Versão Online ISBN 978-85-8015-054-4
Cadernos PDE

VOLUME I

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2009

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA METODOLÓGICA PARA SUPERAÇÃO DE DIFICULDADES NAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

Rosemeri Fillus Chuproski[1]
Lucas de Oliveira[2]

Resumo

Este artigo relata uma pesquisa cujo objetivo principal é utilizar a investigação matemática na resolução das operações fundamentais. O trabalho de campo foi desenvolvido junto a uma 5ª série do ensino fundamental. Foram planejadas e aplicadas quatro tarefas investigativas nesta classe, que exploraram de maneira intencional o cálculo de operações fundamentais, o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico. A pesquisa desenvolvida apresenta indícios de que as Investigações Matemáticas representam um momento rico e desafiador de aprendizagem, tanto para alunos quanto para professores.

Palavras-chave: investigação matemática; atividades investigativas; operações fundamentais.

Abstract

This article reports a study, whose main objective is to use mathematical research in the resolution of the fundamental operations. The fieldwork was carried out with 5th grade elementary education. Four investigative tasks were planned and implemented in this class, that exploited intentionally the calculation of basic operations, the development of language and algebraic thinking. The developed research presents evidence that the mathematical investigations represent a rich and challenging time of learning, both for students and teachers.

Keywords: mathematical research; investigative activities; fundamental operations

---

[1] Professora participante do Programa de Desenvolvimento Educacional/SEED/PR e UNICENTRO.
[2] Orientador.

Introdução

O tema da pesquisa foi escolhido baseado na experiência de uma professora de Matemática do ensino fundamental das séries iniciais que possui 10 anos de experiência e há 23 anos trabalha exclusivamente com o Ensino Fundamental. Essa experiência profissional proporcionou a oportunidade de estar em contato com crianças de diferentes idades. O que chamou a atenção foi a grande dificuldade apresentada pelas crianças no que diz respeito à resolução das operações fundamentais na 5ª série.

Observou-se muitas vezes, que o trabalho com esta disciplina é baseado no treino de algoritmos, na maioria das vezes sem refletir sobre as regras, utilizando vários exercícios repetitivos que não apresentam desafios e nem a elaboração de diferentes estratégias. Isso faz com que os alunos não tenham oportunidade de expor seu ponto de vista, e então tornam-se meros repetidores de exercícios.

Diante dessa realidade, as Diretrizes Curriculares da Educação Básica (DCE) propõe uma forma diversificada de ensinar os conteúdos da disciplina, utilizando os recursos didáticos a fim de intervir na realidade do ensino da matemática e, oportunizar ao estudante uma forma diferenciada de adquirir o conhecimento matemático.

Segundo as DCEs os conteúdos devem ser abordados através das tendências metodológicas da Educação Matemática (resolução de problemas, etnomatemática, modelagem matemática, mídias tecnológicas, história da matemática e investigação matemática) que fundamentam a prática docente e "possibilitam aos estudantes, análises, discussões, conjecturas, apropriação de conceitos e formulação de ideias. "(DCEs, p.48, 2008)

Desta forma será apresentado aqui considerações sobre cada uma das tendências metodológicas.

Resolução de problemas

Trata-se de uma metodologia na qual o estudante lança mão de habilidades como criatividade, imaginação, iniciativa e com isso tem a possibilidade de construir de forma desafiadora o seu saber matemático, desenvolvendo o raciocínio e demonstrando a aplicabilidade dos conteúdos em seu cotidiano.

Segundo Polya, (2006 apud DCEs 2008, p.63) para a resolução dos problemas existem alguns passos que devemos utilizar: compreender o problema, estabelecer um plano, executar o plano estabelecido, verificar o resultado.

A resolução de problemas possibilita ao educando aplicar conhecimentos previamente adquiridos em novas situações, a fim de buscar alternativas para tal solução.

Etnomatemática

Segundo D'Ambrósio (2001, p.42) *"reconhecer e respeitar as raízes de um indivíduo não significa ignorar e rejeitar as raízes do outro, mas num processo de síntese, reforçar suas próprias raízes."* O autor propõe que devemos valorizar a história cultural de cada indivíduo, respeitar as suas raízes e ao ensinar matemática considerar esses conhecimentos prévios, que cada indivíduo possui como ponto de partida para a resolução de problemas. É importante perceber as relações que existem entre o conhecimento prévio e o conteúdo a ser trabalhado, buscando interligar esses elementos e assim favorecer o processo da aprendizagem.

Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática proporciona ao aluno uma análise global da realidade, onde se constrói o saber de forma contextualizada, partindo de experiências vividas, sendo reforçadas pelos significados da cultura em que está inserido. Segundo Bassanezzi (2002,p.16) *" a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas reais com os problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real".*

A modelagem norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo e orienta o aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem. Valoriza o educando no seu contexto social, procurando levantar problemas que sugerem questionamentos sobre situações de vida. O tema escolhido deve ser de preferência do conhecimento do aluno, oferecendo novas oportunidades de aprendizagem para que o aluno possa se exercitar, com uma variedade de situações envolvendo vários tipos de problemas.

Mídias tecnológicas

O uso das mídias tecnológicas faz parte de um processo de inovação educacional mais amplo, que passa a ser incorporado à educação inaugurando uma nova forma de aprendizagem. São recursos metodológicos que utilizam tecnologias para dinamizar e potencializar o processo de ensino e aprendizagem. Entre esses recursos estão o software, a TV, as calculadoras, os aplicativos da internet e outros.

Diante da realidade da informatização o uso das tecnologias na educação motivará o aprendizado, propiciará ao aluno mais possibilidade de interação e troca de idéias, desenvolvimento individual, além da possibilidade da pesquisa, acesso a informação, que será utilizada no processo de ensino e aprendizagem o que resultará na construção do conhecimento.

História da Matemática

Outra tendência metodológica é a História da Matemática que surge como um elemento orientador na elaboração de atividades, na criação de situações problemas, na fonte de busca, na compreensão e como elemento esclarecedor de conceitos matemáticos. É pela História da Matemática que se tem possibilidade do aluno entender como o conhecimento matemático é construído historicamente, direciona as explicações, oportuniza ao aluno conhecer a Matemática.

É importante entender a História da Matemática, pois conhecer um fato histórico e levá-lo em consideração pode ajudar o trabalho em sala de aula. É necessário que os professores busquem na história elementos para estabelecer relação entre os conteúdos que fazem parte do currículo e sua origem histórica e cultural, pois partindo do conhecimento tratado, poderá gerar questionamentos que, se devidamente orientados pelo professor, permitirão que o conteúdo seja tratado de forma mais clara, coerente e interessante para o aluno.

.

Investigação Matemática

Ao investigar, o aluno está agindo como um matemático, pois ele precisa encontrar maneiras de resolver as atividades propostas, testando suas proposições e provando suas conjeturas.

A preocupação com as aulas de Matemática leva a realizar a pesquisa a partir de situações de investigação matemática, pois essa metodologia oferece desafios aos estudantes, permitem a elaboração e discussão de diferentes estratégias, permitindo ao aluno expor seu ponto de vista e respeitar o ponto de vista de seu colega, analisar e construir conhecimentos.

A investigação, além de possibilitar analisar o pensamento dos alunos, têm significância para nossa formação, porque permitem uma reflexão da nossa própria experiência, aliando teoria, prática e pesquisa, fundamentos importantes na formação de professores.

Nesse trabalho, há o interesse de conhecer os resultados de uma atividade investigativa, o trabalho em equipe, o processo de raciocínio dos alunos. É importante saber se este tipo de investigação está ao alcance de todos os envolvidos, se esse trabalho é adequado para a maioria dos alunos ou apenas para os que têm mais gosto pela Matemática.

METODOLOGIA

Autores portugueses como Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.13) referem-se à investigação como "*Investigar é conhecer o que não se sabe*". De algum modo sem perceber sempre estamos investigando, pois investigar pode ser uma pesquisa em um livro, uma pesquisa na internet.

Podemos definir a Investigação segundo Ponte *"como um estudo de caminhos e descobertas por meio da exploração"*.

A Investigação Matemática consta como alternativa didático-pedagógica para o ensino de matemática nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica onde fazem referência a investigação quando apresentam como uma das metodologias para o ensino fundamental, segundo DCEs (2008, p.67): *"A prática pedagógica de Investigações matemáticas tem sido recomendada por diversos estudiosos como forma de contribuir para uma melhor compreensão da disciplina em questão".*

Para Lorenzato (2006, p.81) *"a descoberta é fundamental no ensino da Matemática. O experimentar é próprio da natureza humana" e na escola "é um processo que permite ao aluno se envolver com o assunto, participar das descobertas e socializar com os colegas".* A experimentação é importante, pois provoca "raciocínio, reflexão, construção do conhecimento." Faz com que o aluno levante hipóteses, procure alternativas, tire dúvidas e verifique o que é verdadeiro e correto.

