O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2010

VOLUME I

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL: TAREFAS INVESTIGATIVAS UTILIZANDO O *SOFTWARE* GEOGEBRA

Autor: *Rejana Mara Ribeiro*[1]
Orientador: *Sandra Malta Barbosa*[2]

Resumo

Este artigo tem como objetivo descrever o resultado das experiências vivenciadas na implementação do projeto PDE na escola. Tal experiência apresentou uma abordagem sobre o uso das Mídias Tecnológicas e da Investigação Matemática como estratégias de ensino e a experiência da utilização do *software* Geogebra como uma possível alternativa na aprendizagem da geometria plana e suas aplicações. O *software* Geogebra é livre e gratuito está disponível nos laboratórios de informática das escolas da rede pública do estado do Paraná e fornece condições que permitem a elaboração de situações que favorecem a construção do conhecimento. A implementação do projeto foi estruturada sob a forma de oficina em laboratório de informática (com 40 horas), para professores do Ensino Fundamental da rede pública de ensino. Essa oficina foi realizada no Colégio Estadual Marechal Floriano Peixoto, no município de Grandes Rios (PR), no período de agosto a dezembro de 2011. A oficina propôs algumas reflexões históricas e conceituais acerca da geometria plana junto aos professores. Na sequência foi apresentada a fundamentação teórica das tendências utilizadas. Para exploração do *software* Geogebra foram utilizados vídeos, tutoriais e materiais impressos para auxiliarem os professores na integração com o *software*. Nas atividades propostas foram utilizados problemas retirados de provas e dos bancos de questões das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Como resultado verificou-se que a utilização das Mídias Tecnológicas e da Investigação Matemática na mediação do ensino de geometria plana pode ser um importante aliado em proporcionar aos estudantes situações de aprendizagem e construção de conceitos com maior significado. Ainda, possibilitou aos professores, por meio do *software* Geogebra, visualizar, explorar, conjecturar e refletir sobre as propriedades e conceitos da geometria plana.

Palavra-chave: tecnologia da informação e comunicação; investigação matemática; resolução de problemas.

---

[1] Especialização em Educação Especial e Orientação, Supervisão e Administração Escolar. Graduação em Matemática e Ciências. Colégio Estadual Marechal Floriano Peixoto – Ensino Fundamental e Médio.
[2] Doutora em Educação Matemática. Docente Adjunto B. Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina (UEL).

1 Introdução

A geometria é geralmente pouco trabalhada na Educação Básica, e a maioria dos professores faz a abordagem deste conteúdo de acordo com os livros didáticos, o que resulta em pouco conhecimento desse conteúdo pelos alunos.

De acordo com as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (2009), este conteúdo estruturante no Ensino Fundamental tem o espaço como referência de modo que o aluno consiga analisá-lo e perceber seus objetos para, então, representá-lo, devido à importância para a compreensão do mundo ao seu redor. Deste modo, os conteúdos devem ser abordados por meio de tendências metodológicas da Educação Matemática para fundamentar a prática docente.

Com a intenção de propiciar situações em que os alunos se apropriem dos conceitos da Geometria Plana por meio de uma metodologia que possibilite encontrar regularidades, refletir sobre as questões, justificar, testar, identificar propriedades e generalizar conteúdos, a Investigação Matemática nos pareceu adequada a esse propósito. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) “investigar é procurar conhecer o que não se sabe” (p.13) e ainda para os matemáticos profissionais, “investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades” (p.13).

Os recursos tecnológicos, como o *software*, a televisão, as calculadoras, os aplicativos da Internet, entre outros têm favorecido as experimentações matemáticas (Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná, 2009). Desta forma, as Mídias Tecnológicas é uma tendência que nos parece adequada para o ensino de geometria, mais especificamente o uso de softwares que possuem um ambiente que permite simular construções geométricas propiciando um ambiente rico de imagens, movimento e animações, favorecendo assim, um estudo dinâmico e permitindo que o aluno visualize, interaja com o computador, investigue, construa e experimente.

O *software* utilizado neste trabalho foi o Geogebra, e a escolha se justifica por ser livre e gratuito, estar disponível nos laboratórios de informática de todos os estabelecimentos de ensino da rede pública do Estado do Paraná e, principalmente, por fornecer condições que permitam a elaboração de situações que favoreçam a construção do conhecimento.

Assim, com a finalidade de dinamizar o processo de ensino-aprendizagem e aproveitar os recursos tecnológicos disponíveis no laboratório de informática do Paraná Digital (PRD), elaborou-se um Caderno Pedagógico apresentado como parte do projeto desenvolvido no Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE). Partindo do pressuposto de que a Investigação Matemática e as Mídias Tecnológicas, mais especificamente o *software* Geogebra, são estratégias que podem contribuir na aprendizagem da geometria plana e suas aplicações.

Desta forma, o direcionamento deste trabalho nos levou a pensar em dois questionamentos:

As tarefas investigativas relacionadas aos conceitos e aplicações geométricas, utilizando o *software* Geogebra, podem contribuir para o ensino de Geometria Plana?

Um recurso computacional, tal qual o *software* Geogebra, pode interferir na aprendizagem dos alunos?

