Versão Online ISBN 978-85-8015-054-4
Cadernos PDE

VOLUME I

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2009

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ESTUDO DE SEQUÊNCIAS: Progressão Aritmética Progressão Geométrica e sua relação com funções

Maria de Fátima Pereira[1]
Lourdes Maria Werle de Almeida[2]

Resumo

Neste trabalho descrevemos o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com estudantes do Ensino Médio estabelecendo relações entre situações-problema não matemáticas e a matemática escolar bem como entre Progressões Aritméticas e Geométricas e funções reais. Para introduzir atividades de modelagem seguimos a forma gradativa associada a três momentos, conforme sugerem Almeida e Dias (2004). Apresentamos algumas considerações sobre a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica e em seguida descrevemos três das atividades de modelagem desenvolvidas com alunos abordando os seguintes temas: divisão celular, pirâmides financeiras e financiamentos. Aspectos como motivação, participação, interação e possibilidade de buscar relações entre matemática escolar e problemas não matemáticos são pontos positivos que apontamos nesta experiência desenvolvida.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Progressão Aritmética; Progressão Geométrica

Abstract

This paper describes the development of mathematical modeling activities with high school students by establishing relations between problem situations which are considered non-mathematical and mathematical problems faced in a school environment as well as between geometric and arithmetic progressions and their real functions. For gradual introduction of the modeling activities we followed three steps as suggested by Almeida and Dias (2004). We present some considerations on the mathematical modeling as an alternative teaching and then describe three of the

---

[1] Professora da Rede Publica Estadual do Paraná, participante do Programa de Desenvolvimento da Educação (PDE).
[2] Professora Orientadora. Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina – PR.

modeling activities undertaken with students concerning the following themes: cell division, pyramid schemes and financing. Aspects such as motivation, participation, interaction and opportunity to seek links between mathematical problems faced in a school environment and problems that are not considered essentially mathematical are positive aspects that are pointed out in this developed experiment.

Keywords: Mathematical Modeling; Arithmetic Progression, Geometric Progression.

1 Introdução

De modo geral, os alunos apresentam grande dificuldade em relacionar ao seu dia a dia os conteúdos matemáticos com que se defrontam na escola. Diante dessa realidade, a escola precisa buscar métodos educativos que conduzam o aluno à reflexão e à construção do conhecimento, tornando o seu aprendizado útil a sua vida.

Neste sentido Freire (2001, p.52), defende em sua pedagogia que “Saber ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para sua própria produção ou a sua construção”. Para buscar essa construção, faz-se necessário que os alunos deixem de ver a Matemática como somente um conjunto de fórmulas prontas e que eles não se envolvam somente com resolução de grandes listas de exercícios. O papel fundamental da educação das pessoas e da sociedade em geral aponta para a necessidade de construir uma escola voltada para a formação de alunos participativos, criativos, reflexivos, críticos e capazes de assumir responsabilidades.

No que se refere a esses aspectos, os Parâmetros Curriculares Nacionais colocam que:

> [...], a matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios. (Brasil, MEC/ SEF, 1998, p.27)

Este papel da Matemática pode se fortalecer por meio da introdução de atividades que proporcionem interação entre os conteúdos escolares e os problemas com que os alunos se deparam fora da escola.

Além disso, de modo geral, as atividades desenvolvidas na escola também estabelecem pouca relação entre os próprios conteúdos matemáticos de modo que, para os alunos, os diferentes conceitos com que lidam em sala de aula, parecem estanques e muito pouco relacionados entre si.

Considerando esta situação, neste trabalho, apontamos a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica para as aulas de matemática, visando oportunizar ao aluno a possibilidade de relacionar a Matemática que aprende na escola com sua realidade, bem como, viabilizar que relações entre os conteúdos envolvidos na atividade sejam estabelecidas.

Inicialmente, fizemos uma abordagem da Modelagem Matemática como alternativa pedagógica e, a seguir, descrevemos três atividades desenvolvidas com alunos da 2ª ano do Ensino Médio. Por meio destas atividades tratamos dos conceitos de Progressão Geométrica, Progressão Aritmética e as relações entre essas sequências com o conceito de Função Exponencial e Função Afim, respectivamente.

2 Sobre Modelagem Matemática na Sala de Aula

Ainda que a literatura apresente diferentes definições e caracterizações para a Modelagem Matemática, neste trabalho, entendemo-la como uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de um problema não essencialmente matemático (Almeida e Brito, 2005).

Neste sentido, um dos principais argumentos favoráveis à introdução de atividades de Modelagem Matemática em sala de aula diz respeito à possibilidade da articulação entre a matemática escolar e a vida fora da escola.

