

Versão Online

ISBN 978-85-8015-054-4

Cadernos PDE

VOLUME I

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS
DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2009

O ENSINO DOS QUADRILÁTEROS POR MEIO DE MOSAICOS E POLIMINÓS

Autor: *Marlene Tarosso*¹

Orientadora: *Marcia Cristina de Costa Trindade Cyrino*²

Resumo

No presente artigo relatamos uma experiência sobre o ensino da Geometria Plana desenvolvida em uma 5ª série (6º ano) do Ensino Fundamental. As tarefas, elaboradas e aplicadas durante o Programa de Desenvolvimento Educacional do Estado do Paraná – PDE 2009/2010, abordam o ensino da Geometria Plana por meio de mosaicos e poliminós. Participaram desse estudo estudantes da 5ª série C do período vespertino do Ensino Fundamental do Colégio Estadual Unidade Polo no município de Ibiporã. Nessa faixa etária (de 11 anos), o aluno necessita observar e manipular materiais para que sua aprendizagem seja realmente satisfatória. Concluímos que o ensino da Geometria Plana proporcionou uma relação desse conteúdo com aplicações em conteúdos matemáticos e permitiu uma interação maior em outras disciplinas escolares.

Palavras-chave: Geometria Plana. Educação Matemática. Mosaicos. Ensino de Geometria.

1 Introdução

Pesquisadores como Lorenzato (1995) e Fainguelernt, (1999) atestam que o ensino de geometria encontra-se praticamente ausente das salas de aula, quando comparado ao ensino das outras partes da Matemática, como por exemplo a álgebra.

Para Lorenzato (1995) várias são as causas desse abandono dentre as quais destacamos a formação precária em Geometria dos professores em sua formação acadêmica, impossibilita-os de refletir sobre a sua funcionalidade e

¹ Professora da Rede Pública de Ensino do Estado do Paraná, e-mail: marlenechina@seed.pr.gov.br.

² Professora Dra. do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina, e-mail: marciacyrino@uel.br.

importância na formação de seus alunos. Outro fator é que a carga horária excessiva de trabalho faz com que o professor enfatize o uso do livro didático que em sua maioria,

apresentam uma geometria em que figuras e seus elementos são definidos, os teoremas e suas demonstrações são apresentados para serem copiados, não deixando margem à exploração, construção dos conceitos e ao encaminhamento do aluno às suas próprias deduções (FAINGULERNT,1999, p.14).

A partir da 5ª série (6º ano) o aluno tem oportunidade em suas aulas de Matemática de estudar a geometria com mais frequência, mas, muitas vezes não tem noção do quanto ela é importante na sua vida prática, pois o modo como é abordada, por vezes não lhe permite a visão abrangente de sua importância. Sendo a geometria uma ciência do espaço que trabalha com formas e medições, proporcionar aos alunos a realização de explorações e investigações de objetos que tenham relações com as formas geométricas mais usadas em seu cotidiano, auxiliará sua aprendizagem? A união das experiências práticas com material manipulável e as atividades de investigação poderão promover reflexões aos alunos que possibilitem o estabelecimento de relações geométricas e análise crítica de situações de seu cotidiano?

Na busca uma alternativa para o ensino e a aprendizagem de geometria nas series finais do Ensino Fundamental, apresentamos no presente trabalho o relato de uma experiência que teve como objetivo propor tarefas investigativas que envolvessem professores e alunos na busca de descobrir novos caminhos de (re) construção do conhecimento geométrico, possibilitando a criação de um espaço para a exploração, rompendo com o seu isolamento e facilitando a sua relação com outros domínios de interesse, tornando assim esse ensino (e conseqüente aprendizagem) mais dinâmico e atrativo para os alunos.

Para tanto desenvolvemos algumas tarefas com alunos da 5ª série do Ensino Fundamental envolvendo quadriláteros por meio de mosaicos e polígonos. A seguir apresentamos aspectos sobre o ensino de geometria no Ensino Fundamental, sobre investigação como uma estratégia de ensino, o contexto da investigação, e descrição e análise de nossa experiência.

2 A Geometria no Ensino Fundamental

As primeiras representações de número e forma datam de tempos tão remotos como os do começo da idade da pedra. Nas pinturas rupestres das cavernas do período paleolítico, encontramos as primeiras representações feitas pelo homem, do mundo em que vivia. De acordo com Miorim (1998), estas representações de formas planas de animais, ossos e órgãos internos eram associadas a rituais mágicos.

Devemos ter em mente que a teoria da origem da geometria numa secularização de práticas rituais não está de modo nenhum provada. O desenvolvimento da geometria pode também ter sido estimulado por necessidades práticas de construção e demarcação de terras, ou por sentimentos estéticos em relação a configurações e ordem (BOYER, 1974, p. 5).

Poucos progressos se fizeram no conhecimento de relações espaciais até se dar a transição da mera recolha de alimentos para a produção da caça e da pesca e da agricultura. No período neolítico, com a fixação do homem em locais que dependiam da fertilidade do solo, as pinturas passaram a mostrar representações esquemáticas, em que eram utilizadas simetrias e congruências (MIORIM, 1998, p.5), indicando avanços em relação à percepção de conceitos e propriedades geométricas.

Segundo Boyer (1974), as primeiras sistematizações de geometria aconteceram na Grécia. Platão e Eudoxo, muito contribuíram para que a geometria ocupasse lugar de destaque como ramo da matemática. Mas foram pelas mãos de Euclides, com o texto de matemática mais lido de todos os tempos, *Os Elementos*, que o conhecimento geométrico da época ganhou cientificidade.

De acordo com Coutinho (2001), a geometria de Euclides foi a primeira teoria matemática a ser axiomatizada.

O método axiomático se desenvolve a partir de poucos conceitos básicos (ponto, reta e plano) e de algumas premissas simples, aceitas como verdadeiras pelo senso comum ou admitidas como tal quando não muito

evidentes. Os conceitos básicos não definidos são chamados de postulados ou axiomas, e compreendem aqueles conceitos aceitos e conhecidos pela intuição ou pela experiência do indivíduo (NETTO, 1998, p.14).

Para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, Lorenzato argumenta que:

[...] sem estudar a Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual, e sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento humano (LORENZATO, 1995, p.5).

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática. Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998), apontam que os estudos de geometria devem começar nas séries iniciais do Ensino Fundamental, de modo a oportunizar aos alunos as primeiras explorações de modo sistemático, por meio de material didático de apoio que permita manipulação, visualização, classificação e medição de figuras geométricas planas.

É fundamental que os estudos de espaço e forma sejam explorados em contextos mais amplos, a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1998, p.51).

Muitos trabalhos sobre o ensino de geometria ou pesquisa sobre o ensino da geometria remetem ao “Modelo de Van Hiele”. Sob a orientação de Hans Freudenthal, o casal Van Hiele pesquisou o ensino da geometria com ênfase na “manipulação” de figuras e estabelecimento de níveis de aprendizagem da geometria. De acordo com o casal Van Hiele, um procedimento didático adequado pode melhorar a aprendizagem do aluno. Tal modelo concebe vários níveis de aprendizagem geométrica (ou níveis de pensamento geométrico). No **nível da visualização**, as figuras são avaliadas apenas na sua aparência. Neste nível

encontram-se os alunos que só conseguem reconhecer ou reproduzir as figuras por meio das formas e não pelas propriedades. No **nível da análise**, os alunos conseguem perceber as características das figuras e descrever algumas de suas propriedades. Já no **nível da ordenação**, as figuras são ordenadas logicamente e a construção das definições se baseia na percepção. Nesse nível as demonstrações podem ser acompanhadas, memorizadas, mas dificilmente elaboradas. Nos dois níveis seguintes estão os alunos que constroem **demonstrações** e comparam **sistemas axiomáticos**.

As pesquisas revelam que o ensino da geometria nas escolas, fica no nível inicial, por exemplo, alguns alunos julgam que o quadrado não é retângulo apenas pela aparência.

Além de fornecer uma compreensão da especificidade em cada nível do pensamento geométrico, o casal Van Hiele identificou cinco fases seqüenciais do aprendizado, que orientam o professor na tomada de decisões quanto ao ensino: interrogação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração.

Conhecer os níveis, as seqüências de construção do pensamento geométrico e dispor de bons materiais não são suficientes para haja mudança no ensino geometria. É preciso que o professor mude de atitude em sala de aula, deixando de ser aquele que responde perguntas para ser aquele que conduz o aluno à descoberta.

3 Investigação Matemática como Estratégia de Ensino

Dentre as tendências metodológicas que compõem o campo de estudo da Educação Matemática, a prática pedagógica de investigações matemáticas tem sido recomendada por pesquisadores como forma de contribuir para essa descoberta e para compreensão da matemática.

Por meio da investigação o aluno tem oportunidade de aprender as situações criadas pelos exercícios propostos. A natureza das explorações e investigações matemáticas e as implicações do seu uso na sala de aula são discutidas por vários autores.

Segundo Ponte (2003) em numerosas experiências já empreendidas com trabalho investigativo, os alunos têm mostrado realizar aprendizagens de grande alcance e desenvolver um grande entusiasmo pela Matemática.

Há muitas experiências envolvendo investigação matemática. Dentre elas destacamos o projeto “Matemática para todos: investigações na sala de aula” desenvolvidas entre 1995 e 1998, na Universidade de Lisboa, contando com a colaboração de cerca de 20 membros incluindo professores e investigadores. Esse projeto foi inspirado na ideia de proporcionar aos alunos a realização de explorações e investigações na aula de matemática e de estudar os seus efeitos de diversos pontos de vista, tendo como objetivo criar, implementar e avaliar propostas de trabalho para as aulas de matemática que tivessem o potencial de envolver ativamente todos os alunos em tarefas investigativas. Durante uma das tarefas propostas percebeu-se que o aluno ainda tem dificuldade em trabalhar de modo investigativo e o professor deve preparar bem sua aula para que a situação não seja muito estruturada nem muito aberta.

Para que uma situação possa ser chamada de investigação é essencial que seja desafiadora e não imediatamente acessível ao aluno. Ao ser estimulado, o aluno pode justificar e provar suas afirmações e isso o leva a ter um conhecimento matemático adquirido em conjunto. O professor, por sua vez, tem a oportunidade de refletir sobre o seu trabalho por meio da discussão final sobre a atividade dos alunos, etapa indispensável em uma aula de investigação.

Uma fase muito importante nas aulas de investigação é a preparação das tarefas a serem propostas, pois devemos levar em conta vários aspectos como: selecionar, adaptar ou mesmo construir a tarefa. É preciso escolher situações ricas que levem os alunos a formular questões abertas e interessantes, estimulando o pensamento matemático dos mesmos.

Dentro deste método de investigação matemática, temos que ter em mente que explorar e descobrir devem ser as funções mais correntes para as atividades propostas. As investigações têm a intenção de levar os alunos a discutirem e pôr em questão as ideias matemáticas já trabalhadas por eles promovendo uma revisão e aprofundamento dessas ideias. É nesse contexto, ou seja, a partir deste pensamento que o trabalho relatado nesse artigo foi orientado.

Defendemos a proposta de que a investigação dentro da geometria plana na 5ª série (6º ano) pode auxiliar no processo de aprendizagem dos alunos, pois unindo

as experiências práticas com material manipulável e as tarefas de investigação, o aluno terá a oportunidade de aprender matemática e, verificar que aprender matemática significa fazer matemática. Para alcançar este objetivo é primordial um envolvimento ativo na exploração de investigações matemáticas.

4 O Contexto Investigado e os Temas de Nossa Proposta

4.1 O contexto investigado

Relatamos nesse artigo algumas tarefas sobre geometria plana desenvolvidas com alunos da 5ª série C do período vespertino do Colégio Estadual Unidade Polo, localizado em Ibiporã, estado do Paraná, levando-os a atuar de forma colaborativa, em grupos de três a cinco alunos. Trinta e seis alunos participaram de oficinas investigativas nas aulas regulares do período em que estudam. Eles tinham de 10 a 14 anos de idade. Foram realizados 12 encontros no decorrer do segundo semestre de 2010 em dias e horários alternados. Cada encontro aconteceu uma vez por semana e teve duração de 50 minutos (uma hora aula). No primeiro encontro sugerimos que os escolhessem um nome para representar cada grupo.

