VOLUME II

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

Produção Didático-Pedagógica

2012

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

FICHA PARA IDENTIFICAÇÃO DA PRODUÇÃO DIDÁTICO – PEDAGÓGICA

TURMA - PDE/2012

Título: Tarefas de Investigação Matemática numa Trajetória de Ensino e Aprendizagem.	
Autora	Janete Guiraldeli Lenartovicz.
Disciplina/Área (ingresso no PDE)	Matemática.
Escola de Implementação do Projeto e sua localização	Colégio Estadual César Lattes – Ensino Fundamental e Médio.
Município da escola	Cambira.
Núcleo Regional de Educação	Apucarana.
Professora Orientadora	Magna Natalia Marin Pires.
Instituição de Ensino Superior	Universidade Estadual de Londrina – UEL.
Resumo	Este trabalho tem como tema central a Investigação Matemática, sendo seu principal objetivo apresentar as tarefas investigativas como uma possibilidade de encaminhar as aulas de Matemática de forma que os alunos tenham uma participação mais ativa no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, esse projeto tem a intenção de propor trajetórias de ensino e aprendizagem que envolvam tarefas de matemática com as estratégias de Investigação Matemática e Resolução de Problemas. Pretende-se realizar uma abordagem metodológica de cunho qualitativo, sendo os instrumentos de coleta de dados: diário de aula, materiais produzidos pelos alunos e depoimentos, a fim de observar o processo de ensino e de aprendizagem dos alunos durante a realização das tarefas investigativas.
Palavras-chave	Investigação Matemática, Resolução de Problemas, Trajetórias de Ensino e Aprendizagem.
Formato do Material Didático	Unidade didática.
Público Alvo	Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da rede pública.

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO

Universidade Estadual de Londrina

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO – SEED
SUPERINTENDENCIA DA EDUCAÇÃO – SUED
DIRETORIA DE POL. E PROG. EDUCACIONAIS - DPPE
PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL – PDE
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA - UEL

PDE PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL

TAREFAS DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NUMA TRAJETÓRIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM

1 PROCEDIMENTOS/MATERIAL DIDÁTICO

1.1 TRAJETÓRIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Esta trajetória será desenvolvida com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual César Lattes – Ensino Fundamental e Médio, localizado no município de Cambira/PR, explorando as sequências de números figurados por meio de tarefas de investigação matemática.

A sala de aula será organizada em duplas e o trabalho a ser desenvolvido seguirá as fases explicitadas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), de acordo com as etapas que seguem:

1ª etapa: apresentação da tarefa de investigação aos alunos;

2ª etapa: trabalho individual dos alunos;

3ª etapa: discussão e sistematização do que os grupos trabalharam.

1.2 TAREFA INVESTIGATIVA

Números figurativos: triangulares, quadrados, e outros.

1.3 INTENÇÕES

- Propiciar um ambiente de socialização a partir do compartilhamento de ideias.

- Possibilitar o desenvolvimento da capacidade de planejar e elaborar estratégias para analisar situações desconhecidas.

- Colocar o aluno frente a situações novas, possibilitando o desenvolvimento do raciocínio, o entendimento, a criatividade e o senso crítico.

1.4 OBJETIVOS

- Propiciar a interpretação de pequenos textos.
- Levar o aluno a conjecturar e testar possíveis soluções.
- Buscar estabelecer sequências/regularidades que permitam avaliar qual possibilidade satisfaz o problema.
- Perceber regularidades por meio de investigações de exemplos que apresentam um mesmo padrão.
- Explorar as situações apresentadas, organizando o pensamento algébrico, generalizando e formalizando o conceito de números figurativos.
- Associar o número figurativo ao seu desenho.
- Reconhecer as formas geométricas planas.
- Realizar operações fundamentais com números reais.
- Possibilitar o estudo de sequências numéricas, principalmente, por meio da observação de padrões, associações de ideias e generalizações.
- Compreender a regra de Hipsicles como uma forma de criar uma nova sequência numérica a partir de outra.

1.5 CONTEÚDOS

- Números figurativos.
- Formas geométricas planas.
- Padrões numéricos e sequências.
- Regra de Hipsicles.
- Expressões algébricas.
- Conjunto dos números naturais, racionais e reais.
- Operações com números reais: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

1.6 DESENVOLVIMENTO

Nessa trajetória, para fins de orientação, alguns questionamentos que podem ser feitos pelo professor estão em negrito, as possíveis respostas dos alunos ou seus questionamentos e indagações, em itálico, e alguns exemplos de ações do professor encontram-se em tabelas.

