Versão Online ISBN 978-85-8015-054-4
Cadernos PDE

VOLUME I

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2009

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: AS EMBALAGENS E O ESTUDO DE GEOMETRIA

Autora: *Sandra Mara Mantovani* - smmantovani@seed.pr.gov.br[1]
Orientadora: *Magna Natalia Marin Pires* - magnapires@yahoo.com.br[2]

Resumo

O presente artigo traz uma abordagem sobre o ensino da Geometria Plana e Espacial e é resultado de um trabalho que permitiu a resolução de uma série de atividades em sala de aula. Em muitas dessas atividades foram utilizadas embalagens como material manipulável, as formas geométricas contidas nessas embalagens foram observadas e identificadas pelos alunos. Para tanto, utilizamos a estratégia de investigação matemática e dessa forma ficou visível a interação entre professor e aluno e entre alunos, além disso, foi observado no decorrer das atividades que a investigação e a exploração foram caminhos que possibilitaram uma aprendizagem mais significativa, pois o aluno utilizou conhecimentos que possuía para aprender um "novo conhecimento", além de ser convidado a assumir uma atitude participativa. As atividades foram desenvolvidas em três etapas: apresentação da atividade, realização exclusiva pelos alunos, discussão e reflexão sobre o trabalho realizado. O resultado alcançado com a realização deste trabalho foi expresso no que se referente à compreensão e envolvimento dos alunos com a Geometria Plana e Espacial.

Palavras chave: Geometria Plana. Geometria Espacial. Embalagens. Investigação Matemática. Educação Matemática.

Abstract

This paper presents an approach on teaching Plane and Space Geometry techniques, being the result of a work that allowed the resolution of a series of activities in the classroom. In many of those activities, packages were used as manipulable material, so that the students could observe and identify the geometrical shapes contained in such packages. For accomplishing such tasks

[1] Professora da Rede Pública Estadual – Paraná.
[2] Professora do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina.

mathematical research was employed, what made clear the interactions between teacher and student and among students. It was also observed during the activities that research and exploration were the paths that enabled a more meaningful learning, because the student employed knowledge they already had to achieve a "new knowledge" and also was asked to take a participative approach. The activities were executed in three stages: presentation of the activity, execution exclusively by students, debate and reflection on the work done. The result achieved with this work was expressed regarding the understanding and involvement of students in Plane and Space Geometry.

Key-words: Plane Geometry. Space Geometry. Packaging. Mathematical Research. Mathematics Education.

1 Introdução

O Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), do Estado do Paraná, é um programa direcionado aos professores da rede pública do estado do Paraná, e é composto por atividades desenvolvidas em parceria com Instituições de Ensino Superior e implantado pela SEED (Secretaria de Estado da Educação) do estado do Paraná.

Essa parceria entre a Secretaria Estadual de Educação (SEED), a Secretaria de Estado Ciência e Tecnologia (SETI) e as Instituições de Ensino Superior (IES) públicas do estado do Paraná promove uma boa experiência de trabalho com os professores da Educação Básica e com os professores das IES. O resultado dessa união garante uma troca riquíssima de vivência entre esses profissionais da educação, o acúmulo teórico resultante de incansáveis pesquisas dos professores das IES e a prática dos professores da educação básica.

Enquanto professora participante do PDE pude fazer algumas reflexões relacionadas aos conteúdos matemáticos e também aos conhecimentos pedagógicos. Conheci novas metodologias e estratégias, e apesar de considerar-me uma professora comprometida e qualificada, fazer parte do PDE, contribuiu muito para que minha prática profissional fosse atualizada.

A intervenção pedagógica ocorreu no Colégio Estadual Barão do Rio Branco - EFM, situada na Rua Silvio Pegoraro, nº 20, Londrina, Núcleo de Londrina. Atualmente, conta com cerca de 900 alunos matriculados.

As turmas que participaram da implementação da proposta pedagógica foram as quintas séries, turmas B e C do período vespertino, totalizando cerca de 70 alunos envolvendo também seus respectivos professores.

O grande desafio do processo ensino e aprendizagem não é simplesmente transmitir informações, consiste, sobretudo em formar alunos críticos, capazes de solucionar problemas e aprender na prática constante, a fim de construir conhecimento. Por isso, o ensino da Matemática não deve ser apresentado aos alunos como algo que poucos podem aprender, ou como um idioma complexo ou ainda como uma partitura para um leigo em música.

Já dizia FRAGA (1988, p.43), "o discurso matemático desligado da vida cotidiana do aluno, não o estimula para explorar e conhecer a Matemática como um bem cultural criativo, real e prático".

O professor tem um papel importantíssimo no processo da aprendizagem, ele deve propor atividades diversificadas de modo que desperte no aluno criatividade, curiosidade, crítica e questionamentos permanentes, contribuindo assim para a sua formação como cidadão crítico e não apenas para ser um instrumento do interesse e da vontade das classes dominantes.

