

O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS
DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE
Produção Didático-Pedagógica

2012

VOLUME I

**FICHA PARA IDENTIFICAÇÃO
PRODUÇÃO DIDÁTICO-PEDAGÓGICA
TURMA – PDE/2012**

Título: INVESTIGANDO GEOMETRICAMENTE O TANGRAM UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	
Autor (a)	Mara Lúcia Rodrigues
Disciplina/Área	Matemática
Escola de Implementação do Projeto e Localização	Colégio Estadual Professora Helena Kolody – Ensino Fundamental e Médio. Rua Estados Unidos nº 1669, Centro.
Município da Escola	Cambé (PR)
Núcleo Regional de Educação	Londrina (PR)
Professor (a) Orientador (a)	Profa. Dra. Sandra Malta Barbosa
Instituto de Ensino Superior	Universidade Estadual de Londrina (UEL)
Relação Interdisciplinar	Não há interdisciplinaridade
Resumo	Esta produção didático-pedagógica apresenta uma metodologia que leva os alunos às investigações e às explorações geométricas no Tangram, com o auxílio do <i>software</i> Geogebra, a fim de construir o conhecimento matemático de forma dinâmica e autônoma. Sua implementação será desenvolvida em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual Professora Helena Kolody, do município de Cambé (PR), pertencente ao NRE (Núcleo Regional de Ensino) de Londrina no primeiro semestre do ano letivo de 2013, quando os alunos poderão trabalhar com os recursos computacionais existentes, especialmente o <i>software</i> Geogebra já instalado no Laboratório do Paraná Digital (PRD), na plataforma Linux. As atividades propostas com a utilização deste recurso consistem em um mecanismo de exploração da atenção, da concentração e assimilação de diversos conteúdos geométricos como: ponto, reta, plano, posições relativas entre as retas, ângulos, triângulos, quadriláteros, perímetro e áreas das regiões planas através do Tangram. O desafio de construir, explorar, investigar e conjecturar auxilia na superação das dificuldades no trato da aprendizagem geométrica, tornando as aulas de matemática mais significativas.
Palavras-chave	Investigação Geométrica; Geometria Plana; <i>Software</i> Geogebra; Tangram
Formato do Material Didático	Unidade Didática
Público Alvo	8º Ano do Ensino Fundamental

PRODUÇÃO DIDÁTICO-PEDAGÓGICA

1) INTRODUÇÃO

Esta produção didático-pedagógica se caracteriza como uma Unidade Didática, direcionada a uma turma de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual Professora Helena Kolody, situado na Rua Estados Unidos nº 1669, centro do município de Cambé (PR), pertencente ao NRE (Núcleo Regional de Ensino) de Londrina e será desenvolvida durante o primeiro semestre do ano letivo de 2013.

Devido à necessidade de uma reflexão sobre uma metodologia com o uso dos recursos computacionais, dos quais se possa atrair a atenção dos alunos e obter um diferencial na qualidade do ensino de Matemática pretendem-se com esta unidade didática conduzir os alunos às investigações e às explorações geométricas no Tangram. Essas serão realizadas com o auxílio do *software* de geometria dinâmica Geogebra, visando à produção do conhecimento matemático, com uma atitude investigativa em relação aquilo que lhes é proposto. Dessa forma, os alunos são desafiados a construir, explorar, investigar e conjecturar o Tangram, despertando a atenção, concentração e assimilação de diversos conteúdos geométricos como: ponto, reta, plano, posições relativas entre as retas, ângulos, triângulos, quadriláteros, perímetro, e áreas das regiões planas, visando o entendimento da geometria plana.

Segundo as Diretrizes Curriculares de Educação Básica do Estado do Paraná (PARANÁ, 2008), o ensino de Geometria é de suma importância, embora, muitas vezes, ela permaneça abandonada pelos professores, mesmo com um papel fundamental no currículo uma vez que possibilita ao aluno a maneira de compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive. Ao trabalhar com a geometria plana no Ensino Fundamental, consideram-se as possibilidades do uso do *software* de geometria dinâmica Geogebra, como um caminho para o ensino e aprendizagem da geometria plana.

O uso do Geogebra nas aulas de geometria pode desempenhar um papel significativo para a sua dinamização, auxiliando nas investigações geométricas, criando e testando hipóteses, descobrindo fatos e propriedades, intensificando a aprendizagem, a reflexão e a discussão.

