Versão Online ISBN 978-85-8015-053-7
Cadernos PDE

VOLUME II

# O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

## Produção Didático-Pedagógica

2009

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

**SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DO PARANÁ**
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ**
**PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL - PDE**
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**
**PROFESSORA (PDE) – FERNANDA DA SILVA VIEIRA**
**ORIENTADOR PROF. Dr. OSVALDO GERMANO DO ROCIO**

**MATERIAL DIDÁTICO**

**CADERNO PEDAGÓGICO**

# A MATEMÁTICA E O CORTE DA CANA-DE-AÇÚCAR

**MARINGÁ – JULHO DE 2010**

## SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO .......... 3
INTRODUÇÃO .......... 3
1 - ESTUDAR MATEMÁTICA PARA QUÊ? .......... 4
2 - DA CULTURA DA CANA-DE-AÇÚCAR .......... 6
3 - UNIDADE DE MEDIDA - UM POUCO DE HISTÓRIA .......... 7
4 - SISTEMA MÉTRICO DE MEDIDAS .......... 7
5 - UNIDADES DE MEDIDAS DE COMPRIMENTO .......... 8
5.1 - Mudança de Unidades de Medida de Comprimento .......... 9
6 - PERÍMETRO .......... 10
7 - UNIDADES DE MEDIDAS DE SUPERFÍCIE .......... 11
7.1 - Transformação das Unidades de Medida de Superfície .......... 11
8 - A ORIGEM DO CÁLCULO DE ÁREA .......... 12
9 - ÁREAS DE QUADRADOS, RETÂNGULOS E TRIÂNGULOS .......... 14
10 - A FÓRMULA DE HERON .......... 15
11 - CÁLCULO DA ÁREA DO SÍTIO .......... 17
12 - ESCALA .......... 25
13 - AS MEDIDAS AGRÁRIAS .......... 29
14 - ATIVIDADES EXTRACLASSE .......... 31
REFERÊNCIAS .......... 32

**DISCIPLINA** – Matemática
**CONTEÚDO ESTRUTURANTE** – Sistema decimal de medidas
**CONTEÚDOS ESPECÍFICOS**: medidas, perímetro, áreas.

## APRESENTAÇÃO

O presente material é resultado do Programa de Desenvolvimento Educacional - PDE, enquanto política de formação continuada e valorização dos Professores da Rede Pública de Ensino do Estado do Paraná em parceria com o Ensino Superior. O material didático aqui apresentado foi elaborado em consonância com o objeto de estudo sobre o tema "Sistema decimal de medidas", na área de Matemática, no período referente ao 2º semestre do ano de 2010. As atividades do Programa foram realizadas na Universidade Estadual de Maringá – UEM, sob a orientação do Professor Dr. Osvaldo Germano do Rocio.

## INTRODUÇÃO

A preferência pelo tema "Sistema decimal de medidas" (área, perímetro e volume) para a realização deste material didático justifica-se na constatação de que os conceitos e conteúdos informativos deste tema fazem parte dos conteúdos programáticos da 5ª série (6º ano) do Ensino Fundamental e sendo esta a série optada para a implementação do Projeto de Intervenção na Escola com o tema "A matemática e o corte da cana-de-açúcar", o qual acontecerá no segundo semestre de 2010 no Colégio Estadual Almirante Tamandaré.

Neste material didático pretende-se contribuir para que uma parte da matemática seja assimilada de uma maneira mais interessante, relacionando os conceitos estudados com a realidade do aluno. Dessa forma espera-se que os alunos aprendam com mais facilidade os conceitos de área, perímetro, entre outras.

Na busca pela construção do conhecimento matemático de forma significativa, constituído em um processo de interação entre professor e aluno, em que ambos possam problematizar, refletir e construir conhecimentos matemáticos, as Diretrizes Curriculares do Paraná (SEED, 2007) apontam a Modelagem Matemática - metodologia a ser desenvolvida neste trabalho - como uma metodologia alternativa que busca relacionar os conhecimentos práticos dos alunos com conhecimentos sistematizados.

No Brasil, a Modelagem Matemática está ligada à noção de trabalho de projeto, onde se faz a divisão de alunos em grupos, os quais devem eleger temas de interesse para serem investigados e resolvidos por meio da matemática. Este tipo de metodologia faz com que os alunos sejam indagados e investigadores e que o professor seja um acompanhante dos trabalhos dos alunos e não um profissional que vai apenas repassar conhecimento.

Segundo Bassanezi, a Modelagem Matemática no ensino é uma estratégia de aprendizagem onde o mais importante não é a validação do modelo e sim o processo utilizado e sua inserção no contexto sociocultural, onde a situação modelada e o fato de modelar são tratados como motivação para a construção dos conteúdos e técnicas da própria Matemática. (BASSANEZI, 1994)

Desde o início do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), objetivou-se a formulação de um material que seja de fácil acesso e manejo de professores companheiros na missão de ensinar matemática. Buscou-se ainda relacionar os conteúdos matemáticos da Educação Fundamental à vivência da cultura local em razão de as atividades que permeiam o corte da cana-de-açúcar predominar no Município de Cruzeiro do Oeste e região. Espero que este material seja um mediador entre a matemática da escola e da vida contribuindo assim com a formação pessoal do educando, sua interação na sociedade, a valorização cultural e a visão transformadora da sua própria realidade.

Acredita-se que a diversificação de estratégias e a motivação dos alunos para nova aprendizagem conduzam ao sucesso educativo.

## 1 - ESTUDAR MATEMÁTICA PARA QUÊ?

O modelo utilizado neste trabalho parte de um diálogo com os alunos sobre a cana-de-açúcar: como a matemática pode contribuir na vida de futuros cortadores da cana-de-açúcar? De que modo ela pode se relacionar com as questões envolvidas no cultivo da cana-de-açúcar, o arrendamento da terra, o corte, o próprio cortador da cana?

Por intermédio da participação do aluno, será incentivada a investigação matemática com os pais, parentes, vizinhos, possibilitando ao aluno um comportamento crítico e criativo, buscando a participação deste em todas as etapas das atividades, favorecendo então a articulação entre os conteúdos específicos ou com outro conteúdo estruturante.

Além da investigação matemática, há neste trabalho uma preocupação com a história da matemática, pois há no conteúdo a ser trabalhado elementos importantes construídos ao longo da história, proporcionando ao aluno mais significado aos conceitos matemáticos do tema abordado.

O conceito de medir traz em si uma idéia de comparação de coisas que possuam a mesma natureza, de modo que possam ser objeto de comparação entre elas, principalmente no que diz respeito às principais características que podem ser comparáveis: comprimento, área, perímetro, volume, capacidade, massa e outros.

Os conteúdos específicos serão trabalhados em quatro unidades:

- medindo comprimentos e superfícies
- calculando área
- calculando área com escala
- as medidas agrárias

Na primeira unidade deste caderno serão trabalhados os conteúdos específicos de medida de comprimento e superfície.

Com os dados da investigação dos alunos sobre o arrendamento da terra e o corte da cana será desenvolvido o conteúdo específico. Logo em seguida os alunos efetuarão as atividades solicitadas.

Na segunda unidade do caderno será trabalhado o cálculo de área. Aceitando sugestões dos alunos e dados das investigações realizadas, realizar-se-á as atividades propostas.

O cálculo de área com escala será desenvolvido na terceira unidade através de atividades relacionadas com a produção da cana-de-açúcar.

As medidas agrárias serão estudadas na quarta unidade, sendo apresentado um aparelho GPS e suas funções, realizar-se-á atividades propostas relacionadas com suas funções.

## 2 - DA CULTURA DA CANA-DE-AÇÚCAR

A cana-de-açúcar é uma planta originária do sudeste da Ásia onde é cultivada desde épocas remotas.