As Diretrizes Curriculares da Rede Pública da Educação Básica do Estado do Paraná (SEED 2008) defendem a introdução de atividades de Modelagem Matemática e consideram que atividades dessa natureza têm como pressuposto a problematização de situações cotidianas proporcionando a valorização do aluno no contexto social.

Segundo Almeida e Dias (2007), de modo geral, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem segue alguns procedimentos: compreender a situação problema que se pretende estudar; organizar as informações obtidas; definir o problema a ser estudado; levantar as hipóteses e analisá-las; definir as variáveis envolvidas no problema; a construção do modelo e, finalmente, resolver e avaliar os resultados. A validação do modelo caracteriza uma etapa importante uma vez que está relacionada com a avaliação do modelo obtido e requer uma análise crítica do aluno em relação ao contexto sociocultural.

Neste contexto, Bassanezi (2009) coloca que durante o desenvolvimento de atividade de modelagem em sala de aula, o mais importante não é chegar a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo as etapas em que o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado.

Levando em consideração as práticas escolares, de modo geral, os alunos estão acostumados com aulas expositivas seguidas de exercícios. Assim, é importante que as atividades de modelagem sejam inseridas de forma gradativa, oportunizando aos alunos o envolvimento com estas em sala de aula.

De acordo com Almeida e Dias (2004), a inserção das atividades de modelagem no ambiente de ensino e aprendizagem pode atravessar três momentos:

Primeiro momento – o professor apresenta e discute com os alunos a situação-problema e o problema formulado, juntamente com os dados qualitativos e quantitativos necessários para a resolução do mesmo. Sendo assim, o educador deve incentivá-los a refletir e a investigar sobre a situação em estudo e os conteúdos matemáticos que podem ser abordados no desenvolvimento da atividade.

Segundo momento – o professor traz para a sala de aula uma situação-problema acompanhada por um conjunto de informação. Cabe aos alunos, em grupo, orientados pelo professor, desenvolverem a formulação do problema, a formulação das hipóteses, as variáveis, a dedução do modelo, a validação e a interpretação das respostas encontradas diante da situação inicial.

Terceiro momento – o professor incentiva os alunos a desenvolver uma atividade de modelagem. Neste momento, sugere-se que os alunos trabalhem em grupos. A escolha do tema e do problema a ser investigado, a coleta de dados, o levantamento das hipóteses, a dedução do modelo, a resolução do problema e a solução obtida é responsabilidade dos estudantes, devidamente assessorados pelo professor, sendo que este dever acompanhar as discussões com os alunos e fazer interferências quando necessário.

Segundo Almeida e Dias.

> Este encaminhamento das atividades de Modelagem Matemática tem-se mostrado bastante adequado na prática de sala de aula em diferentes níveis de ensino. Na medida em que o aluno vai realizando as atividades nos “diferentes momentos”, conforme a seqüência apresentada, a sua compreensão acerca do processo de Modelagem, da resolução dos problemas em estudo e da reflexão sobre as soluções encontradas vai se consolidando (2004, p. 7).

Em todos esses momentos, o professor deve incentivar a participação dos alunos e fazer da sala de aula um ambiente de discussão de ideias, orientando e colaborando na construção do conhecimento dos alunos.

3 Atuação dos Alunos nas Atividades de Modelagem Matemática

As atividades aqui descritas foram implementadas considerando um projeto elaborado atendendo às exigências e especificidades de Programa de Desenvolvimento Profissional (PDE) para professores da Educação Básica no Estado do Paraná. As atividades foram desenvolvidas por alunos do 2º. ano do Ensino Médio e a introdução ocorreu conforme os três momentos que descrevemos na seção anterior. Apresentamos, a seguir, uma atividade referente a cada um destes três momentos.

3.1 Atividade do Primeiro Momento: segmentação da célula zigoto

A atividade foi desenvolvida durante quatro aulas de 50 minutos cada uma, respeitando o primeiro momento da Modelagem Matemática. Inicialmente foi entregue a cada aluno o texto impresso contendo a situação-problema e o problema formulado conforme mostra o quadro 1.

Quadro 1: Texto com as informações sobre a célula zigoto

O desenvolvimento humano tem início com a fertilização. A fecundação ocorre na tuba uterina, quando um único espermatozóide penetra no óvulo formando uma única célula - o óvulo fertilizado ou zigoto. O zigoto contém os cromossomos e genes derivados do pai e da mãe. Aproximadamente 30 horas após a fertilização inicia-se o desenvolvimento da célula zigoto passando por uma série de rápidas divisões mitóticas chamadas clivagem. Esta divisão ocorre pelo processo de mitose, onde todas as células terão o mesmo material genético daquelas das quais se originaram. Primeiro, o zigoto se divide em duas células filhas denominadas blastômeros, estas então se dividem em quatro blastômeros, oito blastômeros e assim por diante. A clivagem acontece normalmente enquanto o zigoto atravessa a tuba uterina, rumo ao útero. Essas divisões subsequentes formam blastômeros progressivamente menores. A seguir, ocorre um aumento no número de células sem que aumente a massa citoplasmática, os blastômeros alinham-se, apertando uns contra os outros, formando uma esfera compacta de células conhecida como mórula. O zigoto dividi-se várias vezes para formar um conjunto firmemente unido, de 16-32 células, semelhante a uma amora, a mórula (palavra derivada do termo latino de amora). Em cerca de 3-4 dias depois da fertilização, a mórula deixa a tuba uterina e entra na cavidade uterina. (ATLAS DO CORPO HUMANO, v.4, p.22, 2008).