Lorenzato (2006, p.82) afirma ainda que "*A descoberta pode não ser o caminho mais curto ou rápido para o ensino, mas é o mais eficiente para a aprendizagem".* É interessante notar que a descoberta possibilita a reconstrução do conhecimento, quando necessário, porque valoriza a compreensão.

Ainda, para Lorenzato (2006, p.72), *"Experimentar é valorizar o processo de construção do saber em vez do resultado dele, pois na formação do aluno, mais importante que conhecer a solução é saber como encontrá-la".* Enfim, experimentar é investigar. Segundo o autor a experimentação estimula o envolvimento do aluno para se conseguir uma aprendizagem significativa.

Investigar é um caminho de descobertas por meio da exploração que se ocupa de um problema desconhecido, mas produz soluções. A metodologia das

investigações permite ao professor atingir o objetivo de ensinar matemática aos alunos de modo desafiador, porém apoiando e avaliando. A investigação matemática acentua o trabalho colaborativo, propõe a contextualização e instiga a formação de alunos e professores investigadores, o que aperfeiçoa a aprendizagem da Matemática.

Ponte e Matos (1996, p.119) afirmam que as atividades investigativas, como outros tipos de atividades de resolução de problemas, "*envolvem processos de raciocínio complexos e requerem um elevado grau de empenhamento e criatividade por parte dos alunos".* Mas requerem também algumas características próprias:

> Enquanto os problemas matemáticos tendem caracterizar-se por assentarem em dados e objetivos bem concretos, as investigações têm um ponto de partida muito menos definido. Assim, a primeira tarefa dos alunos é tornar a questão mais precisa" (PONTE; MATOS, 1996, p.119-120)

Nas aulas de Matemática ocorre a resolução de exercícios e de problemas, mas há uma diferença entre exercício e problema. O exercício pode ser resolvido usando um método conhecido, já um problema é uma atividade em que o aluno não dispõe de uma solução imediata. Entretanto há uma característica comum aos exercícios e problemas – em ambas as atividades o enunciado indica claramente o que é pedido. O professor sabe de antemão se a resposta apresentada pelo aluno está correta ou errada.

Numa investigação o enunciado deve ser claro, mas é uma situação aberta, ou seja, a questão não está completamente definida, fazendo com que o aluno tenha um papel fundamental na sua concretização. Então uma investigação necessita da participação do aluno na formulação das hipóteses a estudar, e, segundo estudos, essa metodologia auxilia o seu envolvimento na aprendizagem.

Segundo Fonseca, Brunheira, Ponte, (pág.4) o autor, em uma atividade investigativa, parte-se de um conjunto de informações no qual o objetivo é explorar todos os caminhos que surgem para se chegar a uma solução. É o ponto de partida para formular questões minuciosas e sobre ela produzir diversas conjeturas. Logo depois, essas conjeturas são testadas e usadas no decorrer da investigação. Neste

processo, Ponte (2003) justifica que às vezes formulam-se novas questões e as que subsistirem a vários testes se enquadram nas possíveis soluções, estimulando a realização de provar essas conjeturas e verificar se são verdadeiras, confrontando então uma validade.

Segundo Lorenzato, (2006, p.81) *"Investigar é um recurso didático eficiente para a aprendizagem, e, educadores reconhecem que aprender é ato a ser realizado pelo aprendiz"*. É uma oportunidade de fazer matemática como os matemáticos a fazem. Ao realizar a atividade estará dando ênfase a processos matemáticos tais como procurar regularidades, formular, testar, justificar, provar conjeturas, refletir e generalizar.

Segundo Ponte (2006, p.21), em uma aula investigativa ocorrem quatro momentos principais:

> 1º) é o reconhecimento da situação, a preliminar e a formulação de questões;
> 2º) refere-se ao processo de formulação de conjeturas;
> 3º) realização de testes e o eventual refinamento das conjeturas;
> 4º) diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado.

Esses momentos ocorrem, muitas vezes, em simultâneo e os educandos precisam verificar qual é o momento mais adequado à questão investigada.

Nesse sentido, baseando-se no trabalho investigativo como uma atividade de interação/reflexão é essencial que as atividades sejam trabalhadas em pequenos grupos para um melhor entendimento do assunto.

De um modo geral, a estrutura de uma aula com investigações envolve as seguintes fases: introdução da tarefa, desenvolvimento do trabalho, reflexão/ discussão sobre o trabalho realizado.