Com base nessa realidade e que trabalhamos as atividades propostas, utilizando a estratégia de Investigação Matemática, indicada nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná. Acreditamos que dessa maneira agregamos, enriquecemos e contribuímos para o desenvolvimento do educando. De acordo com as DCE (2008, p. 67):

> Uma investigação é um problema em aberto e, por isso, as coisas acontecem de forma diferente do que na resolução de problemas e exercícios. O objeto a ser investigado não é explicitado pelo professor, porém o método de investigação deverá ser indicado através, por exemplo, de uma introdução oral, de maneira que o aluno compreenda o significado de investigar. Assim, uma mesma situação apresentada poderá ter objetos de investigação distintos por diferentes grupos de alunos. E mais, se os grupos partirem de pontos de investigação diferentes, com certeza obterá resultados também diferentes.

As tarefas de Investigação Matemática freqüentemente são vistas pelos estudantes como desafiadora e aberta, permitindo várias alternativas de exploração e investigação. Essa tendência, como atividade de ensino-aprendizagem, portanto ajuda

> a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p. 23).

A geometria dentro da Matemática é uma área particularmente propícia à realização de atividades de natureza exploratória e investigativa. Para Freudenthal (1973), a geometria é essencialmente “compreender o espaço” que a criança “deve aprender a conhecer, explorar, conquistar, de modo a poder aí viver, respirar e mover-se melhor”. Pensando assim, a geometria torna-se um campo privilegiado de fazer matemática e de realização de descobertas. É interessante que Freudenthal chame a atenção para dois aspectos da riqueza da geometria que poderiam parecer contraditórios, mas que na verdade se completam: por um lado, as descobertas geométricas, sendo feitas também “com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes”; por outro lado, salientando a necessidade de explicação lógica das suas conclusões, a geometria pode fazer sentir aos alunos “a força do espírito humano, ou seja, do seu próprio espírito”.

Procuramos trabalhar com naturalidade a manipulação de materiais, e dessa forma percebemos que a geometria é propícia a um ensino fortemente baseado na realização de descobertas e na resolução de problemas.

A riqueza e variedade da geometria constituem, de fato, argumentos fortes para a sua valorização, é notável a variedade de formas geométricas que os organismos vivos apresentam.

Diante dessa visão, este trabalho teve a intenção de proporcionar aos alunos um envolvimento maior com a aula e consequentemente promover a compreensão dos conceitos de geometria, evitando a fragmentação e relacionando a forma escolar de sistematizar os conteúdos com as diferentes áreas do conhecimento,

promovendo análises sobre a freqüência de apresentação dos tipos de representação de sólidos geométricos encontrados nas embalagens de alimentos, que estão presentes no cotidiano.

2 Pressupostos Teóricos- Metodológicos

2.1 A geometria

A geometria é um instrumento que permite não apenas a percepção ou a representação do espaço em que vivemos, mas também o desenvolvimento de habilidades em outras áreas do conhecimento, pelos recursos que oferece, como:

- oportunizar a reflexão sobre situações-problema vivenciadas no cotidiano;
- propiciar possibilidades amplas para explorar e investigar construções;
- descrever e perceber propriedades e desenvolver a atitude cientifica.

Segundo Lorenzato (1998, p.30):

> Pesquisas psicológicas indicam que a aprendizagem geométrica é necessária ao desenvolvimento da criança, pois inúmeras situações escolares requerem percepção espacial, tanto em matemática (por exemplo: algoritmos, medições, valor posicional, séries, sequências) como na leitura e escrita.

Ainda segundo Lorenzato (1995, p. 5), “sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida”.

O ensino de geometria pode contribuir também para a formação do aluno favorecendo, como aponta Wheeler (1981, p. 352), “um tipo particular de pensamento – buscando novas situações, sendo sensível aos seus impactos visuais e interrogandos sobre eles”.

Dessa forma, percebemos que devemos utilizar toda a riqueza da história da Matemática a partir da geometria, de forma que o ensinar seja um processo de construção do conhecimento e não um repassar de informações. Sobre a Matemática, D'Ambrosio (2002, p. 78) relata:

> A geometria do povo, dos balões e das pipas, é colorida. A geometria teórica, desde sua origem grega, eliminou a cor. São essas as primeiras e mais notáveis experiências geométricas. E a reaproximação de Arte e Geometria não podem ser alcançadas sem a mediação das cores. Assim como chegar à Geometria sem cores, talvez seja esse o ponto crucial na passagem da matemática do concreto para uma matemática teórica. O cuidado com essa passagem e trabalhar adequadamente esse momento talvez sintetizem o objetivo mais importante dos programas de Matemática.

Aprende-se Matemática não somente por sua beleza ou pela consistência de suas teorias, mas para que, a partir dela, o homem amplie seu conhecimento e, por conseguinte, contribua para o desenvolvimento da sociedade. Na Educação Básica, a educação matemática valoriza os conhecimentos geométricos, que não devem ser rigidamente separados da aritmética e da álgebra. Segundo Lorenzato (1995, p. 07) a geometria interliga-se com a aritmética e com a álgebra: "Porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela geometria, que realiza a tradução para o aprendiz".