Após a leitura do texto foram apresentadas na TV figuras de célula zigoto (fases da clivagem) e da tuba uterina, viabilizando aos alunos a visualização da divisão celular.

A partir da leitura desse texto e da observação das figuras relativas ao fenômeno da divisão celular, foi proposto o seguinte problema: descrever matematicamente as sucessivas divisões da célula zigoto até a formação do conjunto celular chamado mórula.

Retomando ao problema formulado, iniciamos a discussão com os alunos visando encontrar a representação matemática para o problema da divisão celular. Alguns alunos observaram que o processo se inicia com o número 1, que é a primeira célula (zigoto), depois vai multiplicando por dois, representando a sequência 1, 2, 4, 8, 16 e 32. Estas discussões conduziram à definição das hipóteses e das variáveis para o problema.

Hipóteses

H_1 – Há regularidade na segmentação da célula zigoto, de maneira que, todas as células blastômeros se dividem até a formulação da mórula;

H_2 – Para este estudo é considerado uma mórula de 32 células.

Variáveis

n - número de células existentes em cada período;

p - período do desenvolvimento da célula zigoto por meio da clivagem.

Considerando estas hipóteses e variáveis, foi possível que os alunos percebessem a sequência (1, 2, 4, 8, 16, 32) associada à clivagem da célula zigoto. Uma aluna relacionou este fato ao conteúdo de Progressão Geométrica[3] (PG), pois tiveram aula desse conteúdo no primeiro semestre.

Neste contexto eles concluíram que a sequência representa uma PG que tem como lei de formação $a_n=a_1.q^{n-1}$. Neste caso $a_1=1$, pois a célula inicial (zigoto) é 1 e, como as células vão se dividindo, então o número de células em relação à anterior vai dobrando, caracterizando a razão (q) q = 2.

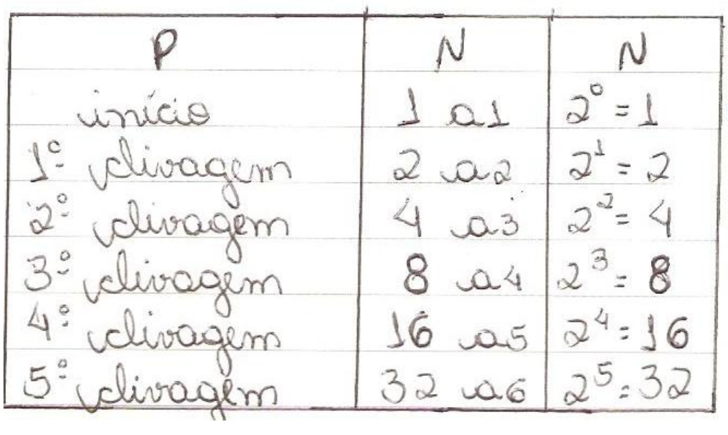
Logo,

$a_1 = 1.2^{(1-1)} = 1$ $a_4 = 1.2^{(4-1)} = 8$

$a_2 = 1.2^{(2-1)} = 2$ $a_5 = 1.2^{(5-1)} =16$

$a_3 = 1.2^{(3-1)} = 4$ $a_6 = 1.2^{(6-1)} = 32$

Os alunos construíram a tabela e relacionaram os números da sequência com os respectivos resultados das potências conforme mostra a figura 1.



P	N	N
início	1 a1	$2^0 = 1$
1º clivagem	2 a2	$2^1 = 2$
2º clivagem	4 a3	$2^2 = 4$
3º clivagem	8 a4	$2^3 = 8$
4º clivagem	16 a5	$2^4 = 16$
5º clivagem	32 a6	$2^5 = 32$

Figura 1: Os registros dos alunos sobre a divisão celular

Constatou-se, na análise realizada junto com os alunos em relação aos termos da 3ª coluna da tabela que consta na figura 1, que eles identificaram a sequência (2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, $2^{5)}$ e sua associação com o conceito de Função Exponencial.

[3] Progressão Geométrica também chamada de PG é uma sequência de números em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior multiplicado por uma constante.