A apresentação da tarefa é importante, pois poderá influenciar decisivamente no sucesso do trabalho. Nesta fase é determinante o modo de apresentação da proposta de trabalho à turma.

A tarefa pode ser fornecida por escrito, mesmo assim, é necessário que o professor explique para que todos os alunos entendam a atividade proposta. Pode ser feita uma leitura coletiva, que é imprescindível para a compreensão, ou somente

para esclarecer termos não familiarizados. O enunciado deve ficar claro, mas sem que o professor condicione o aluno como se deve realizar a tarefa.

Após a compreensão da atividade proposta, cabe ao professor apoiar os alunos no que for necessário. Na fase de desenvolvimento do trabalho é importante para qualquer atividade que se crie um "ambiente de aprendizagem", que ele tenha tempo *para "colocar questões, pensar, explorar as suas ideias e exprimi-las, tanto ao professor como aos seus colegas."* (Ponte, Brocardo, Oliveira, 2006, p.28).

Muitas vezes, quando não entendem completamente uma atividade, os estudantes tendem a pedir auxílio ao professor e cabe a ele orientá-los e, se for necessário, com exemplos semelhantes. O docente deve incentivar *"de modo a provocar o raciocínio, levando-os a analisar e refletir sobre o trabalho e a procurar significados para as suas descobertas,"* que possibilitem confirmar ou não suas conjeturas. (Fonseca, Brunheira e Ponte, 1999, p. 6)

Durante a atividade investigativa, é comum que os alunos optem por estratégias que não culminarão em resultados significativos. Neste caso, o professor deverá intervir, dar pistas, para que não desmotive os discentes e que os façam refletir sobre o trabalho realizado e evoluam na atividade. Outras vezes, o aluno poderá solucionar o problema por meio de caminhos que o professor não tenha previsto, cabendo ao docente perceber essas descobertas.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.41)

> A fase de discussão é, pois fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. Podemos mesmo afirmar que, sem a discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação.

Durante este procedimento, segundo (Fonseca, Brunheira e Ponte, 2006, p.8).

> O professor tem a função de moderador e orientador. Nesta fase os alunos são confrontados com hipóteses, estratégias e justificações diferentes das que tinham pensado, são estimulados a explicitar as suas ideias, a argumentar em defesa das suas afirmações e a questionar os colegas. E este é o momento adequado para clarificarem ideias, sistematizarem algumas conclusões e validarem resultados.

"O professor deve conhecer bem o trabalho realizado pelos alunos de modo a valorizar, tanto as descobertas interessantes, quanto as mais modestas". O ideal é realizar a discussão logo após a atividade investigativa, mas muitas vezes não é possível devido ao tempo decorrido e ao horário das aulas. A discussão poderá se iniciar em uma aula e ser encerrada no dia seguinte o que dificulta um pouco para os discentes, devido ao tempo (podendo variar de dias a semanas inteiras), pois, normalmente alunos desta faixa etária (10 a 12 anos) possuem dificuldades em se lembrar e/ou registrar raciocínios efetuados e esta dificuldade se intensifica com um maior tempo decorrido. Apesar dos agravantes, é importante proporcionar este momento de discussão com o objetivo de superar dificuldades, de motivar e, até mesmo, para "enriquecer a investigação".

A última fase, ou discussão final, é um elemento indispensável numa aula investigativa. É uma boa ocasião para *"promover a reflexão sobre a atividade realizada"*. Através desta reflexão se torna possível conhecer e valorizar os processos de resolução, mesmo que estes não conduzam a uma resposta final correta ou esperada. *"Também é nessa fase que há "interação entre os alunos, comparação de opiniões, esclarecimentos de ideias, validação de resultados", formulação de novas conjecturas, e com isso uma melhor compreensão do significado de uma investigação matemática".* (Ponte, 1999)

Aplicação

A implementação das atividades investigativas iniciou-se no mês de setembro deste ano, na turma da 5ª série A com 32 alunos. No decorrer de toda a implementação foram realizadas quatro atividades. A 1ª foi realizada em quatro aulas de cinquenta minutos aproximadamente cada uma. Assim sendo, nas duas primeiras aulas foram discutidas as questões a serem trabalhadas e nas seguintes ocorreu a apresentação das atividades.