As tarefas consistiram no recobrimento de malhas quadriculadas utilizando os políminós nas quais os participantes foram incentivados, a partir da análise e construção dos padrões ornamentais, a verificar as particularidades de cada quadrilátero.

As tarefas tinham como objetivos desenvolver a capacidade de investigação, fazer conjecturas e levantar hipóteses; reconhecer e nomear figuras geométricas planas no plano; diferenciar figuras planas no plano e compreender conceitos e propriedades geométricas.

Para a realização das tarefas propostas, utilizamos os seguintes materiais: régua, caderno quadriculado, transferidor, esquadros, tesoura, cola, papel sulfite, folhas coloridas, lápis de cor, cartolina, papel cartão ou E.V.A. (emborrachado).

Apresentamos nos itens 4.2 e 4.3 a perspectiva de “Geometria dos Mosaicos” e de “Políminós” assumidas nesse trabalho.

4.2 Geometria nos mosaicos

De acordo com o Houaiss (2004), o verbete mosaico assume as seguintes definições:

1 – Obra feita pela justaposição de pequenas peças coloridas cimentadas numa superfície formando um desenho ou uma imagem.

2 – Qualquer trabalho composto de diversas partes.

Na nossa proposta entendemos mosaico, como figura formada pela justaposição de polígonos.

Um passeio pelos livros de história nos possibilita verificar a presença de mosaicos nas civilizações assíria, babilônica, persa, egípcia, grega, chinesa entre outras. A arte de construir mosaicos era utilizada por estas civilizações na pavimentação de pisos, tetos, painéis de parede, de templos ou palácios.

Para Barbosa (1993), trabalhar com mosaicos, ainda que não difícil do ponto de vista artesanal, em alguns casos reflete em seus padrões uma relação curiosa e atraente com a geometria, porém as relações matemáticas nem sempre são facilmente percebidas.

Para o professor, quer o de Matemática, quer o de Educação Artística, cremos com inabalável confiança que o estudo das pavimentações e a obtenção de padrões enriquecerão seu potencial de conhecimentos e, sabiamente explorados em múltiplas atividades, constituirão fonte talvez inesgotável de aprendizagem para seus alunos (BARBOSA, 1993, p.1).

Historicamente verificamos que as sucessivas invasões Mouras sofridas pela Península Ibérica resultaram em verdadeiras obras de arte, presentes nos palácios, que embora edificados como fortalezas, a beleza esteve representada pelos padrões artísticos de beleza incomparável.

Uma das construções mouras de maior destaque é o palácio de Alhambra, no qual são encontrados painéis decorativos com padrões de simetria possíveis, retratando o conhecimento empírico dos mouros.

Na natureza, encontramos regularidades em alguns animais, como no casco da tartaruga, nos favos de mel, na casca de abacaxi.

4.3 Poliminós

De acordo com Loreni (2008), durante o processo de ensino e de aprendizagem o aluno deve realizar experiências com materiais manipuláveis, usando a intuição, despertando a curiosidade e instigando sua capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, vivenciando de forma dinâmica os conteúdos, descobrindo conceitos e interiorizando-os, pois o seu uso auxiliará no desenvolvimento de seu raciocínio lógico, permitindo a estruturação do pensamento e a melhoria na qualidade de ensino.

Nesta perspectiva, o uso dos poliminós nas aulas de geometria, permite aos alunos vivenciar ludicamente os conteúdos, descobrindo conceitos e interiorizá-los, utilizando o lúdico como auxiliar que servirão como auxiliares na organização do pensamento lógico e na descoberta dos conceitos. Para Barbosa (2009) os poliminós são geometricamente caracterizados como figuras planas geradas pela conexão de quadrados congruentes pelo menos por um lado. Dependendo do número de quadrados, classificam-se em monominó, diminós, triminós, tetraminós, etc., respectivamente com um, dois, três, quatro, etc. quadrados.

Na educação o uso de poliminós se faz presente em razão de sua fácil construção, adequação a diferentes atividades educacionais e objetivos distintos, com sua característica altamente motivadora, que permite formar diversos jogos e com base nessa diversidade podemos trabalhar os conceitos de área, perímetro e unidades de medidas, oportunizando ao professor um recurso a mais para auxiliar no ensino aprendizagem destes conteúdos, aguçando a percepção espacial, o raciocínio lógico e a concentração dos alunos, além de propiciar um ambiente de maior interação entre os mesmos.

Durante nosso trabalho procuramos integrar a exploração tátil e a percepção do espaço direcionando a visão do estudante para a Geometria Plana nas aulas de matemática.

Dessa forma, esse artigo relatamos o trabalho realizado apresentando noções básicas da Geometria Plana, especificamente os quadriláteros, utilizando poliminós e mosaicos a partir da investigação matemática.

5 Descrição e Análise da Experiência

Iniciamos o trabalho questionando o que os alunos conheciam sobre geometria. Eles citaram formas geométricas tais como: triângulos, quadrados como exemplos de polígonos.

A primeira tarefa proposta aos alunos foi o reconhecimento de diferentes quadriláteros por meio de suas propriedades. Para tanto, pedimos que os alunos formassem grupos de 3 a 5 alunos, e em seguida entregamos a Ficha 1 (Anexo 1) e pedimos para que eles pintassem de vermelho os quadriláteros que tem quatro ângulos retos. A seguir solicitamos contornassem de azul os quadriláteros com quatro lados de mesma medida. Dando sequência pedimos que assinalassem com um “x” aqueles que possuem dois pares de lados paralelos e por último que circulassem aqueles que têm um par de lados paralelos.

Na Figura 1 apresentamos a produção do grupo “rebelde”.

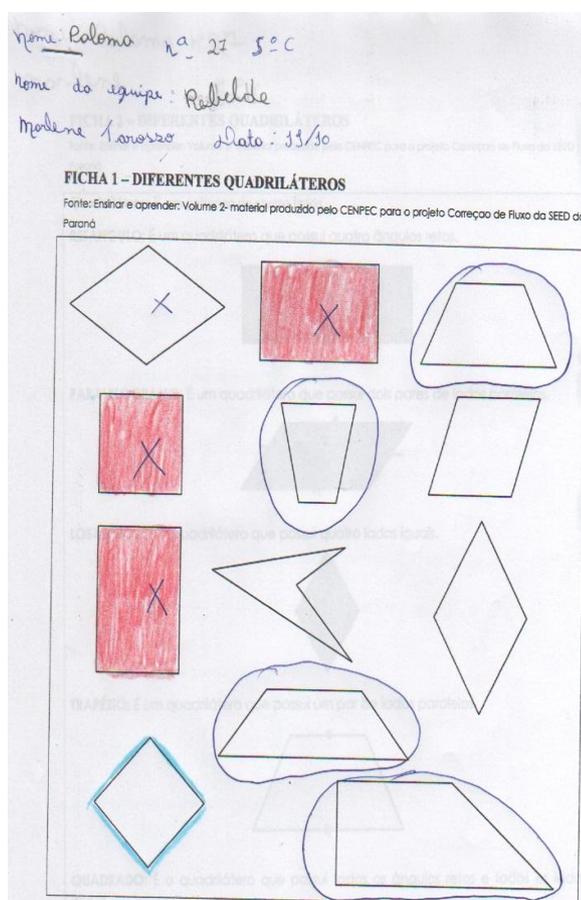


Figura 1 – Diferentes quadriláteros
Fonte: Grupo “Rebelde”

De início, eles gostaram da tarefa por terem a oportunidade de trabalhar em grupo. Nas aulas de matemáticas isso raramente acontece.

Alguns alunos tiveram dificuldade em realizar a tarefa, pois não sabiam o que é lado paralelo. Observando tal dúvida, mostramos o que são retas paralelas usando o quadro de giz.

Percebemos na Figura 1 que o grupo havia deixado três figuras sem qualquer uma das alternativas dadas. Perguntando o porquê, responderam que os lados que estavam “tortos” não podiam ser paralelos por que as retas se cruzariam em algum lugar.

Para sanar tal dúvida, solicitamos aos alunos que observassem a carteira escolar onde estavam e se as laterais representavam paralelas, a resposta afirmativa foi unânime, solicitamos que virassem a carteira na lateral de modo que ficasse com a mesma forma do polígono que estava na figura 1. Fazendo isso, perguntamos se as laterais da carteira continuavam paralelas e pela resposta dos alunos percebemos que eles haviam entendido que a posição da figura é a mesma, só que desenhada de uma forma diferente.

Seguindo ainda o raciocínio dos alunos, de que as retas se cruzariam em algum ponto, os levamos para o pátio da escola e desenhamos o polígono em dúvida no chão. Solicitei a dois alunos da série que ficassem com um giz no ângulo de cada polígono e riscassem em linha reta continuando os lados paralelos da figura até o final do pátio. Fizemos isso com os outros dois lados também e eles chegaram à conclusão de que as retas não se cruzariam.

Com a ficha 2 nosso objetivo era conhecer os quadriláteros e suas propriedades. Iniciamos distribuindo uma ficha texto (ficha 2) com as definições dos principais quadriláteros. Após a leitura solicitamos que identificassem os quadriláteros da ficha 1 de acordo com as definições. A seguir cada grupo expôs oralmente como fizeram para relacionar cada uma das frases com os respectivos quadriláteros. Sintetizamos as discussões com preenchimento do quadro no qual deveriam escolher dois quadriláteros e anotar as propriedades que têm em comum.

Nesta produção percebemos a compreensão dos alunos em relação à aprendizagem do tema abordado.

Durante o desenvolvimento desta tarefa, notamos que a primeira comparação que fizeram foi entre o quadrado e o retângulo. Questionados quanto a esse fato, responderam que eram as figuras mais fáceis, pois tinham os quatro

ângulos iguais. Quando perguntamos qual era a dificuldade em comparar outros dois quaisquer quadriláteros, disseram que o mais difícil eram o paralelogramo e o trapézio, pois os dois quadriláteros tinham ângulos agudos e obtusos. Para sanar essa dúvida pedimos que viessem ao quadro de giz e desenhassem um trapézio para perceberem que um dos pares de lados não era paralelo. Alguns grupos fizeram isso no próprio caderno e concluíram que o trapézio pode ser desenhado de “ponta cabeça” ou “de lado” e que havia um trapézio que também tinha ângulo reto, concluindo que não tinham só ângulos obtusos e agudos. Aproveitando essa oportunidade, explicamos que denominamos “esses lados” do trapézio de base maior e base menor.

Abaixo respostas do grupo “Os Gladiadores”.