De acordo com as Diretrizes Curriculares Estaduais, "a matemática deve ser compreendida desde suas origens até a aplicação científica e é como disciplina no currículo escolar brasileiro que vai ampliar a discussão acerca destas dimensões" DCE (2008, p.3). As DCE apontam como proposta uma prática que torne a Matemática uma disciplina de conteúdo científico e não apenas como disciplina de cunho utilitarista.

As escolhas didáticas feitas pelo professor, tanto no nível do que se passa diretamente na sala de aula, quanto no material por ele utilizado, permite vislumbrar que dimensões do conhecimento são tratadas em sala de aula que aproximam, o conhecimento de senso comum, do conhecimento científico. As DCE (2008, p. 17) propõem:

> Pela educação matemática, almeja-se um ensino que possibilite aos estudantes análises, discussões, conjecturas, apropriações de conceitos e formulações de idéias. A efetivação dessa proposta requer um professor que possa analisar criticamente os pressupostos ou as idéias centrais que articulam a pesquisa matemática ao currículo a fim de potencializar meios para superar desafios pedagógicos.

A Matemática tem um importante destaque no Currículo, pois especifica que o estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas e saber usarem diferentes unidades de medida. De acordo com D'Ambrosio (1990, p. 10):

> A matemática é, desde os gregos, uma disciplina de foco nos sistemas educacionais, e tem sido a forma de pensamento mais estável da tradição mediterrânea que perdura até os nossos dias como manifestação cultural que se impôs incontestada, às demais formas. Enquanto nenhuma religião se universalizou, [...], a matemática se universalizou, deslocando todos os demais modos de quantificar, de medir, de ordenar, de inferir e servindo de base, se impondo como o modo de pensamento lógico e racional que passou a identificar a própria espécie.

Diante disso, devemos considerar que todos os objetos do mundo físico em que vivemos possuem forma, dimensões e ocupam uma posição no espaço, onde o estudo da geometria ajuda no desenvolvimento de competências relacionadas à percepção e orientação espacial, à criação de representações geométricas e modelos que favoreçam a análise e encaminhamentos de soluções para situações-problema diversas. Por essa razão, nas aulas de Matemática, é necessário destinar um espaço privilegiado para o tratamento da geometria. Para isso, é importante envolver os alunos em episódios práticos e cotidianos, de modo que seja propiciada a interação com os conhecimentos teóricos, despertando, dessa forma, o desejo de aprender e compreender o resultado da utilização desse conhecimento pelo homem.

2.2 História da geometria

Sabemos que a Matemática é a mais antiga das ciências e que a sua origem esconde-se nas antigas civilizações egípcias. O estudo da geometria espacial pelos povos da mesopotâmia (região situada no Oriente Médio, no vale dos rios Tigre e Eufrates) é datado desde, aproximadamente, três mil anos antes de Cristo e todo o conhecimento que temos hoje se baseiam em documentos denominamos papiros. Dentre os principais podemos citar o “papiro de Rhind” e o “papiro de Moscou”.

De acordo com o Dicionário Enciclopédico Conhecer - Abril Cultural os primeiros vestígios de geometria podem ser rastreados na Idade da Pedra. Pinturas nas cavernas, adornos, armas e utensílios, objetos de cerâmica e tecido, revelam um sentido das formas e de outras propriedades geométricas das figuras. Acredita-se, em geral, que a origem da geometria se situa no Egito, o que é natural, pois, para a construção das pirâmides e outros monumentos desta civilização, seriam necessários conhecimentos geométricos. Estudos mais recentes contrariam esta opinião e mencionam que os egípcios foram buscar junto aos babilônios muito do seu saber. Por volta do Século III antes de Cristo, Euclides produziu a memorável obra denominada “Elementos”, na qual estão registrados os princípios da geometria e o futuro desenvolvimento da mesma. Esta obra contribui há mais de vinte séculos para o progresso das ciências, servindo de base para toda a geometria chamada euclidiana.

Os gregos estudaram e desenvolveram conhecimentos que tinham sobre a geometria, mas é certo que muitas outras civilizações antigas possuíam conhecimentos de natureza geométrica, da Babilônia à China, passando pela civilização Hindu. O termo "geometria" deriva do grego *geometrein*, que significa medição da terra (*geo* = terra, *metrein* = medir). Eles perceberam que os egípcios eram capazes de executarem cálculos e medidas de dimensionamento da terra e por meio destes conhecimentos assimilaram seus princípios empíricos, procurando encontrar demonstrações dedutivas rigorosas das leis acerca do espaço. A este conhecimento os gregos deram o nome de GEOMETRIA (medida da terra).

Na medida em que o Egito é geralmente considerado o berço da civilização grega, "o reconhecimento da origem egípcia não era outra coisa senão o corolário

da certeza de que a geometria era um traço essencial da identidade cultural helênica” (CAMBIANO, 1992, p. 83).