Considerado como uma estratégia para o ensino da Geometria Plana, o Tangram quadrado permite desenvolver alguns conceitos, elementos e propriedades de forma experimental pelo uso do *software* supracitado.

O motivo pelo qual fomos estimulados a realizar e aplicar essa pesquisa partiu do pressuposto que as atividades com o Tangram, pelo uso do Geogebra, sejam um recurso pedagógico eficaz para a investigação, a exploração de conceitos geométricos e o aprofundamento de conteúdos já trabalhados. Conseqüentemente, as tarefas a cumprir despertam no aluno o interesse pela disciplina facilitando o processo de ensino e aprendizagem.

2) INVESTIGAÇÕES GEOMÉTRICAS

No ensino e na aprendizagem da geometria, assim como em outro eixo da disciplina de Matemática, a atenção está centrada em atividades a serem realizadas pelos alunos. Nas atividades de investigação geométrica, por envolver questões mais abertas, não há caminhos bem definidos, cabendo a quem investiga a busca pela solução, variando de aluno para aluno, alcançando resultados imprevisíveis, levando-o a agir como um matemático, não apenas por propor questões, por formular conjecturas para o que está investigando, mas, também verificando, discutindo e argumentando sobre as soluções encontradas para a questão, contribuindo para o ensino e a aprendizagem.

Nas investigações geométricas, Abrantes (1999) alerta para a possibilidade de que

na geometria, há um imenso campo para a escolha de tarefas de natureza exploratória e investigativa, que podem ser desenvolvidas em sala de aula, sem necessidade de um grande número de pré-requisitos e evitando, sem grande dificuldade, uma visão da matemática centrada na execução de algoritmos e em “receitas” para resolver problema-tipo (ABRANTES, 1999, p.155).

Nas aulas com investigações geométricas, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), habitualmente, uma atividade de investigação ocorre em três fases distintas:

(i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito; (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a

turma; (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado (PONTE; BROCARDI; OLIVEIRA, 2003, p.25).

Neste contexto, as investigações geométricas colaboram para uma compreensão e aplicação de fatos e relações geométricas em situações da vida real.

As investigações geométricas contribuem para perceber aspectos essenciais da atividade matemática, tais como a formulação e teste de conjecturas e a procura e demonstração de generalizações. A exploração de diferentes tipos de investigação geométrica pode também contribuir para concretizar a relação entre situações da realidade e situações matemáticas, desenvolver capacidades, tais como a visualização espacial e o uso de diferentes formas de representação, evidenciar conexões matemáticas e ilustrar aspectos interessantes da história e da evolução matemática (PONTE; BROCARDI; OLIVEIRA, 2003, p.71).

Portanto, o professor pode e deve desafiar os seus alunos a realizar investigações e explorações com outras atividades diversas, tais como exercícios, problemas e projetos, a fim de desenvolver o espírito investigativo, incentivando os alunos a justificarem as suas afirmações, a exporem aos demais os caminhos percorridos, de modo que a atitude investigativa seja uma constante nas aulas de matemática. Como em todas as outras atividades, nas investigações geométricas também pressupõem avaliações, permitindo ao professor saber o progresso de seus alunos de acordo com as suas expectativas. Deste modo, ao adotarem uma postura investigativa os alunos também têm a oportunidade de repensar em sua atuação, no seu desempenho, realizando sua autoavaliação a fim de poder rever e modificar suas estratégias para alcançar um bom resultado.

3) GEOMETRIA PLANA

A geometria Plana teve início na Grécia Antiga, também chamada como geometria Euclidiana, em homenagem a Euclides de Alexandria (360 a.C. – 295 a.C.), que sistematizou o conhecimento geométrico da época dando cientificidade à matemática. Euclides foi o primeiro a utilizar o método axiomático, produzindo um sistema lógico que serviu de exemplo para muitos na construção do conhecimento científico. Segundo Berlinghoff e Gouvêa (2010) “esse sistema é a descrição de

Euclides da geometria plana, e sua história começa ao menos 300 anos antes de Euclides nascer” (p.159).