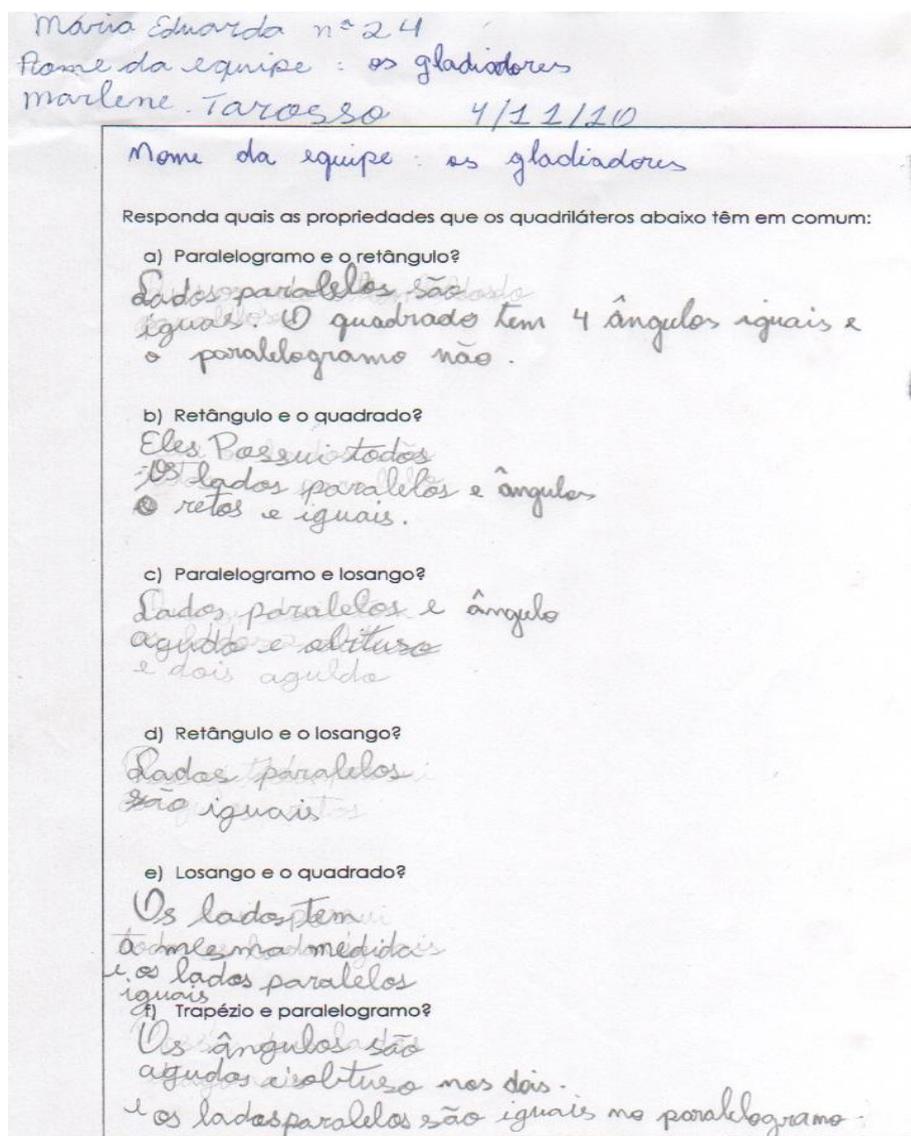


Figura 2 – Diferentes quadriláteros
Fonte: Grupo “Os Gladiadores”

Os grupos adoraram essa tarefa porque puderam desenhar no quadro de giz e porque a professora não escreveu nada, só ficou fazendo perguntas.

Com a ficha quatro, pretendíamos que os alunos identificassem as propriedades dos quadriláteros notáveis.

Iniciamos a tarefa distribuindo a ficha 4 e pedimos aos grupos que traçassem as diagonais de cada quadrilátero. A seguir, solicitamos que cada grupo explicasse oralmente o que entende por diagonal e quais critérios utilizados para traçá-las.

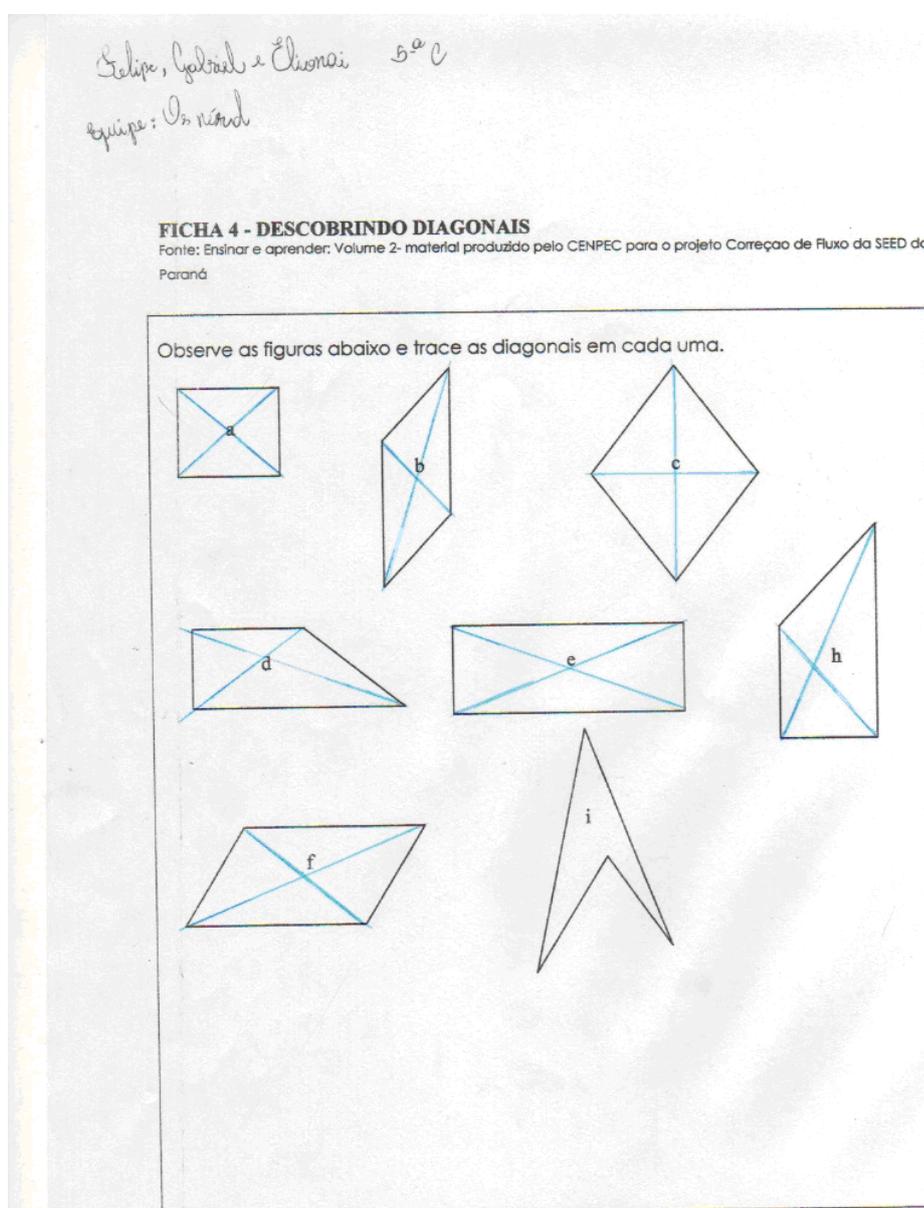


Figura 3 – Descobrindo diagonais
Fonte: Grupo “Os Nerd”

Após a discussão acerca das diagonais, solicitamos o preenchimento do quadro da Figura 4, com exceção do preenchimento quando se tratava de bissetriz, pois os alunos desconheciam esse conteúdo.

Equipe: Os Nerd

Agora complete o quadro 2

Quadro 2					
Propriedades das diagonais	Paralelogramo	Retângulo	Losango	Quadrado	Trapézio
As diagonais se cortam ao meio	x	x	x	x	
As diagonais têm a mesma medida	x	x	x	x	
As diagonais são perpendiculares			x	x	
As diagonais são as bissetrizes dos ângulos	~~~~~~				
As diagonais formam triângulos iguais dois a dois	x	x	x	x	
As diagonais formam quatro triângulos iguais			x	x	

Figura 4 – Quadro 2 – Descobrimo Diagonais
Fonte: Grupo “Os Nerd”

A realização desta tarefa proporcionou uma discussão interessante, pois os grupos tentaram de todas as maneiras traçarem as diagonais no quadrilátero não convexo e não conseguiram, permitindo assim uma explicação por meio de desenhos entre quadriláteros convexos e não convexos.

Questionando os grupos quanto ao critério que utilizaram para traçar as diagonais nos quadriláteros convexos da figura, uns responderam que era uma reta que ia de um “canto” ao outro, outros disseram que era a “linha” que começava onde os lados do quadrilátero se encontravam lembraram-se depois, por meio de questionamentos, que esses “cantos” são chamados vértices.

Levamos os grupos até a quadra de esportes da escola e traçamos as diagonais no retângulo formado na área do gol e dividimos a quadra ao meio, formando dois quadrados, onde também traçamos as diagonais com uma trena. Pedimos que traçassem as diagonais na área central da quadra “círculo” e, logo de início disseram que era impossível, porque o círculo não era um quadrilátero e não possuía vértices.

Houve muito dedicação nesta tarefa, pois os grupos participaram na pintura das faixas que formam as medidas da quadra (estavam apagadas) e a desenvolveram fora da sala de aula manipulando materiais diferentes como tinta pincel e trena de cinquenta metros.

Prosseguimos a implementação do projeto com as tarefas referentes aos mosaicos e polígonos por tratar-se de um conteúdo que envolve quadriláteros.

O trabalho com mosaicos despertou o interesse, pois utilizamos recortes, colagens e lápis colorido.

Antes de iniciarmos a tarefa de pesquisar em livros o que é um mosaico na biblioteca do Colégio Unidade Pólo, perguntamos aos alunos o que eles entendiam por mosaico. A maioria respondeu que eram figuras geométricas que quando se uniam, formavam um lindo desenho. A seguir solicitamos como tarefa de casa, que os alunos pesquisassem onde aparecem mosaicos em casa, em revistas, no colégio ou nas ruas da cidade e que formas geométricas são utilizadas e que trouxessem para a aula. Trouxeram os mosaicos que encontraram na aula seguinte em forma de colagem no caderno de matemática e em cartolina. Houve tarefas com vários tipos de figuras planas e os grupos não encontraram dificuldades na mesma.

Distribuímos então, malhas quadriculadas com dois tipos de quadriláteros nas quais os alunos pintaram na cor que escolheram, onde posteriormente construíram-se mosaicos.

Durante a confecção dos mosaicos, verificamos que os alunos ainda diferenciavam os quadriláteros não por suas propriedades e sim pelas formas, comprovando o que o casal Van Hiele classifica como nível da visualização, no qual os alunos diferenciam as figuras apenas por sua aparência.

Finalizando esta tarefa, montamos uma exposição com mosaicos em sala de aula, fato este que levou os alunos a se sentirem muito motivados, pois convidamos a equipe de ensino e outras séries do colégio para visitar a exposição na qual cada grupo responsável explicou o que era um mosaico, que tipo de quadriláteros usou e como o construiu.

Na ficha 5 pedimos aos grupos que colorissem as figuras planas de acordo com a legenda apresentada no final da mesma. Os objetivos desta tarefa era conhecer um mosaico, como é formado e com quais formas geométricas podem ser construídos.

A seguir analisamos a produção de alguns grupos.

Ao analisar a atividade do grupo “Justin Bieber” nos chamou atenção o fato que o grupo assinalou o losango de azul, mas pintou-o de roxo. Quando questionados sobre a mudança de cor, responderam que na bandeira do Brasil há um losango e que a figura da tarefa que se parecia com a figura da bandeira não era o que assinalaram de azul, portanto mudaram a cor utilizada. Aproveitamos e utilizando uma bandeira do Brasil, mostramos a existência de outro quadrilátero, o retângulo e outra figura plana, o círculo. Por meio de questionamentos orais e desenhos no quadro de giz o aluno percebeu as diferenças entre as figuras.

