O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2010

VOLUME I

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

EXPLORANDO CONCEITOS GEOMÉTRICOS POR MEIO DO GEOGEBRA: quatro momentos de investigações matemáticas no 9º ano do Ensino Fundamental

Autora*: Maria Inês Tomal Surmas*[1]
Orientadora*: Leoni Malinoski Fillos*[2]

Resumo

Este artigo apresenta os resultados da aplicação do projeto de Implementação Pedagógica, inserido no Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE/2010, da Secretaria do Estado da Educação do Paraná. A proposta foi desenvolvida com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual Dr. Chafic Cury, do município de Rio Azul - PR. O estudo teve como objetivo explorar métodos e ferramentas tecnológicas que favorecessem o uso do laboratório do Paraná Digital nas aulas de Matemática e possibilitassem a aprendizagem de conceitos geométricos pela investigação matemática. Para tanto, foram aplicadas atividades de cunho exploratório e investigativo nas aulas de Matemática, com ênfase no uso das tecnologias da informação e comunicação (TICs), especialmente o *sofware Geogebra*, e na metodologia das Investigações Matemáticas. O material de análise é constituído de registros escritos dos alunos e de observações diretas da turma, que foram anotadas em diário de bordo. O estudo aponta que apesar das dificuldades de ordem técnica, o uso das ferramentas do Geogebra no laboratório de informática, aliado às atividades de natureza investigativa, representa uma estratégia rica e desafiadora de aprendizagem da Geometria, potencializando a interatividade, a formulação de hipóteses, a exploração de ideias e a argumentação. Os alunos participam das aulas mais ativamente e o professor tem um modo significativo de ensinar, fazendo com que os estudantes se interessem mais pelas aulas e pelos conteúdos da disciplina.

Palavras-chave: Investigações Matemáticas; geometria; laboratório de informática; Geogebra.

1 Introdução

---

1 Especialista em Matemática e Ciências, graduada em Matemática, Professora do Colégio Estadual Dr. Chafic Cury, integrante do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE - 2010. Email: misurmas@seed.pr.gov.br

2 Mestre em Educação (UFPR), Professora do Departamento de Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO - *Campus* Irati, Email: leonimfillos@hotmail.com.

Nas últimas décadas acentuaram-se as discussões entre pesquisadores e educadores matemáticos sobre as causas das dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos. Essas causas vão desde a complexidade de alguns conteúdos, a não observação da individualidade de cada aluno e a dificuldade de atribuição de significados ao que é ensinado nas aulas de Matemática, que contribuem, acentuadamente, para uma certa aversão à disciplina por parte de muitos alunos.

> O sucesso ou o fracasso dos alunos diante da matemática depende de uma relação estabelecida desde os primeiros dias escolares entre a matemática e os alunos. Por isso, o papel que o professor desempenha é fundamental na aprendizagem dessa disciplina, e a metodologia de ensino é determinante para o comportamento dos alunos. (LORENZATO, 2008, p. 01)

Nesse sentido, faz-se necessário nas escolas a implementação de abordagens metodológicas diferenciadas que contemplem novas formas de ensinar, no intuito de possibilitar um aprendizado mais eficiente da Matemática e resultados mais satisfatórios. É fundamental, numa era digital, que as escolas propiciem elementos mais ricos de se trabalhar pedagogicamente, aproveitando conhecimentos trazidos pelos alunos e incorporando às aulas as Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) e atividades de investigação, conforme propõem as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (PARANÁ, 2008). Acredita-se que pela construção e investigação de diferentes formas de ensinar e aprender o aluno possa ser levado a conjeturar, testar hipóteses, fazer comparações e, sobretudo, ter maior motivação pelo estudo da Matemática.

Especificamente no Paraná, a Secretaria de Estado da Educação (SEED) implantou nas escolas o laboratório do Paraná Digital (PRD), com o objetivo de difundir o uso pedagógico das Tecnologias da Informação e Comunicação – TIC - e oportunizar aos alunos e professores a inclusão digital. Esse laboratório está disponível para ser utilizado nas aulas, mas os professores, em geral, ainda não se sentem confortáveis e seguros para usá-lo como recurso pedagógico.

Assim, visando abordar o conteúdo matemático de forma dinâmica e significativa, sem deixar o rigor científico de lado, propôs-se neste estudo oportunizar um ensino mais interativo com a utilização do computador nas aulas de Matemática, especialmente nas aulas de Geometria. De forma geral, o projeto teve por objetivo explorar métodos e ferramentas tecnológicas que favorecessem o uso do laboratório do Paraná Digital nas aulas de Matemática e possibilitassem a aprendizagem de conceitos geométricos pela investigação matemática. Tal projeto, inserido nas atividades do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE/2010), foi desenvolvido numa turma de 9º ano do Ensino Fundamental, do Colégio Estadual Dr. Chafic Cury, localizado no município de Rio Azul.

Para a socialização dos resultados obtidos na realização do projeto, nesse artigo faz-se primeiramente uma reflexão teórica a respeito da Geometria e seu ensino, dando ênfase ao uso de TICs na Educação e à metodologia das Investigações Matemáticas. Em seguida, são apresentados os resultados da intervenção pedagógica realizada na escola e, por fim, discute-se e avalia-se a proposta.

2 Pressupostos teóricos

2.1 A Geometria na Educação Matemática

A Geometria no ensino de Matemática esteve fundamentada durante muito tempo somente na Geometria Euclidiana, que privilegiava demonstrações de teoremas e interpretação de propriedades das figuras geométricas. Mudanças começaram a acontecer a partir da década de 60, devido à influência do Movimento da Matemática Moderna. Segundo Ávila (2010), esse movimento priorizava a teoria dos conjuntos, a axiomatização, as estruturas algébricas e a lógica, dando à Geometria um tratamento inadequado, pois ficava impraticável, principalmente nas primeiras fases da escolarização.

Segundo Abrantes (1999), nos anos 70 e 80, a Geometria passou a ocupar um lugar secundário no ensino da Matemática devido à generalização da

Matemática Moderna. A importância prática da Geometria reduzia-se às fórmulas para o cálculo de área e volumes e ao teorema de Pitágoras. A intuição e a visualização não eram valorizadas. “Vários reformistas propuseram uma drástica redução do que se devia ensinar em Geometria, e alguns grupos chegaram ao absurdo de propor que a geometria fosse totalmente abolida” (ÁVILA, 2010, p. 6).

Já na década de 90 pesquisadores como Pavanello (1993) e Lorenzato (1995) demonstram preocupações com o ensino da Geometria em suas publicações. Segundo eles, o abandono da geometria, a forma como ela era abordada em livros didáticos e a dificuldade de alguns professores para ensiná-la estava intimamente ligada ao movimento da Matemática Moderna.

Com os novos direcionamentos dos currículos e com capacitações de professores, a partir da década de 90 novas mudanças aconteceram no ensino de Geometria. Segundo Abrantes (1999), nos últimos anos uma tendência de revalorização tem marcado a evolução curricular em Matemática por todo o mundo. “A riqueza e variedade da geometria constituem, de facto, argumentos muito fortes para sua valorização no currículo e nas aulas de Matemática.” (ABRANTES, 1999, s/p)

Pesquisas realizadas em Educação Matemática têm contribuído de forma significativa para que essas mudanças continuem acontecendo. Isso é reforçado pelos currículos vigentes que destacam sua importância para a formação do aluno.

Por valorizar a intuição, a visualização e a manipulação de materiais, a geometria torna-se especialmente propícia para um ensino fundamentado na descoberta e argumentação, especialmente com a incorporação às aulas das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) e atividades de Investigação, tendências atuais na Educação Matemática.