A principal obra de Euclides *Elementos* (300 a.C.) foi a mais famosa obra da Matemática e, conseqüentemente, a obra que mais teve edições depois da Bíblia. Para Ávila (2010), a importância da obra *Elementos* é que “sempre foi utilizada e admirada através dos séculos. Sua influência foi enorme, não apenas na Matemática, mas também na Astronomia e em outras áreas do conhecimento, até mesmo na Filosofia” (p.58).

É preciso ressaltar que a geometria permite muitas aplicações no mundo real e é muito utilizada nas profissões, tais como engenharia, bioquímica, coreografia, arquitetura, mecânica etc., todavia, muitas vezes, permanece abandonada pelos professores, mesmo com um papel fundamental no currículo, possibilitando ao aluno a maneira de compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive. Isso se deve ao desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações (BRASIL, 1998).

Nas atuais tendências curriculares da Matemática, a geometria tem assumido um papel fundamental na compreensão do espaço em que nos movemos, salientando, por exemplo, “a importância de estudar os conceitos e objetos geométricos do ponto de vista experimental e indutivo, de explorar a aplicação da geometria a situações da vida real e de utilizar diagramas e modelos concretos na construção conceptual em Geometria” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p.83).

Ao trabalhar com a geometria plana no Ensino Fundamental, consideram-se as possibilidades do uso de softwares de geometria dinâmica, particularmente o Geogebra, como um caminho para o ensino e a aprendizagem da geometria plana. Neste sentido Lorenzato (2010) diz que

com a utilização do *software*, o ensino de geometria pode adquirir características mais dinâmicas, contando assim com diferentes possibilidades de visualização para os objetos geométricos na tela do computador, pois professores e alunos realizarão explorações relacionando esses objetos com conceitos da geometria euclidiana (LORENZATO, 2010, p.111).

Deste modo, o uso do *software* Geogebra nas aulas de geometria plana pode desempenhar um papel significativo para a sua dinamização.

4) RECURSOS COMPUTACIONAIS

A inclusão das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) na Educação pode facilitar e melhorar as relações professor-aluno e aluno-aluno, desenvolvendo a aprendizagem cooperativa, a pesquisa em grupo e a troca de resultados.

Nesse sentido Borba e Penteado (2003) dizem que

o acesso à informática na Educação deve ser visto não apenas como um direito, mas como parte de um projeto coletivo que prevê a democratização de acessos a tecnologias desenvolvidas por essa mesma sociedade. É dessas duas formas que a informática na Educação deve ser justificada: alfabetização tecnológica e direito ao acesso (BORBA; PENTEADO, 2003, p.17).

Considera-se que o uso do recurso computacional pode levar às escolas os anseios de uma nova geração, já acostumada com essas tecnologias, onde se possa usufruir de uma Educação que o inclua, pois representa um instrumento de trabalho essencial do mundo atual. Sua inserção nas atividades de ensino pode desempenhar um papel cada vez mais importante na Educação, e o professor, nesse sentido, terá que repensar sua prática pedagógica de forma bem planejada, com objetivos bem definidos, não descontextualizada do currículo. Nesse sentido, as Diretrizes Curriculares do Paraná – Matemática (2008) enfatiza que “no contexto da Educação Matemática, os ambientes gerados por aplicativos informáticos dinamizam os conteúdos curriculares e potencializam o processo pedagógico” (p.65).

A utilização dos recursos computacionais, disponíveis no cotidiano escolar, visto como recurso didático e como um desafio, faz com que a aula ganhe um novo cenário para investigação e exploração, refletindo diretamente na relação professor-aluno e aluno-aluno, auxiliando no processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, Lorenzato (2010) argumenta que

a informática coloca à disposição para a educação atual e para o processo de formação do professor de matemática atividades educacionais, principalmente porque, com a utilização desses recursos, a sala de aula transforma-se em espaço de investigação, discussão, experiência, partilha e documentação de significados, contando com diferentes tecnologias auxiliares no trabalho exploratório desenvolvido pelo professor (LORENZATO, 2010, p.110).

Indica-se que seu caráter lógico-matemático pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente à medida que ele permite um trabalho que obedece a diversos ritmos de aprendizagem.

Nesse sentido, Moran (2006) relata que cada vez mais “o computador nos permite pesquisar, simular situações, testar conhecimentos específicos, descobrir novos conceitos, lugares, ideias” (p.44).