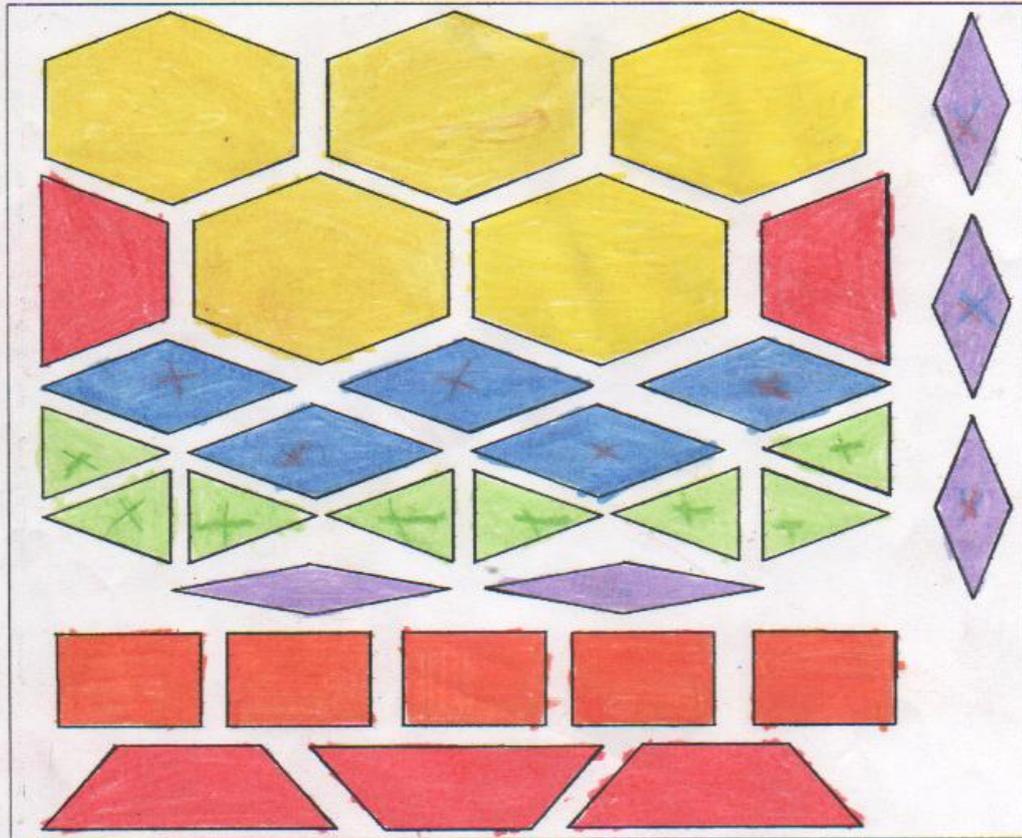
Conversando com professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, ficamos sabendo que eles iniciaram o estudo das formas geométricas utilizando a bandeira do Brasil, para destacar o retângulo e o losango, porém não falaram de paralelogramos, pois não era o objetivo dos mesmos trabalhar com esta classificação.

nome = Luísa, Fabia, Stefani, Paloma
Equipe = ~~Grupo~~ Justin Bieber, nº = 16, 9, 37, 27

FICHA 5 – PEÇAS DO MOSAICO

Fonte: Ensinar e aprender: Volume 2- material produzido pelo CENPEC para o projeto Correção de Fluxo da SEED do Paraná

Pinte os polígonos abaixo de acordo com a legenda. A seguir recorte cada uma das peças.



Hexágonos: amarelo
Quadrados: laranja

Losango: azul
Trapézios: vermelho

Paralelogramos: roxo
Triângulos: verde

Figura 5 – Peças do Mosaico
Fonte: Grupo “Justin Bieber”

Abaixo, analisamos a Figura 6 (grupo “Corinthians”).

Equipe Corinthians nº 23, 26, 20, 19, 18
nome = Juliano, Nataniel, Renato, Matheus

FICHA 5 – PEÇAS DO MOSAICO

Fonte: Ensinar e aprender: Volume 2- material produzido pelo CENPEC para o projeto Correção de Fluxo da SEED do Paraná

Pinte os polígonos abaixo de acordo com a legenda. A seguir recorte cada uma das peças.

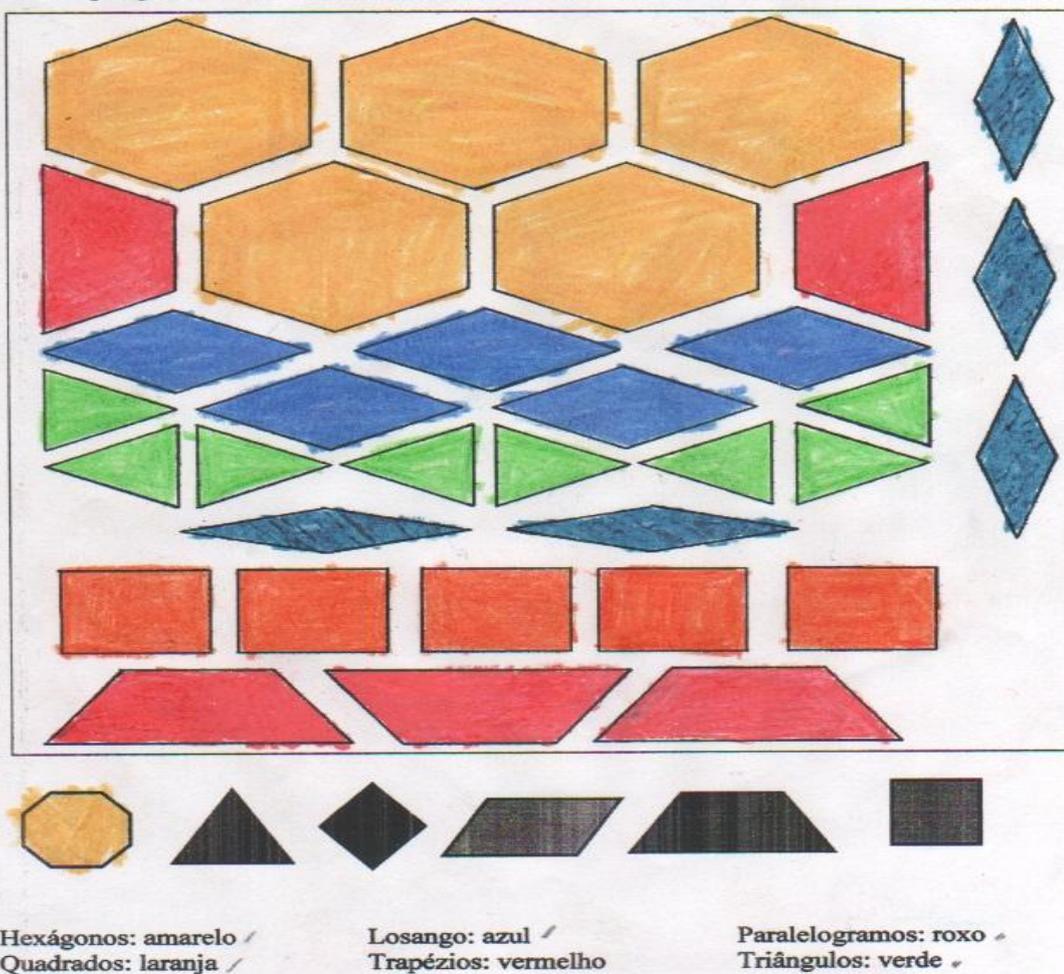


Figura 6 – Peças do Mosaico

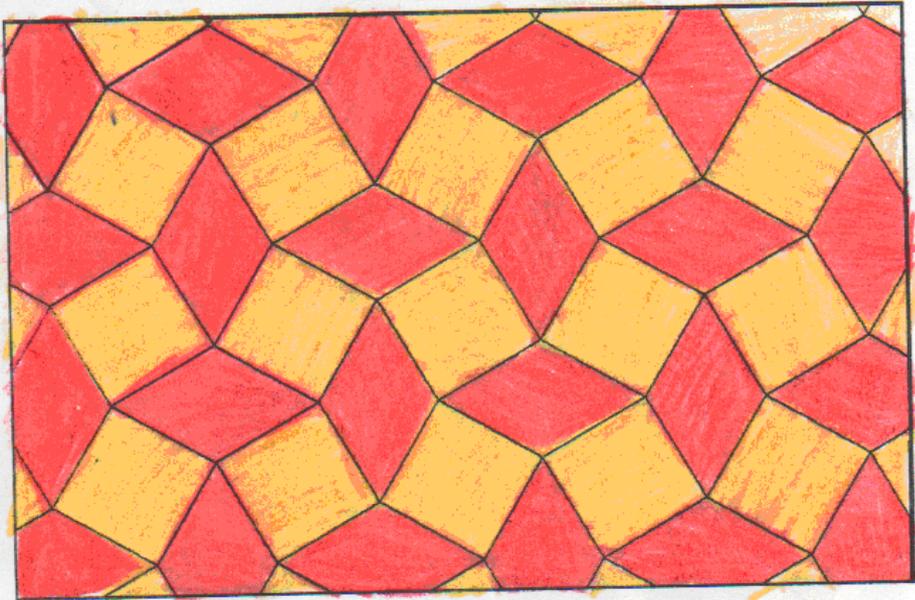
Fonte: Grupo “Corinthians”

A única equipe que coloriu as peças corretamente foi a Equipe “Corinthians”, conforme Figura 6. Apesar de utilizarem a cor azul para indicar os paralelogramos, verificamos a utilização de diferentes tons da cor, indicando que os alunos perceberam se tratar de figuras diferentes, se analisadas por meio das diagonais. Preocuparam-se também por não terem a cor amarela pedida para o hexágono e pintou-os de laranja, identificando essa cor na respectiva legenda fornecida na ficha 5.

A próxima tarefa proposta foi a da ficha 8 – Mosaicos. Nesta tarefa, além de identificar os dois tipos de quadriláteros, losango e quadrado, deveriam calcular as medidas dos ângulos internos com o uso do transferidor. Todos os grupos gostaram da atividade, pois utilizaram lápis na cor que desejaram e a tarefa foi realizada em papel A3, o que tornou a desenho maior e possibilitou uma melhor visualização quando exposto na parede da sala de aula conforme fotos em anexo.

equipe: Os nerd Gabriel, Elyse e Chomais

FICHA 8 – MOSAICOS
Fonte: Ensinar e aprender. Volume 2- material produzido pelo CENPEC para o projeto Correção de Fluxo da SEED do Paraná
Este é um exemplo de mosaico construído com dois tipos de quadriláteros. Pinte-o como achar melhor



a) Quais são os quadriláteros que compõem o mosaico?
Paralelogramo e quadrado

b) Com o auxílio do transferidor, calcule a medida dos ângulos internos desses quadriláteros

Figura 7 – Mosaicos
Fonte: Grupo “Os Nerd”

Na Figura 7 notamos que o grupo identificou corretamente a diferença entre quadrado e paralelogramo, mas não responderam a questão “b” contida na ficha 8.

Essa dificuldade foi detectada na tarefa de todos os grupos da série. Quando inquiridos por qual motivo não haviam respondido, os mesmos disseram que não sabiam nem o que era um transferidor quanto mais medir os ângulos da figura.

Apresentamos então aos alunos esse instrumento distribuindo um transferidor com 180° a cada um deles para que pudessem ver e manuseá-lo. Quando perguntaram o que significava aqueles “risquinhos”, explicamos que representava graus e comparamos com a régua, que é um material comum a eles, que também apresenta “risquinhos”, mas que têm formas diferentes de medidas. A régua é usada para medições de segmentos retos e o transferidor somente para medir ângulo. Infelizmente não tivemos tempo hábil de ensiná-los, não prejudicando em nada o desenvolvimento da tarefa, pois esse conteúdo específico será trabalhado no ano seguinte na 6ª série (7º ano).

Prosseguimos com a implementação utilizando poliminós para formar mosaicos.

Iniciamos as atividades utilizando malhas retangulares preenchidas com diferentes tipos de poliminós. Quando questionados se poderiam preencher a malha completamente, ou seja, todos os retângulos, os alunos de modo geral responderam que só seria possível fazê-lo utilizando diminós ou monominós, evidenciando a ideia de área. Ressaltamos que a malha a ser utilizada na tarefa era o espaço destacado na malha.

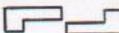
Analisando as atividades, verificamos que alguns alunos perceberam as diferenças entre os poliminós, porém ao preencher a malha, usaram a mesma cor e mudaram apenas a posição dos mesmos.

O grupo “Isa TKM” diferenciou diminós de tetraminós, porém ao mudar apenas a posição dos diminós, não percebeu que formavam tetraminós.