Atualmente, na Educação Matemática é imprescindível desenvolver novas práticas pedagógicas que permitam que estudantes tenham acesso à matemática e resolver problemas que sejam relevantes para a produção do conhecimento no sistema seres-humanos-mídias, proposto por Lévy (1993). Desta forma, foi apresentada a utilização do *software* Geogebra, que reúne recursos de álgebra, cálculo, especificamente de geometria dinâmica e funções, como procedimento metodológico mediador e investigativo do ensino de Matemática para professores do Ensino Fundamental, no laboratório de informática da escola.

Sendo assim, este trabalho visou dar suporte para o estudo que teve como objetivo geral desenvolver com os professores uma oficina, utilizando o *software* Geogebra, por meio de tarefas investigativas, enquanto estratégias que se apresentam como possíveis alternativas para promover a aprendizagem de geometria plana e suas aplicações.

2 Fundamentação Teórica

Segundo as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (2009), as tendências que compõem o campo da Educação Matemática têm grau de

importância similar entre si, complementam-se umas as outras e propiciam um trabalho ativo por parte do educando. De acordo com essas Diretrizes, os conteúdos propostos devem ser abordados por meio de tendências metodológicas da Educação Matemática que fundamentam a prática docente.

2.1 Mídias Tecnológicas

A utilização de ferramentas computacionais em sala de aula é uma questão muito discutida atualmente no ensino de Matemática. A informática é um recurso de grande potencial pedagógico que pode auxiliar o professor na tarefa de ensinar e possibilitar ao educando um conhecimento dinâmico.

De acordo com Moran (2007), o uso de novas tecnologias na escola está sendo implantado gradativamente. Este uso tem sem dúvida seus pontos positivos, no entanto, sabemos que, muitas vezes a tecnologia é usada sob o pretexto de modernização, tentando ocultar os problemas sérios que a escola enfrenta. As tecnologias precisam ser compreendidas como ferramentas que auxiliam o trabalho do professor e têm a finalidade de apoiar os professores, servindo como recurso de implementação na prática pedagógica.

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) são diferentes formas de representação da realidade, de forma mais abstrata ou concreta, mais estática ou dinâmica, mais linear ou paralela, mas todas elas, combinadas, integradas, possibilitam uma melhor apreensão da realidade e o desenvolvimento de todas as potencialidades do educando, dos diferentes tipos de inteligência, habilidades e atitudes (MORAN, 2007).

De acordo com Borba e Penteado (2005) a entrada da mídia informática na escola não é a salvação dos problemas pedagógicos, porém com a utilização de softwares, os conteúdos matemáticos podem ser trabalhados estimulando a percepção visual do aluno. Partindo de uma imagem, pode-se explorar o conceito matemático envolvido em uma situação-problema. Esses autores afirmam que “uma nova mídia, como a informática, abre possibilidades de mudanças dentro do próprio conhecimento e que é possível haver uma ressonância entre uma dada pedagogia, uma mídia e uma visão de conhecimento” (BORBA; PENTEADO, 2005, p.45).

A utilização de softwares permite que os conceitos matemáticos sejam explorados por meio de construções não estáticas, que podem ser manipuladas e proporcionar uma percepção diferente da matemática, pois “a presença do computador oferece a possibilidade de observar processos de construção de conhecimento matemático que não apareceriam em outros ambientes” (VILLARREAL, 1999, p.28).

Os problemas quando resolvidos no computador criam oportunidades importantes de avaliação e de aprendizagem da Matemática, que, devido à presença das TIC, representa outra matemática, envolvendo aspectos e elementos dos objetos e propriedades matemáticas diferentes daqueles a que, explicitamente, o problema se propõe a tratar.

A introdução das TIC no ensino de Matemática dá um novo sentido à noção de atividade matemática para os alunos e, consequentemente, à noção de problema. A presença das ferramentas computacionais nas aulas de Matemática não implica no abandono de outros instrumentos educacionais. A informática é um recurso auxiliar que possibilita o alcance dos resultados na aprendizagem por meio do seu uso adequado e conciliando as diversas formas de se ensinar e se aprender, com professor e aluno desempenhando seu papel e mantendo uma postura adequada diante da atividade educacional, pois a ferramenta computacional sozinha não produz conhecimento (BORBA; PENTEADO, 2005).

Diante do exposto, fica evidente que existe ainda muita reflexão sobre o uso de novas tecnologias na escola e nas atividades escolares e sobre sua contribuição para a expansão de possibilidades de desenvolvimento da cidadania.

2.2 Investigações Matemática

Em uma aula de Matemática, o professor pode levar o aluno a ter um papel ativo no seu aprendizado, uma vez que é preciso formar no estudante senso crítico para que ele possa desenvolver a capacidade de questionar, relacionar ideias e propor soluções. O aluno deve ser levado a explorar situações, a formar o próprio pensamento e investigar. Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) conceituam que

“investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades” (p.13).

Ambientes informatizados são propícios para a realização de uma atividade investigativa, pois permitem ao aluno analisar uma situação e observar regularidades, estabelecer hipóteses e testá-las na busca de uma solução para o problema proposto. Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) afirmam que “as investigações matemáticas são um tipo de atividade que todos os alunos devem experimentar” (p.25). A definição de uma atividade investigativa é abordada por esses autores a partir de uma situação aberta, em que a questão não está bem definida e os resultados podem ser bem diversificados, não sendo possível determinar como a atividade será concluída.