Houve a colaboração de uma estagiária que cursa o 3º ano de Matemática, na Unicentro de Irati. No decorrer das atividades foi solicitado para que ela acompanhasse um grupo de alunos diante dos quais observava e anotava tudo o

que era discutido e realizado no desenvolvimento das tarefas. O apoio da estagiária com suas anotações foram de grande valia, pois mesmo solicitando aos alunos que registrassem tudo o que realizavam eles se preocupavam em resolver as questões, o qual não era somente esse o meu intuito.

Em outro grupo foi feita gravação em áudio. A professora participou observando todos os grupos coletando dados para essa pesquisa investigativa.

A análise desse registro foi de suma importância, pois se observava a estratégia utilizada pelo aluno no decorrer das atividades, seus comentários e argumentações e também as intervenções feitas pela professora, pois segundo Sacristán e Gómez (2000) *"a importância do registro auxilia a lembrança do observador e facilita o processo de análise, e também colabora na comparação dos resultados obtidos".*

A primeira atividade realizada foi adição de números pares e ímpares, um exercício que permite desenvolver conhecimentos importantes sobre os números e levá-los a formular questões em consequência das explorações que vão fazendo. Como este exercício envolve números pares e ímpares, foi necessário recordar com os alunos estes conceitos.

Atividade 1

Adição de números pares e ímpares

a) Pense em dois números ímpares quaisquer e adicione-os.
b) Observe o resultado e faça mais algumas adições com números ímpares.
c) Agora você vai pensar em dois números pares e adicioná-los.
d) Novamente, observe o resultado e faça mais algumas operações com outros números pares.
e) Escolha um número par e um número ímpar e some-os. Observando o resultado, escreva as suas conclusões.

Subtração de números pares e ímpares

a) Pense em dois números ímpares e subtraia-os.
b) Observe o resultado e faça mais algumas subtrações com outros números ímpares.
c) Agora subtraia um número par de outro número par.
d) Faça mais algumas subtrações com outros números pares e observe o resultado.
e) Subtraia um número ímpar de um número par e observe o resultado.

Por se tratar de um trabalho em grupo, a realização da tarefa envolveu momentos de discussão entre os alunos e foi possível perceber algumas características que se mostraram presentes em vários momentos.

Logo no início da atividade alguns grupos queriam dividir os exercícios para que cada um da equipe resolvesse uma questão. A professora precisou intervir e explicar que o objetivo do trabalho era em equipe e que todos deveriam participar colaborando com sua opinião.

Em todos os grupos alguns alunos mostraram-se mais envolvidos, alguns quietos, outros porém líderes das discussões. Por outro lado, houve aqueles alunos que não se envolveram, permanecendo calados. Sendo assim, é interessante destacar aqui alguns dados sobre as equipes, para entendermos melhor como foi realizada essa atividade. Para manter os alunos anônimos iremos usar nomes fictícios.

Na equipe da Roseli que é uma aluna muito interessada em aprender tudo, estavam tentando encontrar números em que o resultado não fosse par, eles tinham certeza que encontrariam esse número. Também acharam que deveriam usar o resultado da operação anterior para resolver a próxima e assim por diante.

A dificuldade de explicar o próprio raciocínio e de ouvir os pensamentos dos colegas caracteriza-se o trabalho em grupo, e percebeu-se no grupo do Luis a dificuldade de algumas crianças falarem sobre suas ideias. Era uma equipe só de meninos e um passava para outro fazer, foi a equipe que menos se envolveu, houve indisciplina, não conseguiram chegar a um resultado satisfatório e nem trabalhar em equipe, foram os primeiros a entregar a atividade.

No grupo do Mario enquanto Jessica fazia a leitura ele rapidinho dava a resposta, foi o aluno que mais se destacou durante as atividades. Outros, porém tiveram um pouco de dificuldade em chegar a um acordo na letra b do exercício, enquanto Mario teve grande facilidade em descobrir logo o resultado e dessa forma ajudou os seus colegas com maiores explicações.

Após as produções escritas realizadas pelos estudantes foi feito a análise desses registros a observação das estratégias utilizadas pelas crianças no decorrer da tarefa, seus comentários e argumentações bem como as intervenções feitas pela professora.

Após realizadas as atividades solicitadas, na sala de aula iniciou-se uma pequena discussão entre os alunos, pois segundo critérios estabelecidos somente um aluno iria fazer a apresentação do trabalho, o que a grande maioria não aceitou querendo expor também, então foi resolvido que algumas equipes apresentariam os seus resultados em dupla.

Notou-se que durante as explicações os alunos sentiam dificuldades em expor aquilo que haviam pensado e discutido, então a professora interviu interrogando os alunos sobre as questões estudadas facilitando para que os alunos conseguissem chegar a uma conclusão de forma mais clara e objetiva.