Verificamos que a maior parte dos grupos cometeu o mesmo erro quando usavam diminós para preencher a malha. Questionados quanto às dúvidas, responderam que não as tinham, mas como fizeram a tarefa em grupo, cada integrante pintou um pouco e quando perceberam haviam unido dois diminós, transformando-os em tetraminós. Desse modo percebemos que esse tipo de tarefa deve ser desenvolvido individualmente.

Nome da equipe = Isa TKM
Data = 22/11/10

FICHA 7 – CONSTRUINDO MOSAICOS COM POLIMINÓS

Usando o Tetraminó nas posições  , complete o padrão que já foi iniciado.



Agora Construa mais quatro mosaicos, utilizando tipos diferentes de poliminós

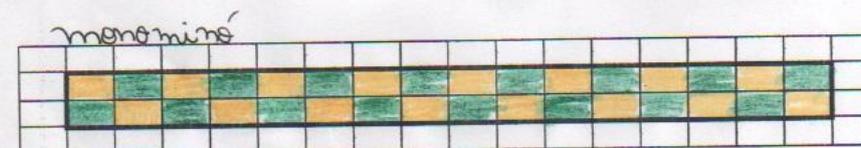
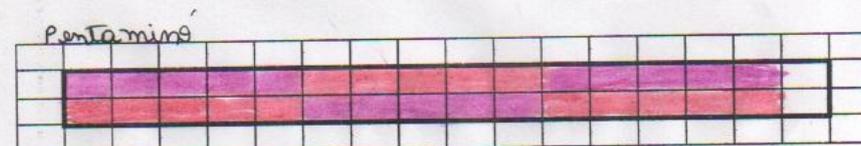
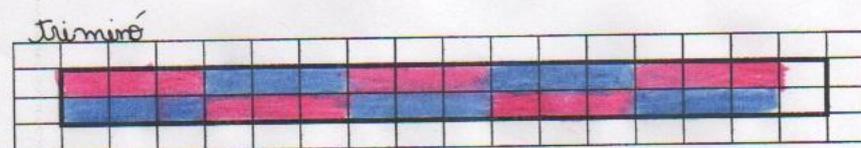
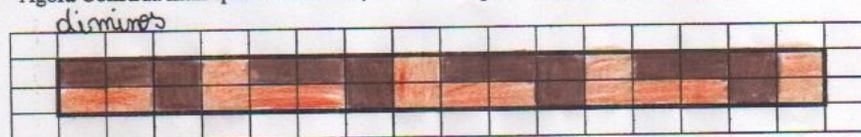


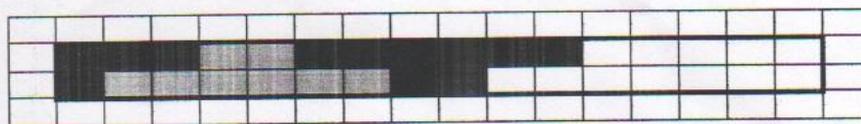
Figura 8 – Construindo mosaicos com poliminós
Fonte: Grupo “Isa TKM”

O único grupo que preencheu a malha corretamente foi aquele que não deu nome ao grupo, ao qual denominaremos “Sem nome”.

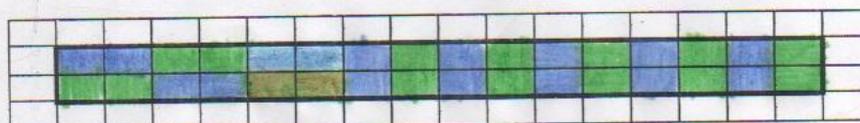
Nome: Stefani - Palomo - Falcão - Marano Data: 22/11/2010
nº 34-24-09-16

FICHA 7 - CONSTRUINDO MOSAICOS COM POLIMINÓS

Usando o Tetraminó nas posições , complete o padrão que já foi iniciado.



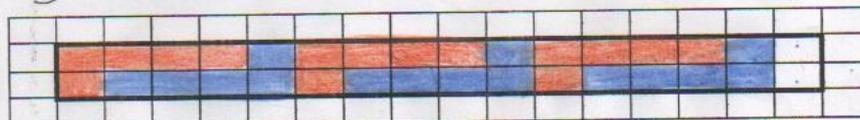
Agora Construa mais quatro mosaicos, utilizando tipos diferentes de poliminós



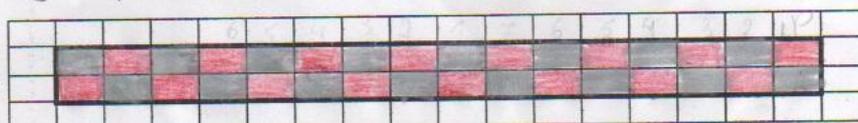
2 dominó



3 triominó



5 pentaminó



1 monominó

Figura 9 - Construindo mosaicos com poliminós
Fonte: Grupo "Sem nome"

Na Figura 9, não houve dúvidas quanto à montagem dos poliminós contidos na malha, pois preencheram com cores diferentes salientando exatamente o que pedíamos em cada sequência da mesma.

Foi uma tarefa feita tranquilamente na qual os grupos desejaram que houvesse mais quadradinhos para pintar representando políminós. Fizemos novas malhas de tamanho maior e com maior quantidade de quadrados e aplicamos como tarefa de casa.

A última etapa da implementação foi montar um painel com os mosaicos e políminós construídos pelos grupos e expô-los ao colégio, o qual os alunos aguardavam ansiosamente, pois desejavam que a escola toda os elogiassem e fizessem perguntas a respeito dos quadriláteros com políminós. O painel foi montado em sala de aula e depois o levamos ao pátio da escola onde pôde ser observado por todos os integrantes da mesma (alunos, funcionários e equipe pedagógica). Foi gratificante vermos a alegria dos alunos e o sua autoconfiança ao responder as perguntas dos colegas, tais como: Foi difícil fazer? Demoraram muito? O que é políminó?

A seguir as fotos da montagem e do painel pronto.

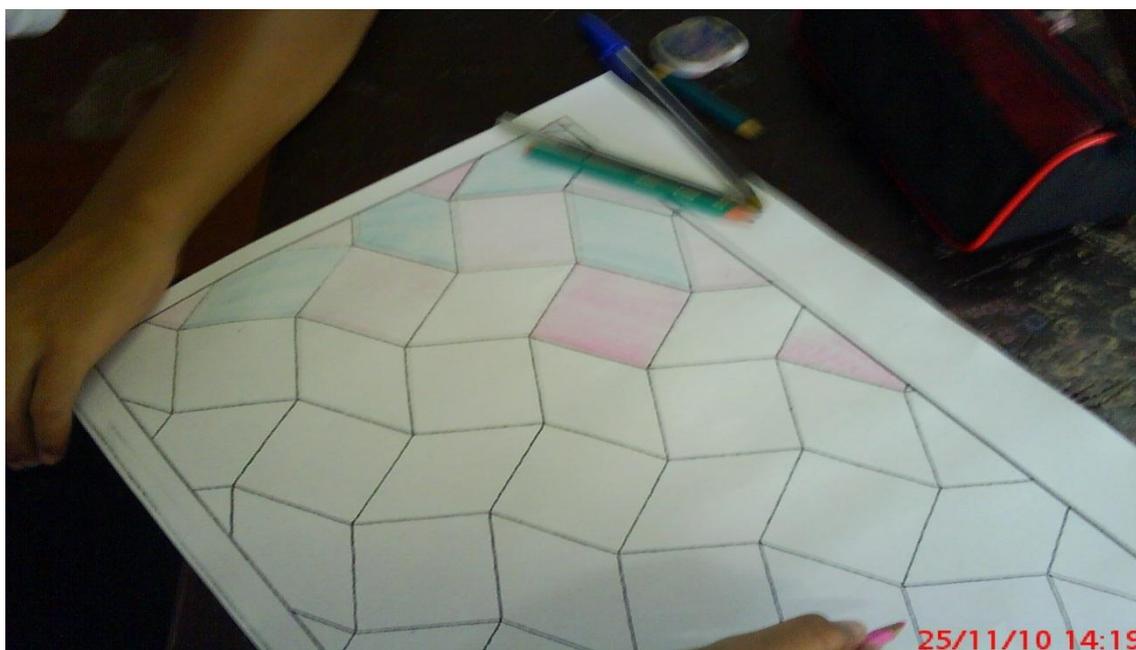


Figura 10 – Foto da produção do grupo “Os Nerd”

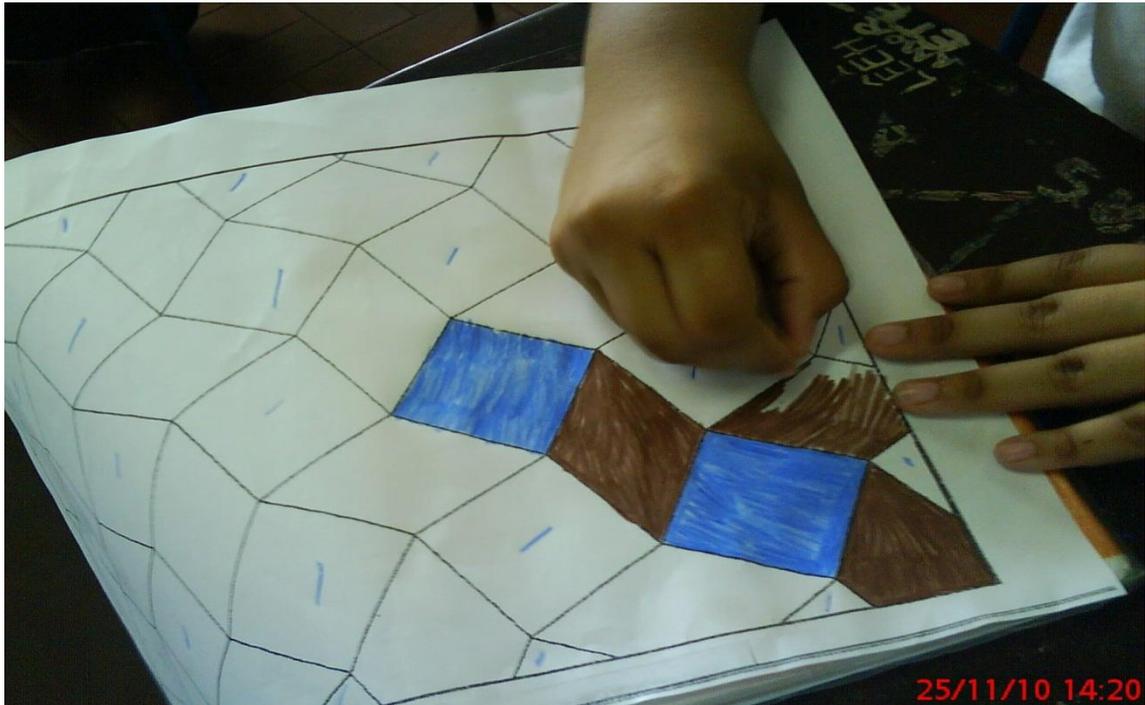


Figura 11 – Foto da produção do grupo “Isa TKM”



Foto 12 – Foto da produção com os mosaicos construídos e pintados pelos grupos



Foto 13 – Foto da produção do grupo “Os Gladiadores”

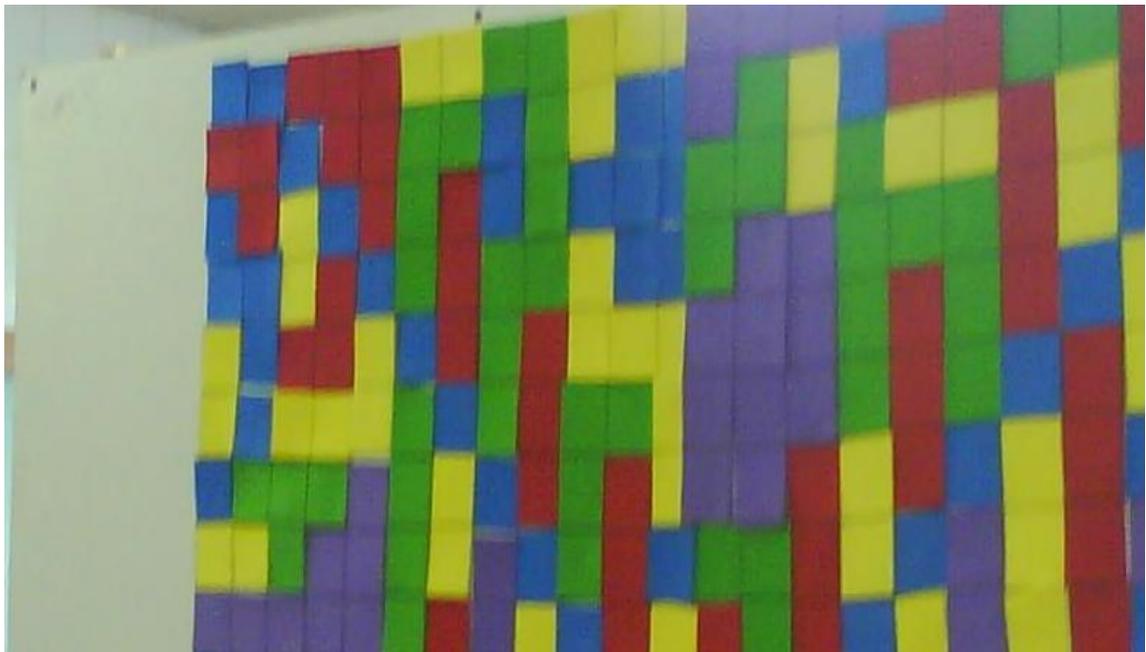


Foto 14 – Foto da produção do grupo “Lady Gaga”



Foto 15 – Foto da produção do grupo “Justin Bieber”

6 Considerações Finais

Ao final das atividades, os grupos, de um modo geral, revelaram saber identificar tipos de quadriláteros e suas propriedades.