O educador deve propor aos alunos atividades que tenham como objetivo a construção do pensamento matemático. O professor é fundamental no processo de ensino e aprendizagem, pois cabe a ele desenvolver atividades capazes de estimular os alunos, valorizando o conhecimento que o educando traz consigo e ajudá-lo a ressignificar esse conhecimento, pois a sala de aula é um ambiente adequado para a realização de atividades investigativas e o trabalho coletivo permite que o conhecimento seja compartilhado entre os estudantes.

Durante uma atividade, quando realizada em dupla ou em grupo, a interação com o colega possibilita o compartilhamento de opiniões. A partir de uma conjectura feita, é possível discutir as ideias apresentadas, de modo que um aluno pode complementar o pensamento do colega, estabelecer novas conjecturas, contribuindo para uma atividade mais rica. Muitas vezes, um aluno percebe situações e regularidades que não foram percebidas pelo colega em sua observação.

Uma atividade investigativa proporciona descobertas imprevistas, uma vez que cada aluno enxerga a situação-problema proposta de uma maneira diferente, de modo que a ideia de um complementa a do outro. O trabalho conjunto possibilita a interação com os colegas empenhados na mesma questão, na busca de soluções.

O conhecimento matemático não deve ser visto e trabalhado em sala de aula pelo professor como algo pronto e acabado. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), aprender Matemática significa mais do que se apropriar do conhecimento desenvolvido ao longo dos séculos, mas ser capaz de fazer descobertas que possibilitem a construção do seu próprio conhecimento matemático.

O aluno deve ser levado a explorar situações, formular questões e conjecturar, ser capaz de testar e verificar a veracidade de suas afirmações e conjecturas, argumentar, se expressar de forma oral e escrita e justificar o seu pensamento.

De acordo com as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (2009), a prática pedagógica da Investigação Matemática vem despontando como um caminho aceito e recomendado por muitos estudiosos como forma de proporcionar ao aluno uma melhor compreensão da disciplina. As atividades investigativas devem ser desafiadoras e preparadas com antecedência pelo professor, que poderá usar um mesmo texto com questões diferentes aos grupos participantes. Podemos dividir em três etapas a atividade de investigação: a introdução da tarefa, a sua realização pelos alunos com acompanhamento do professor e a discussão/reflexão entre alunos de grupos diferentes com a participação do professor.

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), as investigações geométricas contribuem para perceber aspectos essenciais da atividade matemática, desenvolver conceitos e sua exploração colabora para a compreensão de fatos e relações geométricas que vai muito além da simples memorização e utilização de técnicas para resolver exercícios. Desde os primeiros anos de escolaridade a geometria proporciona um ensino baseado na exploração de situações de natureza exploratória e investigativa (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006).

Diante do exposto, entende-se que se torna necessário um redimensionamento das ações didático-pedagógicas dos professores visando buscar novas alternativas que venham contemplar os anseios dos educando, em ter os conhecimentos da Matemática não como um mero conteúdo, mas sim, como um meio de auxiliar no estabelecimento de novos padrões de criticidade.

A educação escolar tem como meta principal fazer com que o aluno supere o senso comum, desenvolvendo a consciência crítica, provocando alterações de concepções e atitudes, permitindo a interpretação de mundo e das relações sociais. O professor deve se preocupar em discutir/trabalhar com os alunos o valor científico da Matemática fazendo relação entre teoria e prática, buscando diversas metodologias para embasar o seu fazer pedagógico. O conhecimento matemático quando significativo para o aluno contribui para o desenvolvimento do senso crítico e do saber científico quando proporciona as condições necessárias para uma análise

mais apurada das informações da realidade e quando este conhecimento se inter-relaciona com as demais áreas.

Desta forma, o ensino da Matemática tratará a construção do conhecimento matemático por meio de uma visão histórica em que os conceitos foram apresentados, discutidos, construídos e reconstruídos, influenciando na formação do pensamento humano e na produção de sua existência por meio das ideias e das tecnologias. A Educação Matemática, assim, “implica olhar a própria Matemática do ponto de vista do seu fazer e do pensar, da sua construção histórica e implica, também, olhar o ensinar e o aprender Matemática, buscando compreendê-los” (MEDEIROS, 1987, p.27).

3 Relato da Experiência

A partir da constatação da importância da Investigação Matemática e das Mídias Tecnológicas como alternativa metodológica para o ensino da Matemática é que foi proposto o presente estudo. Para isso foi desenvolvida uma oficina, utilizando o *software* Geogebra, por meio de tarefas investigativas, enquanto estratégias que se apresentam como possíveis alternativas para promover a aprendizagem da geometria plana e suas aplicações. O objetivo foi apresentar aos professores do Ensino Fundamental uma visão mais ampla sobre a utilização do *software* Geogebra, como procedimento metodológico mediador e investigativo, e, consequentemente, um interesse maior por seu estudo e aplicação.