A importância da cana-de-açúcar pode ser atribuída à sua múltipla utilização, podendo ser empregada *in natura*, sob a forma de forragem, para alimentação animal ou como matéria prima para a fabricação de rapadura, melado, aguardente, açúcar e álcool combustível.

Do total da área da cana-de-açúcar colhida no país aproximadamente 75% é colhida no sistema de corte manual e 25% no sistema de corte mecanizado.

A agricultura compreende um conjunto de conceitos e técnicas que permitem o gerenciamento das lavouras considerando as diferenças locais. Sua implementação requer a coleta e análises de grandes quantidades de dados que se tornam informações úteis na tomada de decisões e uma dessas informações são os mapas de produtividade, fornecidos pelo GPS permitindo gerar mapas e identificar áreas com diferentes produtividades.

Em geral, a cultura da cana-de-açúcar é feito sob a sistemática do arrendamento, pelo qual a usina atua na qualidade de arrendatária e o proprietário da terra na condição de arrendador. A elaboração do contrato de arrendamento entre as partes é precedida pelo cálculo da área do terreno a ser objeto do arrendamento e plantio da cultura de cana-de-açúcar.

Para tanto, percorre-se todo o perímetro do terreno utilizando-se de pontos para formar uma trilha e depois enviá-la para *softwares* de gerenciamento de dados de GPS, que promoverá o cálculo da área abrangida pela delimitação realizada em campo.

Calculada a área é feito o contrato de arrendamento com o proprietário da terra (parceiro), e itens como qualidade da terra e topografia são fundamentais para definir o preço ajustado. Assim, o preço não é fixo, mas depende da conjugação das variáveis que determinam a quantidade e a qualidade do solo e da produtividade esperada.

O valor do arrendamento é feito por tonelada de cana-de-açúcar (mais ou menos 40 toneladas) por alqueire ao ano. O corte da cana é realizado a cada 12 meses.

A cultura da cana-de-açúcar é uma das atividades que mais geram empregos diretos e indiretos na agricultura, sendo a colheita manual a mais comum no Brasil, mediante a utilização de trabalhões temporários conhecidos no Brasil como “bóias-frias”, que recebem remuneração calculada sobre a produtividade de colheita de cada trabalhador, apurada diária e individualmente.

Assim, é pago “comissão” ao trabalhador rural calculada sobre a quantidade de cana cortada apurada em metros lineares. A quantidade de metros lineares da cana-de-açúcar colhida por cada trabalhador irá ditar o valor que lhe será pago. Se sua produção for muito pequena no mês é lhes garantido o salário mínimo em vigência.

## 3 - UNIDADE DE MEDIDA - UM POUCO DE HISTÓRIA

Já no século XVII sentia-se a necessidade de um novo sistema de medidas.

Esse sistema precisava ter uma unidade exata e que pudesse ser usada em qualquer país, com múltiplos e submúltiplos para medidas grandes e pequenas que facilitassem os cálculos.

No fim do século XVIII, por causa do desenvolvimento das ciências, do comércio e das relações entre cidades e países, sentiu-se a necessidade de medidas mais precisas e uniformes. Então, um grupo de cientistas reuniu-se na França para escolher uma medida padrão. Assim surgiu o metro, que foi reconhecido internacionalmente em 1875. Só a partir desta data é que passou a existir instrumento com a medida do metro (padronizada) em quase todo o mundo.

## 4 - SISTEMA MÉTRICO DE MEDIDAS

O sistema métrico de medidas foi criado para simplificar as medições. O metro é a unidade de medida-padrão que deu origem a um sistema decimal de medidas. Cada um dos tipos comuns de medidas, comprimento, massa e capacidade, têm uma unidade básica de medição.

Medem-se o comprimento (ou distância) em metros, a massa em gramas e a capacidade em litros.

Pode-se estabelecer um quadro de unidades padronizadas para medir comprimentos:

| Quilômetro | Hectômetro | Decâmetro | Metro | Decímetro | Centímetro | Milímetro |
|---|---|---|---|---|---|---|
| km | hm | dam | M | dm | cm | mm |
| 1000 m | 100 m | 10 m | 1 m | 0,1 m | 0,01 m | 0,001 m |

Da mesma forma, pode-se elaborar um quadro de unidades de massa:

| Quilograma | Hectograma | Decagrama | Grama | Decigrama | Centigrama | Miligrama |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Kg | hg | dag | G | dg | cg | mg |
| 1000g | 100g | 10g | 1g | 0,1g | 0,01g | 0,001g |

As unidades de medida de capacidade mais usadas são o litro e o mililitro, mas existem outras. Veja um quadro de unidades de capacidade:

| Quilolitro | Hectolitro | Decalitro | Litro | Decilitro | Centilitro | Mililitro |
|---|---|---|---|---|---|---|
| kl | hl | dal | L | dl | cl | ml |
| 1000 l | 100 l | 10 l | 1 l | 0,1 l | 0,01 l | 0,001 l |

Pode-se notar que cada unidade à esquerda do quadro é dez vezes maior que a unidade imediatamente inferior. É por isso que este sistema é chamado de **decimal.**

## 5 - UNIDADES DE MEDIDAS DE COMPRIMENTO

A unidade padrão de medidas de comprimento é o metro. Como os demais, o sistema de medida de comprimento é decimal.

Vamos estudar os múltiplos e submúltiplos do metro.

| MÚLTIPLOS | | | UNIDADE | SUBMÚLTIPLOS | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Quilômetro | Hectômetro | Decâmetro | Metro | Decímetro | Centímetro | Milímetro |
| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
| 1000 m | 100 m | 10 m | 1 | 0,1 m | 0,01 m | 0,001 m |

## 5.1 - Mudança de Unidades de Medida de Comprimento

Observe a seqüência dos quadros com as unidades de medida de comprimento do sistema decimal de medidas.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |

Cada unidade vale 10 vezes a que fica à sua direita. Por exemplo, 1m = 10dm. E assim por diante:

| | | |
|---|---|---|
| 1 cm = 10 mm | 1 hm = 10 dam | 1 dam = 100dm ( 10 X 10 ) |
| 1 mm = 0,1 cm | 1 dam = 0,1 hm | 1 dm = 0,01 dam |

O cálculo para conversão das unidades é extremamente simples, conforme demonstrado no processo prático abaixo descrito. Confira-se:

**a) Quantos centímetros equivalem a 4,765m?**

$\boxed{4{,}765\text{m} = ?\ \text{cm}}$

Processo prático:

1 m = 100 cm $\longrightarrow$ 4,765 x 100 = 476,5 cm

Multiplicar por cem equivale a “andar” com a vírgula duas casas para a direita.

**b) Quantos quilômetros equivalem a 452hm?**

$\boxed{452\ \text{hm} = ?\ \text{km}}$

Processo prático:

1 hm = 0,1 km → 452 :10 = 45,2

Dividir por 10 equivale a “andar” com a vírgula uma casa para a esquerda.

**Atividades**

1) Transformar 6,5 m em centímetro.
2) Transformar 7 dm em quilômetro.
3) Transforme:
    a) 2 m em dm
    b) 5,4 mm em m
    c) 4 cm em dam
    d) 8,45 dm em mm
    e) 3,4 hm em m

## 6 - PERÍMETRO

Em algumas das atividades práticas do dia-a-dia é necessário saber a medida do contorno de alguma coisa. Por exemplo:

- o sitiante quando quer cercar seu sítio precisa calcular a extensão a ser cercada;
- a bordadeira quando quer ornamentar as beiradas de uma toalha;
- quando se quer cercar uma horta necessita-se, igualmente, saber a extensão a ser objeto do cercamento.

Como você faria para cercar um sitio?