Na equipe A, Natali confundiu-se e montou adição em forma de fração, então a professora interviu e a aluna arrumou o exercício. Nessa equipe observaram que a soma dos pares deu resultado par.

A equipe B não conseguiu chegar a uma conclusão, usaram o resultado da questão anterior para resolver a próxima, não obtendo resultado correto.

No grupo C, houve discussão entre os membros do grupo não se entendendo. Da equipe formada nenhum dos componentes queria apresentar o trabalho, então houve a manifestação do aluno Emerson em apresentar o resultado do trabalho, mas que durante a apresentação sentiu grande dificuldade em chegar a uma conclusão e assim falou e leu o que estava registrado pelo grupo.

O grupo D demonstrou ter entendido, Roseli falou: "*Às vezes quando nosso grupo, somamos os números ímpares vemos que se formava os números pares, e quando somava o número ímpar dá número par."*

No grupo E o trabalho aconteceu com maior habilidade por parte dos componentes e logo chegaram a conclusão de forma correta e Luis explicou "*Todos os resultados deu par".*

Natali também falou: "*Que se misturar par com ímpar da ímpar*."

Percebeu-se nessa atividade a dificuldade do trabalho em grupo, durante as apresentações à classe as crianças também mostraram dificuldade em explicar aquilo que haviam pensado. Foi preciso a intervenção da professora que precisou fazer perguntas quase o tempo todo para que eles pudessem explicar melhor suas conclusões.

Uma forma de facilitar esse momento de apresentação é através do registro escrito daquilo que é discutido. No entanto, muito do que foi discutido nos grupos não fez parte dos registros. A professora incentivou para que registrassem tudo, porém os alunos apenas anotavam a conclusão final.

Na resolução das atividades o que chama a atenção são as reações das crianças quando, depois de muito tempo de discussão, conseguem chegar a alguma conclusão ou da professora quando observa o desempenho e as descobertas das crianças.

Concluiu-se nesta atividade que era necessário realizar outra tarefa para observar melhor o comportamento desses estudantes em outros grupos e também suas reações. Também será possível fazer novas observações a respeito do registro realizado pelos grupos e do desenvolvimento destes, nos momentos em que precisam explicar a forma como estão pensando.

Atividade 2
Mágica dos Números:

Todos conhecem um robô. Hoje vamos conhecer um robô inteligente. Ele modifica números escolhidos por nós utilizando-se de uma ou mais operações básicas, em outros números. O seu mecanismo é simples: ele altera qualquer número que passa por ele. Além disso, é um robô especial, não possui um segredo único, isto é, existem vários truques de transformação. Vamos ver se somos *capazes de descobri-los?*

A transformação é a seguinte

4] transformação [8

Ao escolher o número 4, o robô o transformou em 8. O que você acha? Interessante? Abaixo, encontram-se algumas questões para ajudá-los no entendimento da tarefa.

a. Descubram o truque desse robô. Que operação ele utilizou para transformar o número 4 em 8? Ele usou uma operação ou mais operações? Encontre 5 maneiras diferentes para chegar ao resultado 8.

b. Se vocês analisarem com mais atenção, encontrarão com diferentes valores outras transformações possíveis para ele. Faça 5 exemplos com números diferentes e anotem todas as soluções.

c. Escreva, com suas palavras, qual é a mágica feita pelo robô em todos os exemplos realizados na letra b.

d. Escreva uma expressão matemática que represente por x a operação que você utilizou para fazer a transformação e mantê-la em segredo. Depois resolva-a e determine:

o seu dobro
sua metade
seu sucessor
o quadrado de x
o quíntuplo de x
a terça parte de x
o seu antecessor
o cubo de x

Nessa atividade percebeu-se que os alunos registraram muito mais, apesar do trabalho em equipe ainda ser uma dificuldade. A atitude geral da turma foi de grande empenho. No início, provavelmente, o seu interesse era consequência da motivação criada pela professora. Era visível o entusiasmo com que chamavam a professora sempre que faziam uma nova descoberta. A professora foi circulando entre as carteiras verificando as dificuldades que surgiam e incentivando o trabalho

dos alunos, tentando, contudo, não direcionar mais do que constava na folha do exercício. É interessante colocar aqui algumas indagações feitas pelos alunos.