O trabalho desenvolvido como uma etapa do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) foi aplicado com 12 professores do Ensino Fundamental regular de um Colégio Público, em Grandes Rios (PR), e teve como suporte metodológico a Investigação Matemática e as Mídias Tecnológicas. Contamos também com a contribuição de 15 professores da rede estadual de ensino que fizeram parte do GTR (Grupo de Trabalho em Rede), no qual promovemos uma ampla discussão sobre o uso das TIC na Educação, especificamente sobre o uso do *software* Geogebra.

A oficina foi realizada com uma carga horária de 40 h/a e estipulado um limite de 12 vagas para professores que tivessem o interesse de conhecer, aprender e

discutir atividades matemáticas desenvolvidas com o uso do *software* Geogebra. Praticamente quase todos os professores participantes ainda não tinham introduzido o uso do computador em suas aulas.

Primeiro Encontro

Atividade 1

Em um primeiro momento, foi apresentado aos professores um texto abordando o uso das TIC na Educação: “O Computador no Ensino e Aprendizagem de Matemática: reflexões sob a perspectiva da resolução de problemas” (ALLEVATO; ONUCHIC; JAHN, 2010). Após leitura e reflexão do texto, responderam por escrito ao questionário a seguir.

1) Você acha importante utilizar recursos computacionais (software, blogs, e-mail, etc)?
2) Esses recursos computacionais podem interferir na aprendizagem dos alunos?
3) Quais são suas vantagens e desvantagens?
4) Como e para que essa ferramenta deve ser utilizada?
5) Quais as dificuldades para a inserção dessas tecnologias no ensino?
6) Como superar essas dificuldades?
7) Quais outras tecnologias você utiliza em suas aulas?

A seguir, apresentamos algumas das contribuições dos professores participantes.

J.C.N.G.: Acredito que todos os recursos computacionais contribuem no processo ensino aprendizagem no contexto escolar, mas cabe ao professor selecionar esses recursos para adequá-los aos conteúdos no qual está trabalhando.

T.G.S.: Os recursos computacionais podem não só interferir, mas contribuir em sua aprendizagem, pois através dos mesmos é possível realizar pesquisas, descobertas por investigação de maneira rápida e concreta, diferente da realidade em sala de aula com uma metodologia única e tradicional.

E.C.S.: As vantagens para trabalhar com essas ferramentas vai ao encontro da necessidade do professor em lidar com metodologias diferentes e as expectativas do aluno numa aula dinâmica com recursos mediáticos. Resultando assim possibilidades inúmeras dependendo do professor mediador. As possíveis desvantagens estariam ligadas a falta de planejamento do professor ou a falta de interesse do aluno.

R.F.F.: Essas ferramentas devem ser utilizadas com responsabilidade com objetivos claros para que estes possam contribuir no conhecimento do aluno de forma ampla não só nas atividades em si, mas lidar com essas tecnologias.

R.P.L.: As dificuldades estão ligadas a falta de conhecimento tecnológico dos alunos e professores.

D.C.B.: Tanto alunos e professores estarem abertos a lidar com essas ferramentas de aprendizagem. Sendo importante fazer cursos e buscar sempre novos aprendizados.

I.J.R.: Dependendo do conteúdo é necessário utilizarmos diferentes recursos tecnológicos como: TV Multimídia, computador, internet etc.

Atividade 2

Organizados em grupo os professores fizeram a leitura do capítulo “Investigar em Matemática” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p.13-24). Após leitura e reflexão do texto, responderam por escrito ao questionário a seguir.

1) Você já utilizou a investigação matemática em suas aulas?
2) Comente sua opinião sobre a postura do aluno em agir como um matemático quando trabalha com Investigação Matemática.

A seguir, apresentamos algumas das contribuições dos professores participantes.

T.M.F.: Toda aula envolve investigação, a partir do momento em que o professor propõe questões que desafiam os alunos e instigam sua curiosidade.

M.M.S.: Durante uma aula de matemática as discussões são fundamentais para que os alunos percebam as diferentes maneiras de se chegar à resolução de qualquer atividade proposta, porém nem sempre me sinto preparada para conduzir uma investigação, principalmente quando envolve tecnologia.

C.F.: A cultura de nossos alunos é de receber a resposta pronta, a investigação ainda não faz parte do seu cotidiano.

Atividade 3

Em seguida foi apresentado o vídeo com um tutorial do *software* Geogebra. Após apresentação do vídeo, os professores tiveram acesso ao laboratório de informática (PRD) da escola que faz parte do programa Linux. Eles tiveram uma familiarização com o *software*, verificando as cinco áreas principais (menu principal, barra de ferramentas, janela de álgebra, janela de visualização e o campo de entrada). Verificaram quais são e para que servem as ferramentas principais do *software*. Após investigação e exploração pudemos perceber que muitos professores não conheciam e alguns apresentavam dificuldades em trabalhar com informática, porém demonstraram interesse e vontade de aprender e utilizar o *software*.

Segundo Encontro

Neste encontro os professores acessaram o *software* Geogebra, de forma individual, e por meio do tutorial impresso e atividades do livro “Aprendendo Matemática com Geogebra” (NÓBRIGA; ARAÚJO, 2010) exploraram o *software*. Em seguida, verificaram as funções básicas e aprenderam a acessar as principais ferramentas, por meio da barra de ferramentas e do campo de entrada.