Você deve medir todos os lados do sítio e somar os resultados. Assim, você obterá o resultado da medida da cerca.

Assim:

À medida do comprimento de um contorno dá-se o nome de **perímetro**.

**Atividades:**

1) Suponha que haja a necessidade de se cercar um terreno que mede 328m de comprimento do lado esquerdo e 415m de comprimento do lado direito, 210m de frente e113m de fundo. Quantos metros de tela devem ser comprados?

2) Um sítio é retangular e seus lados medem respectivamente 513m e 429m.

- Qual é o perímetro desse sítio?
- Qual é a área desse sítio?

3) Em um terreno quadrado foram gastos 1421,40m de tela para ser cercado. Sabe-se que há um portão com 3m de largura. Então quanto mede cada lado do terreno

## 7 - UNIDADES DE MEDIDAS DE SUPERFÍCIE

As unidades de medida de superfície ou as unidades de área do sistema decimal de medidas têm como unidade padrão o **metro quadrado ($m^2$)**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $km^2$ | $hm^2$ | $dam^2$ | $m^2$ | $dm^2$ | $cm^2$ | $mm^2$ |

O metro quadrado corresponde à área de uma região quadrada com 1 m em cada lado.

Cada unidade vale 100 vezes a que fica a sua direita.

$1\ m^2 - 100\ dm^2$

### 7.1 - Transformação das Unidades de Medida de Superfície

Na mudança de unidade, para cada "casa" a vírgula avança duas "casas" para a direita ou para a esquerda.

| Múltiplos do metro | | | | Submúltiplos do metro | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $km^2$ | $hm^2$ | $dam^2$ | $m^2$ | $dm^2$ | $cm^2$ | $mm^2$ |
| $1000000 m^2$ | $10000 m^2$ | $100 m^2$ | $1 m^2$ | $0{,}01 m^2$ | $0{,}0001 m^2$ | $0{,}000001 m^2$ |

Ao transformar 8,2 m² em cm², teremos:

8,2 m² = (8,2 X 10000) cm² =  82000 cm²

Ao transformar 0,9 dm² em dam², teremos:

0,9 dm² = (0,9 : 10000) dam² = 0,0009 dam²

**Atividades**

**1) Transforme:**

a) 5,43 cm² em m²

b)13 m² em dm²

c) 8 km² em m²

d) 4,3 km² em m²

e)8,76 m² em dam²

## 8 - A ORIGEM DO CÁLCULO DE ÁREA

Uma das primeiras noções geométricas a despertar o interesse do ser humano foi o cálculo de áreas. Ele é milenar. Tanto os egípcios como os babilônios já conheciam o cálculo de áreas de figuras geométricas simples. Esses conhecimentos foram motivados por questões práticas de agrimensura. Isso justifica o fato de que a palavra geometria significa literalmente “medida de terra”.

Calcular a área de uma figura plana é medir a região ou a porção do plano ocupada por essa figura. Isso é feito comparando-se a figura plana com uma unidade de área. O resultado é um número que exprime quantas vezes a figura plana contém a unidade de área.

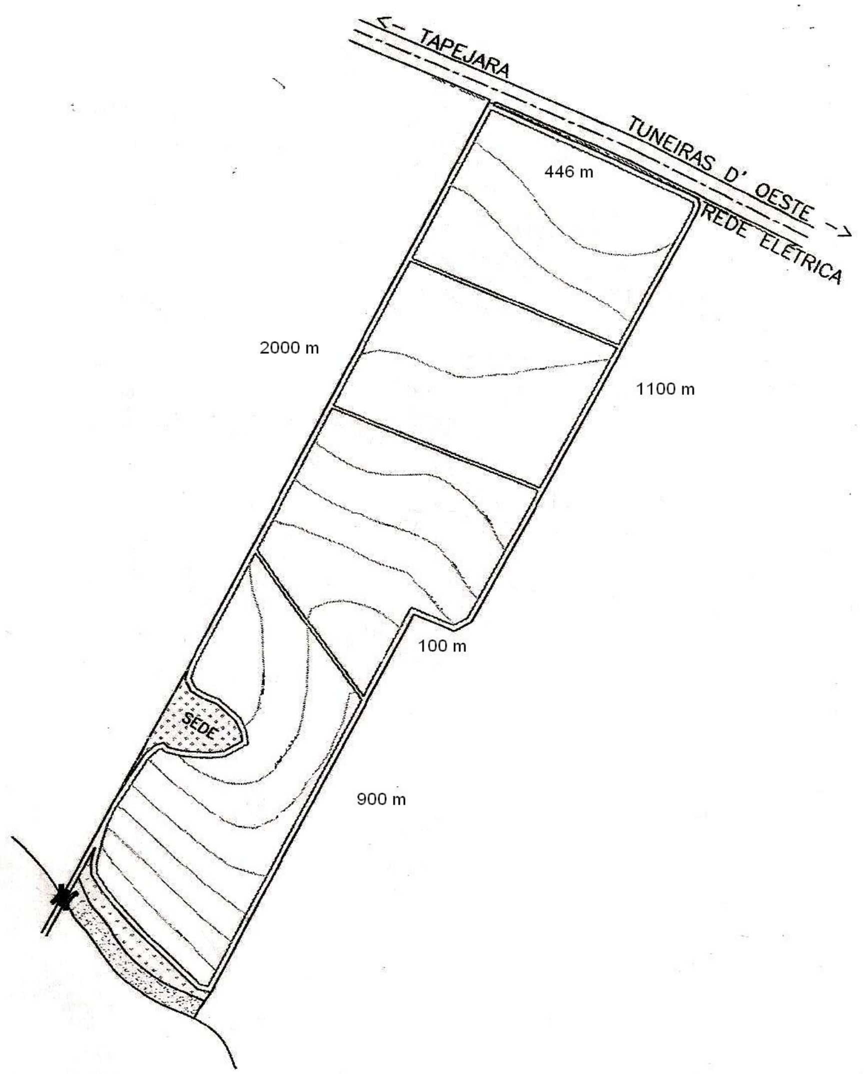
A medida de superfície chama-se **área**.

Quando medimos área, queremos saber o espaço que uma superfície ocupa. Para isso, temos unidades de medidas específicas.

Imagine que você tenha um sítio e queira arrendá-lo para o plantio da cana-de-açúcar.

Você precisa então, saber o comprimento dos lados do sítio e determinar quanto há de espaço disponível para plantar.

Um problema prático do cotidiano é saber quanto o proprietário do sítio receberá da usina se arrendar para o cultivo da cana-de-açúcar. Para isto será necessário calcular a área do sítio e isto não é um trabalho elementar, a menos que a figura geométrica do sítio seja a de um retângulo, o que, convenhamos, não é o que acontece na prática. Muitas são as formas de mapas que representam o sítio. Através do GPS, divisão em figuras, métodos antigos, tudo isso pode acontecer para se fazer esse cálculo. Este é um mapa que representa uma propriedade rural qualquer.



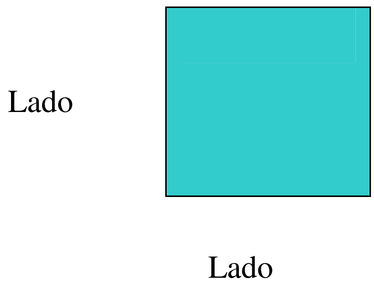
## 9 - ÁREAS DE QUADRADOS, RETÂNGULOS E TRIÂNGULOS

Para cálculo da área de uma superfície temos que fazer uso de métodos indiretos. Os mais comuns usam a área de certas figuras geométricas regulares, como o quadrado, retângulo e o triângulo.

O quadrado é um retângulo com todos os lados iguais; logo, a área de qualquer quadrado pode ser obtida calculando-se o quadrado da medida do seu lado.