Inicialmente se faz necessário esclarecer à turma a forma de avaliação do professor, uma vez que se trata de uma metodologia diferenciada. Os instrumentos de avaliação para esta tarefa investigativa serão: - observações; - apresentações orais; - elaboração de relatório escrito: os alunos descreverão os passos que seguiram na exploração da tarefa proposta, de forma clara e organizada, fazendo uso de desenhos, tabelas, esquemas, operações, os diálogos da dupla, entre outros; farão um resumo do que aprenderam com este trabalho; organizarão um comentário geral em relação ao que fizeram, referindo-se, por exemplo, ao interesse que a tarefa lhe despertou, aos aspectos em que tiveram maior dificuldade e a maneira como decorreu o trabalho na dupla. Essa estrutura de relatório como uma possibilidade avaliativa de uma atividade de investigação é sugerida por Hernández; Ventura (1998) apud Ribeiro (2009, p.46-47). Logo após a organização da turma em duplas, serão distribuídas as folhas com a tarefa investigativa a seguir.

1. Observe as sequências: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,... 1,4,9,16,25,36,49,64,81,100,... a. Existe uma relação entre elas. Se existir, explique qual é. b. Os matemáticos gregos (600 a.C.) representavam números utilizando arranjos de pontos em formas geométricas. Sabendo disso, como você representaria a segunda sequência de números, dispondo pontos de forma a obter desenhos com formas geométricas? c. Qual o nome da(s) figura(s) geométrica(s) obtida(s) na representação da sequência de números do item “b”?

d. Portanto, a sequência 1,4,9,16,25,36,49,... é chamada sequência de __________________.

e. Com base nas respostas às questões anteriores, explique com suas palavras o que são números quadrados.

f. Investigue um processo rápido de descobrir se um número qualquer é quadrado e faça o registro em seu caderno.

O professor disponibiliza um tempo para que as duplas de alunos façam a leitura da tarefa, buscando juntos formular conjecturas. Também deve caminhar pela sala, observando as anotações, os esquemas e os diálogos dos alunos; e, fazendo perguntas capazes de instigá-los.

Professor: Vocês fizeram a leitura da tarefa investigativa mais de uma vez? Vocês sabem o que é uma sequência?

Aluno: *São números que aparecem numa certa ordem.*

Professor: Essas sequências são finitas ou infinitas?

Aluno: *São infinitas.*

Professor: Por quê?

Aluno: *Porque aparecem as reticências.*

Professor: Qual é o significado das reticências?

Aluno: *É que os números continuam.*

Professor: Já conseguiram perceber se existe uma relação entre as sequências?

Aluno: *Sim.*

Professor: Então, qual é essa relação?

Aluno: *Multiplicando cada número da primeira sequência por ele mesmo conseguimos os números da segunda sequência.*

Professor: Será isso mesmo? Vamos testar?

$$1 = 1 \cdot 1$$

$$4 = 2 \cdot 2$$

$$9 = 3 \cdot 3$$

Professor: Será possível representar essa multiplicação ou produto de outra maneira? Qual seria?

Aluno: *Fazendo* $4 = 2 \cdot 2 = 2^2$.

Professor: Isso mesmo! Vamos esquematizar:

$$\mathbf{1 = 1 \cdot 1 = 1^2}$$

$$\mathbf{4 = 2 \cdot 2 = 2^2}$$

$$\mathbf{9 = 3 \cdot 3 = 3^2}$$

$$\mathbf{16 = 4 \cdot 4 = 4^2}$$

$$\mathbf{a \,.......\, a = a^n}$$

O professor oportuniza mais tempo para que os alunos façam tentativas para tentar resolver as demais questões com seus próprios conhecimentos e, em seguida, faz novas intervenções.

Professor: Alguém já conseguiu pensar como representar a segunda sequência de números em forma de desenhos?

Aluno: *Como seria o formato?*

Professor: Qual forma geométrica seria possível formar, utilizando pontos, para representar os números 1, 4, 9, 16, 25, 36, ...?