Em relação à letra a no grupo A, Gabriel comentou: ”Estamos chegando a conclusão de que 7+1=8, 5+3=8, 3+3+2=8, 6+2=8, 2x4=8”

No grupo B, Luis disse: “*Existe várias maneiras de se chegar a um mesmo resultado”*

No grupo C, Lais argumentou: “*A conta pode ser efetuada por vários tipos de operações”*

No grupo D, Bárbara falou: “*O robô fez a multiplicação e adição para transformar em outro número”*

No grupo E, Jéssica comentou: “*O robô foi somando e subtraindo até chegar ao número correto”*

No grupo F, Ana disse: “*A mágica é assim nós falamos um número e quer que ele chegue a um determinado resultado e ele usa as operações matemáticas e chega ao resultado que a gente quer.”*

No grupo G, Danilo falou: “*A gente aprende que um número que a gente pensa pode se transformar em outro”*

Na questão d houve participação da maioria da sala, conseguiram resolver, mas foi preciso lembrá-los do que é dobro, terça parte, etc.

Segundo Luis: “*A expressão pode ser efetuada por várias operações*”.

Atividade 3
Números triangulares

```
                                                O
                                          O           O O
                                    O         O O       O O O
                              O       O O     O O O     O O O O
                        O     O O     O O O   O O O O   O O O O O
O                       O O   O O O   O O O O O O O O O O O O O
```

a) Quantos bolinhas tem cada figura?
b) Qual é a próxima figura da sequência?
c) E a seguinte? Desenhe.
d) Como é que cada figura se transforma na seguinte? Escreva uma regra que possa representar o número de bolinhas de cada figura.
e) Você quer saber o número de pontos da 10ª figura sem fazer o desenho, como você faria?

Nesta atividade, percebeu-se que os alunos já estavam familiarizados com a metodologia, fizeram os grupos, pegaram suas atividades e as leram, mas ainda dois grupos D e F estavam com dúvidas do que seria feito. Observou-se também que houve mais diálogo entre os componentes, mas ainda pode-se constatar atitudes de insegurança, ou de impaciência, explicadas talvez pela falta de hábito de resolver exercícios através da investigação.

Nesta atividade somente o grupo E não entendeu, não conseguiram chegar a resposta certa.

Um dos grupos demonstrou maior desenvoltura em argumentar e sistematizar suas conclusões, é interessante observar a rapidez com que chegaram à conclusão.

O maior problema é a dificuldade de se expressar, pois acertaram a resposta mas, não sabiam como explicar.

Roseli argumentou: "*É fácil, é só somar o resultado que sobra com o número 1 e assim vamos somar mais uma vez acrescentando a linha de baixo com a horizontal da figura triangular.*

Mateus comentou: "*Apenas acrescentar uma bolinha em cada linha. Na questão E, a gente descobriu o resultado sem fazer desenho, foi fazendo a conta. Cada figura tem a continuação da anterior".*

Atividade 4

Nesse exercício você vai utilizar as 4 operações fundamentais, da maneira que quiser, para encontrar o resultado correto em cada questão:

x : + -

a- 4 4 4 4= 0
b- 4 4 4 4= 1
c- 4 4 4 4=2
d- 4 4 4 4= 3
e- 4 4 4 4= 4
f- 4 4 4 4=5
g- 4 4 4 4= 6
h- 4 4 4 4= 7
i- 4 4 4 4=8
j- 4 4 4 4= 9
k- 4 4 4 4= 10

Esse exercício foi o mais complicado. Registrou-se dificuldade por parte dos alunos quanto ao exercício que se propôs. O nível de envolvimento foi grande, mas

percebeu-se até um desânimo, pois tiveram dificuldade, precisavam pensar muito, calcular e no final nem todos estavam interessados. Houve indisciplina. Pelas características das questões houve até bastante discussão nos grupos: os alunos corrigiam-se mutuamente e argumentavam para defenderem as suas ideias perante os seus colegas. Em algumas situações em que os grupos não chegavam a acordo, a professora auxiliou, procurou estimular os alunos a encontrarem as “respostas” por eles próprios.

Conclusão

O resultado evidencia a dificuldade dos grupos pesquisados na formalização e na comunicação das ideias matemáticas, destacando-se a pouca habilidade em expressar ideias matemáticas de modo escrito, lançando mão da linguagem corrente ou da linguagem formal simbólica.

De um modo geral, os grupos de alunos conseguiram explicitar melhor suas conclusões oralmente incentivados pela professora e por outros colegas, no momento da socialização, o que reforça a importância desse momento e o cuidado em realizá-lo.