**Área** = lado x lado

**A = l x l** ou **A = $l^2$**




Para encontrar a área de um retângulo qualquer multiplicamos a medida do comprimento pela medida da largura.

**Área** = (medida do comprimento) x (largura)

**A** = área

**c** = comprimento

**l** = lado

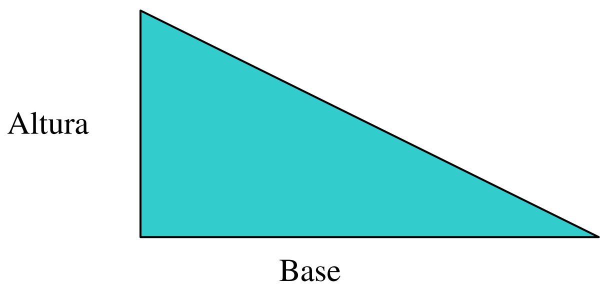
ou

**A = c x l**


Para encontrar a área de uma região triangular podemos obter uma região com a forma de um paralelogramo de mesma base e mesma altura, de modo que a área da região triangular seja a metade da área da região obtida.

**Área** = $\frac{\text{base x altura}}{2}$

Ou **A = $\frac{\text{b x a}}{2}$**



Calcular a área de um triângulo retângulo é muito fácil. No entanto, na prática, nem sempre temos triângulos deste tipo para calcular a área e então precisamos de outros métodos para o calculo de áreas de triângulos. Um destes métodos é a fórmula de Heron.

## 10 - A FÓRMULA DE HERON

A fórmula de Heron tem a vantagem de nos fornecer a área de qualquer triângulo em função de seus lados, sem precisarmos conhecer uma de suas alturas e o lado relativo a essa altura.

Esta fórmula nos permite obter rapidamente a área de um terreno de forma quadrangular, quando se conhece os seus lados e uma de suas diagonais. Outros terrenos em forma de polígono qualquer, poderão ser divididos em triângulos.

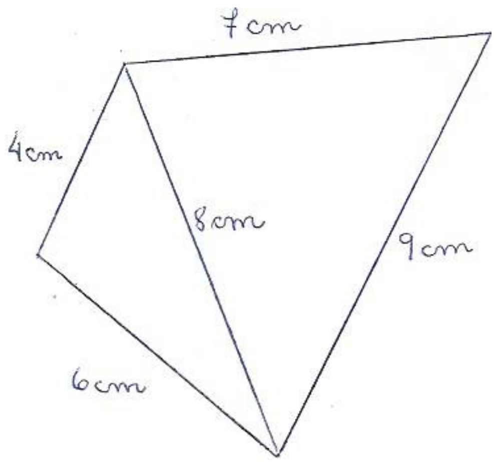
Observe a expressão formulada por Heron de Alexandria:

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

As letras a, b e c são as medidas do triângulo e p é o **semiperímetro**.

Por exemplo, achar a área do seguinte terreno quadrangular de lados 4cm, 6cm, 7cm, 9cm e uma diagonal de 8cm.




T1 = triângulo de lados 4m, 6m e 8m
T2 = triângulo de lados 7m, 8m e 9m

Sua área será dada pela soma das áreas dos dois triângulos que compõem o quadrilátero.

$$pT1 = \frac{4 + 6 + 8}{2}$$

pT1 = 9 m

Área T1 = $\sqrt{9.(9-4).(9-6).(9-8)}$

AT1 = $\sqrt{9.5.3.1}$

AT1 = $\sqrt{135}$

AT1 = 11,61m aproximado

$$pT2 = \frac{9 + 8 + 7}{2}$$

pT2 = 12 m

Área T2 = $\sqrt{12.(12-7).(12-8).(12-9)}$

AT2 = $\sqrt{12.5.4.3}$

AT2 = $\sqrt{720}$

AT2 = 26,83 m aproximado

Área do terreno = 11,61m + 26,83m

AT = 38,44m² aproximado

**Atividades**

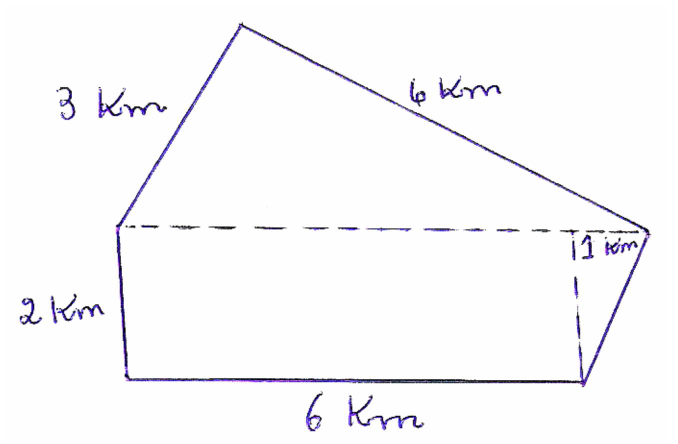
1) Usando a fórmula de Heron, resolva:

a) Qual a área do triângulo, cujos lados medem 21, 17 e 10 centímetros?

b) Qual a área do triângulo, cujos lados medem 13cm, 5cm e 12cm?

2) A área de plantio de cana-de-açúcar de uma fazenda tem o formato e as medidas indicadas na figura. No corte cada trabalhador é capaz de colher 4800m² pó dia. Pergunta-se:

a) Qual a área da fazenda?
b) Em quantos dias se faria a colheita total se fossem contratados 30 trabalhadores?
c) Se a fazenda produzir 40 toneladas por alqueire, quantas toneladas produzirá?
d) Se o preço da tonelada é de R$ 38,00, quanto receberá o proprietário?
e) Quanto receberá cada trabalhador ao final da colheita se receber R$ 48,00 ao dia?