Aluno: *Seria o quadrado?*

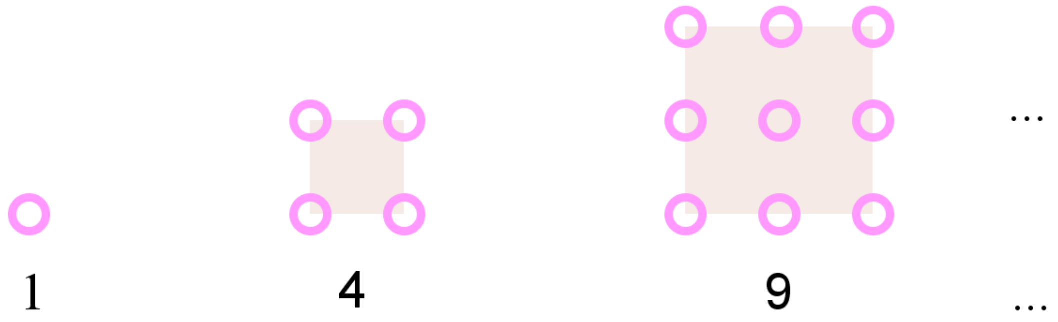
Professor: É isso mesmo. Utilizando como exemplo o número 9 $\mathbf{\longrightarrow 9 = 3^2}$**. O que o número 3 significa no desenho da forma geométrica?**

Aluno: *É a quantidade de pontos que representam o lado do quadrado.*

Professor: Você poderia vir à lousa desenhar esse número?

Aluno: *Sim.*

Com essa interação verbal, espera-se que os alunos consigam fazer o desenho dos números da segunda sequência, registrando em seu caderno. O professor pode solicitar que uma das duplas faça seus desenhos no quadro de giz, e as demais duplas conferem se os desenhos estão corretos.



Professor: Agora ficou fácil responder qual é o nome da figura geométrica obtida na representação dessa sequência de números. Não é mesmo?

Aluno: *Claro, professor! É o quadrado.*

Professor: Então, como é conhecida a sequência 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...?

Aluno: *Quadrados.*

Neste momento, o professor poderá pedir para que as duplas de alunos elaborem, com as palavras deles, o conceito de números quadrados. Logo após, cada dupla apresenta o seu conceito aos demais alunos da sala, e o professor promove uma discussão a respeito do que foi exposto.

Professor: Alguém conseguiu descobrir um processo rápido para saber se um determinado número é quadrado?

Aluno: *No caso do número quadrado 9, se fizermos a raiz quadrada de 9 dá 3; então, ele é um número quadrado.*

Professor: Correto! Mas devemos observar que para ser um número quadrado, a raiz quadrada do número deve ser exata.

Vamos fazer a verificação do processo sugerido. Se a raiz quadrada do número investigado for exata, então esse número é quadrado.

$$\sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{49} = 7$$

Portanto, os números 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, são números quadrados.

A seguir, o professor distribui as folhas com a segunda tarefa investigativa, e determina um tempo para que os alunos discutam e resolvam os problemas propostos.

2. Observe as sequências:

1,2,3,4,5,6,7,8,...

1,3,6,10,15,21,28,36,...

a. Crie uma regra para obter a segunda sequência numérica a partir da primeira.
b. A regra que você descreveu no item "a" consiste em utilizar os elementos de uma sequência numérica e criar outra, onde cada termo é igual à soma dos ___________________. Atribui-se ao matemático grego Hipsicles (240-170 a.C.) uma regra para criar uma nova sequência numérica a partir de outra.
c. Represente a segunda sequência numérica utilizando arranjos de pontos em formas geométricas.
d. A sequência 1,3,6,10,15,21,... é chamada sequência de ______________. Portanto, os números desta sequência são chamados de números ________________.
e. Utilizando a regra de Hipsicles investigue os 6 primeiros termos de duas novas sequências numéricas geradas a partir da sequência 1, 3, 6, 10, 15, 21...
f. Investigue quais são os três números triangulares que se seguem ao 36.
g. Investigue um processo rápido de descobrir se um número qualquer é triangular e faça o registro em seu caderno.

Professor: Já conseguiram encontrar uma regra para obter a segunda sequência a partir da primeira?

Aluno: *Professor! Somando 1 com 2 dá 3; 1 com 2 e com 3 dá 6. É isso?*

Professor: Vamos verificar se essa regra é válida?

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \\ 1 + 2 &= 3 \\ 1 + 2 + 3 &= 6 \\ 1 + 2 + 3 + 4 &= 10 \\ &\ldots \end{aligned}$$

Logo, essa regra é válida na obtenção da sequência.