Depois de algumas tentativas e com a orientação da professora, os alunos escreveram o modelo estabelecendo associações com número de células presentes em cada etapa da divisão celular como:

$f(p) = 2^p$

onde p é a etapa da divisão e $0 \le p \le 5$.

O domínio e a imagem desta função foram identificados com os alunos como sendo:

D = { p ∈ $\mathbb{N}$/ 0 ≤ p ≤ 5}   Im = { n ∈ $\mathbb{N}$ / 1 ≤ n ≤ 32 }

Assim, a partir dos elementos da sequência e do modelo obtido, os alunos estabeleceram a relação entre PG e Função Exponencial conforme mostra a figura 2.

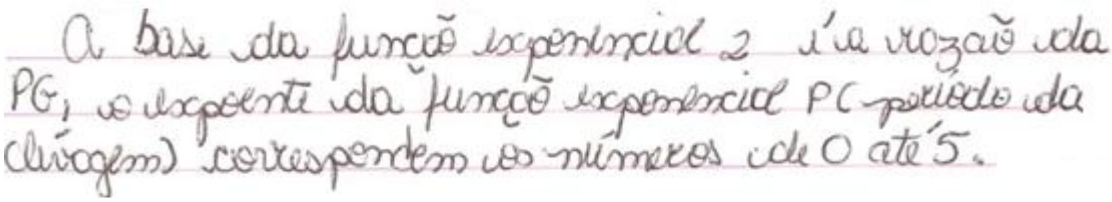

A base da função exponencial 2 é a razão da PG, o expoente da função exponencial P(período da clivagem) correspondem os números de 0 até 5.

Figura 2: A relação entre PG e Função Exponencial apontada pelos alunos

A representação gráfica desta função que mostramos na figura 3 foi construída pelos alunos no laboratório de informática utilizando o software Calc (Linux).

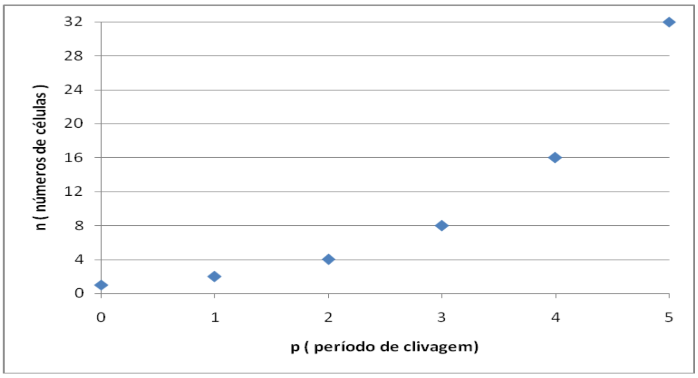


Figura3 : Representação da clivagem da célula zigoto

3.2 A atividade do Segundo Momento: participante de uma pirâmide

Esta atividade diz respeito ao segundo momento da Modelagem Matemática. Para o seu desenvolvimento foram utilizadas 4 (quatro) aulas de 50 minutos e os alunos foram reunidos em duplas. Inicialmente, entregamos para cada grupo o texto informativo apresentado no quadro 2.

Quadro 2: Texto com informações sobre pirâmides

De vez em quando, circulam na internet, mensagens prometendo ganhar dinheiro fácil. Essas mensagens, de modo geral, são classificadas em três grupos:
-as correntes baseadas na remessa de dinheiro;
-as correntes baseadas na navegação;
-as mensagens de propaganda.

Os textos enganadores de remessa de dinheiro referem-se a um sistema de cooperativismo, esforço e honestidade que certamente lhe renderá ótimos lucros. Tais mensagens utilizam-se de frases como: *"Espero realmente que você participe e assim como eu, consiga ganhar um bom dinheiro"*. O título, geralmente, refere-se a uma máquina de fazer dinheiro (com prova matemática). De modo geral, aparece uma lista com '*n'* nomes de pessoas e suas respectivas contas bancárias. A instrução contida na mensagem usualmente induz o destinatário a seguir determinados passos : *"Você tem que fazer o seguinte:*
1º) depositar certa quantia para o primeiro ou os primeiros da lista;
2º) reescrever a lista colocando o seu nome no final da lista e a sua conta bancária."

Já as correntes baseadas na navegação web são insidiosas e enganadoras. Esse tipo de mensagem com falsas promessas começa assim: "recebi este e-mail de uma pessoa de extrema confiança, repasso a você...", A seguir, o remetente sugere que a informação contida em sua mensagem tenha saído em uma revista conhecida. Uma outra característica deste tipo de mensagem é que ela se utiliza de nomes de empresas famosas.

Este tipo de mensagem ainda procura induzir a pessoa ao empregar sentenças do tipo: *"Se você enviar este e-mail a amigos a empresa x pode e vai, por um período de duas semanas, rastear esse e-mail. Para cada pessoa que mandar esse e-mail a empresa x vai pagar um valor y."*

Essas empresas utilizam sistema de pirâmide com objetivo de fazer marketing de propaganda.