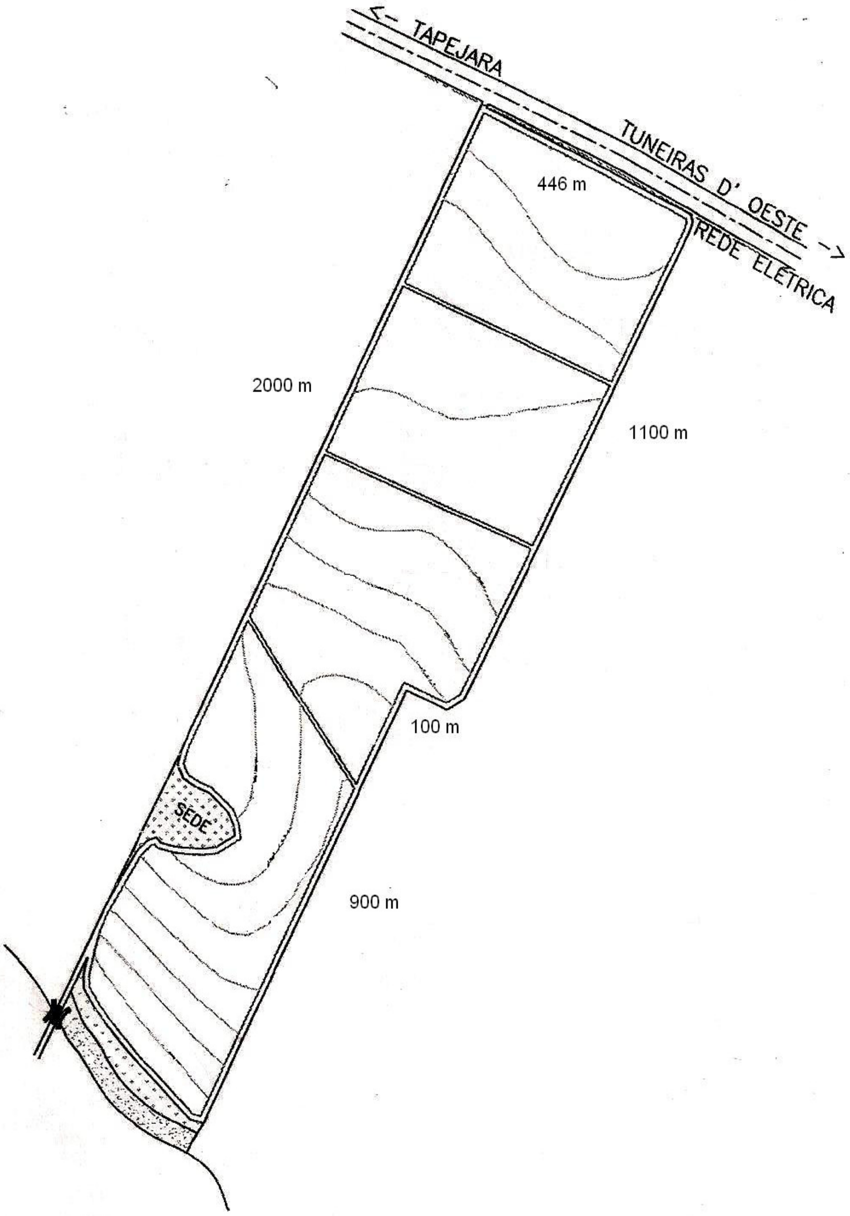

## 11 - CÁLCULO DA ÁREA DO SÍTIO

Conforme visto na seção anterior é muito fácil encontrar a área de algumas figuras planas. Como o mapa de um sítio geralmente não tem o formato de uma das figuras estudadas, a pergunta que se faz é de como calcular a área do sítio!

Para isto vamos subdividir o mapa do sítio em figuras geométricas que sabemos calcular a área. Num primeiro momento vamos simplesmente encontrar uma aproximação da área da figura sem levar em conta como a figura foi obtida e em qual escala.

As propriedades rurais geralmente NÃO são formadas por figuras geométricas regulares. Como é feita a medida da área da terra?

Temos o mapa que representa uma propriedade qualquer com suas medidas.




Somam-se as medidas do comprimento dos dois lados e divide-se por 2.

- Somam-se as medidas da largura da cabeceira e do fundo, divide-se por 2.
- Multiplicam-se os resultados.

Encontra-se a área total da terra.

a) Comprimento = 2000m + 1100m + 100m + 900m = 4100m: 2 = 2050m

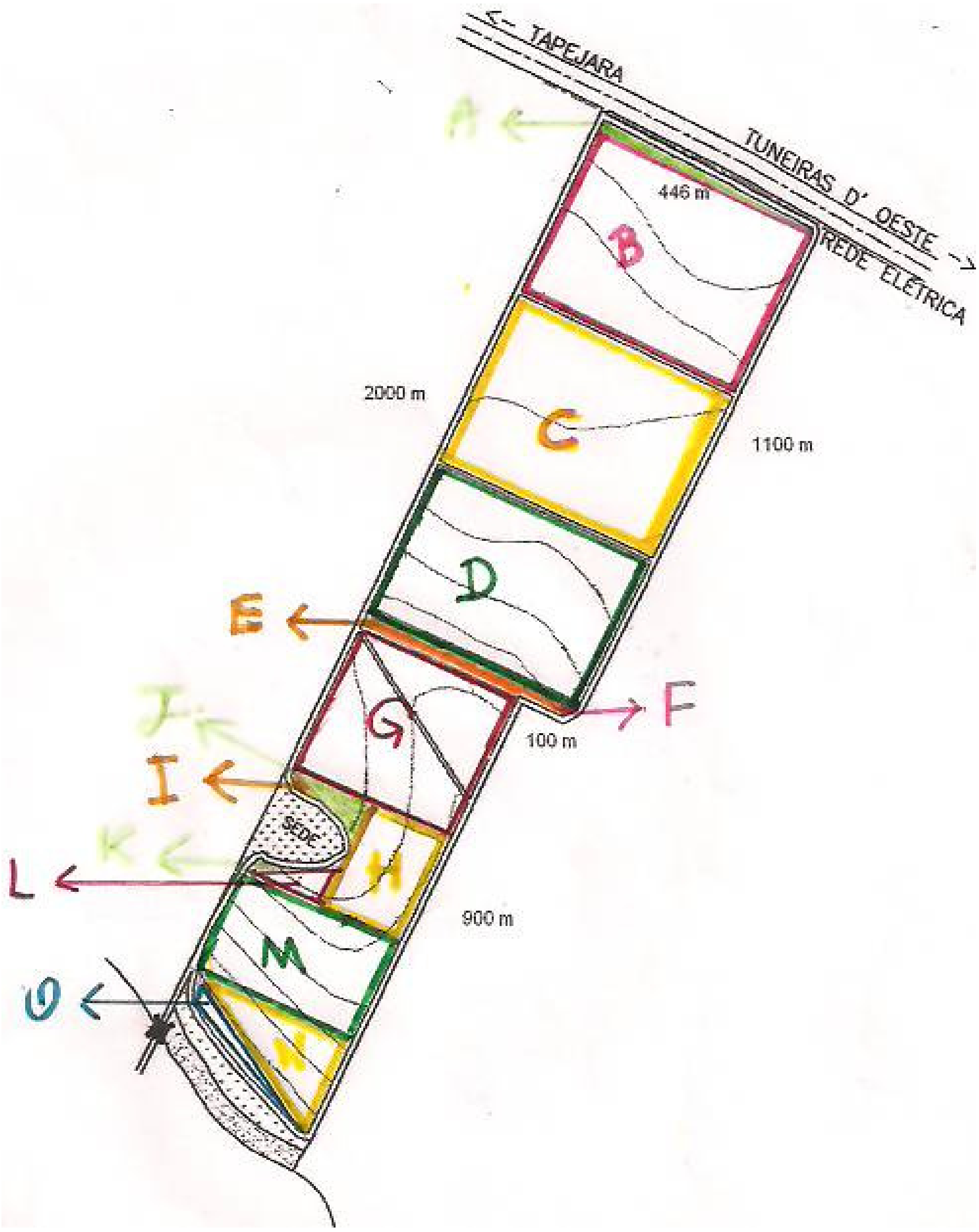
b) Largura = 446m + 336m =782m: 2 = 391m

c) 2050m X 391m = 801550 m²

d) 801550 m²: 24200 m² aproximadamente 33,12 há

Este método de encontrar a área de um sítio, de maneira alguma é a mais indicada pois o resultado final somente coincidirá com o resultado real no caso de sítios com o formato regular. A pergunta que se faz é então como encontrar o valor exato da área do sitio. Hoje, com as inovações tecnológicas a forma mais utilizada para esta finalidade é o uso do GPS, aparelho este usado em larga escala pelas usinas de açúcar para encontrar a área dos sítios onde são feitas as culturas de cana de açúcar.

Feito o mapa do sitio com o uso do GPS podemos subdividir a figura obtida em varias outras que sabemos encontrar a área e então obter aproximações mais exatas para a área do sitio. Quanto mais refinada for a subdivisão melhor será a aproximação da área exata do sitio.



Decompondo a figura em partes, conforme ilustra o desenho, calculando a área de cada parte e depois somando obteremos uma aproximação bem melhor da área exata do sítio. As regulares calcula-se a área dessas figuras e depois soma-se. Encontrando assim a área do terreno disponível para o plantio da cana-de-açúcar.