Foi possível verificar que o conteúdo Geometria Plana é muito importante para o desenvolvimento e aprendizagem do aluno, agregando conhecimentos já adquiridos à noção de espaço.

As questões de matemática aplicadas nesta proposta foi o estudo dos quadriláteros utilizando mosaicos e poliminós por meio da investigação matemática, da observação, da manipulação e construção, possibilitando várias discussões e verificações sobre esse conteúdo.

Propiciar esse espaço de discussão permitiu ao aluno propor problemas, levantar hipóteses e buscar as soluções dos mesmos, valorizando os aspectos das atividades matemáticas que não fossem puramente dedutivos, vivenciando a

geometria como uma ferramenta para compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos.

Perceber a participação dos alunos durante a implementação do projeto, comprovou que as aulas de matemática podem ser mais prazerosas se possibilitar a chance de fazer questionamentos e desenvolver suas tarefas, pois alguns alunos estranharam o fato de estarem pintando, recortando e colando nas aulas de matemática. Nesse sentido, a proposta ajudou a desfazer um mito, o de que nas aulas de matemáticas "só se faz cálculos".

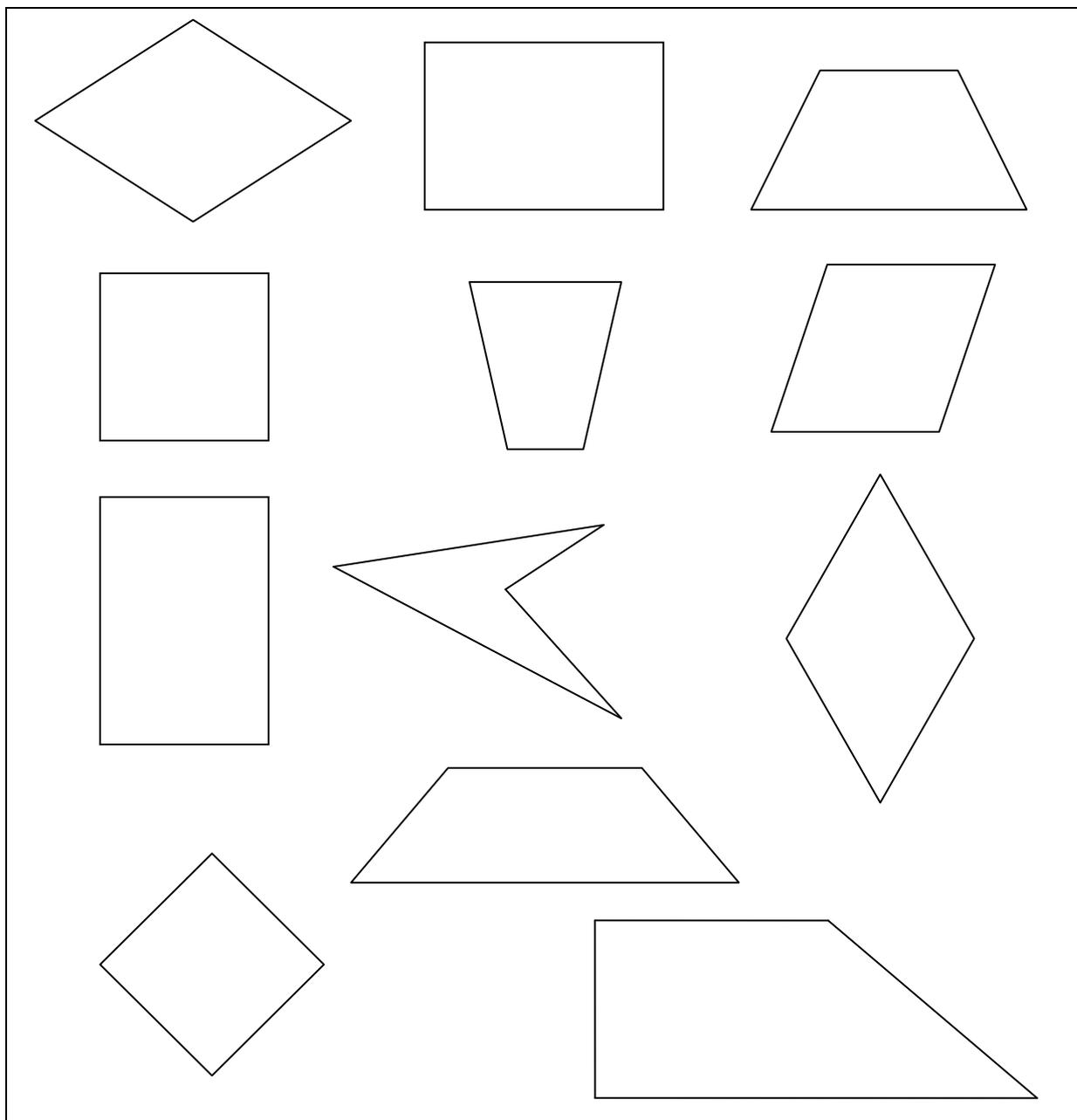
O desenvolvimento desse projeto evidenciou a necessidade de um novo olhar do professor de matemática para o ensino da Geometria. Comprovamos, por meio das tarefas aplicadas que o mesmo pode, e deve ser feito a partir das séries iniciais e lentamente aprofundado.

Embora não tenhamos atingido todos os nossos objetivos, constatou-se que se tivéssemos mais tempo, trabalharíamos os conteúdos essenciais que facilitariam o desenvolvimento do projeto. Isso pode ser feito trabalhando uma das quatro aulas semanais de matemática desde o início do ano, possibilitando aos alunos uma melhor compreensão dos conteúdos a serem utilizados na aplicação das tarefas do projeto.

7. Anexos

FICHA 1 – DIFERENTES QUADRILÁTEROS

Fonte: Ensinar e aprender: Volume 2- material produzido pelo CENPEC para o projeto Correção de Fluxo da SEED do Paraná



FICHA 2 – DIFERENTES QUADRILÁTEROS

Fonte: Ensinar e aprender: Volume 2- material produzido pelo CENPEC para o projeto Correção de Fluxo da SEED do Paraná

Quadrilátero: É um polígono de quatro lados.

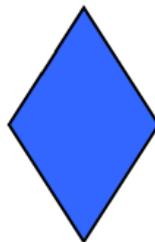
RETÂNGULO: É um quadrilátero que possui quatro ângulos retos.



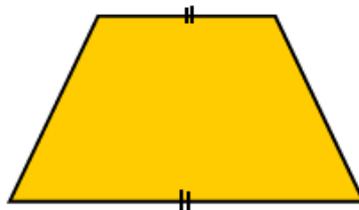
PARALELOGRAMO: É um quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos.



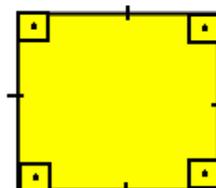
LOSANGO: É um quadrilátero que possui quatro lados iguais.



TRAPÉZIO: É um quadrilátero que possui um par de lados paralelos



QUADRADO: É o quadrilátero que possui todos os ângulos retos e todos os lados iguais



Quadro 1

Responda quais as propriedades que os quadriláteros abaixo têm em comum:

a) Paralelogramo e o retângulo?

b) Retângulo e o quadrado?

c) Paralelogramo e losango?

d) Retângulo e o losango?

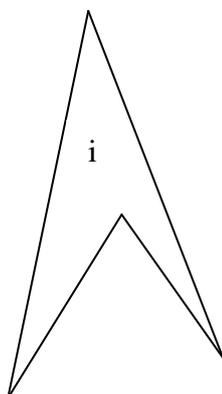
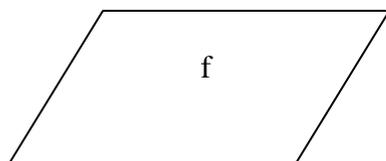
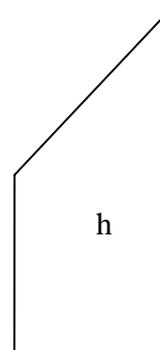
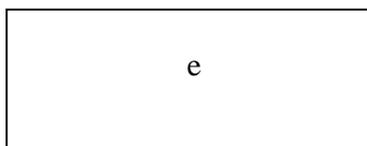
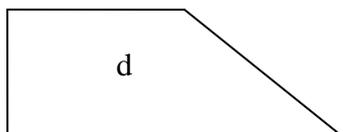
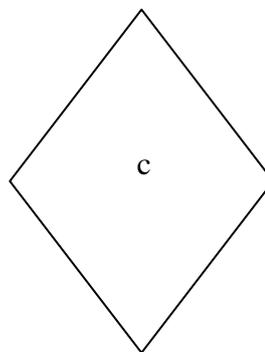
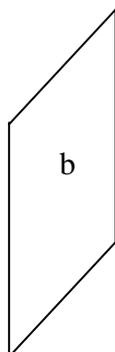
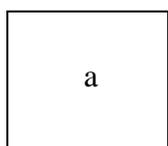
e) Losango e o quadrado?

f) Trapézio e paralelogramo?