Professor: Agora ficou fácil responder o item "b". Alguém quer responder?

Aluno: *O segundo termo, ou seja, o número 3 é igual a soma dos dois primeiros termos da primeira sequência, ou seja, 1+2 = 3. O terceiro termo é igual a soma dos três primeiros termos da primeira sequência, e assim sucessivamente.*

Neste momento, o professor oportuniza mais tempo para que os alunos possam ir em busca de uma solução para as questões propostas e, em seguida, faz novas intervenções.

Professor: Alguém já conseguiu pensar como representar essa sequência de números por meio de desenhos?

Aluno: *Só mais um pouco de tempo, professor.*

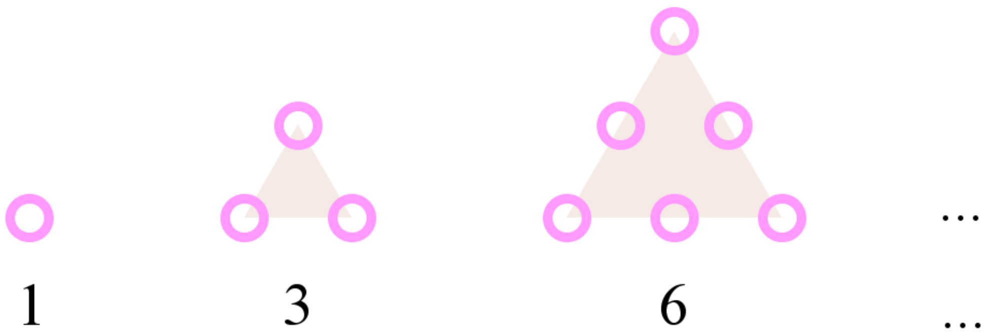
Professor: Qual forma geométrica seria possível formar, utilizando pontos, para representar os números 1,3,6,10,15,21,...?

Aluno: *É um triângulo, professor?*

Professor: Sim, tem a forma triangular. Você poderia mostrar os seus desenhos para a turma?

Aluno: *Sim.*

Com essa interação verbal, espera-se que os alunos consigam apresentar um desenho dos números da segunda sequência. O professor pode ainda pedir que os alunos apresentem seus desenhos para a turma.



Professor: Será que o desenho proposto está correto?

Aluno: *Sim.*

Professor: Então, como é chamada a sequência 1,3,6,10,15,21,...?

Aluno: *Sequência de triângulos.*

Professor: E como são chamados os números dessa sequência?

Aluno: *Números triangulares.*

Espera-se que, a partir da segunda atividade, os alunos tornem-se mais participativos, diminuindo a quantidade de intervenções do professor.

Professor: Agora, vamos utilizar a regra de Hipsicles para investigar os 6 primeiros termos de duas novas sequências numéricas geradas a partir da sequência 1, 3, 6, 10, 15, 21, ...

O método consiste em tomar uma sequência numérica, como, por exemplo, a sequência 1,2,3,4,5,... e criar uma outra na qual o primeiro termo dela é o mesmo da sequência dada, o segundo termo dela é a soma dos dois primeiros termos da sequência dada, ou seja, 1+2=3; e assim sucessivamente.

O professor incentiva os alunos a encontrarem as duas novas sequências numéricas e depois solicita a uma dupla a apresentar os seus cálculos na lousa. Professor e alunos conferem os cálculos apresentados, fazendo a correção quando necessário.

1 = 1
1 + 3 = 4
1 + 3 + 6 = 10
1 + 3 + 6 + 10 = 20
1 + 3 + 6 + 10 + 15 = 35
1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 = 56
→ **1,4,10,20,35,56**

1 = 1
1 + 4 = 5
1 + 4 + 10 = 15
1 + 4 + 10 + 20 = 35
1 + 4 + 10 + 20 + 35 = 70
1 + 4 + 10 + 20 + 35 + 56 = 126
→ **1,5,15,35,70,126**

Professor: Vocês já descobriram quais são os três números triangulares que vêm após o 36?
Aluno: *Sim. São os números* 45, 55, 66.
Professor: Você pode vir até a lousa registrar a sua investigação?
Aluno: *Sim, professor.*

1 = 1
1 + 2 = 3
1 + 2 + 3 = 6
1 + 2 + 3 + 4 = 10

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = \mathbf{45}$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = \mathbf{55}$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = \mathbf{66}$

O professor disponibiliza mais tempo para que seja investigado um processo rápido de descobrir se um determinado número é triangular.