Essa prática pedagógica pode gerar novas dinâmicas, com novos papéis: professores como mediadores, incentivadores e orientadores; alunos como sujeitos da aprendizagem, ambos promovendo uma reorganização das atividades em sala de aula com uso dos computadores.

Segundo Selva e Borba (2003), “alunos podem, sob a orientação do professor ou autonomamente, explorar conceitos e construir conhecimentos de forma diferente, a partir do uso do computador” (p.46).

Em uma sociedade da informação onde todos aprendem a se conhecer, a se comunicar, interagindo com o tecnológico, individualmente ou em grupos, cabe ao professor aumentar essa interação das TIC com seus alunos criando um clima de organização, de confiança, de cooperação em suas aulas.

5) GEOMETRIA DINÂMICA

Ao trabalhar com a Geometria Plana, consideram-se também, as possibilidades dos recursos tecnológicos e a utilização de programas de Geometria Dinâmica. De acordo com as Diretrizes Curriculares do Paraná – Matemática (2008), “os recursos tecnológicos, como o *software*, a televisão, as calculadoras, os aplicativos da Internet, entre outros, têm favorecido as experimentações matemáticas” (p.65).

O conjunto de programas executados com computador é chamado *software*. O *software* para ser considerado educacional deve ser “desenvolvido para atender objetivos educacionais preestabelecidos, sendo que a qualidade técnica se subordina às determinações de ordem pedagógica que orientam seu desenvolvimento” (BRITO; PURIFICAÇÃO, 2006, p.79). Existem muitos softwares denominados educacionais no mercado, mas, poucos favorecem uma aprendizagem mais significativa e atingem realmente o objetivo no processo de ensino e aprendizagem.

O *software* de geometria dinâmica Geogebra foi criado pelo austríaco Markus Hohenwarter em 2001, para ser aplicado em sala de aula e tem sua distribuição gratuita nos termos da GNU (*General Public Licence*). Ele é escrito em uma linguagem Java, permitindo sua disponibilidade em várias plataformas e reunindo ferramentas de geometria, álgebra e cálculo, até mesmo porque mostra a representação geométrica e a representação algébrica didaticamente ao mesmo tempo. A geometria dinâmica tem como principal característica o “dinamismo”. O termo dinâmico pode ser mais bem entendido quando

podemos entender a geometria dinâmica (GD) como sendo a implementação computacional da “geometria tradicional”, aquela de régua e compasso. O termo “dinâmico” pode ser melhor entendido como oposição à estrutura “estática” das construções da geometria tradicional. Na GD, após o aluno realizar uma construção, ele pode alterar as posições dos objetos iniciais e o programa redesenha a construção, preservando as propriedades originais (ISOTANI; BRANDÃO, 2006, p.121).

Assim, o aluno, após a construção de um objeto geométrico por meio de suas propriedades, pode alterar e/ou manipular as posições dos objetos iniciais, redesenhando-o e preservando as propriedades originais. Nesse sentido, Gravina (2011) argumenta que

os programas de geometria dinâmica, dentre eles o Geogebra, são ferramentas que oferecem régua e compasso virtuais, permitindo a construção de figuras geométricas a partir das propriedades que as definem. São ambientes que concretizam a geometria euclidiana plana, e diferente daquilo que obtemos com lápis e papel e régua e compasso, pois com o mouse podemos manipular as figuras que estão na tela do computador, ao aplicar movimento em pontos que são usados na construção (GRAVINA, 2011, p.27).

Partindo do pressuposto de que todos os estabelecimentos de ensino da rede Estadual do Paraná possuem um laboratório de informática, o Laboratório do Paraná Digital (PRD), na plataforma *Linux* e nele está instalado o *software* de Geometria Dinâmica Geogebra, será utilizado para a implementação deste trabalho. Desse modo o aluno terá a oportunidade de aprender de forma dinâmica os conteúdos curriculares de geometria plana, potencializando o processo pedagógico e levando-o a ampliar suas possibilidades de observação, investigação e exploração no processo construtivo.

A utilização de programas de Geometria Dinâmica é uma opção curricular atualmente bastante enfatizada. Esse suporte tecnológico permite o desenho, a manipulação e a construção de objetos geométricos, facilita a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal (PONTE; BROCARO; OLIVEIRA, 2003, p.83).