As mensagens do terceiro tipo, utilizadas pelo sistema de marketing de rede ou multinível, geralmente funcionam da seguinte maneira: *"você deve encontrar pessoas a quem vender os produtos e também recrutar pessoas para revenderem esses produtos e incentivar os novos vendedores a recrutarem outros vendedores para atuarem na mesma área e vender os mesmos produtos desta empresa*." O curioso, neste tipo de mensagem, é que na formação dos chamados níveis é que cada participante deve "contratar" novos participantes que se tornarão seus concorrentes, sendo que cada integrante do grupo pagará uma parte de seus ganhos a quem convidou.

Corrente (ou pirâmide) é um tipo de golpe financeiro que se aproveita de algumas características humanas como ingenuidade, ignorância e ganância. É crime criar ou divulgar esse procedimento. Mas as correntes continuam aparecendo, pois aqueles que as iniciam ganham muito dinheiro antes da corrente quebrar.

No entanto, o esquema de corrente pode ser usado de maneira legal. Nas empresas que utilizam o sistema de venda em cascata, os vendedores procuram criar seus próprios vendedores que vão lhes pagar percentual das vendas. Assim, quem criar os primeiros grupos de vendedores terá um bom rendimento pela vendas dos colegas. Quando começar a ficar difícil colocar vendedores na cadeia de vendas, os últimos da corrente terão que se conformar em ganhar apenas para vender o produto ou sair da corrente.

Uma pirâmide pode funcionar da seguinte maneira: você tem que convencer 4 pessoas a fazer parte do esquema, e essas 4 pessoas conseguirem mais 4 cada uma, e assim sucessivamente, você pode considerar-se sendo o primeiro da lista

O texto foi lido e discutido com os alunos. Na discussão os alunos trataram dos tipos de correntes citados no texto, fizeram comentários de situações reais de correntes (pirâmide) vivenciados por eles, amigos e familiares.

A seguir, com a orientação da professora os alunos formularam o problema: analisar e estudar o desenvolvimento de uma pirâmide e determinar o número de participantes que ela atinge em determinado nível.

E em seguida, para abarcar essa situação os alunos definiram as variáveis:

n = níveis de participantes

a = novos participantes

S_n= total de participantes

Para construir um modelo matemático que viabilizasse a obtenção de respostas para o problema, os alunos elaboram uma tabela definindo o número de participantes da pirâmide, em diferentes níveis, conforme mostra a figura 4.

Níveis (n)	Participantes (a)	Total de participantes (S_n)
1	1 a_1	1
2	4 a_2	5
3	16 a_3	21
4	64 a_4	85
5	256 a_5	341
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n	a_n	S_n

Figura 4: quantidade de participantes da pirâmide

Considerando a sequência (1, 4, 16, 64, 256, ... a_n) do número de participantes, conforme mostra a 2ª coluna da tabela da figura 4, os alunos puderam observar que trata-se de uma PG de razão q=4 e o primeiro termo a_1 =1, e que é preciso da soma dos termos da mesma.

Assim, chegou-se a conclusão que a soma S_n é dada por: S_n = 1 + 4 +16 + 64 + 256 + ... + a_n cujo valor pode ser deduzido conforme segue.

Para uma PG de n termos que

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + \ldots + a_n \qquad (1)$$

Multiplicamos todos os membros da expressão (1) por q, temos:

$$qS_n = a_1.q + a_2.q + a_3.q + a_4.q + a_5.q + \ldots + a_n.q$$

que podemos escrever como

$qS_n = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_n + ... + a_n.\ q$ (2)

Fazendo [(2) – (1)] obtemos:

$(qS_n - S_n) = (a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_n + ... + a_n.q) - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + {}_6 + ... + a_n)$

$S_n\ (q – 1) = a_n..q - a_1$

Como $a_n = a_1q^{\,n-1}$, podemos escrever: $S_n(q – 1)= (a_1q^{\,n-1}).\ q - a_1$

ou seja $S_n(q –1) = a_1q^{\,n-1}.q^1 - a_1$

$S_n(q –1) = a_1q^{\,n} - a_1$ que equivale a $S_n(q – 1) = a_1 (q^{\,n} – 1)$

Logo: $S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$

Os alunos ainda puderam constatar que, considerando-se que em cada nível da pirâmide, cada participante convida 4 novos participantes, o modelo que descreve o total de participantes no nível **n** dessa pirâmide é:

$$S_n = \frac{1.4^n - 1}{4 - 1} \qquad \text{ou seja} \qquad S_n = \frac{4^n}{3} - \frac{1}{3}$$

Trata-se, então, de uma Função Exponencial cujo gráfico, em variáveis discretas, está representada na figura 5.