**Área das figuras:**

**Figura A:** A figura representa um triângulo irregular com lados 0,1 cm, 3,0cm e 3,05cm. Não sendo um triângulo retângulo calcula-se a área usando a fórmula de Heron.

$$S = \frac{0{,}1cm + 3{,}0cm + 3{,}05cm}{2}$$

$S = 3{,}075cm$

$A = \sqrt{3{,}075.(3{,}075- 0{,}1).(3{,}075 - 3{,}0).(3{,}075 -3{,}05)}$

$A = \sqrt{3{,}075 \times 2{,}975 \times 0{,}075 \times 0{,}025}$

$A = \sqrt{0{,}017}$

$A = 0{,}13cm^2$ aproximado

**Figura B:** A figura representa um retângulo com 3cm de largura e 2,4cm de comprimento. Multiplica-se a medida do comprimento pela medida da largura e obtem-se a área.

$A = 3{,}0cm \times 2{,}4cm = 7{,}2\ cm^2$

**Figura C:** A figura representa um retângulo com 3cm de largura e 2,4cm de comprimento. Multiplica-se a medida do comprimento pela medida da largura e obtem-se a área.

$A = 3\ cm \times 2{,}4\ cm = 7{,}2\ cm^2$

**Figura D:** A figura representa um retângulo com 3cm de largura e 2,2cm de comprimento. Multiplica-se a medida do comprimento pela medida da largura e obtem-se a área

$A = 3\ cm \times 2{,}2\ cm = 6{,}6\ cm^2$

**Figura E:** A figura representa um retângulo com 2,8cm de largura e 0,2cm de comprimento. Multiplica-se a medida do comprimento pela medida da largura e obtem-se a área.

$A = 2{,}8\ cm \times 0{,}2\ cm = 0{,}56\ cm^2$

**Figura F:** A figura representa um triângulo retângulo com base de 0,2cm e altura 0,2cm. Multiplica-se a medida da base pela medida da altura e o resultado divide-se por 2 e obtem-se assim a área.

$$A = \frac{0{,}2cm \times 0{,}2cm}{2}$$

$A = 0{,}02cm^2$

**Figura G:** A figura representa um retângulo com 2,2cm de largura por 2cm de comprimento. Multiplica-se a medida da largura pela medida do comprimento e obtem-se a área.

$A = 2{,}2cm \times 2cm = 4{,}4cm^2$

**Figura H:** A figura representa um retângulo com 1,1cm de largura por 1,5cm de comprimento. Multiplica-se a medida da largura pela medida do comprimento e obtem-se a área.

$A = 1{,}1cm \times 1{,}5cm = 1{,}65cm^2$

**Figura I:** A figura representa um triângulo irregular com lados 0,2cm, 0,3cm e 0,4cm. Não sendo um triângulo retângulo calcula-se pela fórmula de Heron.

$$S = \frac{0{,}2cm + 0{,}3cm + 0{,}4cm}{2}$$

$S = 0{,}45cm$

$A = \sqrt{0{,}45.(0{,}45 - 0{,}2).(0{,}45 - 0{,}3).(0{,}45 - 0{,}4)}$

$A = \sqrt{0{,}45 \times 0{,}25 \times 0{,}15 \times 0{,}05}$

$A = \sqrt{0{,}008}$

$A = 0{,}03cm^2$ aproximado

**Figura J:** A figura representa um triângulo irregular com lados 1,1cm, 0,5cm e 1,2cm. Não sendo um triângulo retângulo calcula-se pela fórmula de Heron.

$$S = \frac{1{,}1cm + 0{,}5cm + 1{,}2cm}{2}$$

$S = 1{,}4cm$

$A = \sqrt{1{,}4.(1{,}4 - 1{,}1).(1{,}4 - 0{,}5).(1{,}4 - 1{,}1)}$

$A = \sqrt{1{,}4 \times 0{,}3 \times 0{,}9 \times 0{,}2}$

$A = \sqrt{0{,}0756}$

$A = 0{,}275\ cm^2$ aproximado

**Figura K:** A figura representa um triângulo irregular com lados 0,2cm, 0,3cm e 0,2cm. Não sendo um triângulo retângulo calcula-se pela fórmula de Heron.

$$S = \frac{0{,}2cm + 0{,}3cm + 0{,}2cm}{2}$$

$S = 0{,}35cm$

$A = \sqrt{0{,}35.(0{,}35 - 0{,}2).(0{,}35 - 0{,}3).(0{,}35 - 0{,}2)}$

$A = \sqrt{0{,}35 \times 0{,}0{,}15 \times 0{,}05 \times 0{,}15}$

$A = \sqrt{0{,}0004}$

$A = 0{,}02\ cm^2$ aproximado

**Figura L:** A figura representa um triângulo com lados 1,0cm, 0,6cm e 1,1cm. Calcula-se a área pela fórmula de Heron.

$$S = \frac{1{,}0cm + 0{,}6cm + 1{,}1cm}{2}$$

$S = 1{,}35cm$

$A = \sqrt{1{,}35.(1{,}35 - 1{,}0).(1{,}35 - 0{,}6).(1{,}35 - 1{,}1)}$

$A = \sqrt{1{,}35 \times 0{,}35 \times 0{,}75 \times 0{,}25}$

$A = \sqrt{0{,}0885}$

$A = 0{,}30cm^2$ aproximado

**Figura M:** A figura representa um retângulo com 2,2cm de largura e 1,5cm de comprimento. Multiplica-se a medida da largura pela medida do comprimento e obtem-se a área.

$A = 2{,}2cm \times 1{,}5cm = 3{,}3cm^2$

**Figura N:** A figura representa um triângulo com lados 2,2cm, 1,3cm e 2,6cm. Calcula-se a área pela fórmula de Heron.

$$S = \frac{2{,}2cm + 1{,}3cm + 2{,}6cm}{2}$$

$S = 3{,}05cm$

$A = \sqrt{3{,}05.(3{,}05 - 2{,}2).(3{,}05 - 1{,}3).(3{,}05 - 2{,}6)}$

$A = \sqrt{3{,}05 \times 0{,}85 \times 1{,}75 \times 0{,}45}$

$A = \sqrt{2{,}04}$

$A = 1{,}43cm^2$ aproximado

**Figura O:** A figura representa um triângulo irregular com lados 2,6cm, 0,4cm e 2,3cm. Não sendo um triângulo retângulo calcula-se pela fórmula de Heron.

$$S = \frac{2{,}6cm + 0{,}4cm + 2{,}3cm}{2}$$

$S = 2{,}65cm$

$A = \sqrt{2{,}65.(2{,}65 - 2{,}6).(2{,}65 - 0{,}4).(2{,}65 - 2{,}3)}$

$A = \sqrt{2{,}65 \text{ x } 0{,}05 \text{ x } 2{,}25 \text{ x } 0{,}35}$

$A = \sqrt{1{,}104}$

$A = 0{,}32cm^2$ aproximado

Soma-se a área das figuras geométricas:

**Área total:** $0{,}13cm^2 + 7{,}2cm^2 + 7{,}2cm^2 + 6{,}60cm^2 + 0{,}56cm^2 + 0{,}02cm^2 + 4{,}4cm^2 + 1{,}65cm^2 + 0{,}03cm^2 + 0{,}275cm^2 + 0{,}02cm^2 + 0{,}30cm^2 + 3{,}3cm^2 + 1{,}43cm^2 + 0{,}32cm^2 = 33{,}43cm^2$ aproximado

Como 1 cm x 1 cm = 1 cm² medida utilizada na redução do mapa e 148,66 m x 148,66 m = 22099,80 m² real do terreno

Então 33,43 cm² x 22099,80 m² = 738796,31 m²

Divide-se por 24200m² que representa um alqueire.