Professor: Já descobriram um processo rápido de descobrir se certo número é triangular?

Aluno: *Ainda não*. Está difícil.

Professor: Como está no final da aula, vocês podem continuar a investigação em casa. Vocês poderão também pesquisar na internet.

Como neste caso os alunos não conseguiram uma resposta para a investigação, o professor poderá propor que seja realizada uma pesquisa na internet, ao invés de apresentar uma solução de imediato aos alunos.

Um número triangular natural multiplicado pelo mesmo número acrescentado de uma unidade (1); e depois dividido por dois, resulta em um número triangular.

$$\frac{n\ .\ (n + 1)}{2}$$

Por exemplo, num triângulo de lado 3, teremos:

$$\frac{n\ .\ (n + 1)}{2} = \frac{3\ .\ (3 + 1)}{2} = \frac{3\ .\ 4}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ (é o número triangular)}$$

Exemplo: Verificar se o número 28 é um número triangular:

$$\frac{n\ .\ (n + 1)}{2} = \frac{(n^2 + n)}{2} \rightarrow \frac{(n^2 + n)}{2} = 28 \rightarrow n^2 + n = 56 \rightarrow n^2 + n - 56 = 0$$

Resolvendo a equação, temos: $n = 7$ e $n = -8$ (despreza-se o negativo)

Resposta: n = 7 (um triângulo de lado 7). Se a resposta for um número inteiro, como nesse caso, então ele é um número triangular.

Prosseguindo a investigação, o professor distribui as folhas com a terceira tarefa investigativa, determinando um tempo para que as duplas discutam e encontrem uma solução para a investigação proposta.

3. Investigue se existe algum número que seja ao mesmo tempo um número quadrado e triangular. Se a resposta for positiva, cite um número com essa característica.

Professor: Vocês conseguiram descobrir se existe um número que seja ao mesmo tempo um número quadrado e triangular?

Aluno: *Sim.*

Professor: Qual é esse número?

Aluno: *É o 36.*

Professor: Como você descobriu?

Aluno: *É só observar as sequências desses números e verificar qual é o número que aparece nas duas.*

Números quadrados: 1, 4, 9, 16, 25, ***36****, ...*

Números triangulares: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ***36****, ...*

Professor: Muito bem! Logo, podemos dizer que o número 36 é um número triangular quadrado, porque ele pode ser representado de duas maneiras. Será que existem outros números com essa característica? Vamos investigar.

Neste momento, o professor distribui as folhas com a quarta tarefa investigativa, desta vez oportunizando um tempo maior.

4. Realize uma investigação para descobrir qual é o primeiro número triangular quadrado após o 36.

Professor: Já descobriram qual é o primeiro número triangular quadrado após o 36?

Aluno: *Ainda não conseguimos, professor. Está difícil. Professor, seria o número 1225?*

Professor: Isso mesmo. Quer vir até a lousa apresentar a sua investigação?

Aluno: *Sim.*

*Números quadrados: 1, 4, 9, 16, 25, **36**, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, 961, 1024, 1089, 1156, **1225**, ...*

*Números triangulares: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, **36**, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, 171, 190, 210, 231, 253, 276, 300, 325, 351, 378, 406, 435, 465, 496, 528, 561, 595, 630, 666, 703, 741, 780, 820, 861, 903, 946, 990, 1035, 1081, 1128, 1176, **1225**, ...*

Portanto, o próximo número triangular quadrado após o 36 é o 1225.

Dando prosseguimento à investigação, o professor distribui as folhas com a quinta tarefa e fica esperando os alunos realizarem a mesma.

5. Qual seria o próximo número figurado após o número quadrado?

Professor: Conseguiram descobrir qual seria o próximo número figurado depois do número quadrado?