Neste caso o domínio e a imagem da Função Exponencial são dadas por:

Domínio: $D = \mathbb{N} \neq 0$ Imagem: $Im = \{ S_n \in \mathbb{N} / > 0 \}$

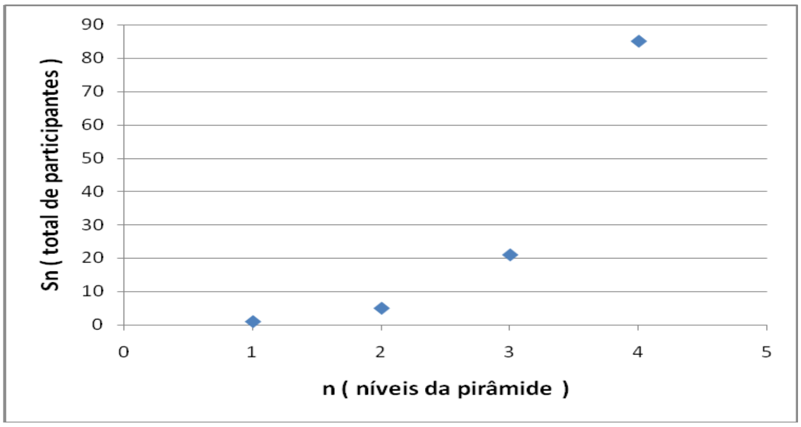


Figura 5 : níveis da pirâmide x total de participantes

Nesta atividade, os alunos identificaram com facilidade que os dados numéricos referentes ao desenvolvimento da pirâmide que estavam na tabela correspondiam a uma PG, sabendo identificar os elementos tais como: razão, primeiro termo, número de termos, o termo geral e soma dos termos. A dificuldade, no entanto, foi percebida na determinação do modelo para representar e estimar o número de participantes da pirâmide.

3.3 Atividade do Terceiro Momento: financiamento para construção

Esta atividade diz respeito ao terceiro momento da Modelagem Matemática. Um grupo de quatro alunos, sob a orientação da professora, escolheu o tema de uma situação real. A atividade foi desenvolvida em parte, durante aulas e em parte, em horário extraclasse. O processo de elaboração da atividade foi de aproximadamente 8 aulas.

O grupo, observando os tipos de financiamentos que existem, escolheu o financiamento de construção Caixa Pró Cotista, um financiamento específico para cotista do FGTS. Por meio de pesquisa na internet os alunos obtiveram informações para elaborar o texto da situação-problema apresentado no quadro 3.

Quadro 3: Informações sobre o tema a ser investigado

Os recursos do Programa Especial de Crédito Habitacional ao cotista do FGTS (Fundo de Garantia por Tempo de Serviço) financia construção, reforma ou ampliação de imóveis. Para utilizar este empréstimo é preciso ter conta ativa do FGTS por no mínimo três anos ou ter saldo superior ou igual a 10% do valor do imóvel. A parcela mensal não pode ser superior a 30% da renda familiar mensal bruta. O limite do financiamento é até R$450.000,00, sendo que o prazo mínimo para pagamento é 12 meses e o máximo 360 meses. A taxa de juros efetiva é 9,01% ao ano. O SAC (Sistema de Amortização Constante) é uma sistema de amortização utilizado em financiamentos imobiliários. A principal característica do SAC é que amortização da dívida é constante e igual em cada período.

Considerando as informações obtidas, foi proposto o seguinte problema:
como acontece o desenvolvimento de um financiamento pelo sistema SAC?
As hipóteses definidas para o problema são:

H_1 – o valor do financiamento de R$16.000,00;

H_2 – o financiamento será pago em 20 meses, sendo que os valores das parcelas são de R$ 800,00 mais o juro;

H_3 - taxa efetiva é de 9,01%a.a, sendo a taxa mensal de 0.75%.

As variáveis caracterizadas para a situação são:

n = números de parcelas

a = amortização

j = juros

v = valor das parcelas

s = saldo devedor

A partir das hipóteses definidas, os alunos construíram uma tabela conforme mostra a figura 6.

Número de Parcelas	Amortização	Juros	Valor das Parcelas	Saldo de Valor
				16.000,00
1	800,00	120,00	920,00	15.200,00
2	800,00	114,00	914,00	14.400,00
3	800,00	108,00	908,00	13.600,00
4	800,00	102,00	902,00	12.800,00
5	800,00	96,00	896,00	12.000,00
6	800,00	90,00	890,00	11.200,00
7	800,00	84,00	884,00	10.400,00
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N		aN	aN	aN

Figura 6: Os valores para o financiamento

Após a construção da tabela o grupo percebeu três sequências de Progressão Aritmética[4]

- A sequência dos valores das parcelas de juros é uma PA de 20 termos, cuja razão é - 6,00 reais e o primeiro termo (a_1) corresponde a 120,00 reais.
- A sequência dos valores das parcelas é uma PA de 20 termos, sendo que a razão também é - 6,00 reais e o primeiro termo (a_1) corresponde a 920,00 reais.
- O saldo devedor corresponde uma sequência de 21 termos, a razão é - 800,00 reais e o primeiro termo a_1 é 16.000,00 reais.