Dessa forma, a utilização do *software* de geometria dinâmica Geogebra deve permitir ao aluno a elaboração de conjecturas e experimentações, baseadas em investigações e explorações geométricas.

Para propiciar o desenvolvimento dos conhecimentos geométricos, cabe ao professor planejar a melhor organização para o seu trabalho. Isso deve ser feito de acordo com a atividade a ser desenvolvida, ressaltando a importância do uso de dessas tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem, incorporando o uso do *software* Geogebra às aulas de geometria, já que é um programa criado para fins educacionais e que engloba processos de ensino.

6) TANGRAM

O Tangram é um quebra-cabeça de origem chinesa. Os chineses o conheciam por *tch'i tch'ias pan* que significa as sete tábuas da argúcia. Segundo Pastells (2009) tangram é

um jogo de origem chinesa; desconhece-se quem o inventou e quando foi descoberto. Alguns autores defendem que já existia na época da dinastia Chu (740-330 a.C.). Na atualidade, existem muitos tipos de tangram; um dos mais conhecidos é o Tangram chinês, que se caracteriza por apresentar sete peças de formas básicas (PASTELLS, 2009, p.87).

Considerando como uma estratégia para o ensino da Geometria Plana, o Tangram quadrado permite desenvolver alguns conceitos, elementos e propriedades de forma experimental através do uso do *software* Geogebra.



Figura 1 – Tangram.

(Disponível em:

http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/tvmultimedia/imagens/5matematica/2_Tangram.jpg>. Acesso em: 20 junho 2012.)

De acordo com Mendes (2009),

para realizar atividades com o Tangram o professor deve usar uma linguagem adequada ao nível de seus alunos, desde que estabeleça relações conceituais entre os aspectos abordados informalmente e a linguagem matemática a ser formalizada. O importante é que ele explore progressivamente todas as atividades possíveis envolvendo as sete peças do material (MENDES, 2009, p.12).

A atividade com o Tangram, usando o *software* Geogebra, é um recurso pedagógico eficaz para a investigação e exploração de conceitos geométricos e o aprofundamento de conteúdos já trabalhados, despertando no aluno o interesse pela disciplina e facilitando o processo de ensino e aprendizagem. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998)

atividades que exploram a composição e decomposição de figuras, como ladrilhamentos, tangrams, polígonos, fazem com que os alunos verifiquem que o recobrimento de uma superfície pode ser feito por determinadas figuras, como triângulos equiláteros, quadrados, retângulos e hexágonos regulares. Assim como a descoberta de que toda figura poligonal pode ser composta / decomposta por outra e em particular por triângulos, o que facilita o cálculo de áreas e a determinação da soma das medidas dos seus ângulos internos (BRASIL, 1998, p.123).

Neste trabalho, pretende-se usar o Tangram para investigar soluções, explorar e descobrir alternativas dos seguintes conteúdos: ponto, reta, plano, posições

relativas entre as retas, ângulos, triângulos, quadriláteros, perímetros e áreas das regiões planas.

Nessa perspectiva, o uso do *software* Geogebra no estudo do Tangram é de grande importância, pois tal *software* permite investigar e explorar o que está sendo elaborado. O aluno pode descobrir propriedades, reformular suas ideias, conjecturas e interagir com o objeto criado através da construção e reconstrução de conceitos geométricos de modo sistematizado.

O pretendido com esse trabalho é a articulação entre os conhecimentos geométricos, o Tangram quadrado e o *software* Geogebra, proporcionando aos alunos metodologias diferenciadas e variadas que os ajudem a superar suas dificuldades e avançar na produção do conhecimento matemático.

7) PROPOSTA DE ATIVIDADES

Essa unidade didática se propõe a apresentar algumas atividades para serem desenvolvidas no Laboratório do Paraná Digital (PRD) do colégio de implementação, no 8º ano do Ensino Fundamental, sobre o ensino de geometria plana na construção e exploração do Tangram quadrado com o uso do *software* Geogebra.

As atividades propostas deverão ser desenvolvidas individualmente ou em grupos, conforme a disponibilidade dos computadores. Durante cada atividade os alunos registrarão suas observações, que serão questionadas, analisadas e intermediadas pelo professor com a turma, de modo a obter as devidas conclusões.