Terceiro Encontro

Neste encontro fizemos a leitura e reflexão do texto sobre o perfil do Professor Investigador (STENHOUSE, 1975, p.144). Após discussões concluímos que apesar do Geogebra fornecer condições que permitam a elaboração de situações que favoreçam a construção de conhecimentos pelo aluno, o *software* sozinho não pode ensinar coisa alguma. Para que haja aprendizagem efetiva com este recurso é necessária a elaboração de situações de uso. Portanto, o professor de matemática não deve estar no laboratório de informática para ensinar a usar o *software*, mas sim para ensinar Matemática utilizando-o. Desta forma foram apresentadas diversas situações de uso, utilizamos vários exemplos de atividades que podem ser

exploradas no Geogebra (Unidade Didática 1) que se encontram na Produção Didática Pedagógica. Tais atividades exploram construções, manipulações e visualizações dos conteúdos e conceitos da Geometria Plana, propriedades geométricas e algébricas, auxiliando no processo de construção do conhecimento.

Percebemos que a quantidade de conteúdo deste terceiro encontro foi muito extensa para o tempo previsto e para vencermos o conteúdo da oficina, foi sugerido que as atividades ficassem como tarefa de casa e os professores posteriormente enviassem por e-mail as respostas dos questionamentos propostos.

Quarto Encontro

Neste encontro, os professores fizeram a exploração das tarefas investigativas dos conceitos e das representações matemáticas, utilizando o *software* Geogebra. Refletiram sobre as investigações geométricas, seguida das tarefas investigativas a partir da resolução de problemas oriundos do Banco de Questões de OBMEP 2010[3] e provas do PROFMAT[4]. Neste encontro, foi pedido aos professores que aplicassem algumas atividades com os alunos de suas turmas.

A cada problema sugerido foi discutido com os professores quais as ferramentas que deveriam ser usadas para a realização da tarefa, obedecendo às propriedades dadas. Os passos da construção foram criados e registrados durante o desenvolvimento da atividade e responderam os questionamentos, a seguir, na resolução de cada problema.

1) Que conteúdos estão presentes nesse problema?
2) É possível encontrar o resultado do problema utilizando o Geogebra?
3) Como podemos iniciar a construção no Geogebra?
4) Após construir a figura movimente-a. A construção permaneceu com as mesmas propriedades?
5) Quais conceitos podem ser explorados?
6) Descreva todos os passos que você utilizou para resolver o problema.
7) Salve cada um dos problemas e registre suas conclusões.

[3] Disponível em: <http://www.obmep.org.br/banco.htm>. Acesso em: 16 jun. 2012.
[4] Disponível em: <http://www.profmat-sbm.org.br/mem_provas.asp>. Acesso em: 16 jun. 2012.

Primeiro Problema

Uma placa decorativa consiste em um quadrado de 4 m de lado, pintado de forma simétrica com partes em cinza, conforme Figura 1. Qual é a fração da área da placa que foi pintada?

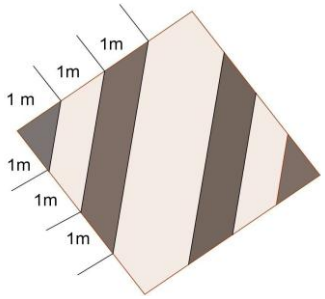


Figura 1 – Placa decorativa.

A maior dificuldade encontrada pelos professores nesta primeira atividade foi decidir como iniciar a construção no software Geogebra, qual ferramenta utilizar. Depois de algumas tentativas não houve necessidade do auxílio do professor para concluir a atividade. Logo perceberam que traçando paralelas aos lados poderiam dividir a placa em quadrados de 1 metro, e que a área pintada é igual a 12 metades desses quadrados, ou equivalentes a 6 desses quadrados. Como a placa total tem 16 desses quadrados, conclui-se que a fração da área pintada em relação à área da placa é 6/16 = 3/8.

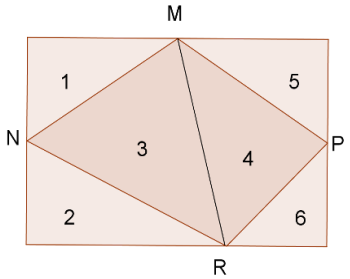
Durante a execução das atividades de construção da placa decorativa foram oportunizadas momentos de reflexão e investigação. Logo puderam perceber que conforme iam realizando a atividade na janela de visualização, simultaneamente os resultados iam aparecendo na janela de álgebra e concluíram que era possível realizar a atividade utilizando o software Geogebra.

T.G.S.: Achei bastante interessante a realização desta atividade, porque durante a construção temos oportunidade de ir verificando e discutindo os conteúdos e os conceitos e principalmente o que é difícil no quadro e giz trabalhar simultaneamente a geometria e a álgebra.

R.P.L.: Ao se utilizar um software percebe-se a facilidade para a construção de figuras geométricas e o educando pode fazer e refazer as atividades de forma lúdica, ao mesmo tempo em que vai internalizando os conceitos e as propriedades inerentes a cada construção.