[4] Progressão Aritmética também chamada de PA é uma sequência de números em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior somado por uma constante.

Considerando os dados da tabela construída na figura 6, o objetivo seria determinar o valor da última parcela (último termo) de cada sequência com a expectativa de responder as questões:

a)Qual será o valor do juro da última parcela deste empréstimo?

$$a_n = a_1 + (n-1) . r$$
$$a_n = 120 + (20-1) . (-6)$$
$$a_{20} = 120 + 19 . (-6)$$
$$a_{20} = 120 - 114$$
$$a_{20} = 6$$

b)Calcule o valor da última parcela do empréstimo.

$$a_n = a_1 + (n-1) . r$$
$$a_{20} = 920 + (20-1) . (-6)$$
$$a_{20} = 920 + 19 . (-6)$$
$$a_{20} = 920 - 114$$
$$a_{20} = 806$$

c) Qual é o saldo devedor do financiamento quando for pago a última prestação do empréstimo?

$$a_n = a_1 + (n-1) . r$$
$$a_{21} = 16000 + (21-1) . (-800)$$
$$a_{21} = 16000 + 20 . (-800)$$
$$a_{21} = 16000 - 16000$$
$$a_{21} = 0$$

Primeiramente, os alunos calcularam o valor do saldo devedor após pago a última prestação com 20 parcelas. Observando que o saldo não estava nulo, perceberam que esta sequência era de 21 parcelas.

Finalmente, os alunos estabeleceram relações entre as sequências e algumas funções, conforme apresentamos a seguir usando $a_n = a_1 + (n -1)r$. Para obter as representações gráficas destas funções, eles utilizaram o software Calc (Linux), no laboratório de informática.

A sequência dos valores dos juros mensais do financiamento corresponde a Função Afim *J(n) = 120 + (n – 1)(- 6).*

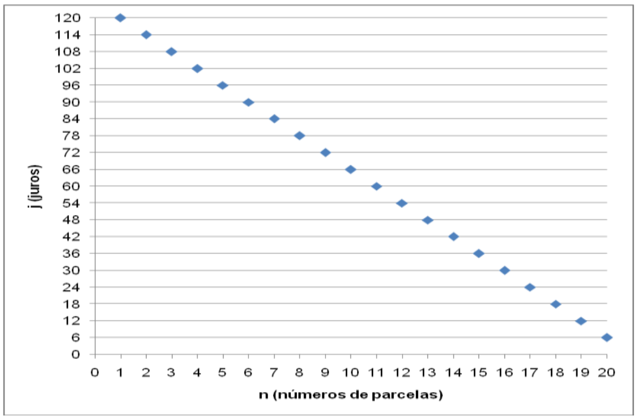


Figura 7: Valores das parcelas de juros do financiamento.

A sequência dos valores das parcelas corresponde a Função Afim *V (n) = 920 + (n – 1) (-6).*

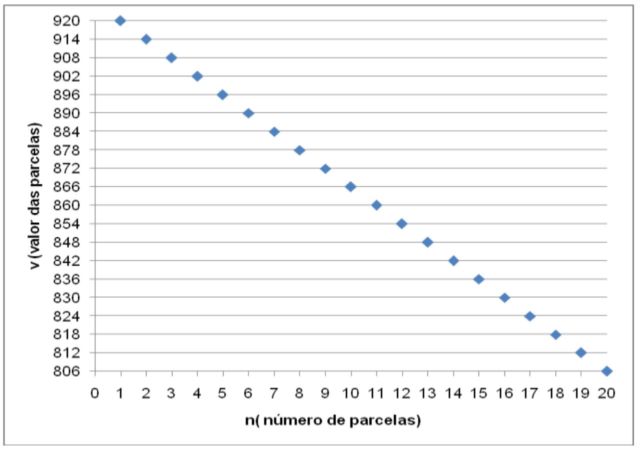


Figura 8 : valores das parcelas do financiamento

A sequência do saldo devedor do financiamento corresponde a Função Afim *S (n) = 16000 + (n – 1) (-800).*