7.1) PONTO, RETA, PLANO, SEGMENTO E POLÍGONO

Inicialmente, serão desenvolvidas atividades de familiarização com o *software*, para o reconhecimento das ferramentas. A princípio serão trabalhadas atividades que envolvam elementos geométricos iniciais, tais como ponto, reta, segmento e polígono.

Atividade de com pontos, retas e segmentos

- a) Na janela geométrica, crie alguns pontos com a ferramenta **Novo Ponto**.
- b) Use o **Campo de Entrada** para criar um ponto cujas coordenadas são (2,4).

- c) Ative a ferramenta **Reta definida por Dois Pontos** e clique em dois pontos. Observe o que acontece na janela de álgebra.
- d) Ative a ferramenta **Mover** (seta) e arraste os pontos e a reta. Observe o que acontece na janela de álgebra com as coordenadas dos pontos e a equação da reta.
- e) Para apagar os pontos da janela geométrica, ative a ferramenta **Apagar Objeto** (janela 11) e clique no objeto que deseja apagar **ou** clique com o botão do lado direito do *mouse* sobre o objeto e selecione a opção **Apagar**.
- f) Forme um polígono qualquer utilizando a ferramenta **Segmento definido por Dois Pontos**. Observe o que acontece na janela de álgebra.
- g) Crie um polígono utilizando a ferramenta **Polígono**. Clique na janela geométrica, formando um polígono com números de lados desejados.
- h) Para colorir ou mudar a espessura do polígono, clique no polígono desejado e com o botão direito do *mouse* clique em **Propriedades**. Clique em **cor** para escolher a cor, em **estilo** para escolher a espessura da linha e a transparência do polígono.
- i) Com a ferramenta **Mover** (Seta), clique e arraste cada ponto e o polígono observando os objetos livres e os objetos dependentes na janela de álgebra.
- j) Esconda os lados do polígono. Ative a ferramenta **Mover** (seta) para apagar, clique com o botão do lado direito do *mouse* sobre as retas e selecionando a opção **Exibir Objeto**.
- k) Relate o que observou.

7.2) CONSTRUÇÃO DO TANGRAM QUADRADO

Para a realização desta atividade supõe-se que o aluno já tenha construindo o Tangram quadrado, utilizando materiais manipuláveis.

- a) Construa um Quadrado de 16 cm^2 de área. Para isso, ative a ferramenta **Segmento com Comprimento Fixo** e digite 4 para a medida de lado, em seguida, ative a ferramenta **Polígono Regular**, com número de vértice igual a 4. Observe o que o Geogebra cria.
- b) Construa as diagonais desse Quadrado, utilizando a ferramenta **Segmento definido por Dois Pontos**.

- c) Encontre o ponto médio de uma das diagonais e também dos lados do quadrado, usando a ferramenta Ponto Médio **ou Centro**. Clique nos pontos e observe o que acontece nas duas janelas.
- d) Trace uma reta paralela à diagonal e que passe pelo ponto médio dos lados do quadrado, utilizando a ferramenta **Segmento definido por Dois Pontos**.
- e) Encontre o ponto médio da metade das diagonais e observe o que acontece nas duas janelas.
- f) Para contornar os sete polígonos inscritos no tangram, ative a ferramenta **Polígono**.
- g) Escolha a cor desejada para colorir cada polígono do Tangram.