2.2 O uso das TICs na educação

Atualmente vê-se uma grande ascensão da tecnologia em toda sociedade causando rápidas e constantes mudanças. Dentro de um curto espaço de tempo tivemos significativos avanços, principalmente na área de informática. Tecnologias como a internet, computadores, calculadoras eletrônicas, celulares estão cada vez

mais acessíveis e presentes no cotidiano das pessoas. A prática educacional também segue essa tendência, pois atualmente grande parte das escolas de ensino fundamental e médio possui um laboratório de informática, viabilizando a realização de projetos educacionais diferenciados.

As discussões sobre o uso de TICs - Tecnologias de Informação e Comunicação - na educação apresentam-se de forma constante na literatura. Diversas pesquisas apontam as contribuições do uso do computador como recurso no ensino da Matemática, dentre as quais podemos citar os estudos desenvolvidos por Gravina (1996); Borba (1996); Zulatto (2002) e Borba e Penteado (2010). A presença das TICs - principalmente o computador no ensino da Matemática - não é mais questionada e as discussões estão mais voltadas para a maneira de utilização desses recursos nas escolas, em particular, pelos professores em suas práticas.

Segundo Borba (1996) e Borba e Penteado (2010), embora sejam muitas as potencialidades oferecidas pela informática na Educação, a qualidade de sua utilização depende muito da interpretação das propostas pelos professores e da forma como estes a colocarão em prática. Se a sua utilização for somente para expor conteúdo terá o mesmo valor dos métodos tradicionais. Contudo se for utilizada como ferramenta pedagógica, com o objetivo de desenvolver, solucionar situações problema, realizar investigações e buscar novas estratégias, poderá trazer mudanças significativas para aprendizagem dos alunos.

Nessa perspectiva, a utilização das TICs, principalmente o computador, requer dos professores novas posturas para o ensino. É necessário que o professor busque capacitação para utilizar esse recurso em suas aulas e esteja em constante processo de atualização, sendo um pesquisador e incentivador do uso das TICs, pois, conforme Araújo (2008), o domínio de qualquer ferramenta só virá na medida em que esta for utilizada.

Para ser agente dessas mudanças, o professor precisa sentir-se seguro ao trabalhar com informática e vários fatores são fundamentais para que isso aconteça. Dentre eles estão a necessidade de que as escolas estejam suficientemente equipadas com computadores, *softwares* e acesso à internet; que os professores tenham formação adequada; que sejam ofertados cursos de formação aos professores para o uso dos recursos tecnológicos e que haja suporte técnico para manutenção dos laboratórios e apoio às aulas, bem como suporte pedagógico para

que o professor possa, com seus pares, discutir suas dificuldades e trocar experiências (ZULATTO, 2002).

Em contrapartida, o professor precisa sentir necessidade dessas transformações e também se envolver com elas, pois a utilização desses recursos pode significar a necessidade de assumir alguns riscos. Conforme Borba e Penteado (2010), quando o professor escolhe fazer uso de tecnologia informática na sua prática, ele estará saindo de uma zona de conforto e entrando numa zona de risco. Ou seja, sem o uso de TICs, nas aulas convencionais, o professor consegue manter o controle de tudo com relação ao saber e o desenvolvimento da aula, encontrando-se na zona de conforto. Pode ser mais cômodo permanecer nela a enfrentar a zona de risco, onde ele pode passar por situações inesperadas, incomuns à sua prática, como problemas técnicos, variedade de caminhos que os alunos podem seguir ou dúvidas que nem sempre o professor saberá responder prontamente.

Contudo, não é mais possível ignorar que a utilização das TICs no ensino têm alterado suas abordagens, a dinâmica das aulas e até mesmo as formas de pensar. A grande oferta de novos produtos amplia as possibilidades de seu uso e muitos programas ou *softwares* têm sido desenvolvidos para integrar o uso da informática à prática pedagógica. Especificamente em Educação Matemática, esses recursos têm auxiliado alunos e professores a descobrirem ambientes favoráveis à construção e reconstrução do conhecimento.

Atualmente, os ambientes informatizados, que oferecem condições para o desenvolvimento da aprendizagem de Matemática, principalmente da Geometria, são aqueles construídos dentro dos princípios de Geometria Dinâmica.

2.3 Geometria Dinâmica

Diversos pesquisadores, que desenvolvem estudos sobre a utilização de tecnologias na educação (SHEFFER, 2009; ARAUJO, 2008; BRAVINO, RODRIGUES, 2002), vêm apontando possibilidades pedagógicas para as aulas de Matemática com o uso de *softwares* de Geometria dinâmica (GD).

Os programas de GD permitem a manipulação das figuras construídas ou alguns de seus elementos por meio do teclado ou do mouse, de modo que as

propriedades usadas na construção se preservam. “Essa característica permite explorar diversas instâncias de um mesmo problema em busca da verificação de uma conjectura” (BRAVINO; RODRIGUES, 2002, p. 23). Com os recursos dos *softwares* de GD os alunos podem realizar construções geométricas que são feitas usualmente com régua e compasso com a vantagem de torná-las rápidas, precisas e passíveis de movimentação.

“Esse suporte tecnológico permite o desenho, a manipulação e a construção de objetos geométricos, facilita a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p.83). Há, dessa forma, a possibilidade de generalizações e comparações que seriam impossíveis com desenhos estáticos no quadro de giz ou papel.

Neste contexto, a Geometria Dinâmica nos oferece uma proposta para explorar os conceitos de Geometria clássica, mas por meio de um programa interativo. Esses *softwares* são comumente usados no ensino da Geometria permitindo trabalhar com Geometria Euclidiana, Geometria Não-Euclidiana, Geometria Analítica, além de funções. Um dos *softwares* que atualmente vem sendo objeto de muitas pesquisas no âmbito da Educação Matemática é o software GeoGebra.

2.4 O GeoGebra

O GeoGebra é um *software* de geometria dinâmica que pode ser utilizado especialmente no ensino da Matemática. Criado pelo professor Markus Hohenwater, da Universidade de Salsburgo, na Áustria, em 2001, o GeoGebra conta com a colaboração de programadores de todas as partes do mundo para melhorar o desempenho e facilitar sua utilização.

O *software* permite a visualização da linguagem algébrica e geométrica através de janelas diferenciadas. Também é possível inserir equações e coordenadas diretamente num campo de entrada, possibilitando o trabalho com construções envolvendo Geometria, Álgebra e Cálculo em tópicos relacionados ao ensino, de forma bem simples.

Trata-se de um *software* gratuito, funciona na plataforma Linux das escolas públicas do Paraná e está disponível em todas as máquinas dos laboratórios do PRD (Paraná Digital). Por ser um *software* livre, alunos e professores podem instalar gratuitamente em seus computadores a partir de seu endereço eletrônico: www.geogebra.org. Também é possível trabalhar *on line*, em qualquer computador conectado à Internet, acessando HTTP://geogebra.at e clicando em "Iniciar geogebra".

O *GeoGebra* é um programa bastante intuitivo dotado de auto explicações, sendo possível seu uso por iniciantes em informática. Entretanto, para uma boa utilização e exploração, o conhecimento matemático se faz necessário.

Esse *software* representa, principalmente no ensino de Geometria, um recurso em potencial, pois pode criar um ambiente rico de imagens e movimentos, oportunizando um estudo dinâmico e permitindo ao aluno a visualização de objeto de diversas formas e posições, bem com a experimentação, a interação com o computador e investigações.

2.5 Investigação Matemática

A expressão "investigar" pode assumir muitos significados como pesquisar, indagar, examinar, procurar, inquirir, entre outros. De uma maneira geral, é procurar conhecer, tentar compreender e encontrar soluções para os problemas que nos deparamos (PONTE, 2003).