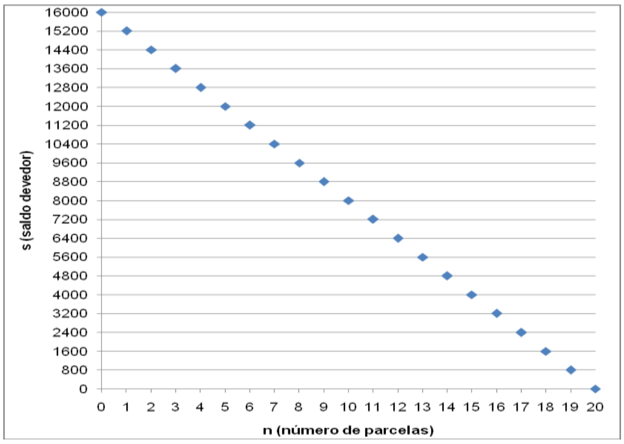


Figura 9 : saldo devedor do financiamento

4 Considerações Finais

Observou-se, com a realização deste trabalho, que o estudo dos conteúdos de Matemática utilizando a alternativa pedagógica Modelagem Matemática, proporcionou aos alunos a oportunidade de discutir e refletir os temas propostos.

A participação e o interesse dos alunos, que foi sutil na primeira atividade, foi se consolidando no decorrer do desenvolvimento das demais atividades.

Neste sentido, como dizem Almeida e Dias, (2004), é importante que o professor insira atividades de modelagem em sua prática docente de forma gradativa, respeitando os três momentos da Modelagem Matemática . Verificou-se que ao realizar atividades, utilizando os momentos da Modelagem Matemática, os alunos foram se acostumando a obter modelos matemáticos de situações reais. Enfim, eles foram se familiarizando com esse tipo de atividade.

No que se refere a relacionar o conteúdo de sequência com função, percebeu-se que no início das atividades os alunos apresentaram dificuldades,em expressar a notação algébrica da função. No entanto, no decorrer da realização das atividades propostas, eles conseguiram perceber a relação entre os termos da sequência com os da função.

O uso do computador para a construção dos gráficos também foi um ponto positivo do desenvolvimento das atividades.

Analisando o trabalho desenvolvido com o uso da Modelagem Matemática como método de ensino, observa-se que as aulas ficaram interessantes e os alunos mais participativos. Houve pesquisas e desenvolvimento de estratégias e, no desenrolar das atividades, a utilização dos conhecimentos matemáticos já adquiridos anteriormente. Percebe-se também que alguns alunos ficaram impacientes, achando o processo demorado, desejando que o professor explicasse o conteúdo no quadro. Observou-se ainda que, apesar das limitações do tempo, foi possível desenvolver as atividades de Modelagem Matemática favorecendo a aprendizagem dos alunos.

Considerando as atividades desenvolvidas, verificou-se a configuração de uma situação que vem ao encontro da assertiva de Bassanezi (2009) de que o mais importante não é chegar a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo as etapas da modelagem, de maneira que o conteúdo matemático seja sendo sistematizado e aplicado.

As relações entre as situações-problema abordadas e a matemática do currículo escolar viabilizada pelas atividades fizeram com que os alunos tivessem a oportunidade de perceber a importância da matemática em situações não matemáticas. Outro aspecto positivo deste trabalho, foi a oportunidade de proporcionar que os alunos observassem, analisassem e estabelecessem relações entre diferentes conteúdos da matemática favorecendo sua aprendizagem no que se refere a estes conteúdos.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir**?** In: **Ciência e Educação** v. 11, p. 1-16, 2005. Bauru: UNESP, 2005.

ALMEIDA, L. M. W. de; DIAS, M. R. Modelagem Matemática em cursos de formação de professores**.** In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L (Org.) **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira:** pesquisa e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007.v.3, p.253-268.

______. Um Estudo sobre o Uso da Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem, ***Bolema*,** ano 12,n° 22, p. 19 – 36, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. ***Alexandria*,** 2(2), p. 117-134, 2009.

Atlas do Corpo Humano. v.4. São Paulo: Abril,2008.ISBN: 978-85-364-0638-t1

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? ***Veritati***, n.4, p.73-80, 2004.

BASSANEZI, R. C.**Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática.** 3.ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília, 1998.

CAIXA ECONOMICA FEDERAL.**Habitação Pró Cotista.** Disponível em: <http://www.caixa.gov.br/habitacao/construcao_reforma_residencial/pro_cotista/index.asp.html>. Acesso em: 16 nov. 2010.

MOORE,K.L.; PERSAUD, T.V.N. **Embriologia Clínica**.6. ed. Rio de Janeiro:Guanabara Koogan S.A.,2000.

MOURA,G. A. C. de. **Lendas e Folclore da Internet:**pulhas virtuais. Disponível em:<http://www.quatrocantos.com>. Acesso em: 18 abr. 2010.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática.** Curitiba: SEED, 2008.

VERTUAN, R. E.; ALMEIDA, L. M.V. de. Modelagem Matemática na Educação Básica: um passeio pela diferentes séries. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA, 6., 2009, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2009.