Alguns filósofos gregos, em particular Pitágoras e Platão, associavam o estudo da Geometria espacial ao estudo da metafísica e da religião, devido às formas abstratas que os sólidos apresentam.

A Geometria chega ao ápice na antiguidade com os denominados Geômetras Alexandrinos. Arquimedes com seus estudos sobre as esferas e o cilindro e Euclides com seu livro denominado de ELEMENTOS, onde sistematizava todos os conhecimentos acumulados até então pelo seu povo, fornecendo desta forma ordenação através de uma linguagem.

No século XIX é que a geometria passa pela maior reestruturação desde seus estudos iniciais na Grécia antiga onde os estudos sobre Geometria Espacial ficaram estancados nas teorias da geometria grega foi no período denominado historicamente de “Renascimento” que ocorreu o resgate ao estudo de toda ciência adormecida até aquele momento. Anteriormente, todos os raciocínios realizados eram com base no postulado grego. A criação da geometria não euclidiana foi um marco na história da Matemática. Com a evolução da geometria euclidiana para a geometria não euclidiana, novos conceitos, novas teorias foram descobertas e apresentadas à sociedade, como a teoria da relatividade de Albert Einstein.

Diversos matemáticos como Leonardo Fibonacci (1170-1240) retomam os estudos sobre Geometria Espacial e em 1220 escreve a “Practica Geometriae”, uma coleção sobre Trigonometria e Geometria (abordagem nas teorias de Euclides e um análogo tridimensional do teorema de Pitágoras).

Mais recentemente, ingressamos no estudo da geometria das formas irregulares, ou seja, a geometria dos fractais.

2.3 Investigação matemática

A tendência metodológica investigação matemática, que será abordada nesse projeto, busca despertar o interesse do aluno, trazendo para a sala de aula, problemas do dia-a-dia, fatos da cultura em que vivem computadores, calculadoras,

fatos históricos e investigações de modo a propiciar uma aproximação do ensino com a realidade.

Ponte et al. (1999, apud PONTE et al., 1999) ressaltam a importância de realizar processos investigativos em sala de aula, uma vez que o conhecimento matemático estimula a curiosidade e a investigação, e afirmam:

> A realização de investigações por parte dos alunos não deve ser, na nossa perspectiva, uma atividade esporádica — pelo contrário, deve ser uma atividade frequente e regular na sala de aula. Para que isso aconteça é importante que os professores concebam projetos de trabalho nas suas escolas onde a atividade investigativa possa assumir uma presença importante. Na verdade, são muitos os obstáculos que se levantam à prática regular deste tipo de atividades, tornando-se extremamente penoso para o professor defrontá-los isoladamente (PONTE et al., 1999, p. 14).

Diante disso, percebemos que o professor tem um papel decisivo no processo ensino/aprendizagem, pois ele deve: desafiar, apoiar, avaliar, dar informação, promover a reflexão, e ainda criar um ambiente de trabalho onde o aluno se sinta à vontade a pensar, a argumentar e a expor as suas idéias sem medo de ser avaliado negativamente pelos seus colegas ou pelo professor. Durante uma investigação matemática, o mais importante é explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma dada situação, pois se sabe qual é o ponto de partida, mas não se sabe qual será o ponto de chegada.

A atividade de investigação proposta pelo professor deve ser preparada, porém ela também pode surgir espontaneamente na aula, a partir de situações de trabalho prático e de discussões amplamente participadas pelos alunos.

As Diretrizes apontam a necessidade de mudanças não só no que se ensinam, mas principalmente como vai se ensinar e organizar as situações de ensino e de aprendizagem. A Investigação Matemática diferencia-se das demais tendências por ser desafiadora e aberta, permitindo assim que os alunos apresentem varias alternativas de exploração e investigação. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira:

> Essa tendência, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína,

> constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor (PONTE; BROCARDO E OLIVEIRA, 2003, p. 23).

A geometria dentro da Matemática é uma área particularmente propícia à realização de atividades de natureza exploratória e investigativa. Para Freudenthal (1973), a geometria é essencialmente "compreender o espaço" que a criança "deve aprender a conhecer, explorar, conquistar, de modo a poder aí viver, respirar e mover-se melhor". Pensando assim, a geometria torna-se um campo privilegiado de fazer a matemática e de realização de descobertas. É interessante que Freudenthal chame a atenção para dois aspectos da riqueza da geometria que poderiam parecer contraditórios, mas que na verdade se completam: por um lado, as descobertas geométricas, sendo feitas também "com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes"; por outro lado, salientando a necessidade de explicação lógica das suas conclusões, a geometria pode fazer sentir aos alunos "a força do espírito humano, ou seja, do seu próprio espírito".

3 Implementação na Escola

Reconhecer no cotidiano as várias formas geométricas não é o suficiente, o aluno deve dominar também os seus conceitos para aprender a geometria que é ensinada nas escolas, pois não é apenas com a observação que poderá compreender os conceitos necessários para construir o conhecimento. Estamos rodeados de formas: nas construções, no comércio, em uma caixa de presente, em todos os momentos de nossa vida.