FICHA 3 – DIFERENTES QUADRILÁTEROS

Fonte: Ensinar e aprender: Volume 2- material produzido pelo CENPEC para o projeto Correção de Fluxo da SEED do Paraná

Observe as figuras e preencha o quadro abaixo:



Quadro 2

-Tem quatro lados.
-Os lados opostos são paralelos.
-Os ângulos opostos têm a mesma medida.
-Figuras (identifique pela letra):
-Nome das figuras:

-Tem quatro lados.
-Todos os lados têm a mesma medida.
-Os lados opostos são paralelos.
-Os ângulos opostos têm a mesma medida.
-Figuras:
-Nomes:

-Tem quatro lados.
-Somente dois lados são paralelos.
-Figuras:
-Nomes:

-Tem quatro lados.
-Os lados opostos têm a mesma medida.
-Os lados opostos são paralelos
-Todos os ângulos são retos.
-Figuras:
-Nomes:

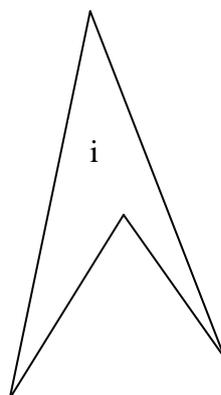
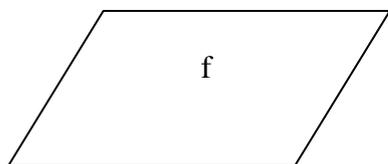
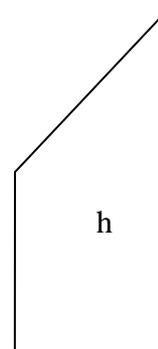
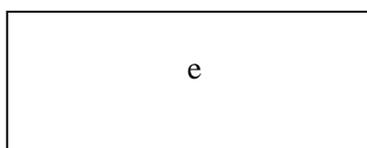
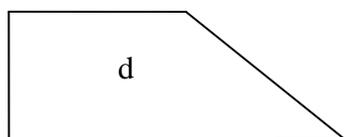
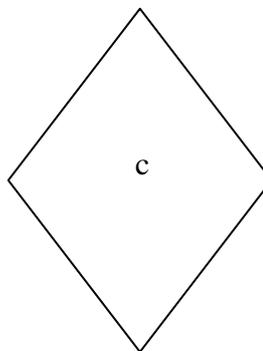
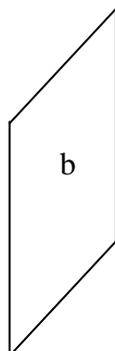
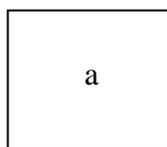
-Tem quatro lados.
-Todos os lados têm a mesma medida.
-Os lados opostos são paralelos.
-Todos os ângulos são retos
-Figuras:
-Nomes:

-Tem quatro lados.
-Tem somente um par de lados paralelos.
-Tem somente dois ângulos retos.
-Figura:
-Nomes:

FICHA 4 - DESCOBRINDO DIAGONAIS

Fonte: Ensinar e aprender: Volume 2- material produzido pelo CENPEC para o projeto Correção de Fluxo da SEED do Paraná

Observe as figuras abaixo e trace as diagonais em cada uma.



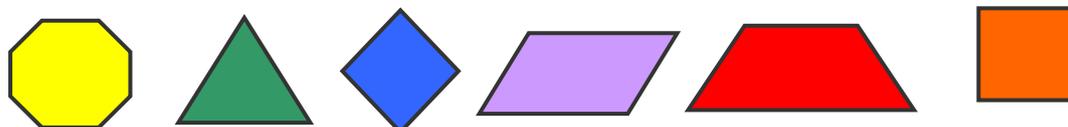
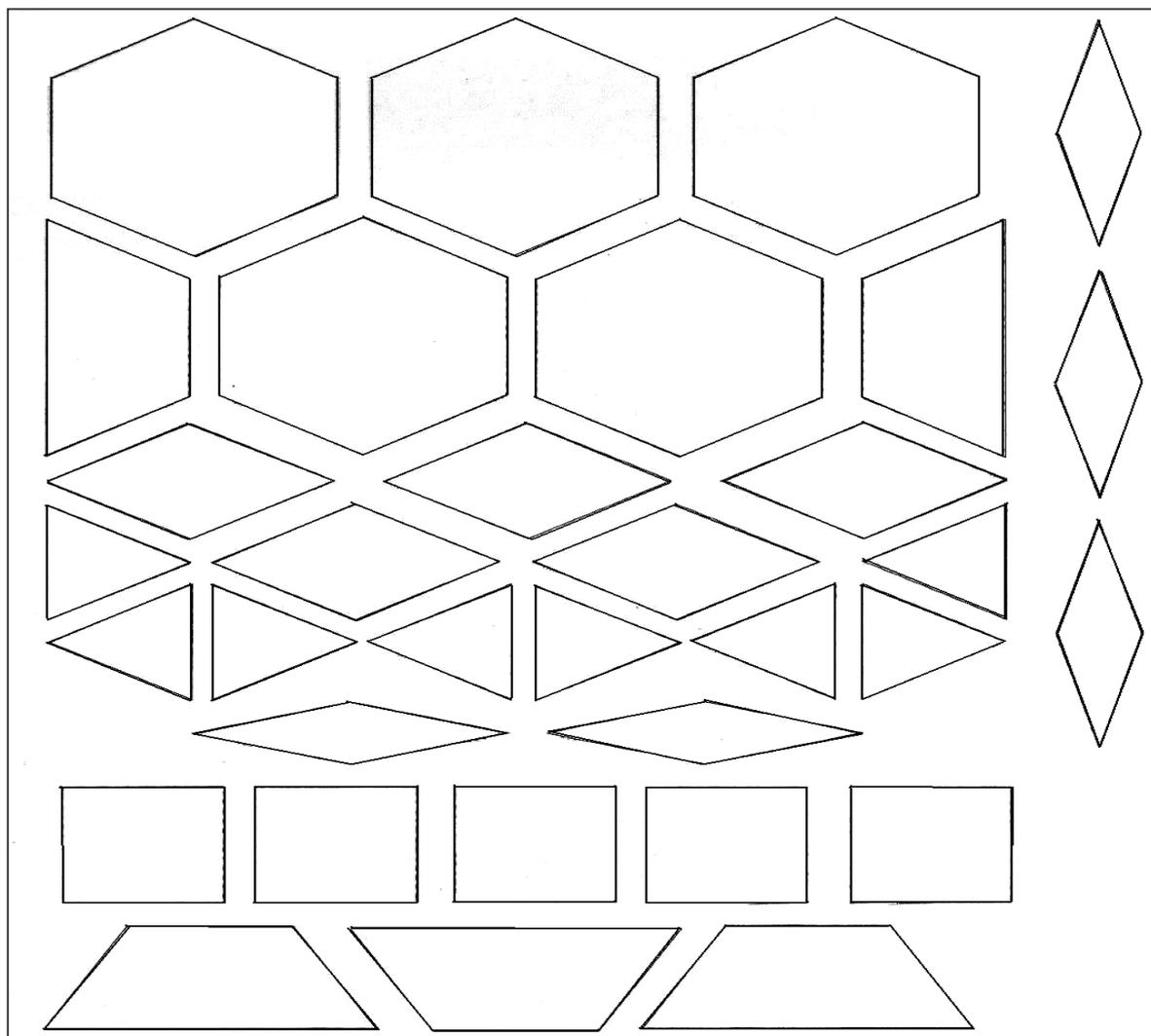
Agora complete o quadro 3

Quadro 3					
Propriedades das diagonais	Paralelogramo	Retângulo	Losango	Quadrado	Trapézio
As diagonais se cortam ao meio					
As diagonais têm a mesma medida					
As diagonais são perpendiculares					
As diagonais são as bissetrizes dos ângulos					
As diagonais formam triângulos iguais dois a dois					
As diagonais formam quatro triângulos iguais					

FICHA 5 – PEÇAS DO MOSAICO

Fonte: Ensinar e aprender: Volume 2- material produzido pelo CENPEC para o projeto Correção de Fluxo da SEED do Paraná

Pinte os polígonos abaixo de acordo com a legenda. A seguir recorte cada uma das peças.



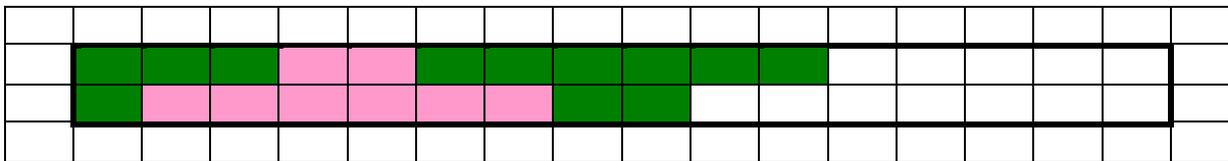
Hexágonos: amarelo
Quadrados: laranja

Losango: azul
Trapézios: vermelho

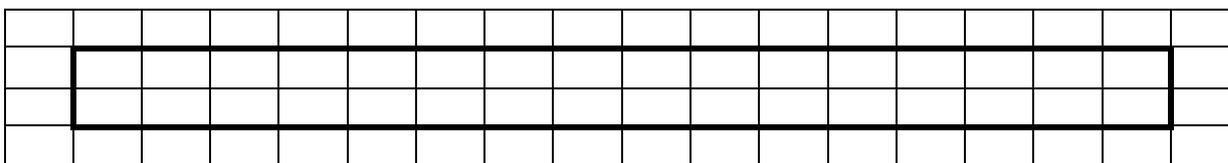
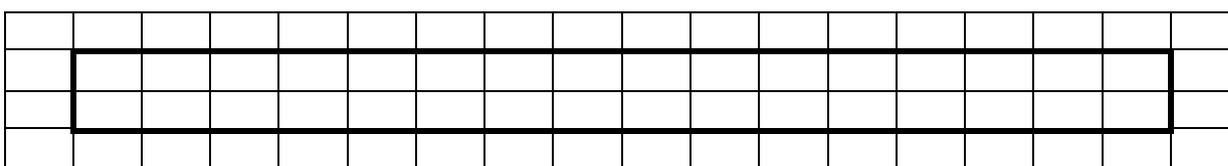
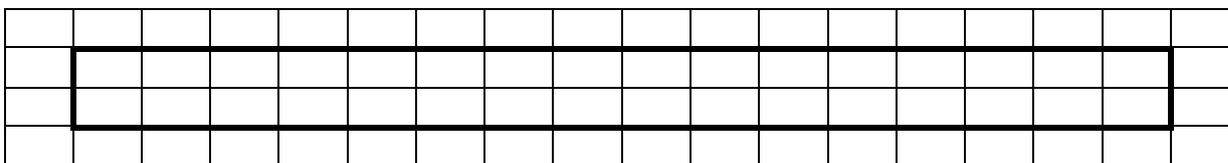
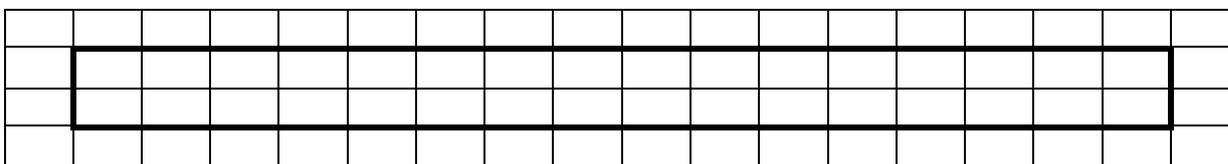
Paralelogramos: roxo
Triângulos: verde

FICHA 7 – CONSTRUINDO MOSAICOS COM POLIMINÓS

Usando o Tetraminó nas posições , complete o padrão que já foi iniciado.