As atividades de investigação estão presentes em todas as áreas de conhecimento. O termo investigação pode ser usado em vários contextos como, por exemplo, investigação criminal, causas de um acidente, investigação científica ou jornalística e também na procura de informações sobre um assunto (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006). "Existe aquilo que podemos chamar 'a grande investigação', que se realiza nas universidades, empresas e laboratórios do Estado e que tem uma certa função social" (PONTE, 2003, p.2). É uma atividade importante para todos os cidadãos e deveria, portanto, permear também o trabalho da escola, com professores e alunos.

Conforme Ponte (2002), vários estudos portugueses têm mostrado que a utilização de investigações matemáticas nas aulas pode contribuir significativamente para a aprendizagem dos alunos e desenvolver o gosto por essa disciplina. Esses estudos indicam que as investigações levam os alunos a desenvolver novas capacidades e adquirir novos conhecimentos.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), o processo de investigação matemática envolve quatro momentos principais: o reconhecimento da situação, sua exploração e formulação; o processo de formulação de conjecturas; a realização de testes e refinamento das conjecturas e, finalmente, a argumentação, sistematização e verificação dos resultados. Esses momentos podem ocorrer simultaneamente e cada um deles pode incluir diversas atividades, podendo haver interação entre vários matemáticos interessados nas mesmas questões.

A utilização de tarefas de natureza investigativa e exploratória em sala de aula promove um processo de investigação semelhante ao dos matemáticos profissionais. Essas tarefas podem partir da resolução de simples exercícios ou estar relacionadas com a resolução de problemas.

Em geral, em quase todas as disciplinas escolares, a aprendizagem dos conteúdos fundamenta-se nas atividades desenvolvidas pelos alunos e depende das tarefas que o professor apresenta. Cada matéria escolar têm sua tarefa característica. Nas aulas de Matemática, os alunos são submetidos a diferentes atividades, que são desenvolvidas em diversas situações, sendo tarefas mais usuais a resolução de exercícios e de problemas.

Segundo Ponte (2003), uma tarefa tem quatro dimensões básicas: grau de dificuldade, estrutura, conteúdo referencial e tempo requerido na sua resolução. Os exercícios são tarefas consideradas fechadas e não apresentam grande dificuldade; os problemas são tarefas também fechadas, mas com elevada dificuldade. Já as atividades de exploração são fáceis e tem estrutura aberta; as investigações têm a estrutura aberta, mas com grau de dificuldade elevado.

As atividades de investigação, no entender de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), são diferentes por envolver situações mais abertas. A questão não está bem definida inicialmente, cabendo a quem investiga (aluno) sua definição. Assim, os resultados que se espera alcançar são imprevisíveis e os pontos de partida e de chegada podem variar de aluno para aluno ou de grupo para grupo.

Na sala de aula, uma atividade de investigação matemática desenvolve-se comumente em três fases: introdução da tarefa, realização da investigação e discussão dos resultados (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006).

A primeira fase representa o momento em que o professor propõe uma atividade preparada antecipadamente para a turma, segundo o conteúdo que deseja contemplar. Essa fase é primordial, pois dela depende o bom andamento da investigação; o aluno precisa entender a proposta, saber o que é pedido e o que se espera dele no decorrer da atividade.

Após a fase introdutória começa a investigação propriamente dita. Essa fase é o auge da metodologia. Se o aluno compreendeu a tarefa, conseguirá, de maneira mais ou menos consistente, utilizar os processos esperados na atividade investigativa como: "a exploração e formulação de questões, a formulação de conjecturas, o teste e a reformulação de conjecturas e, ainda, a justificação de conjecturas e avaliação do trabalho". (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p. 29)

O fechamento do trabalho de investigação se dá com a discussão dos resultados. Essa é a fase da partilha e conclusão do trabalho desenvolvido, momento em que os alunos irão relatar aos colegas e ao professor as conclusões sobre o seu trabalho e compartilhar as conjecturas levantadas, as descobertas feitas e os conhecimentos adquiridos. Essa etapa é de fundamental importância, pois é o momento em que os alunos empreenderão melhor o sentido da investigação podendo desenvolver sua capacidade de se comunicar matematicamente, refletir sobre seu trabalho e sobre seu poder de argumentação.

2.6 Investigações no ensino da Geometria

As tendências curriculares atuais consideram a geometria fundamental para compreender o espaço em que vivemos e para perceber a matemática existente num contexto. A realização de investigações possibilita levar o aluno a indagar, discutir e estabelecer relações no campo da Geometria, confrontando conceitos e ideias com a realidade.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), este é um campo propício para um ensino baseado na utilização de situações exploratórias e investigativas. A sua exploração pode contribuir para que a compreensão de fatos e relações geométricas vá além da simples memorização e/ou utilização de técnicas.

Com o uso da investigação geométrica, o aluno poderá perceber uma relação entre situações da realidade e situações matemáticas, no desenvolvimento da visualização espacial e na utilização de diferentes formas de representação dos objetos, deixando evidentes as conexões matemáticas. “A realização de investigações, proporciona, muitas vezes, o estabelecimento de conexões com outros conceitos matemáticos e até extramatemáticos”. (PONTE, BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p.51)

No desenvolvimento de uma investigação em Geometria podem surgir ideias importantes e que não podem ser desprezadas pelo professor. Os alunos podem observar, conjecturar e registrar essas ideias, considerando as experiências, os dados colhidos e outros aspectos relacionados à experimentação. “O exercício da observação, descrição, representação e análise, encontradas e destacadas, favorece a formação de imagens, o que fundamenta o pensamento geométrico”. (SHEFFER, 2009, p.96)

Embora as potencialidades pedagógicas das aulas investigativas tenham merecido destaque, convém destacar algumas dificuldades para a sua inclusão na prática escolar, apontadas por Fiorentini e Cristovão (2010), como: o grande número de alunos por turma, o tempo disponível para a realização das atividades, o estranhamento inicial dos alunos, a produção do relatório pelos alunos e, algumas vezes, a indisciplina.

O uso dessa metodologia envolve, portanto, a participação efetiva do professor na elaboração de tarefas que despertem o interesse dos alunos. Exige do professor compreensão e respeito às estratégias apresentadas pelos alunos, sem, todavia, interromper ou apressar as conclusões. Também exige comprometimento para auxiliá-los a discutir e refletir sobre os resultados encontrados.

Diante do exposto, observa-se que as investigações matemáticas são experiências de aprendizagem que devem ser desenvolvidas em paralelo com outras atividades. “A investigação tem suas potencialidades, mas também os seus limites” (ABRANTES, 1999, p.22). Pode ser útil para atingir um objetivo, mas pode não ser para atingir outro e nem tudo pode se aprender por investigação.

3 Aspectos metodológicos da pesquisa

Este estudo teve início no segundo semestre de 2010, quando o projeto de intervenção que direcionou a pesquisa em sala de aula foi elaborado. O referido projeto esteve ancorado pelos seguintes questionamentos: “Como incluir de forma usual o laboratório do PRD nas aulas de matemática sem a sensação de tempo desperdiçado? Em que medida atividades realizadas por meio do software GeoGebra, atreladas às investigações matemáticas, despertam o interesse dos alunos do 9º ano e possibilitam maior eficácia na aprendizagem de conteúdos geométricos?

Na busca de respostas para tais questões, durante o 1º semestre de 2011, como parte integrante das atividades do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE/2010 – elaborei um Material Didático, na forma de Unidade Didática, que está organizado sob três eixos: Conceitos de Geometria Plana, Investigação Matemática e uso do *software* GeoGebra. Esse material foi produzido com o objetivo de gerar reflexões teóricas à luz de autores que discutem os respectivos temas, oferecer material de apoio a professores e, principalmente, subsidiar o trabalho de implementação do Projeto de Intervenção Pedagógica na escola.