Aluno: *A figura seria uma com 5 lados.*

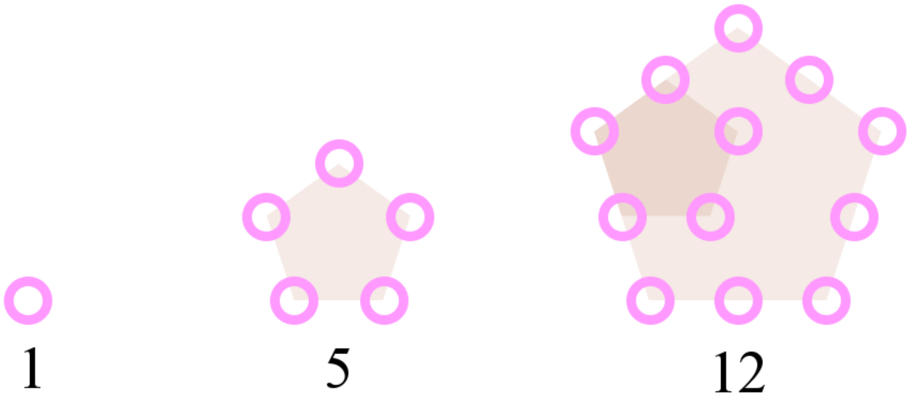
Professor: Isso mesmo. E como se chama uma figura com 5 lados? Aluno: *Pentágono.*

Professor: Então como se chamam esses números?

Aluno: *Números pentagonais.*

Professor: Alguém poderia desenhar na lousa como seriam as figuras que representam os três primeiros números da sequência dos números pentagonais?

Aluno: *Eu desenho como pensei.*



Para instigar ainda mais os alunos, o professor propõe a tarefa investigativa número 6.

6. Existem outros números figurados, além dos que você já investigou? Se você pensa que sim, diga quem são eles e represente, pelo menos um deles, por meio de desenhos.

Professor: E aí? Existem outros números figurados, além dos que nós investigamos?

Aluno: *Claro que sim, professor.*

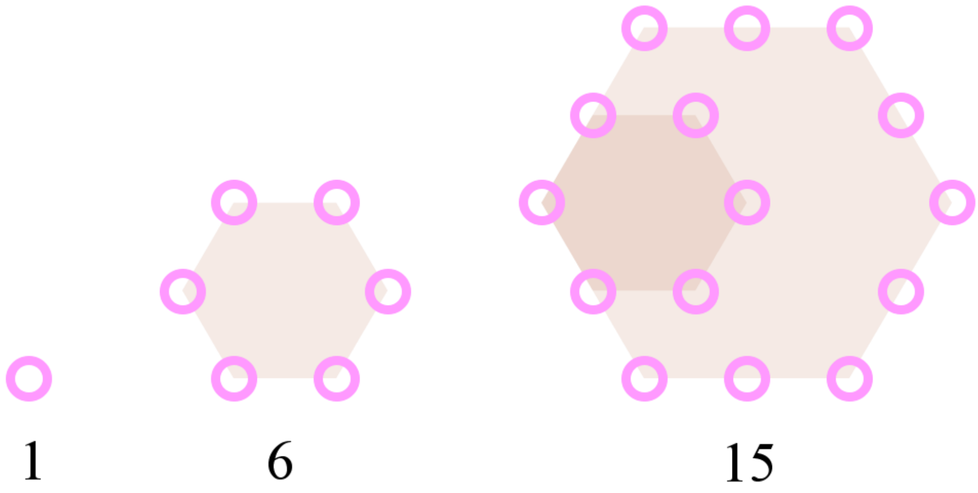
Professor: Quem são eles?

Aluno: *Números hexagonais, números heptagonais, números octogonais, e assim por diante.*

Professor: Alguém poderia vir ao quadro fazer a representação de algum deles, utilizando desenhos?

Aluno: *Eu posso mostrar o desenho que fiz dos números hexagonais.*

Série dos três primeiros números hexagonais:



No intuito de investigar a existência de uma relação entre os números quadrados e triângulos, o professor distribui as folhas com a sétima tarefa.

7. Investigue uma forma de obter os números quadrados a partir dos números triangulares.

Professor: Vamos tentar criar uma regra para obter os números quadrados a partir dos números triangulares. Alguém tem alguma idéia?

Aluno: *Ainda não.*

Professor: Podemos começar representando os números triangulares e quadrados em uma tabela.

Aluno: *Certo professor.*

Professor: Alguém conseguiu observar alguma relação entre as sequências de números?

Aluno: *Acho que sim.*

Professor: Você pode vir à lousa mostrar como realizou sua investigação?