O projeto foi apresentado aos alunos das 5as séries B e C, e os mesmos relataram que gostam da disciplina de Matemática, especificamente do conteúdo de Geometria. A realização das tarefas nas turmas foi dividida em dois momentos: o momento de discussão, de produção e de registro escrito pelos alunos e o momento de socialização, em que foram discutidos os resultados obtidos pelos alunos.

As propostas desenvolvidas possuíram um papel importante no processo de ensino aprendizagem do aluno, pois visaram a promoção, a exploração e investigação durante as aulas de Matemática além de requerer processos complexas de pensamento, envolvimento e criatividade do grupo a que se destinaram. Cada tarefa possuía enunciado e objetivo precisos e estruturados e, além disso, os próprios alunos que definiram e orientaram as discussões.

O foco desse trabalho foi à investigação matemática, em que por meio da exploração de idéias simples, os vários exemplos/modelos propostos, foram trabalhados de forma estimulante a formalização de conceitos geométricos a partir da proposta inicial, enveredando-se pelos caminhos que surgiram como interessantes. Este último é divergente: “Sabe-se qual é o ponto de partida, mas não se sabe qual será o ponto de chegada” (FONSECA, 1999, p. 4).

Segundo (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p.25) a investigação matemática envolve três fases:

1ª fase: introdução da tarefa, momento em que o professor faz a proposta à turma.

2ª fase: realização da investigação.

3ª fase: discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado.

A condução da aula foi feita de acordo com as fases descritas. O meu papel durante as aulas de investigação foi muito importante, pois, tive que: desafiar os alunos; avaliar o desempenho; incentivar o raciocínio matemático e apoiar o trabalho. Em cada uma dessas ações, pude acompanhar a turma, ou seja, dar autonomia ao estudante, mas intervir como indutor da continuidade da tarefa, ora entusiasmando e incentivando, ora redirecionando o foco ou avaliando os passos na evolução e crescimento do conhecimento, apontando questões, reelaborando perguntas com os estudantes, orientando os alunos que podem existir outros caminhos interessantes e que possibilitam chegar a um mesmo resultado. Por isso, a atitude do professor, na condução de uma aula investigativa, assume várias facetas. Ele deve se assegurar de que todos os alunos compreendam bem as formas de desenvolvimento e execução das tarefas.

Para que os alunos pudessem observar, explorar, discutir, descobrir, compreender e internalizar de maneira bem consistente, as tarefas propostas e os conceitos abordados, os alunos trabalharam em grupos, envolvidos em discussões e

compartilhando idéias, e em seguida, foi feito um debate promovido pelo professor, em que os alunos puderam confrontar as idéias e defenderem suas conclusões.

Durante a discussão dos resultados obtidos, foi oportunizado momentos para que os alunos fizessem a reflexão sobre o trabalho desenvolvido, analisassem as conclusões obtidas e escrevessem os resultados encontrados.

As tarefas realizadas foram diversificadas, dentre elas: confecção de embalagens, a construção de um poliedro de Platão a partir dos conceitos trabalhados nas aulas, com cálculos e dimensões pré-estabelecidas pelo grupo; representação do quadro da Tarsila do Amaral utilizando representação de sólidos; e resolução de exercícios que envolvem conceitos geométricos.

1ª Atividade: Investigando as Embalagens

A tarefa foi realizada em quatro momentos e em cada um deles os alunos puderam manipular as embalagens com o formato de sólidos geométricos, questionando-se em relação as suas propriedades matemáticas.

1º momento: O objetivo desse momento foi promover a construção de conhecimentos de forma participativa, possibilitando e estimulando a comunicação entre os alunos.

Os alunos levaram para a sala de aula diferentes tipos de embalagens e objetos: caixas com diferentes formas e tamanhos, como caixa de leite, de remédio, chá, creme dental, latas, copos de plástico, entre outras.

Iniciou-se a atividade pedindo para que os alunos, em grupos, organizassem as embalagens, como se fossem um comerciante que buscasse arrumar seus produtos em sua loja, de modo que quando um freguês fizesse um pedido, fosse fácil encontrar e pegar o que ele desejasse.

Figura 1
Fonte: arquivo pessoal

Figura 2
Fonte: arquivo pessoal

2º Momento: Um aluno do grupo foi escolhido como relator para fazer as anotações das atividades realizadas. Iniciou-se então a separação e classificação das embalagens agrupando-as por semelhanças. O objetivo dessa tarefa foi verificar a noção que cada aluno tinha a respeito de Geometria enfatizando as formas geométricas, como elas se apresentam na natureza e na vida diária das pessoas.

Quando a tarefa de classificação terminou, os grupos foram questionados e tiveram que responder algumas perguntas:

- Por que é maior a freqüência de certas formas de embalagens, especialmente paralelepípedo e cilindro em relação a outras, como cone, esfera e pirâmides?
- Qual foi o critério que cada equipe utilizou para separar as embalagens?
- De que material as embalagens são feitas?
- As caixas de leite poderiam agrupar-se com as caixas de remédios?