Segundo Problema

Um jardim retangular de 120 por 80 m foi dividido em seis regiões, conforme indicado na Figura 2, em que N, M e P são pontos médios dos lados e R divide o comprimento do lado na razão 1/3. Em cada região será plantado um dos seguintes tipos de flor: rosa, margarida, cravo, bem-me-quer, violeta e bromélia, cujos preços, por m^2, estão indicados na tabela da Figura 2. Quais são as possíveis escolhas das flores em cada região, de modo a se gastar o mínimo possível?



Tipo	Preço por m^2
rosa	3,50
margarida	1,20
cravo	2,20
bem-me-quer	0,80
violeta	1,70
bromélia	3,00

Figura 2 – Jardim variado.

Durante a realização desta atividade os professores apresentaram menos dificuldades do que na primeira, a maioria já foram testando qual ferramenta utilizar para a construção e não apresentaram medo em errar. Depois de muitas tentativas e construção do retângulo perceberam que se dividissem o terreno retangular em retângulos menores chegariam à resposta e após algumas tentativas acharam a área dos triângulos 1 e 2 e dos triângulos 5 e 6, chegaram a conclusão de que a área do triângulo 4 era igual à área do terreno todo subtraída das áreas do triângulo 5 e 6 e da área da região à esquerda de MR e finalmente, a área do triângulo 3 é a área total do terreno subtraída da soma das áreas já calculadas dos outros cinco triângulos, em seguida perceberam que havia quatro maneiras diferentes de formar o jardim mantendo o mesmo gasto mínimo que é de R$ 15.960,00.

M.M.S.: A realização do problema no software Geogebra é muito válida, pois nos dá a possibilidade de experimentar, construir, analisar e comparar, construindo conceitos. Além disso, possibilita discussões, interação e colaboração.

M.G.F.S.: Esse curso veio contribuir para ampliar nossa visão de que há maneiras diferentes de trabalharmos matemática.

Terceiro Problema

Para fabricar nove discos de papelão circulares para o Carnaval usam-se folhas quadradas de 10 cm de lado, como indicado na Figura 3. Qual é a área (em cm^2) do papel não aproveitado?

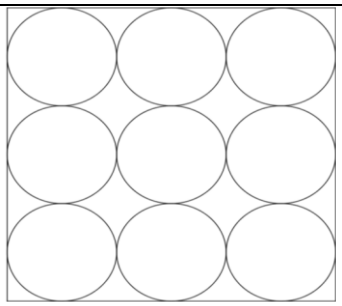


Figura 3 – Discos de papelão.

Quarto Problema

Em cada um dos itens (a) e (b), da Figura 4, tem-se um quadrado de lado r. As regiões hachuradas em cada um destes itens são limitadas por lados desse quadrado ou por arcos de círculos de raio r de centros nos vértices do quadrado. Calcule cada uma dessas áreas em função de r.

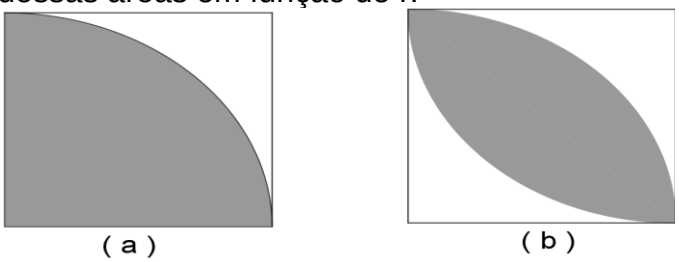


Figura 4 – Cálculos de área.

Na resolução dos problemas 3 e 4 os professores demonstraram bastante dificuldades, tentaram resolver no lápis e papel primeiramente, depois foram para o *software*, ficaram em dúvidas em relação a qual ferramenta utilizar, fizeram tentativas, surgiram erros e acertos até chegarem na resposta dos problemas. Durante a realização das atividades fomos discutindo as propriedades, os conceitos em relação às construções e os professores demonstraram entusiasmo com a experiência de resolver uma atividade utilizando uma metodologia diferente.

T.G.S.: Em primeiro lugar me permitiu perceber que esse recurso é muito mais útil do que eu realmente imaginava. Temia que não houvesse nada que pudesse me auxiliar em minha prática e isso me deixava muito angustiada, com sensação de professor ultrapassado, que não consegue se adequar às novas gerações. Também me despertou o desejo de tentar usá-lo em minhas aulas, o que me levará a buscar maneiras de vencer minhas inseguranças e procurar dinamizar minhas aulas. Foi uma excelente motivação.

C.F.: Fiquei um pouco insegura no início, porém quando somos instigados a tentar sem medo de errar, ir investigando tentando encontrar a resposta discutindo as propriedades formulando os conceitos geométricos, ficamos motivados.

Quinto Problema

Construa um desenho com seis triângulos equiláteros adjacentes, o primeiro com lado de comprimento 1 cm e os triângulos seguintes com lado igual à metade do lado do triângulo anterior, como indicado na Figura 5. Qual é o perímetro deste desenho?