Esperava-se que as atividades investigativas desenvolvidas proporcionassem aos alunos uma experiência matemática positiva, o que se observou com o desenvolvimento do trabalho, levando em consideração a experiência que os alunos obtiveram em relação ao conteúdo matemático, apesar das dificuldades encontradas pelos componentes do grupo.

Para uma mesma atividade existem várias possibilidades de chegar a uma mesma conclusão*, esse p*arece ser o maior obstáculo à implementação dessa metodologia para o ensino de matemática baseado na investigação. Investigações introduzidas na aula de matemática podem modificar nossa metodologia bem como o papel do professor, resultante de uma educação escolar tradicional, sustentada nos princípios de uma visão da matemática como um corpo acabado de conhecimentos, de uma aula onde o professor, único detentor da verdade, repete para os alunos uma matemática pronta e decorada.

Atividades investigativas podem gerar, a princípio, uma insegurança, afinal fomos acostumados a sempre ter um resultado certo. Então ficamos com receio de trabalhar com essa metodologia. O caráter aberto de uma atividade investigativa torna difícil a antecipação das possíveis respostas dos estudantes.

Se, por um lado, *é* interessante investigar, analisar possibilidades e chegar a uma conclusão que, nem sempre, foi a elaborada pelo autor da atividade, por outro lado, essa abertura de possibilidades pode levar professores inexperientes ou com menor domínio dos conteúdos, a evitarem o uso desse tipo de atividades na sala de aula.

O papel relevante que as atividades de investigação podem desempenhar na aprendizagem da matemática justifica uma atenção especial à sua elaboração. A troca de ideias e de opiniões entre alunos e a experimentação de atividades são componentes que poderão enriquecer, do nosso ponto de vista, as propostas de trabalho.

A prática investigativa nos leva a acreditar na possibilidade de superar o medo da matemática, despertando o prazer da descoberta, de forma que experimentar e fazer matemática sejam atividades desejadas e naturais na sala de aula.

Acredito na introdução de atividades investigativas como estratégia de ensino, pois promove o aprendizado de técnicas e conceitos matemáticos, através da formulação e análise de dados gerados por situações, em que as investigações são desencadeadas por problemas, de interesse dos alunos.

É necessário conscientizar os professores da importância de modificar a metodologia em sala de aula. Embora seja um desafio lidar com situações diferentes no dia a dia, acredita-se que o professor deva ousar, mesmo que timidamente, para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos ainda pouco conhecidos como a investigação matemática.

Referências

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002. 388p.

D'AMBRÓSIO U. **Etnomatemática**. São Paulo: Ática,1998.

FONSECA, Helena. **As actividades de investigação, o professor e a aula de matemática**. Universidade de Lisboa. Lina Brunheira. Disponível em: <www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/textos/fonseca-etc99.pdf>. Acesso em: 20/01/2011

---------- **Centro de investigação em educação e departamento de educação**. Disponível em: <ia.fc.ul.pt/redeic/textos%20teoricos/02-h-fonseca.pdf>. Acesso em 03 ago 2009.

OLIVEIRA, Hélia Margarida; SEGURADO, Maria Irene; PONTE, João Pedro da. **Tarefas de investigação em matemática**: histórias da sala de aula. Disponível em: <ia.fc.ul.pt/textos/p_189-206.PDF>. Acesso em 03 jul 2009.

OLIVEIRA, Hélia. **Vivências de duas professoras com as actividades de investigação**. Universidade de Lisboa. Disponível em <:www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DOCS-outros/98-helia-oliveira.doc>. Acesso em: 5 jul 2009.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes curriculares da educação básica**: matemática. SEED/Paraná, 2008.

PONTE, João Pedro da. **Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal**. Disponível em: <www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Rev-SPCE).pdf>. Acesso em 6 ago 2009.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 1.ª ed, Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, J. P., & Matos, J. F. (1996). **Processos cognitivos e interações sociais nas investigações matemáticas**. In P. Abrantes, L. C. Leal, & J. P. Ponte (Eds.), **Investigar para aprender matemática: Textos seleccionados**. Lisboa: Projecto MPT E APM, 1996.

PORFÍRIO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Uma reflexão em torno das tarefas de investigação**. Disponível em <ia.fc.ul.pt/ce/formandos/textos-pdf/porfirio-oliveira99. Acesso em 05 jul 2009.

SACRISTÁN, J. G. e GÓMEZ, A. I. (tradução Ernani F. da Fonseca Rosa). **Compreender e transformar o ensino**. Porto Alegre: Artmed, 2000.