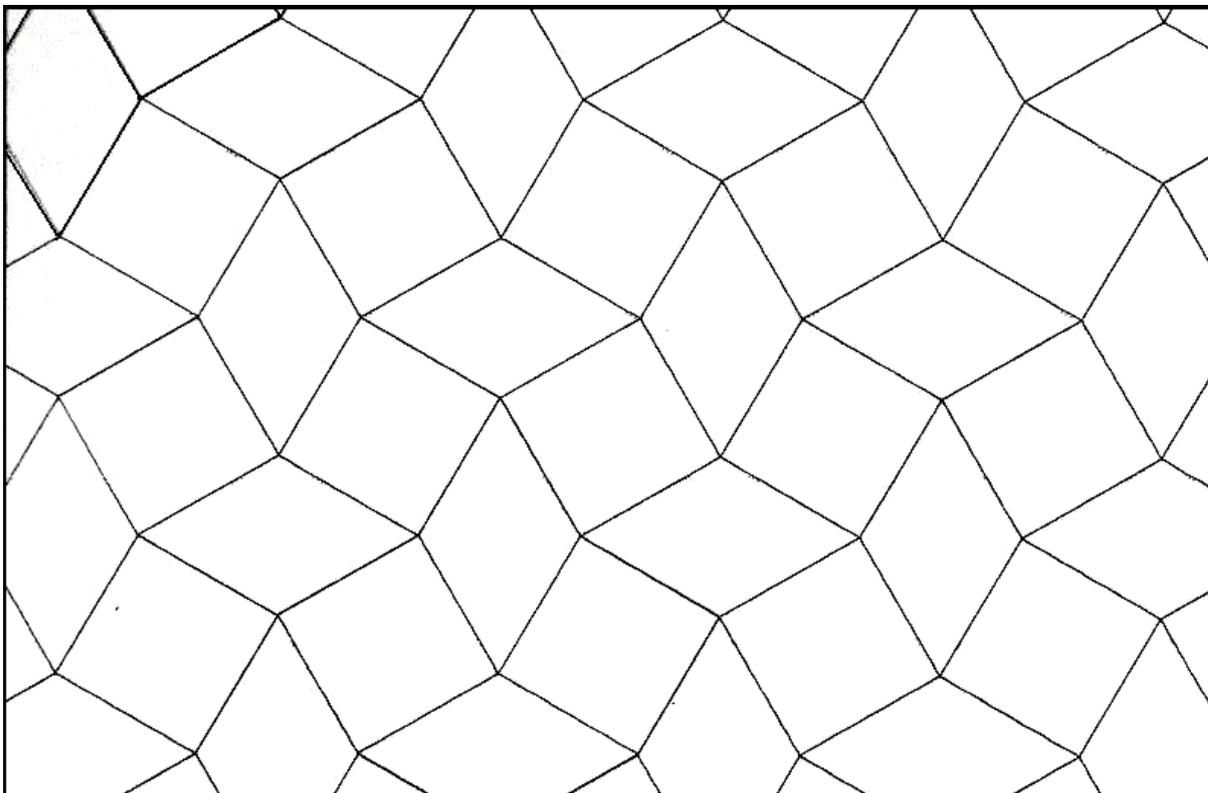
Agora Construa mais quatro mosaicos, utilizando tipos diferentes de poliminós



FICHA 8 – MOSAICOS

Fonte: Ensinar e aprender: Volume 2- material produzido pelo CENPEC para o projeto Correção de Fluxo da SEED do Paraná

Este é um exemplo de mosaico construído com dois tipos de quadriláteros. Pinte-o como achar melhor



- a) Quais são os quadriláteros que compõem o mosaico?

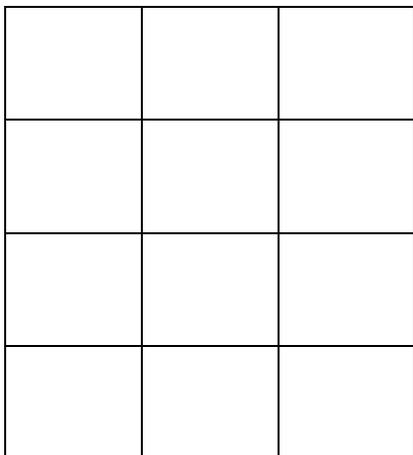
- b) Com o auxílio do transferidor, calcule a medida dos ângulos internos desses quadriláteros

FICHA 9 – CONSTRUINDO POLIMINÓS

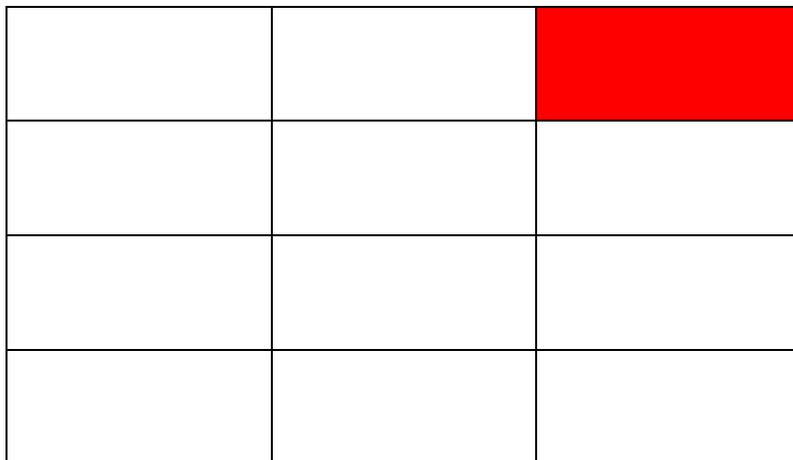
Fonte: Ensinar e aprender: Volume 2- material produzido pelo CENPEC para o projeto Correção de Fluxo da SEED do Paraná

Peças do jogo

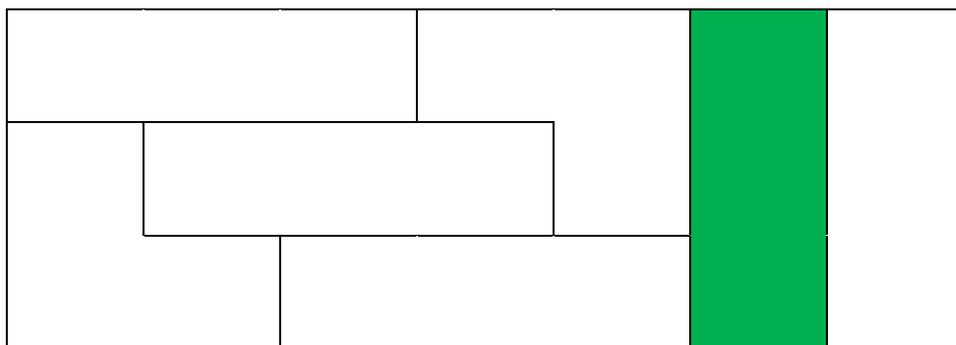
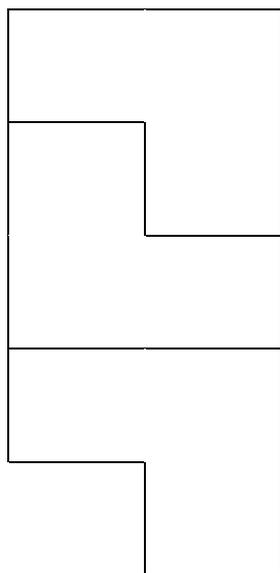
12 Monominós na cor branca



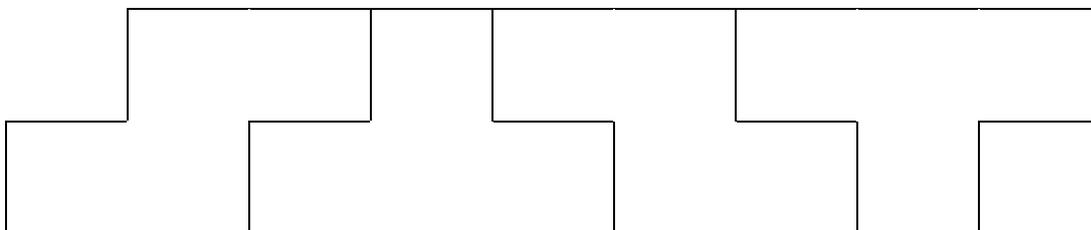
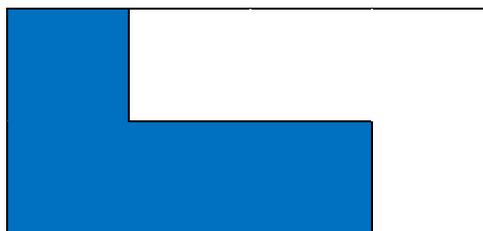
12 Dominós na cor vermelha



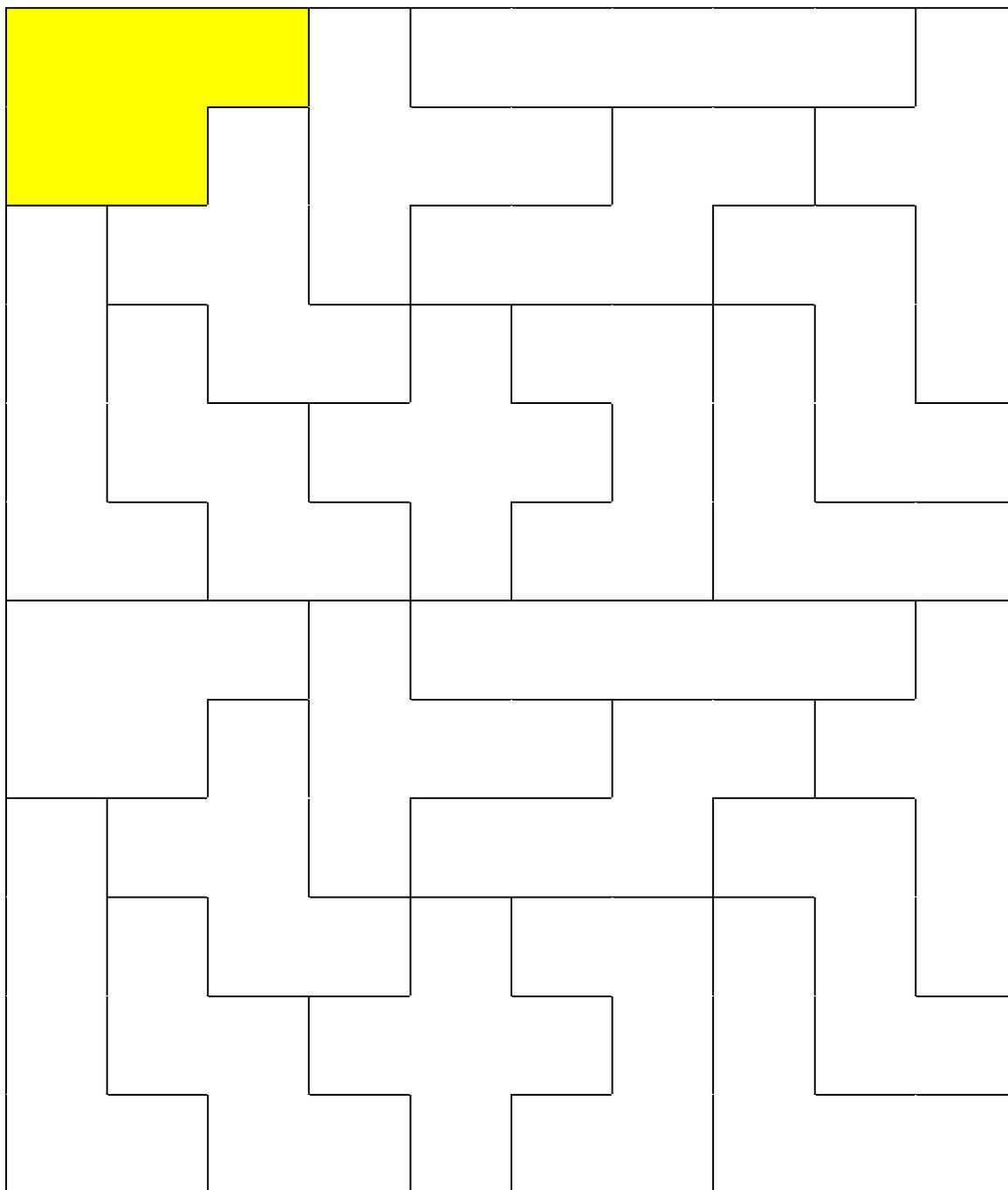
10 Triminós, 5 de cada forma na cor verde



8 Tetraminós, 2 de cada forma na cor azul



24 pentaminós, 2 de cada forma na cor amarela



Referências

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgar Blücher, 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental Matemática. - Brasília: MEC/ SEF, 1998.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação matemática representação e construção em geometria**. Porto Alegre: Artes Médicas do Sul, 1999.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **Educação em Revista**, Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBM, ano 3, n. 4, p. 4 –13, 1º sem. 1995.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Departamento de Educação Básica. **Diretrizes curriculares de matemática para as séries finais do ensino fundamental e para o ensino médio**. Disponível em: <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/> . Acesso em 19 mar. 2010.

MIORIM, M. A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

PAVANELLO, R. N. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Revista Zetetiké**, ano 1, n. 1, p. 7-17. UNICAMP, 1993.

PONTE, J.P; BROCARD, J; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

STRUIK, D. J. **História concisa das matemáticas**. Lisboa: Gradiva, 1989.