Algumas equipes observaram que as embalagens devem ter certa estabilidade, de forma que fiquem paradas nas prateleiras, sendo mais freqüente optar por formas que não rolam. Além disso, começou a despontar um possível critério de classificação dos sólidos geométricos (possuir faces planas, possuir todas as faces planas, não possuir faces planas, possuir apenas uma face plana, etc.). Os alunos observaram que o fabricante considera, na hora da fabricação da embalagem de um produto, a economia e o espaço que ela deve ocupar, ou seja, que no empilhamento, aproveite-se o espaço da melhor maneira possível, deixando poucos

“buracos” entre elas. Confrontando os aspectos da estabilidade em diversas posições e a economia de espaço no empilhamento, as embalagens mais práticas parecem ser mesmo as caixas tradicionais, ou seja, aquelas em forma de paralelepípedo.

Além disso, o grupo observou que durante a classificação dos produtos, apareceram também com muita freqüência, embalagens em forma cilíndrica. Eles notaram que estas podem rolar e sempre deixam espaço entre elas no empilhamento.

3º Momento: O objetivo desse momento foi estabelecer relações entre as figuras sólidas e planas e apontar para a contribuição da passagem de um sistema ao outro (no caso, a planificação de sólidos), e trazer à compreensão do espaço tridimensional em que vivemos.

Em seguida, foram propostas as equipes que elas desmontassem algumas embalagens em forma de cilindro ou de paralelepípedo (ou outras que tivessem interesse) para ver como elas foram construídas. Cada equipe escolheu uma embalagem, observaram a sua forma, tamanho, vértice, faces, arestas, e de que produto foi feita a embalagem, e desenharam a sua planificação em uma cartolina para remontar. Nesse momento foi trabalhado perímetro e área das caixas planificadas.

Os grupos que escolheram o paralelepípedo descobriram que a sua construção foi mais fácil, já que a construção da caixa cilíndrica exigiu mais habilidade na hora de ajustar as duas “tampas” circulares. Isso causou discussão entre os grupos e eles concluíram que a confecção de embalagens cilíndricas é feita com equipamentos e em escala industriais e que as embalagens que tem a forma de paralelepípedo são, em geral, de papelão, enquanto as cilíndricas são de metal, vidro ou matéria plástica. O formato da embalagem também pode estar relacionado a razões culturais como a tradição, a aceitação no mercado e outras estratégias de marketing.

A intenção foi que os alunos percebessem que o trabalho com as embalagens era somente uma das aplicações da geometria, mas ela está em todos os momentos de nossa vida. Além de ser uma forma de comunicação, relaciona com o mundo real, como verificado pelos alunos.

Figura 3
Fonte: arquivo pessoal

Figura 4
Fonte: arquivo pessoal

Figura 5
Fonte: arquivo pessoal

Figura 6
Fonte: arquivo pessoal

Figura 7
Fonte: arquivo pessoal

Figura 8
Fonte: arquivo pessoal

Nesse momento foi possível observar que os alunos participaram ativamente da atividade, visualizando, comparando, classificando, desmontando e montando a representação dos sólidos e dessa forma se apropriaram com maior facilidade dos conceitos geométricos. Abordaram-se vários elementos, conceitos e definições geométricas, bem como algumas noções de grandezas e medidas que proporcionaram melhor compreensão de conceitos métricos relativo ao espaço e às formas, definição dos elementos e a relação com a Geometria Plana. Planificaram-se diferentes tipos de sólidos, com o objetivo de fazer a comparação do sólido com a figura desmontada. Questionou-se a respeito da forma espacial que cada um dos objetos representava e também as diferentes formas planas que compunham esses objetos.

Foi chamada a atenção dos grupos para outros formatos mais incomuns, por exemplo, a caixa de *Toblerone* (em forma de prisma triangular), as de certos tipos de chá que são prismas hexagonais, embalagens de presentes piramidais, entre outras, porém foi comentado que essas embalagens também são submetidas às mesmas análises das condições de empilhamento, confecção, aproveitamento do material, além das considerações dos aspectos estéticos e de comercialização.

4º Momento: O próximo passo foi às equipes criarem um tipo de embalagem com uma logomarca inédita. Os alunos criaram um departamento de marketing de uma agência de propaganda fictícia, e após estudo e análise desenvolveram um produto fictício, abordando desde a idealização do produto em si, a construção da sua embalagem com logomarca inédita, até sua entrada no mercado. Nessa última etapa os alunos desenvolveram a atividade com entusiasmo e motivação, quando terminaram fizemos uma exposição com as embalagens para os alunos das 5ª B e 5ª C.

