investigação Matemática possibilitou a aplicação de tarefas investigativas.

As tarefas foram relacionadas com algumas propriedades de Números Naturais, especialmente Números Primos, Mínimo Múltiplo Comum e Máximo Divisor Comum, na qual despertou e promoveu interesse e participação dos alunos no decorrer do processo da aprendizagem.

Ao iniciar o desenvolvimento das primeiras tarefas, os alunos realizaram uma leitura para identificação do foco da investigação proposta, mas isso não aconteceu, pois eles apresentavam insegurança e dificuldades para entender o que estava sendo proposto no momento, mesmo assim foi observado que eles apresentavam preocupações com o trabalho em desenvolvimento.

Logo após a demonstração de insegurança na resolução das primeiras tarefas investigativas, percebeu-se muito entusiasmo no trabalho desenvolvido, apresentando uma boa participação e satisfação em trabalhar em grupos, onde promoveu a interação dos alunos, pois os resultados encontrados eram pesquisados e analisados em pequenos grupos. Para o fechamento do trabalho, os alunos fizeram uma exposição de suas descobertas para o coletivo da turma, para uma reflexão do que foi investigado.

Através da participação do aluno no desenvolvimento das tarefas propostas notou-se que o conteúdo matemático, quando explorado, facilita o aluno obter melhor conceito matemático, e é no processo de busca que se conduz o fazer do aluno a aproximar-se do fazer matemático.

A experiência realizada com o projeto mostra que realmente Investigação Matemática poderá ser uma metodologia muito utilizada e aproveitada na aprendizagem matemática de nossos alunos, é uma tendência metodológica que vem para auxiliar o processo de aprendizagem, como possibilidade de ensino significativo.

Cabe a nós professores, promover situações significativas em sala de aula, com resultados positivos com inovação na prática escolar, tornando a aula mais dinâmica e interessante, e com o resultado de uma aprendizagem significativa e proveitosa.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática: ensino fundamental: livro do professor.** São Paulo: Ática, 2005.

GIOVANNI, José Ruy, 1937 – **A Conquista da Matemática:** a mais nova. José Ruy Giovanni, Benedito Castrucci, José Ruy Giovanni Junior. – São Paulo: FTD, 2002. – (coleção a conquista da matemática).

GRASSESCHI, Maria Cecília C. BRUMAT: **Projeto Oficina de Matemática.** Maria Cecília C. Grasseschi, Maria Capucho Andretta, Aparecida Borges dos Santos Silva. São Paulo: FTD, 1999. – (coleção PROMAT – Projeto Oficina de Matemática).

JURKIEWICZ, S. **Divisibilidade e Números Inteiros.** OBMEP 2005.

MORI, Iracema. **Matemática: Ideias e Desafios.** 5ª série/ Iracema e Dulce – 14 ed. reform. – São Paulo: Saraiva, 2005.

PARANÁ. Secretaria da Educação. **Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Paraná – Matemática.** Curitiba: SEED/DEF, 2009.

PONTE, J. P. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

Sites consultados:

Divisores e Múltiplos de Números Naturais; site: *ensino.univates.br/~4iberoamericano/trabalhos/trabalho043.pdf*

http://200.144.189.54/tudo/exibir.php?midia=rec&cod=_dequeosnumerosprimossaop. De que os números Primos são Primos? Revista de Ensino de Ciências. Autor: Marcello Lellis.

http://www.cienciamao.if.usp.br/tudo/exibir.php?midia=rec&cod=_ofasciniodosnumerosprimo O Fascínio dos Números Primos – Marcello Lellis – Revista de Ensino de Ciências nº 24 (seção, Artigo. Mês: março, 1993, p. 24 a 26.