As atividades desse material intitulado “Explorando e Investigando atividades de Geometria por meio do Geogebra”, abordam alguns conteúdos de Geometria Plana previstos nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná – DCEs - para 9º ano, particularmente os conteúdos básicos que apresentam possibilidades para ao uso de *softwares* de Geometria Dinâmica, como o teorema de Pitágoras, as razões trigonométricas e o teorema de Tales.

A primeira ação da implementação foi a apresentação do projeto à equipe pedagógica, direção e aos demais professores de Matemática da escola, quando solicitei apoio no desenvolvimento do mesmo e sugestões para o seu aprimoramento. O tema do projeto foi considerado desafiador e de relevância por todos pela abrangência do conteúdo, metodologia e utilização de recursos tecnológicos. Alguns professores de Matemática, que ainda não conheciam o Geogebra, demonstraram grande interesse em aprender a utilizar esse recurso.

Paralelamente ao trabalho de aplicação do projeto com os alunos, foi desenvolvido o GTR - Grupo de trabalho em Rede, na plataforma *Moodle*, onde

cada professor PDE/2010 foi tutor de um grupo de professores da Rede Estadual de Ensino. Nesse grupo, o projeto, o material didático e as ações da implementação foram apresentadas para análise, críticas e sugestões de professores de distintas regiões do Paraná, o que enriqueceu todo o processo.

Antes de dar início às atividades no laboratório, o projeto foi exposto para o público alvo da intervenção, ou seja, para uma turma do 9° ano do Colégio Estadual Dr. Chafic Cury, com o objetivo de apresentar as finalidades, metodologia e forma de avaliação e estimular a participação dos alunos. A aceitação da proposta foi excelente, superando minhas expectativas. A grande maioria dos alunos mostrou-se bastante interessada em utilizar o computador como recurso de aprendizagem nas aulas de Matemática, pois até o momento só haviam utilizado para pesquisas na internet. Participaram ao todo 28 alunos, na faixa etária dos 13 aos 15 anos.

A dificuldade para dar início às atividades com os alunos foi o funcionamento precário dos computadores do laboratório do Paraná Digital (PRD). Das 20 máquinas existentes, apenas uma das ilhas estava em funcionamento (4 computadores). Em algumas máquinas faltava o mouse, o teclado ou outros componentes, não podendo ser substituídos, ou pela indisponibilidade de peças (ultrapassadas) no mercado, ou porque não havia verba para essa finalidade. O que era possível ser consertado dependia da disponibilidade de um dos técnicos do CRTE, que atendem várias escolas do Núcleo Regional de Educação e nem sempre podem atender de imediato uma solicitação.

Devido a esses obstáculos, o cronograma do projeto teve que ser revisto e as atividades com os alunos foi adiada até que um técnico responsável pela manutenção dos equipamentos (CRTE) tivesse disponibilidade para reparar as máquinas.

Conforme indicam Borba e Penteado (2010, p. 24),

> Um técnico em informática devia fazer parte do quadro de funcionários da escola. Não é possível desenvolver qualquer atividade com computadores que apresentam problemas com o monitor que não liga, a impressora que não imprime, conflitos de configuração na rede [....] é preciso um suporte constante. Qualquer um que usa computador sabe quanto seu uso pode ser inviabilizado por problemas técnicos. E numa escola onde o fluxo de usuários é grande não há como evitar problemas dessa natureza. É preciso alguém que assuma essa responsabilidade. Em algumas escolas a sala de informática fica sem uso por vários meses, porque não há verba para pagar a visita de um técnico.

A exposição prática do *software* Geogebra para os alunos não aconteceu conforme o previsto. Como não era possível adiar mais o início das atividades e os computadores da escola continuavam sem funcionar, fiz a apresentação do *software* em sala de aula, com o auxílio de um *notebook*, do *datashow* e de apostilas impressas. Na medida do possível, os alunos que quiseram explorar o *software* o fizeram projetando para os demais a partir de um único *notebook*. Confesso que me senti um pouco frustrada, pois foi uma aula tradicional com o uso de tecnologias. Conforme cita Kenski (2010, p. 86), "Uma forma tradicional do uso das tecnologias em educação [...] ocorre em atividades de ensino assistidas por computador. Embora a tecnologia seja avançada, a forma como é usada em muitos casos é bem convencional".

Mesmo após a manutenção dos computadores, não foi possível utilizá-los com a turma, pois o número de equipamentos colocado em funcionamento era reduzido (7computadores/28 alunos). Optei então por utilizar o laboratório da outra escola estadual na qual trabalho, disponibilizado prontamente pelo diretor.

Essa mudança gerou alguns transtornos, como agendamento de horário, criação de senhas, deslocamento dos alunos e alteração de cronograma. Mesmo assim, estava aliviada. O projeto pode enfim ser efetivamente iniciado.

4 Resultados e discussões

4.1 Primeiro momento

No laboratório de informática, em duplas e com o roteiro das atividades em mãos, iniciamos a atividade 1 do material didático. Essa atividade tinha como objetivos principais a familiarização dos alunos com o *software* e exploração de algumas ferramentas, sem deixar de lado as investigações matemáticas. As atividades envolveram conceitos básicos de geometria como: ponto, reta, plano, pares ordenados, plano cartesiano e a soma dos ângulos internos de um triângulo. A

meta de cada dupla foi desenvolver uma série de atividades investigativas utilizando comandos básicos do Geogebra.

Os problemas mais evidentes nesta primeira atividade foram de ordem técnica. Demorou mais que o esperado para regularizar a senha de cada dupla já que estavam em outra escola e precisaram de nova senha. Os alunos ficavam ansiosos com qualquer situação diferente, como ao errar o comando de alguma ação ou fechar o programa acidentalmente. Ouvia-se a todo o momento: "*professora apagou tudo!" "E agora o que foi que eu fiz*?" "*O meu só trava*". "*Esqueci como faz isso!".*

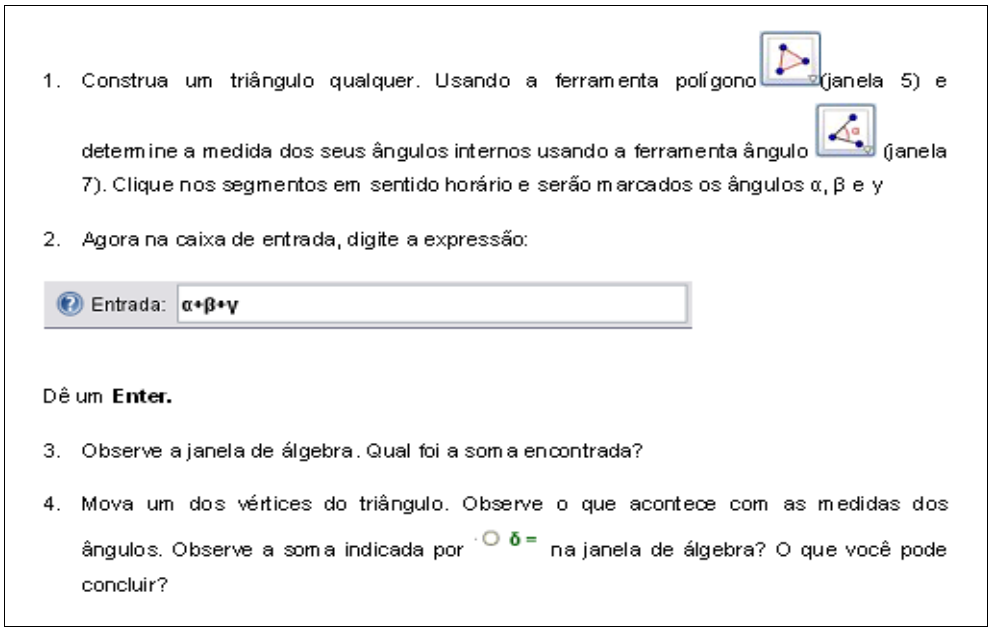
Apesar de alguns percalços, de uma maneira geral os alunos não apresentaram muita dificuldade no manuseio das ferramentas do *Geogebra*. Os que apresentaram mais facilidade com a informática ajudaram os demais colegas e em pouco tempo já estavam familiarizados com as ferramentas que precisavam utilizar. Considero que o uso do *datashow* foi determinante para um bom aproveitamento do tempo, pois o atendimento às dúvidas era feito por meio do telão, o que permitiu auxiliar vários alunos ao mesmo tempo.