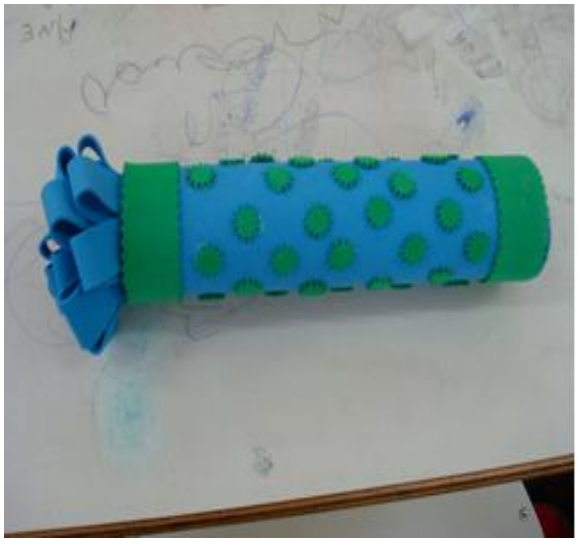
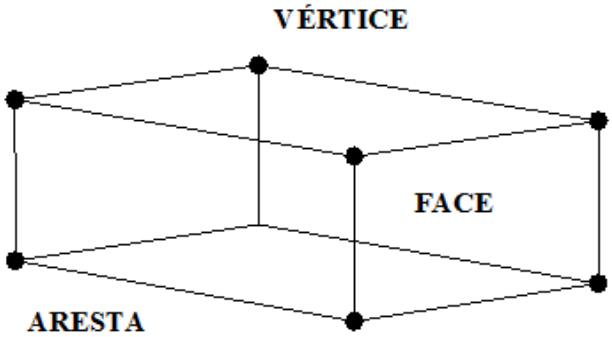


Figura 9
Fonte: arquivo pessoal

Figura 10
Fonte: arquivo pessoal

Cada aluno fez em seu caderno um roteiro sobre os Sólidos Geométricos com alguns desenhos, diferenciando corpos redondos de poliedros e citando as classificações dos poliedros, sendo: prismas, pirâmides e poliedros. Segue um exemplo de como foi o registro no caderno.

Paralelepípedo



O paralelepípedo possui:

- 6 faces;
- 12 arestas;
- 8 vértices;
- Todas as faces do paralelepípedo são planas;
- Nem todas as faces do paralelepípedo são iguais;
- No cubo as seis faces tem a mesma forma, já no paralelepípedo as faces opostas tem a mesma forma.

A expectativa referente ao aluno com essa atividade gira em torno dele observar e gravar as classificações e elementos dos Sólidos Geométricos, e também fazer distinções entre figuras planas e não planas.

Foi uma atividade muito importante para os alunos em todos os níveis, pois é uma forma de construir o conhecimento pela capacidade de cada grupo. Utilizando as embalagens, estudaram brincando e dessa forma desenvolveram a habilidade para construir o próprio conhecimento.

Quando foi iniciado o trabalho verificou-se uma enorme defasagem nos alunos em relação ao conteúdo de geometria, porém com a realização de cada momento a maioria das dificuldades apresentadas pelos alunos foi sanada e ficou visível o gosto e o prazer pela aprendizagem desse conteúdo.

2ª Atividade: Geometria e a Arte de Tarsila do Amaral

Trabalhar Geometria aliada à Arte foi um caminho usado para diversificar a metodologia e estabelecer diferentes práticas em sala de aula. Por meio de pesquisas os alunos observaram que vários artistas utilizam recursos da Geometria em suas obras e a relação entre a Geometria e Arte contribuíram para a produção de obras de grande beleza e harmonia. A intenção foi que os alunos percebessem que a atividade com a utilização das embalagens era somente uma das aplicações da geometria, pois a mesma está presente em nosso cotidiano. Essa tarefa foi realizada em quatro momentos:

1º momento: Iniciamos essa tarefa com a explicação sobre a relação entre as formas geométricas e as obras de arte e passamos alguns slides sobre a pintora Tarsila do Amaral e suas obras. Os alunos observaram que a pintora retrata, na maioria das suas obras, figuras geométricas. Pediu-se que eles comparassem e identificassem os sólidos geométricos existentes e que estabelecessem relações entre as figuras espaciais e suas representações no plano.

A seguir foram informadas algumas referências bibliográficas para aqueles alunos que desejaram saber mais sobre a artista. Neste momento foi chamada a atenção de todos para:

- as cores: como a pintora as usa; os efeitos que ela consegue criar; a impressão que elas nos dão;
- as formas: os sólidos geométricos que aparecem na pintura; se eles são iguais; os que estão atrás causam quais impressões;
- outros recursos usados pela pintora para termos a sensação de "calmaria".

Figura 11
Fonte: *www.culturamix.com/cultura/arte/**tarsila-do-amaral*** arquivo pessoal

Figura 12
Fonte: *www.culturamix.com/cultura/arte/**tarsila-do-amaral***

Durante a apresentação dos slides, a classe estava bem motivada, por estarem aprendendo o conteúdo de Geometria de uma forma diferenciada e compreendendo a relação entre a Matemática e a Arte.