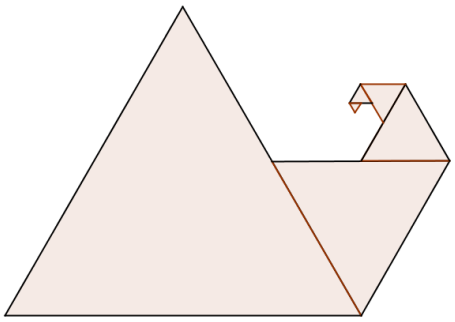


Figura 5 – Colando seis triângulos.

Na realização desta atividade os professores apresentaram interesse e pouca dificuldade na construção, concluíram que o perímetro da figura é formado por treze segmentos e a partir dessa conclusão acharam três resoluções diferentes, porém chegando sempre ao mesmo resultado, verificaram que no Geogebra chegam a solução de maneira clara e evidente. A atividade foi proposta com o intuito de ser realizada de modo informal até se chegar aos conceitos e propriedades dos elementos geométricos, que vão surgindo através das construções e observações. Foi provocada uma discussão entre os professores sobre as principais propriedades diferenciais dos pontos notáveis do triângulo e o conceito de perímetro.

Sexto Problema

Na figura dada foram desenhados três círculos de raio r centrados nos vértices do triângulo equilátero ABC de lado a. Se ½ a < r < a, esses três círculos são, dois a dois, concorrentes em três pontos X, Y e Z exteriores ao triângulo ABC. Mostre que o triângulo XYZ é equilátero e calcule o comprimento do seu lado, em termos de a e r.

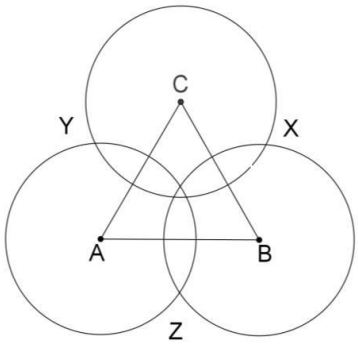


Figura 6 – Intersecção de círculos.

Na realização desta atividade houve muitas discussões de como iniciar a construção e decidiram começar pela ferramenta polígono regular, já que se tratava de um triângulo equilátero, em seguida com a ferramenta mediatriz, acharam o baricentro do triângulo e para desenhar os círculos, utilizaram a ferramenta círculos dados centro e um de seus pontos. Com a ferramenta intersecção de dois objetos marcaram os pontos XYZ e com a ferramenta segmento definido por dois pontos desenharam o triângulo XYZ. Após a construção da figura surgiram muitas dúvidas se estava correto ou não, discutiram sobre as propriedades do triângulo e os conceitos presentes na atividade, ficaram mais preocupados com a construção do que com a resolução do problema. Houve a necessidade da intervenção do professor PDE para chegarmos à resposta correta.

I.J.R.: Para realizar uma atividade como essa com os alunos o professor tem que ter domínio dos conteúdos imersos no problema e domínio do software.

S.A.B.: Fiquei insegura na realização desta atividade, não na construção da figura, mas sim de entender como chegar na resposta do problema.

Sétimo Problema

Considere um triângulo retângulo isósceles ABC com hipotenusa BC. Tomando o ponto A como centro e AB como raio, consideremos o arco de circunferência delimitado pela corda BC. Consideremos ainda a semicircunferência de diâmetro BC, conforme a Figura 7. Designemos por T a área da região triangular ABC e por S e L as áreas das outras duas regiões. Prove que L = T.

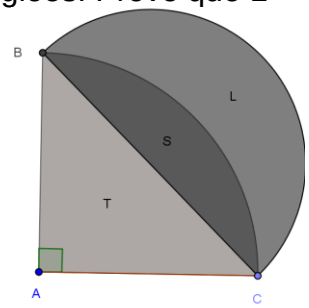


Figura 7 – Triângulo retângulo e semicircunferências.

Ao realizarem essa atividade os professores já estavam mais familiarizados com o *software*, portanto as dificuldades encontradas foram poucas. Alguns desenharam o triângulo retângulo utilizando a ferramenta reta definida por dois pontos e em seguida retas perpendiculares depois desenharam o círculo, outros começaram pela ferramenta círculo dados centro e um de seus pontos, depois

desenharam o triângulo, em seguida a ferramenta semicírculo definido por dois pontos e arco circular dado centro e dois pontos, logo após a ferramenta setor circular dado centro e dois pontos, foram testando as ferramentas sem medo de errar até chegarem à construção correta. Verificaram que a área S será a área do setor circular d menos a área T e a área L será a área do setor circular g menos a área S, e com isso concluíram e provaram que a área L = T. Verificaram que não basta apenas a construção da figura tem que se ter conhecimento dos conceitos de área.

Quinto Encontro

Neste encontro fizemos a socialização dos resultados alcançados. Os professores apresentaram os resultados, as dificuldades e as possibilidades de aplicação das atividades e a contribuição do *software* Geogebra para ensinar Matemática. Notou-se que a abordagem de investigação despertou o interesse dos alunos, que deixaram a atitude passiva, tão comum na aula de matemática, para se tornarem autônomos e autoconfiantes, estimulados a fazerem novas descobertas inerentes ao estudo de geometria plana, desenvolveram uma compreensão conceitual com maior significado. Se fossemos realizar tais atividades no quadro negro, por mais que dispuséssemos de bons materiais de desenho, mesmo assim ficaria difícil de visualizar e se convencer dos conceitos, características e propriedades adquiridos usando o computador associado com a experimentação e investigação foram extremamente relevantes para a produção do conhecimento matemático.