Logo: 738796,31 m² : 24200m² = 30,52 ha aproximado

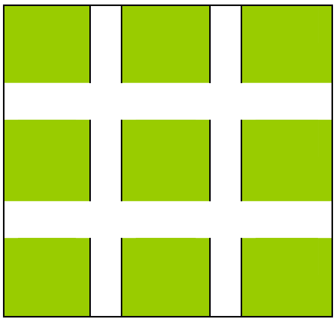
Observa-se que há diferença de 2,60ha entre o cálculo da área feito pelo método antigo e pelo método da decomposição de figuras geométricas regulares e irregulares, pois o segundo cálculo foi encontrado apenas no terreno livre para o plantio e a diferença representa o terreno onde se localiza a sede e a mata ciliar.

A área encontrada por esse método ainda não pode ser considerada como a área exata. De fato podemos subdividir o sítio em uma quantidade cada vez maior de partes que sabemos calcular com exatidão a área e então obter aproximações cada vez melhores da área exata.

Antes de executar melhorar ainda mais o calculo da área do sitio vamos desenvolver algumas atividades para fixar conceitos abordados até o momento.

**Atividades**

1) Uma gleba de terra, cuja área é de 424m², foi dividida em canteiros quadrados, todos de mesma área, para o cultivo da cana-de-açúcar, conforme mostra o desenho abaixo.



Sabendo que o caminho entre os canteiros tem 100m² de área, pergunta-se:

a) Qual a área cultivada?

b) Qual a área de cada canteiro?

2) Sabe-se que uma quadra oficial de vôlei tem dimensões de 9 m por 18 m. Determine a área e o perímetro dessa quadra.

3) Um jardineiro prepara um canteiro de forma retangular no qual os lados medem 1,90 m e 3,20 m. Se plantar um pé de flor por decímetro quadrado, quantos pés de plantará no canteiro todo?

4) Dois quadrados, cada um com área de 25 cm², são colocados lado a lado para formar um retângulo. Qual é o perímetro do retângulo?

5) Desenhe a planta da casa onde você mora, mostrando a área interna da casa. Faça um cálculo da área de cada cômodo e em seguida, o cálculo da área de toda a casa.

## 12 - ESCALA

Algumas vezes, precisamos reproduzir figuras que são muito grandes ou muito pequenas no tamanho original. Para facilitar, podemos fazer uma redução (no casa de figuras grandes) ou uma ampliação (no caso de figuras pequenas), sem alterar a forma original. Em um ou outro caso recorremos à ajuda de uma escala.

Profissionais de diversas áreas usam uma determinada escala de redução ao fazer a planta de um terreno.

Escala é a razão entre as medidas da representação de alguma coisa e as medidas do seu tamanho real.

$$\text{Escala} = \frac{\text{comprimento do desenho}}{\text{comprimento real}}$$

As escalas são expressas sempre na relação 1 para algum número ou algum número para 1. Exemplo:

$E = 1/5$ ou $E = 5/1$

Isto significa que uma medida gráfica (no papel) do objeto é cinco vezes menor a medida real.

As escalas podem ser escritas também da seguinte forma:

$E = d : D$ ou $E = D : d$

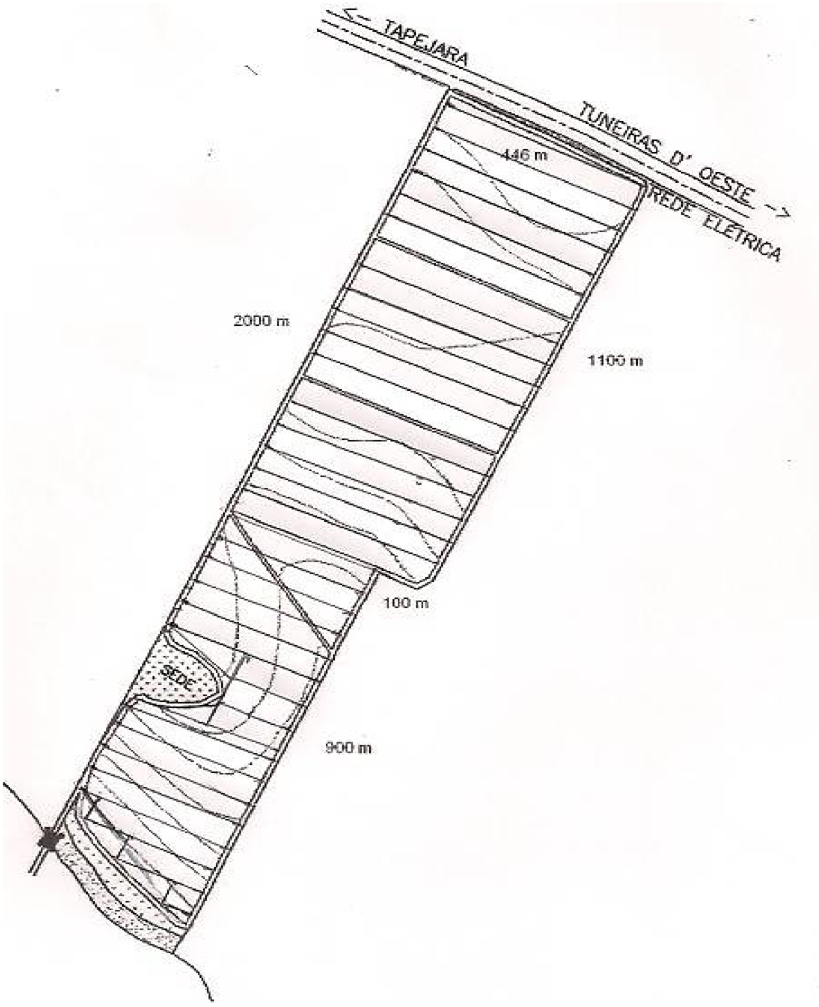
Assim pode-se ter:

$E = 1 : 5$ ou $E = 5 : 1$

As escalas de ampliação e de redução são conhecidas como **escalas numéricas.**

Nas escalas numéricas, o número 1 indica (um metro). Assim, pode-se dizer que um desenho representado na escala 1:5 teve a medida de um metro reduzido cinco vezes, isto é, o valor da unidade de medida gráfica corresponde a 1/5 = 0,20m ou 20cm.

Como visto, feito o cálculo da área do sítio pelo método antigo, pela decomposição de figuras geométricas regulares e irregulares, faz-se também o cálculo através de escala.




Feito o mapa reduzido de uma propriedade qualquer numa escala de 1:148,66m aproximado, para que seja encontrada a aproximação da área exata da figura, a qual possa ser utilizada para plantio, deixando excluída a área da sede e da mata ciliar, subdivide-se o mapa em áreas de 0,4cm e 0,2cm transformando-as em figuras geométricas como retângulos e triângulos. Depois de encontrada a área de cada subdivisão, soma-se a área de cada uma das figuras e encontra-se a aproximação da área exata do sítio a ser utilizada no plantio.

Temos:

0,1 cm x 3 cm : 2 = 0,15 cm²

0,4 cm x 3 cm x 18 = 21,6 cm²

0,4 cm x 2,2 cm x 5 = 4,4 cm²

0,4 cm x 1,1 cm x 3 = 1,32 cm²

0,4 cm x 0,1 cm : 2 = 0,2 cm²

0,4 cm x 0,6 cm² ; 2 = 0,12 cm²

0,4 cm x 2,2 cm x 4 = 3,52 cm²

0,2 cm x 2,2 cm = 0,44 cm²

0,4 cm x 2 cm = 0,8 cm²

0,4 cm x 1,3 cm = 0,52 cm²

0,4 cm x 0,4 cm = 0,16 cm²

0,4 cm x 0,2 cm : 2 = 0,04 cm²

0,4 cm x 0,7 cm : 2 = 0,14 cm²

0,4 cm x 0,9 cm : 2 = 0,18 cm²

0,4 cm x 0,2 cm : 2 = 0,04 cm²

**Área:** 0,15 cm² + 21,6 cm² + 4,4 cm² + 1,32 cm² +0,2cm² + 0,12 cm² + 3,52 cm² + 0,44 cm² + 0,8 cm² + 0,52 cm² + 0,16 cm + 0,04 cm² + 0,14 cm² + 0,18 cm² +0,04 cm² = 33,63 cm²

Sabe-se que:

1 cm x 1 cm = 1 cm² e 148,66 m x 148,66 m = 22099,80 m²

33,63 cm² x 22099,80 m² = 743216,1 m²

743216,1 m² : 24200 m² = 30,71 ha

Observa-se que o cálculo da área do sítio pode ser calculada pelo método antigo, pela decomposição de figuras geométricas regulares ou através de escala, alcançando assim valores aproximados.