Durante o desenvolvimento do projeto os alunos fizeram o registro das atividades e de aspectos que consideravam relevantes. Os primeiros relatos, tanto escritos como orais, aconteceram com um pouco de insegurança, marcados por vários comentários, tais como: "*Sei o que acontece, mas não sei explicar!", "Não sei como escrever isso!", "Preciso explicar? Não dá pra por só o resultado?".*

> Geralmente nossos alunos são estimulados apenas a dar a resposta solicitada pelos professores. Por isso, quando nos preocupamos em trabalhar a expressão de suas idéias, é preciso ter em mente que este é um processo que precisa de tempo e de oportunidades para aperfeiçoar-se. Um aluno que só faz cálculos em matemática, certamente terá dificuldades em expressar por escrito o que está pensando. Mas, se dermos oportunidade, ele vai aprender! (FIORENTINI; CRISTÓVÃO, 2010, p. 128)

A apresentação oral das atividades pelos alunos ocorreu na aula seguinte já em sala, pois o tempo de duas aulas foi insuficiente para finalizar as atividades, desligar as máquinas e ainda voltar para a escola de origem para a continuidade das aulas.

Uma das atividades desenvolvidas nesse primeiro momento foi a verificação da soma dos ângulos internos de um triângulo. O roteiro seguido pelos alunos foi o seguinte:



1. Construa um triângulo qualquer. Usando a ferramenta polígono (janela 5) e determine a medida dos seus ângulos internos usando a ferramenta ângulo (janela 7). Clique nos segmentos em sentido horário e serão marcados os ângulos α, β e γ
2. Agora na caixa de entrada, digite a expressão:

Entrada: α+β+γ

Dê um **Enter.**

3. Observe a janela de álgebra. Qual foi a soma encontrada?
4. Mova um dos vértices do triângulo. Observe o que acontece com as medidas dos ângulos. Observe a soma indicada por δ = na janela de álgebra? O que você pode concluir?

Figura 1
Fonte: material didático

Movendo um dos vértices do triângulo os alunos ampliaram, reduziram e mudaram a apresentação do triângulo algumas vezes, a fim de que observassem que mesmo alterando a medida dos ângulos internos, a soma deles permanecia a mesma. Somente uma dupla ficou com dificuldade em relatar por escrito as conclusões. Os alunos ficaram maravilhados com a possibilidade de alterar um mesmo desenho por diversas vezes e observar as transformações de sua forma algébrica. Muitos comentários surgiram como: "*Cara, se fosse no caderno íamos desenhar o mês inteiro, pra fazer todos esses triângulos" "Veja, dá certo pra triângulo pequeninho e grandão" .*

Na condução desta atividade, a princípio eu estava bastante apreensiva e insegura, com receio de não saber responder as perguntas em relação aos aplicativos do *software* ou não conseguir manter a atenção dos alunos no trabalho investigativo. Essa insegurança, porém, foi se exaurindo ao observar o interesse dos alunos pela aula, a habilidade da maioria em lidar com o *software* e a atenção dada às explorações. Alguns alunos interagiram bastante, comparando as atividades com as dos colegas e fazendo sugestões, o que gerava discussões construtivas sem

característica de indisciplina. Isso me empolgou bastante. Atender a todas as dúvidas e contratempos durante as aulas gerou um grande trabalho, recompensado pela motivação e envolvimento dos alunos com as atividades propostas.

4.2 Segundo momento

Para o desenvolvimento da 2ª atividade, relacionada ao teorema de Pitágoras, reservei um horário um pouco maior no laboratório - 3 aulas. Foi uma atividade tranquila e de poucas dúvidas, pois os alunos já estavam mais hábeis com os comandos e familiarizados com o *software*.

O roteiro apresentado aos alunos continha instruções para construções geométricas no Geogebra e também questões investigativas. Primeiramente eles deveriam construir um triângulo retângulo com lados 3, 4 e 5, nomear seus lados - *a* (hipotenusa), *b* e *c* (catetos) - e construir um quadrado sobre cada lado do triângulo. Depois realizaram a seguinte sequência:

1. Sendo a, b e c medidas dos lados do triângulo, como é possível representar a área de cada um desses quadrados?
2. Usando

, clique sobre a região interna de cada quadrado e marque a área. Observe a área de cada quadrado e tente descobrir alguma relação entre elas. Generalize as ideias a partir dos lados dos quadrados e represente algebricamente. Essa relação será válida para outros triângulos?
3. É possível, conhecendo a medida de dois dos lados de um triângulo, calcular a medida do terceiro?

Figura 2
Fonte: material didático

De um modo geral, as duplas, seguindo as instruções do material didático, conseguiram construir facilmente o triângulo retângulo, bem como os quadrados sobre a hipotenusa e sobre os catetos e a área de cada um deles.

Para que confirmassem suas hipóteses, os alunos inseriram o triângulo retângulo em um semicírculo e movimentando um de seus vértices, verificaram que,

mesmo alterando seus ângulos, o triângulo nessas condições é sempre retângulo. Verificaram também que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa e igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.

Diversos questionamentos foram feitos aos alunos durante o processo de construção, tais como:

- O que são retas perpendiculares? Observe e anote.
- Que tipo de triângulo é esse quanto aos seus ângulos? Que nomes recebem os lados desse triângulo?
- É possível, conhecendo a medida de dois dos lados de um triângulo, calcular a medida do terceiro?
- Observe os ângulos apresentados. Esse triângulo é retângulo?
- Qualquer triângulo construído desse modo (a partir de um semicírculo) é retângulo? Justifique.
- Movimente o triângulo a partir de um vértice e anote o que acontece. Não se esqueça de observar a janela de álgebra.

O tempo todo, os alunos foram incentivados a anotarem os resultados e as descobertas. Quando não lembravam algum nome, como cateto e hipotenusa, eram estimulados a pesquisar no livro didático.

Percebi que eles fizeram os registros com maior facilidade do que na aula anterior, apesar de ainda haver resistência para a realização da tarefa. Algumas duplas ainda acreditavam que fazer o “desenho” no computador era suficiente.

Para que as duplas descobrissem a relação existente entre a área dos quadrados construídos tive que instigá-los o tempo todo, fazendo muitos questionamentos, tais como: *Os quadrados são iguais? Posso usar uma igualdade? O que acontece se somarmos as áreas dos dois quadrados menores? Isso acontece sempre? Como posso representar essa situação?*

Conforme Lorenzato (2008), a descoberta vem como desfecho de um processo de experimentação, pesquisa, procura, sendo um processo fundamental no ensino da Matemática. Uma investigação ou exploração conduz a uma descoberta, e mesmo não sendo um caminho curto e rápido para o ensino, pode ser eficiente para a aprendizagem.

> Por isso, cabe ao professor incentivar seus alunos a fazerem tentativas e propostas plausíveis, o que pode ser alcançado se o professor estimular o pensamento intuitivo deles para que construam suas heurísticas, isto é, caminhos para encontrar soluções. Cabe ao professor organizar e apresentar contra exemplos e situações paradoxais com o objetivo de conduzir os alunos à reflexão a respeito de suas observações, inferências, conclusões e, assim auxiliá-los a avaliar ou apurar suas descobertas. (LORENZATO, 2008, p.82).