Aluno: *Sim.*

	Números triangulares		Números quadrados
1º	1	1 = 1	1
2º	3	3 + 1 = 4	4
3º	6	6 + 3 = 9	9
4º	10	10 + 6 = 16	16
5º	15	15 + 10 = 25	25
6º	21	21 + 15 = 36	36
7º	28	28 + 21 = 49	49

Professor: Que regra está evidente nesses cálculos apresentados?

Aluno: *Que a soma de um número triangular com o seu antecessor é igual a um número quadrado.*

Professor: Isso mesmo! Agora, vamos associar essa regra com a posição do número na sequência.

Aluno: *Não estamos conseguindo.*

Professor: Então, vamos fazer a seguinte associação:

A soma de um número triangular T_n com seu antecessor T_{n-1}, resulta em um número quadrado Q_n.

$$T_n + T_{n-1} = Q_n$$

Ex: **21 + 15 = 36**

$$T_6 + T_{6-1} = Q_6$$

$$T_6 + T_5 = Q_6$$

Portanto, para encontrar o sexto número quadrado basta obter a soma do sexto número triangular com o quinto número triangular.

Neste momento, o professor distribui as folhas com a oitava e última tarefa investigativa.

8. Investigue quais números triangulares são também números hexagonais.

Professor: Uma dica: inicialmente listem essas duas sequências de números.

Aluno: *Certo.*

Professor: Alguém pode nos mostrar como realizou a investigação?

Aluno: *Eu posso.*

*Sequência de números triangulares: **1**, 3, **6**, 10, **15**, 21, **28**, ...*

*Sequência de números hexagonais: **1**, **6**, **15**, **28**, ...*

Observando as duas sequências pode-se perceber que o*s números triangulares que ocupam a ordem ímpar (1º, 3º, 5º, 7º, ...) são também hexagonais.*

Finalizando a aula o professor passa a orientar os alunos sobre a confecção do relatório.

Professor: Agora, vocês irão fazer o relatório do qual eu falei no início da aula. Estarei entregando uma folha com um roteiro para facilitar a redação.

1.7 ROTEIRO PARA ELABORAÇÃO DO RELATÓRIO

● Nome dos alunos que compõe a dupla

● Nome do colégio

● Data

● Disciplina

● Turma e série

● Título

● Texto: descrever de forma clara e organizada suas ações explicando-as. Podem-se utilizar desenhos quadros, esquemas, operações, tabelas, diálogos da dupla, entre outros. Relatar como decorreu o trabalho na dupla, bem como, as suas dificuldades, além de outras particularidades que considerar interessante. Registrar uma crítica pessoal comentando as possíveis contribuições que a tarefa foi capaz de lhe proporcionar.

O professor faz a leitura dos itens do relatório comentando cada um deles e logo após explica como será realizada a avaliação.

Professor: Na avaliação deste relatório irei considerar os seguintes aspectos: organização, clareza na linguagem utilizada, descrição e justificação dos procedimentos utilizados, e criatividade.
Aluno: *Para quem anotou tudo, é fácil.*
Professor: Façam o relatório com capricho e partilhem suas ideias na dupla. Se o tempo não for suficiente para terminar na sala, vocês poderão entregar o relatório na próxima aula.

O professor percorre a sala, intervindo nas duplas sempre que se fizer necessário, durante a elaboração do relatório, auxiliando os alunos com sugestões.

2 AVALIAÇÃO DA TAREFA INVESTIGATIVA

Os alunos serão avaliados de acordo com os seguintes instrumentos de avaliação: observações, apresentações orais e elaboração de relatório escrito.

As notas serão atribuídas de acordo com o quadro abaixo e irão compor a nota referente a um bimestre:

Instrumentos de avaliação	Atribuição de notas
Observações	2,0
Apresentações orais	3,0
Elaboração de relatório escrito	5,0
TOTAL	10,0

No processo avaliativo também optamos por fazer uso do relatório escrito partindo do pressuposto que o relatório como avaliação é capaz de levar o aluno a "refletir globalmente sobre o problema, sobre as razões por que o abordou de uma certa maneira e as relações entre as principais ideias matemáticas envolvidas." (BURIASCO, 2011,p. 48).

REFERÊNCIAS

BURIASCO, R. L. C. **Disciplina avaliação da aprendizagem matemática**. Universidade Estadual de Londrina, 2011.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

RIBEIRO, Flávia Dias. **Jogos e modelagem na educação matemática.** São Paulo: Saraiva, 2009. 124 p.