C.F.: Antes dessa oficina, acreditava que dificilmente usaria este recurso em minhas aulas, pois não sabia onde encontrar subsídios que pudessem me auxiliar em minha prática pedagógica. Imaginava que ele só me serviria como fonte de pesquisa de conteúdos que também poderiam ser encontrados em qualquer livro.

T.G.: Toda essa experiência contribuiu para que houvesse a superação de meus receios e levasse os alunos até o laboratório de informática da escola. Percebi que os alunos não têm medo de aventurar-se no desconhecido, ao contrário, sente-se motivados e interessados. Notei uma aprendizagem mais efetiva devido às construções feitas por eles, aos movimentos que puderam fazer no software e a relação com o conceito matemático vivenciado antes na sala de aula.

4 Considerações Finais

Ao implementar a proposta pedagógica na escola, foi possível constatar o quanto o ensino de geometria plana pode se beneficiar da Investigação Matemática e das Mídias Tecnológicas. Observamos que quando oportunizamos a construção e elaboração de conhecimentos por meio de softwares de geometria dinâmica, contribuímos para a superação de dificuldades e facilitamos a aprendizagem dos alunos. Para se utilizar essa metodologia em sala de aula, faz-se necessário uma mudança de postura do professor, pois é totalmente diferente de uma aula tradicional. A todo o momento nos deparamos com questionamentos não previstos. O uso de softwares de geometria dinâmica deixa o professor mais vulnerável a se deparar com situações imprevistas. Isso caracteriza o que Borba e Penteado (2005) definem como zona de risco. Apesar disso, consideramos que é o movimento entre uma zona de conforto e uma zona de risco que trará maior possibilidade de aprendizagem aos estudantes. Percebemos que os ambientes de geometria dinâmica apresentam grande potencial para que atividades investigativas sejam elaboradas. O modo de arrastar permite que o estudante crie e teste suas próprias conjeturas. Porém, é muito importante que as atividades elaboradas nesse ambiente sejam bem direcionadas. A experiência com a oficina, embora tenha envolvido um número pequeno de professores foi significativa e incentivou os participantes a utilizarem o *software* Geogebra no ensino da geometria, sem perder de vista as experiências vivenciadas por eles na sala de aula e o seu relevante papel como mediador no processo de ensino e aprendizagem, independente da evolução tecnológica que possa ocorrer na educação. A utilização do computador não pode ser encarada como a “solução” dos problemas no ensino da Matemática.

Um dos desafios quanto ao uso das TIC para o ensino da Matemática são as dificuldades encontradas pelos professores. Muitos são os motivos: como o tempo para preparar as atividades, o número de alunos por turma, o tempo preciso para que os alunos familiarizem-se com a novidade, o funcionamento do laboratório de Informática na escola entre outros. Contudo, os professores puderam verificar ao longo da oficina a importância de utilizarem as TIC nas aulas, pois a novidade, o entusiasmo e o interesse dos alunos favorecem os bons resultados. O uso do *software* GeoGebra incrementou a prática pedagógica e motivou os professores, se

apresentando como uma ferramenta eficaz na aplicação dos conteúdos. Não há dúvidas de que as novas tecnologias abrem inúmeras possibilidades para o ensino de geometria plana.

Referências Bibliográficas

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R.; JAHN, A. J. O Computador no Ensino e Aprendizagem de Matemática: reflexões sob a perspectiva da resolução de problemas. In: ALLEVATO, N. S. G.; JAHN, A. J. (org.) **Tecnologias e Educação Matemática:** ensino, aprendizagem e formação de professores. Recife: SBEM, 2010. p.187-209.

BORBA, M. C., PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

LÉVY, P. **As Tecnologias da Inteligência: o futuro do pensamento na era da informática.** Tradução: Carlos Irineu Costa. Coleção TRANS. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

MEDEIROS, K. M. **A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos.** Educação em Matemática Revista. Nº 14, ano 10, 2000.

MORAN, J. M. **A TV digital e a integração das tecnologias na Educação**. Boletim 23 sobre Mídias Digitais do Programa Salto para o Futuro. TV Escola - SEED, 2007. Disponível em: <http://www.eca.usp.br/prof/moran/digital.htm>. Acesso em: 15 março 2011.

NÓBRIGA, J. C. C.; ARAÚJO, L. C. L. **Aprendendo Matemática com o GeoGebra**. São Paulo: Editora Exato, 2010.

PARANÁ, SEED. **Diretrizes curriculares de matemática para a educação básica.** Curitiba, 2009.

PONTE J.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA H. **Investigações matemáticas na sala de aula***.* Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

STENHOUSE, L. A. **An introduction to curriculum research and development.** London: Heineman Educational, 1975.

VILLARREAL, M. E. **O pensamento matemático de estudantes universitários de cálculo e tecnologias informáticas.** 1999. 402 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 1999.