A seguir, alguns exemplos que ilustram os registros escritos dos alunos nesse segundo momento de investigação:

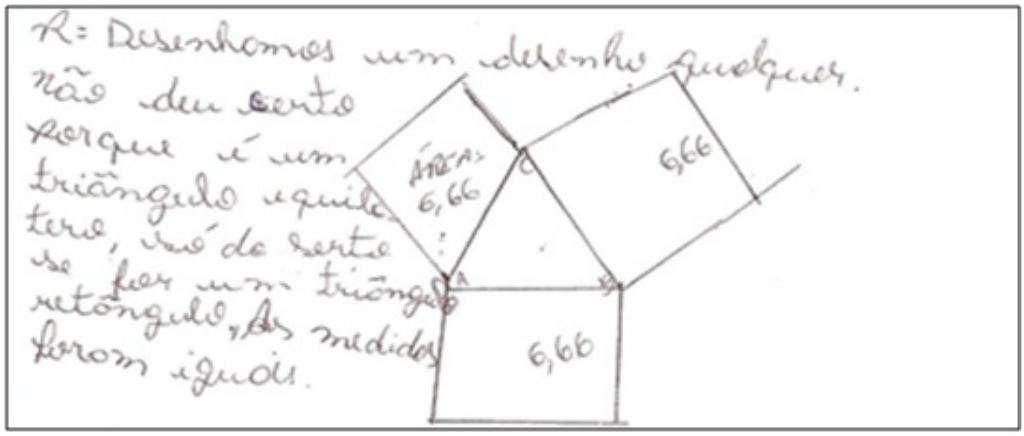


Figura 3: Registros escritos do grupo A
Fonte: arquivo da professora.

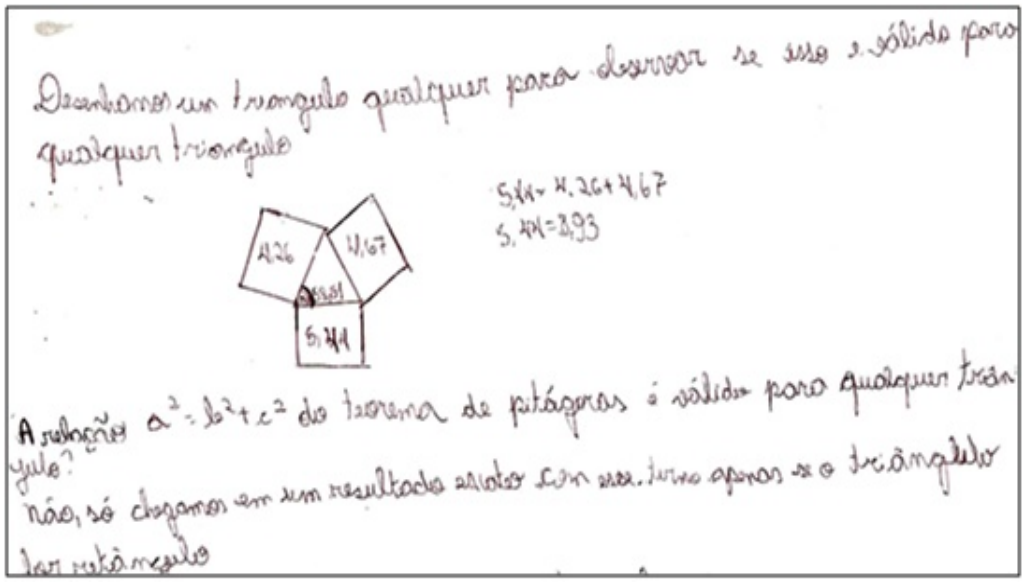


Figura 4: Registros escritos do grupo B
Fonte: arquivo da professora.

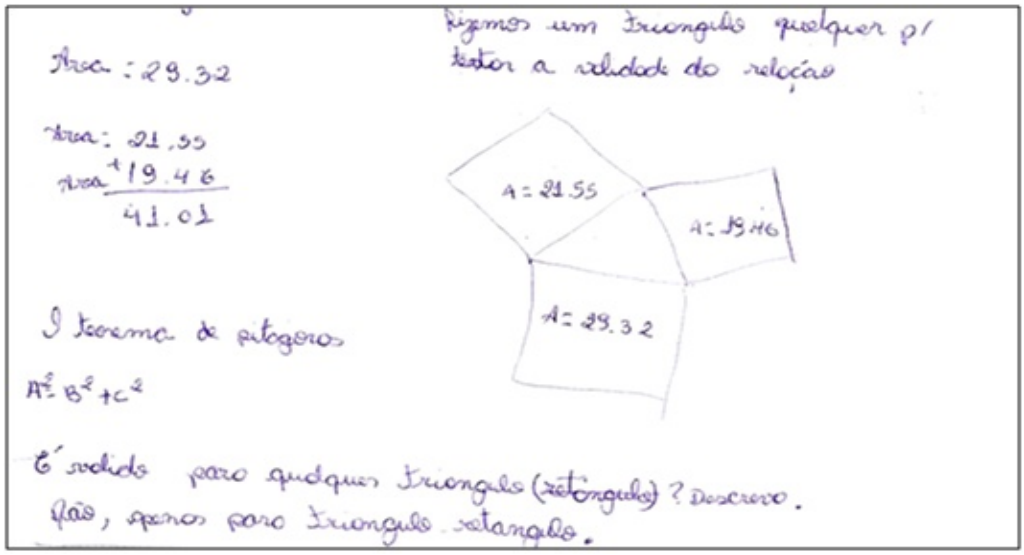


Figura 3: Registros escritos do grupo C
Fonte: arquivo da professora.

4.3 Terceiro momento

A terceira atividade constituiu no trabalho com as razões trigonométricas. As duplas deveriam construir um triângulo retângulo inscrito num semicírculo, utilizando comandos do *software*, bem como medir cada um dos lados. Utilizando o campo de entrada, deveriam calcular as razões entre cateto e hipotenusa, cateto e cateto e, ampliando e reduzindo o triângulo, observar que os quocientes não se alteram nessas condições.

As duplas recorreram ao livro didático para pesquisar sobre as razões trigonométricas, especialmente o que é cateto oposto e adjacente. Após algumas observações surgiram conjecturas como: "*o oposto é o da frente do β*", "*Ah é o contrário do β*", "*O adjacente é o que não forma o ângulo β*"

Essa atividade foi realizada sem o uso do *datashow*. Não foi possível instalá-lo com antecedência porque o laboratório estava ocupado na aula anterior. Isso causou algumas dificuldades, como acompanhar o desenvolvimento das atividades de cada dupla e sanar dúvidas quanto aos comandos ou ao *software*. Os alunos tiveram que ser atendidos individualmente, o que tomou muito mais tempo da aula. Enfrentei novamente uma situação da zona de risco no uso da tecnologia

informática, tendo que alterar os meus planos e improvisar, oferecendo atendimento individualizado aos alunos.

> Os problemas técnicos podem obstruir completamente uma atividade [...] o professor corre o risco de ter que alterar todos os seus planos[...]. O professor geralmente necessita do auxílio de alguém para configurar as máquinas e instalar softwares e o tempo é muito curto para que as providências sejam tomadas em sala de aula. (BORBA; PENTEADO, 2010, p. 57)

Concomitante às atividades de construção, os alunos realizaram novamente atividades de investigação. Fizeram parte dessa fase do trabalho perguntas como:

- Por que os valores de m e n são iguais[3]?
- Os valores de p e q são iguais[4]? Movimente o ponto B. O que você observa?
- A que razão trigonométrica esse quociente se refere?
- Agora digite r=sin(β)/ cos(β), o que acontece?
- Ao movimentar o vértice B do triângulo, os valores de seno e do cosseno do ângulo mudam? Por quê?