Os alunos observaram a relação entre a obra estudada e a matemática, bem como, identificaram as formas geométricas contidas na obra. Observaram também que a obra possui formas geométricas com cores claras e escuras, bem intensas e vivas que realmente nos dá a impressão de tranqüilidade e calmaria.

2º Momento: Foi feito um painel que ficou afixado no quadro com os tópicos mais importantes que foram surgindo durante a discussão. Esse painel serviu para que a sala fizesse consultas durante o desenvolvimento das atividades. Ao invés de trabalhar o quadro *Calmaria* pedi que cada grupo pesquisasse a respeito das obras e que escolhesse uma para reproduzir.

Quadro	**Formas**	**Sólidos**	**Cores**
Calmaria			
O Mamoeiro			
Pescador			
Madureira			

3º Momento: Nesse momento foi feito um debate com a sala para que os grupos explicassem qual obra haviam escolhido. Foi explicado que os artistas, antes de realizarem suas pinturas, fazem um esboço, que são espécies de rascunhos, de ensaio para fazer o quadro final. No esboço, eles podem ver erros e consertá-los, fazer testes de cores. Os grupos utilizaram uma malha pontilhada para os primeiros esboços. As obras escolhidas estiveram presentes em slides na TV Pen drive neste momento, para que os alunos pudessem fazer comparações entre as produções deles com a dos outros grupos. A seguir os mesmos fizeram os esboços em cartolinas e pintaram com guache.

Figura 13
Fonte: arquivo pessoal

Figura 14
Fonte: arquivo pessoal

Figura 15
Fonte: arquivo pessoal

Figura 16
Fonte: arquivo pessoal

4º Momento: Com os quadros prontos, os grupos escreveram um texto contando o que aprenderam até aquele momento e resolveram tarefas que permitiram que os grupos comparassem sólidos geométricos e figuras planas relacionando-as com as formas presentes no cotidiano. A seguir, fizemos uma exposição para toda escola prestigiar. Os alunos amaram a atividade e a interação e a cumplicidade cresceu ainda mais no grupo.

Figura 17
Fonte: arquivo pessoal

Figura 18
Fonte: arquivo pessoal

Figura 19
Fonte: arquivo pessoal

Figura 20
Fonte: arquivo pessoal

Figura 21
Fonte: arquivo pessoal

Figura 22
Fonte: arquivo pessoal

4 Considerações Finais

Com o uso do material manipulável, foi possível instigar no aluno uma atitude de observação e investigação das formas geométricas presentes no ambiente, mais especialmente nas embalagens. As tarefas realizadas contribuíram para que os grupos exercitassem os modos de representação, descrição, classificação e conceitos de figuras planas e sólidas.

As aulas que envolveram os aspectos ligados a Arte assumiram concepções de caráter expressivo, mostrando, autonomia e descobertas, buscando a espontaneidade, baseando-se principalmente na auto-expressão dos alunos, valorizando assim o crescimento ativo e progressivo destes.

Por meio da construção e da planificação dos sólidos geométricos, comparando-os com as embalagens, foi possível mostrar aos alunos as diferentes formas geométricas que estão presentes nas embalagens, bem como a compreensão de termos geométricos e a apropriação da aprendizagem dos mesmos, já que ao iniciar as tarefas, foi verificado defasagem em relação ao conteúdo. No decorrer das atividades, foi possível perceber que a maioria das

dificuldades em relação ao conteúdo foi sanada, proporcionando ao aluno o gosto e o prazer pela aprendizagem desse conteúdo.

Diante disto, pode-se afirmar que é imensamente prazeroso e gratificante trabalhar os conteúdos de Geometria Plana e Espacial com as embalagens, pois a motivação, o interesse e a vontade de aprender demonstraram-se claramente em cada aluno. Dessa forma percebe-se que o trabalho está sendo significativo, podendo ser aplicado em situações do cotidiano.

5 Referências

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação:** reflexões sobre educação e Matemática. 2. ed. São Paulo: Summus, 1986.

_____. **Etnomatemática** – arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Ática 1990.

_____. **Etnomatemática** – elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L.; PONTE, J. da. As actividades de investigação, o professor e a sala de aula de matemática. **Actas do ProfMat 99**. Lisboa: APM, 1999.

FRAGA, Maria Lucia. **A Matemática na escola primária:** uma observação do cotidiano. São Paulo: EPU, 1988.

FREUDENTHAL, H. **Mathematics as an educational task**. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1973.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? **A educação matemática em revista.** Geometria. Blumenau, número 04, p.05, 1995. Edição especial.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar geometria? **A educação matemática em revista**, SBEM, nº 4, 1º semestre de 1998.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação – **Diretrizes curriculares de matemática para a educação básica**. Curitiba. 2008.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

_____. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

WHEELER, D. Imagem e pensamento geométrico. **CIEAEM - Comtes Rendus de 1a 33e Rencontre Internationale**, p.351-353, Pallanza, 1981.