**Atividades:**

1) Calcule a área do terreno do sítio para o plantio da cana-de-açúcar.

2) Se forem colhidas 40 toneladas de cana-de-açúcar por alqueire nesse sítio, qual o total de cana colhida?

3) Qual será o valor recebido pelo proprietário do sítio se for pago a quantia de R$ 35,00 à tonelada?

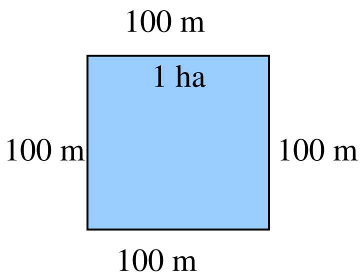
4) Se o cortador da cana-de-açúcar corta 10 toneladas durante 8 horas de trabalho, quanto cortará por hora/dia?

5) Quanto tempo demora a ser cortada toda cana-de-açúcar do sítio?

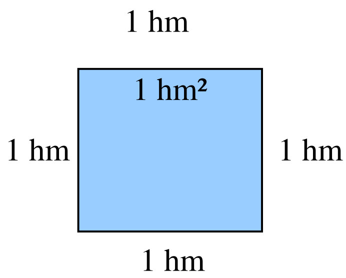
## 13 - AS MEDIDAS AGRÁRIAS

Quando queremos medir grandes porções de terra (como sítios, fazendas, etc.) usamos uma unidade agrária chamada hectare (há).

O hectare é a medida de superfície de um quadrado de 100 m de lado.




Como 100 m = 1 hm




Assim sendo, temos a relação: 1hectare (ha) = 1 hm² = 10000 m².

Em alguns estados do Brasil, utiliza-se também uma medida não-legal chamada alqueire.

A tabela abaixo mostra como pode ser feita a medida da superfície agrária.

| UNIDADE | SÍMBOLO | EQUIVALÊNCIA |
|---|---|---|
| metro quadrado | m² | Um quadrado com 1 metro de lado |
| acre | acre | 4046,856 m² (aprox. 0,4047 há) |
| are | a | 100 m² |
| hectare | ha | 10000 m² |
| alqueire paulista | | 2,42 ha |
| alqueire goiano | | 4,84 ha |
| alqueire baiano | | 9,68 ha |
| alqueire do norte | | 9,72 ha |

- 1 alqueire mineiro equivale a 48400 m².
- 1 alqueire paulista equivale a 24200 m².

**Atividades:**

1) Quantos metros quadrados têm um alqueire paulista?

2)Quantos ares cabem em um alqueire paulista?

3) Sabendo que $1Km^2 = 100$ ha, qual é maior: um terreno de 1,3 $Km^2$ ou um terreno de 103ha?

4) Uma fazendo tem uma área de $280000m^2$. Como 1 ha corresponde a $10000m^2$, qual é a área dessa fazenda em hectares?

5) Um fazendeiro comprou uma fazenda com 60 alqueires mineiros ($48400m^2$). Repartiu a fazenda entre seus três filhos, de tal forma que todos receberam a mesma área de terra. Quantos hectares (ha) da terra couberam a cada filho?

6) Uma fazenda tem $7Km^2$ de área produtiva. Dessa área 60% foram reservados para plantio e o restante, para o gado. Determine quantos hectares foram reservados:

a) Para o plantio?

b) Para o gado?

7) Uma fazenda arrendada para o plantio de cana-de-açúcar está localizada a 24Km distante da usina.

a) Um cortador de cana vai a pé da fazenda até a usina e, em cada passo, percorre 0,5m. Quantos passos ele dá em todo o percurso?

b) Serão colocados postes de iluminação ao longo dessa estrada, com uma distância de 120m entre eles. Quantos postes serão necessários?

c) Serão colocados sinalizadores noturnos ao longo dessa estrada, com uma distância de 12dam entre um e outro. Quantos desses sinalizadores serão necessários?

8) Francisco tem um sitio em um terreno retangular com 45dam de comprimento e 9,2 hm de largura. Ele comprou um rolo de arame com 16 km para cercar o terreno, dando 5 voltas de arame.

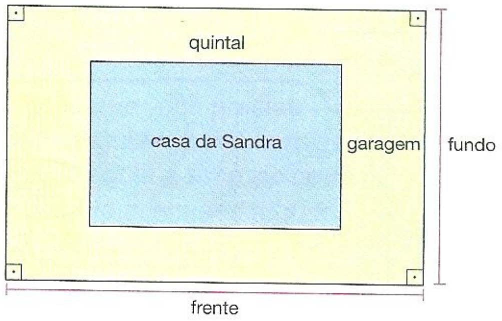
a) A quantidade de arame é suficiente?

b) Quantos metros serão necessários?

c) Qual é a área desse terreno?

d) Qual é o perímetro em metros?

9) Sandra tem uma casa construída em um terreno de 9m de frente por 10,5m de fundo. Veja o desenho:[1]




Luís mora em um sítio com 7,56 ha. Quantas vezes o terreno da casa de Sandra coube no sítio de Luís?

10) O pai de Adriana está contente com a compra que fez: um terreno de 12m de frente por 16m de fundo, ao preço de R$ 23,50 o metro quadrado. Quanto ele pagou pelo terreno?

11) Liliana vendeu um sítio de 3 ha por R$ 90000,00. Quanto recebeu por metro quadrado?

## 14 - ATIVIDADES EXTRACLASSE

Com a participação dos alunos será percorrido o trajeto ao redor do terreno do Colégio e com o uso de um aparelho GPS serão adquiridos as medidas do terreno, o desenho do mapa do terreno, a escala e o cálculo da área para que possamos resolver atividades propostas.

1) Com os dados obtidos através do GPS, faça o mapa do terreno de nossa escola.
2) Calcule a área do terreno através da figura geométrica regular que ele representa.
3) Calcule o perímetro do terreno.
4) Calcule a área do terreno através de escala.

[1] Questão e imagem retirado de SPINELLI, Walter; SOUZA, Maria Helena. **Matemática:** Livro do Professor: 5ª Série. São Paulo, Ática, 1999, p. 208.

**REFERÊNCIAS:**


BASSANEZI. Rodney Carlos. **Modelagem matemática**. Blumenau: Dynamis. v.7,1994.

BIGODE, Antonio José Lopes. **Matemática Atual:** 5ª série. São Paulo: Atual, 1998

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática:** 5ª série. São Paulo: Ática, 2005.

GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI Jr., José Ruy. **Matemática:** pensar e descobrir: 5ª série. São Paulo: FTD, 2000.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito. **A Conquista da Matemática:** 6º ano. São Paulo: FTD, 2009.

MATSUBARA, Roberto; ZANIRATTO, Ariovaldo Antonio. **BIG MAT – Matemática**: História : Evolução; 5ª série. São Paulo: IBEP, 2002.

SEED – SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO. **Diretrizes Curriculares de Matemática para Ensino Básico**, Curitiba, 2007.

SPINELLI, Walter; SOUZA, Maria Helena Soares de. **Matemática:** 5ª série. São Paulo: Ática, 1999.