Essa atividade foi entremeada com pesquisas no livro didático de Matemática, pois os termos seno, cosseno e tangente ainda eram desconhecidos. Observando a movimentação do triângulo construído, os alunos tentaram validar suas hipóteses. Uma das duplas conseguiu observar que os valores encontrados na atividade faziam parte da tabela de valores de seno, cosseno e tangente presente no livro didático.

Além da utilização dos computadores e a interatividade que ocorreu durante o uso do Geogebra, foi possível envolver os alunos com tarefas investigativas que permitiram a realização de atividade matemática. Nesse sentido,

> As tarefas investigativas e atividade matemática proporcionada por sua realização pelos alunos revelam-se importantes no processo educativo à

3 m=sin(β) e n=b/c, digitados no campo de entrada e observados na janela de álgebra.

4 p=cos(β) e q=a/c anteriormente digitados no campo de entrada.

> medida que [...] 1) Possibilitam uma visão global da Matemática ao envolver os alunos em processos característicos desta, tais como exploração de hipóteses, fazer e testar conjecturas, generalizar e provar resultados; 2) favorecem o envolvimento do aluno com o trabalho e consequentemente facilitam uma aprendizagem significativa e 3) Fornecem múltiplos pontos de entrada para alunos de diferentes níveis de competências matemáticas e [...] reforçam as aprendizagens mais elementares (CASTRO, 2003 apud FIORENTINI; CRISTÓVÃO, 2010, p.204).

Por isso, do ponto de vista de ambiente de aprendizagem, o *software* Geogebra potencializa a criação de situações que estimulam o raciocínio devido a rápida visualização e representação, contribuindo para a atribuição de significados no estudo de conteúdos da Matemática, especialmente geométricos.

4.4 Quarto Momento

A atividade desenvolvida nesse 4º momento foi a investigação referente ao teorema de Tales. Inicialmente a classe foi instruída a construir três retas paralelas na horizontal e duas transversais sobre essas paralelas.

De imediato os alunos apresentaram dificuldades, pois alguns não dominavam os conceitos de retas paralelas e retas transversais, sendo então incentivados a realizar pesquisas na internet e socializar os resultados de suas buscas.

Para melhor visualização, prosseguiram o trabalho mudando a cor e espessura das retas e marcando as intersecções, que ficaram nomeadas por I, J, K, L, M e N. Determinaram, então, o comprimento de cada segmento das transversais, como no exemplo representado na figura 5:

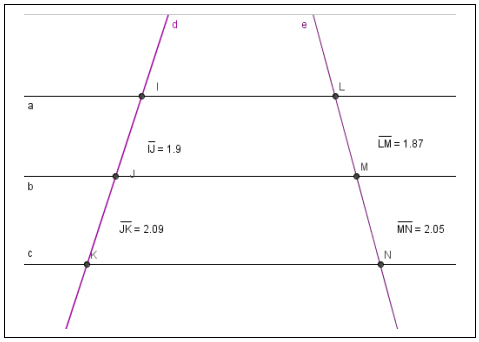


Figura 5: construção no Geogebra

Na sequência, usando a calculadora os alunos determinaram o quociente entre as medidas dos segmentos (razão), respectivamente IJ / JK e LM/ MN. A partir dos quocientes encontrados foram instigados a observar e levantar hipóteses. Poucas descobertas foram relatadas até esta etapa da construção, no entanto, depois de movimentar a primeira das retas paralelas e calcular novamente a razão, várias duplas conseguiram perceber a proporcionalidade. Alguns alunos fizeram a nova construção sugerida no roteiro com a certeza que encontrariam segmentos proporcionais.

> Como a GD possibilita visualizar uma mesma construção de diversas formas, e dessa maneira facilita a compreensão do comportamento geométrico dos elementos envolvidos, podemos utilizar um programa de GD para rever relações geométricas intrínsecas que poderiam passar despercebidas numa representação estática. (BRANDÃO; ISOTANI, 2003, 413)

Das 14 duplas formadas, somente duas duplas não conseguiram chegar a nenhuma conclusão, nem levantar conjecturas, achando a atividade muito difícil. Foi necessário dar um atendimento mais individualizado a esses alunos e direcioná-los a observar mais atentamente a construção e os cálculos.

Fizeram parte dessa etapa questionamentos como:

- É possível encontrar o valor de um dos segmentos sabendo o valor dos outros três?
- Essa propriedade e válida somente para três retas paralelas?
- Partindo dessas observações foi possível verificar o Teorema de Tales: “Um feixe de Retas paralelas determina, sobre duas retas transversais, segmentos proporcionais”?

Durante o desenvolvimento das atividades ou no final de cada encontro registrei situações importantes que ocorreram, as estratégias utilizadas pelos alunos no decorrer da tarefa, seus comentários, dúvidas, questionamentos, argumentações e intervenções necessárias.

Com as discussões dos alunos foi possível perceber algumas características comuns a algumas duplas. Alguns alunos lideraram as discussões, tanto em relação

ao seu colega da dupla como no grande grupo, tomando sempre à frente; outros, porém, não participaram. Uns mostraram-se mais ativos no desenvolvimento da atividade, mas não gostavam de fazer o registro. Comentários como: "*Ah,.... eu estou fazendo tudo sozinho, você não ajuda nada*", e *Professora o (fulano).. não faz, nem anota nada direito o que eu faço*", " *O (sicrano) só copia as ideias dos outros*" , denunciaram a falta de envolvimento de alguns alunos.

Cabe destacar durante todo processo, as importantes contribuições dos professores do GTR, que avaliaram o projeto, o material didático e as ações da implementação. Palavras de incentivo, sugestões e críticas foram bem-vindas para fortalecer e dar mais segurança às ações. A seguir, estão alguns fragmentos contemplados nos registros dos professores, nos fóruns da plataforma *Moodle,* demonstrando as opiniões:

> *Já fiz uso do Laboratório de Informática do colégio, porém admito que foi muito pouco por diversos motivos[...]. Mas não deixo de acreditar que o uso da tecnologia é um caminho que deve ser trilhado para atingirmos um nível melhor de aproveitamento de tempo e de aprendizagem. Acredito também que a metodologia da investigação matemática é muito interessante para a aprendizagem dos alunos, porém tenho muita dificuldade em compreender o processo de ensino com estes princípios, dadas as condições que temos de desenvolver o nosso trabalho, tanto no que se refere ao encaminhamento das atividades, como na gestão do tempo.* (Professor A)

> *A unidade didática: Explorando e Investigando atividades de Geometrias por meio do GeoGebra, está organizada de maneira clara e acessível a todo professor ou pessoa interessada em estudar matemática. Com este material o professor poderá utilizar em suas aulas proporcionando a compreensão e participação ativas dos alunos, desde que os computadores dos laboratórios de informática das escolas Estaduais estejam funcionando e o professor já tenha efetuado essas atividades para se sentir seguro na aplicação das atividades*. (Professor B)

> *Com tantas dificuldades técnicas apresentadas no decorrer do trabalho no laboratório que precisam ser superadas, vem então o desafio de lidar com os alunos nesse ambiente e depois o desafio maior ainda de promover a investigação matemática do conteúdo envolvido. Os alunos têm muita dificuldade com a linguagem matemática tanto para interpretar o que se pede como para fazer análises e registros dos resultados. Acredito que seja uma questão cultural, passou-se muito tempo valorizando as respostas prontas, onde os professores dão a palavra final sobre os conceitos trabalhados, por isso, utilizando uma metodologia diferenciada leva um tempo para que professores e alunos se adaptem. Em alguns momentos é necessário carregar os alunos, em outros estimulá-los a fazer suas descobertas. Parabéns pela persistência.* (Professor C)

> *As dificuldades existem, e o interessante é o enfrentamento e a superação do professor. E é assim que crescemos e percebemos que esses são os avanços em nosso trabalho, no nosso dia a dia e principalmente quando constatamos a motivação e concentração dos nossos alunos na realização das atividades, seja no ambiente virtual, ou qualquer outro. E diante desses desafios, nós professores estamos mais soltos, empenhados e comprometidos nas mudanças de nossas aulas, deixando o medo e a insegurança para trás e assumindo o nosso papel que é contribuir para a ampliação de mundo de nossos alunos, e sempre acreditando que podemos sim fazer a diferença.* (Professor D)

> *Parabéns pela perseverança e busca de novas possibilidades, é assim mesmo, somos desafiados pelos imprevistos e isto nos limita e acomoda. Eu fiz um curso para o conhecimento do Geogebra, mas não me sentia preparada para levar os alunos a trabalhar, agora estou me organizando para trabalhar a trigonometria [...] estou com grandes expectativas.* (Professor E)

5 Considerações finais

Na busca de alcançar o objetivo que permeou esse estudo: "*explorar métodos e ferramentas tecnológicas que favorecessem o uso do laboratório do Paraná Digital nas aulas de Matemática e possibilitassem a aprendizagem de conceitos geométricos pela investigação matemática"*, é possível inferir que:

Na realização das atividades, o uso do *Geogebra* possibilitou a participação dos alunos nas aulas e propiciou a exploração das construções, mas as questões investigativas foram fundamentais para a formulação de hipóteses e discussões sobre o conteúdo. De um modo geral, para responder as questões investigativas, as duplas demonstraram pouca habilidade em expressar suas ideias por escrito. Conseguiam explicitar melhor suas conclusões oralmente, quando instigados pelo professor e precisaram de muito estímulo para chegar às representações algébricas, que facilitaram a prova das conjecturas.

Percebi que a socialização dos resultados pelos alunos foi de extrema importância para refinar as hipóteses. Era nesse momento que alguns alunos percebiam questões importantes que haviam passado despercebidas e complementavam as suas anotações. "Ao socializarem suas produções aos outros grupos, eles podiam validar, (re)significar ou refutar muitas conjecturas que

acreditavam ser verdades absolutas" (FIORENTINI; CRISTÓVÃO, 2010, p. 235). Isso possibilitou "construir um ambiente de produção de conhecimento matemático em sala de aula muito parecido com aquele vivido pelos matemáticos profissionais" (idem).

O tempo, entretanto, era escasso e algumas discussões precisaram ser interrompidas ou apressadas, sendo retomadas na aula seguinte. "Embora estivéssemos bem preparados e conhecêssemos a tarefa proposta aos alunos, não pudemos prever com exatidão o que aconteceria nas aulas" (FIORENTINI; CRISTÓVÃO, 2010, p. 235).

O fator insegurança esteve presente nas minhas atitudes em muitos momentos. Fiquei muito apreensiva antes e durante o desenvolvimento das atividades. Tive o cuidado ao intervir sem apressar a conclusão. O caráter aberto das atividades investigativas apareceu como um dificultador, pois demanda mais tempo e pode comprometer o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos previstos e que deviam ser trabalhados. Os horários fixos e número reduzido de aulas também preocuparam um pouco. Algumas vezes achei que a intervenção poderia ser menos direta, mas o tempo não seria suficiente. Também percebi que não consegui atingir a todos os alunos, pois alguns, mesmo que a minoria, não se envolveu com as atividades de investigação.

A precariedade dos equipamentos do laboratório do PRD na escola de implementação do projeto, dificultou muito a sua aplicação. Foi necessário usar de criatividade, persistência e o laboratório de informática de outra escola para cumprir o prazo da efetivação da proposta.

Apesar das dificuldades encontradas, a experiência realizada foi muito importante para o meu crescimento como educadora. Precisei aperfeiçoar minhas habilidades com o *software* e estudar muito sobre investigações matemáticas para me sentir segura com as situações que porventura pudessem surgir. Pude refletir sobre minha prática docente e a influência que ela pode ter no processo de ensino-aprendizagem.

Ficou evidente a motivação dos alunos em estudar Matemática num ambiente informatizado. Pude perceber o envolvimento dos alunos nas atividades, havendo poucos momentos de dispersão. Também percebi que o trabalho com investigações matemáticas realmente representa um contexto rico e desafiador de aprendizagem. Os alunos sentindo-se sujeitos participantes da construção do seu

conhecimento participam das aulas mais ativamente e o professor pode encontrar um modo significativo de ensinar, fazendo com que os alunos se interessem mais pelas aulas.

O estudo desenvolvido apresenta indícios de que a utilização do computador nas aulas de Matemática, aplicada de forma criteriosa, organizada e com o desenvolvimento de atividades bem elaboradas torna a aprendizagem eficiente.

Acredito que o trabalho com atividades investigativas utilizando o *software* Geogebra, pode extrapolar o que foi aqui apresentado e que novas formas de ensino e aprendizagem podem e devem ser implementadas pelos professores. Espero, por fim, que esse trabalho sirva de inspiração para outros professores em suas práticas escolares e também como incentivo de trabalho mais aprofundado sobre o tema.

Referências

ABRANTES, p. Investigações em Geometria em sala de aula. In: VELOSO, E.; PONSECA, H.; PONTE, J. P. (Orgs.). **Ensino da Geometria no Virar do Milénio**. Lisboa: DEFCUL, 1999.

ARAÚJO, L. C. L. Geogebra, um software livre. **RPM - Revista do Professor de Matemática.** SBM 67, 2008, p. 43-47.

ÁVILA, G. Reflexões sobre o Ensino de Geometria. **RPM - Revista do Professor de Matemática.** SBM 71, 2010, p. 3-8.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BORBA, M. Informática trará mudanças na educação brasileira? **Zetetiké**, Campinas, V 4, p. 123-134, julho 1996.

BRAVINO, G.; RODRIGUES, M. H. L. Geometria Dinâmica: uma nova Geometria? **Revista do Professor de Matemática.** SBM 49, 2002, p. 22-26.

BRANDÃO, L. O; ISOTANI, S. Uma ferramenta para o ensino de geometria dinâmica na internet: iGeom. In: **Workshop de informática na educação**, 9, 2003, Campinas: Anais, 2003, p. 410-421.

FIORENTINI, D.; CRISTOVÃO, E. M. (orgs.) **História e Investigação de/em Aulas de Matemática.** 2. ed**.** Campinas: Alínea, 2010.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, p.1-13, Belo Horizonte, Brasil, 1996.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: O Novo Ritmo da Informação.** 7. ed. Campinas, SP: Papirus, 2010.

LORENZATO, S. **Para Aprender Matemática**. 2. ed. Campinas/SP: Autores Associados, 2008.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista** - Sbem 4, 1995, p 3-13.

PARANÁ, **Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação, 2008.

PAVANELLO, R. O abandono da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, V 1, p. 7-17, 1993.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA,H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, J. P. et al (org.) **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e formação de professores**. Secção de Educação e Matemática da Sociedade portuguesa de Ciências de educação. 2002.

PONTE, J.P. **Investigar, Ensinar e Aprender.** Actas do ProfMat, (CD-ROOM, p. 25-39). Lisboa: APM, 2003.

SHEFFER, N. F. O LEM na discussão de conceitos de geometria a partir das mídias (dobradura e software dinâmico). In: LORENZATO, S. (org.) **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

ZULATTO, R. B. A. **Professores de Matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica**: suas características e perspectivas. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002, p.8-29.