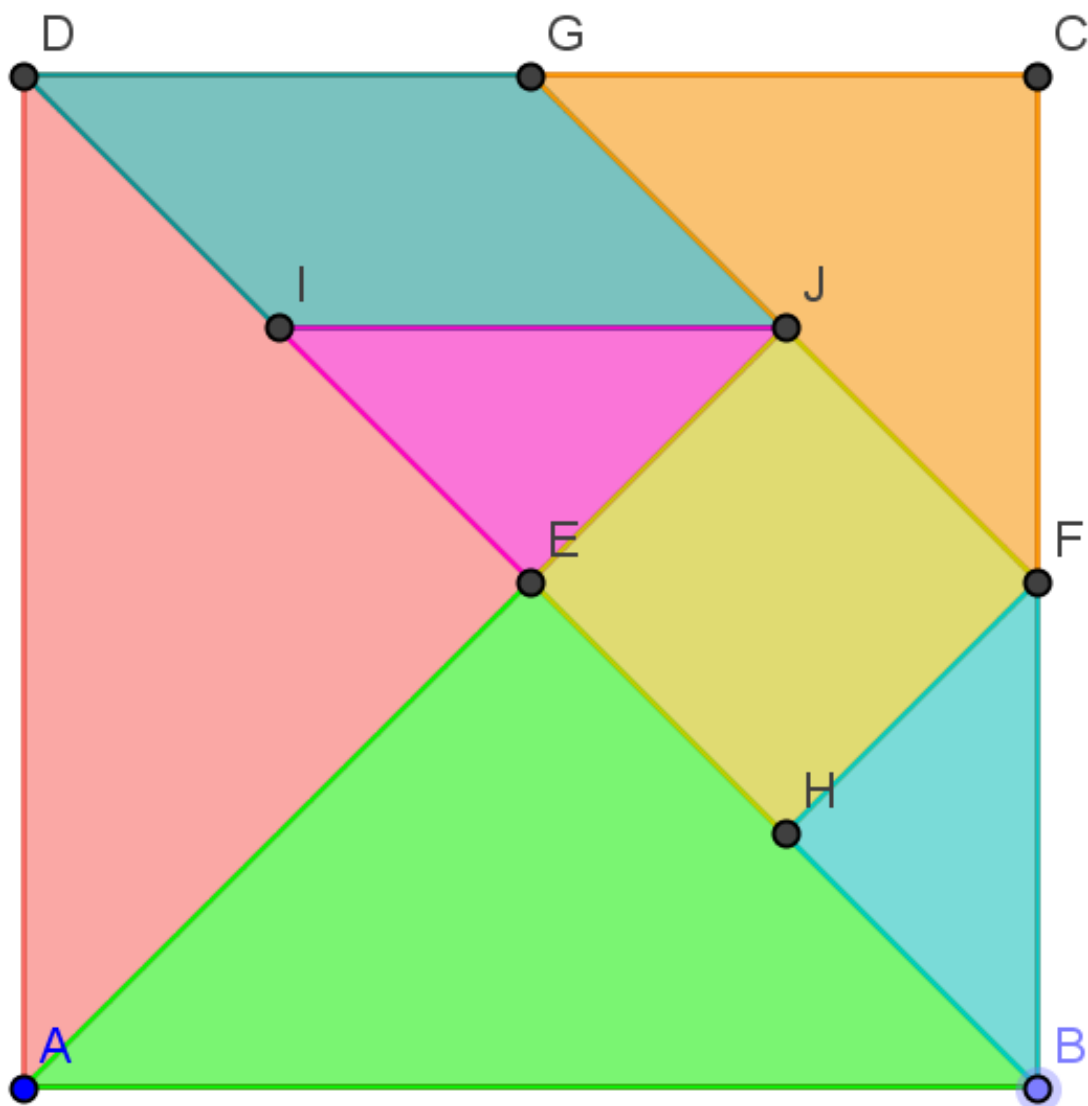


Figura 1 – Construção do Tangram quadrado no Geogebra.

As demais atividades serão desenvolvidas com base nesse Tangram.

7.3) INVESTIGANDO E EXPLORANDO O TANGRAM QUADRADO.

7.3.1) TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS: LADOS, ÂNGULOS, SEMELHANÇA, RAZÃO E SOMA DAS MEDIDAS DOS SEUS ÂNGULOS INTERNOS.

Atividade com triângulo, quadrados, paralelogramos e outros polígonos.

- Faça o triângulo grande do Tangram.
- Meça os lados do triângulo. Ative a ferramenta **ângulo**, escolha **cm** e clique em cada segmento ou em dois pontos para dar as medidas dos lados.
- Nomeie o triângulo quanto à medida dos lados. Ative a ferramenta **Inserir Texto**, abrirá uma janela para nomear.
- Some as medidas dos ângulos internos do triângulo. Ative a ferramenta **Ângulo**, clique nos três pontos ou duas retas, marcando os ângulos internos do triângulo. Some essas medidas.
- Nomeie o triângulo quanto à medida dos ângulos internos. Ative a ferramenta **Inserir Texto**, abrirá uma janela para nomear.

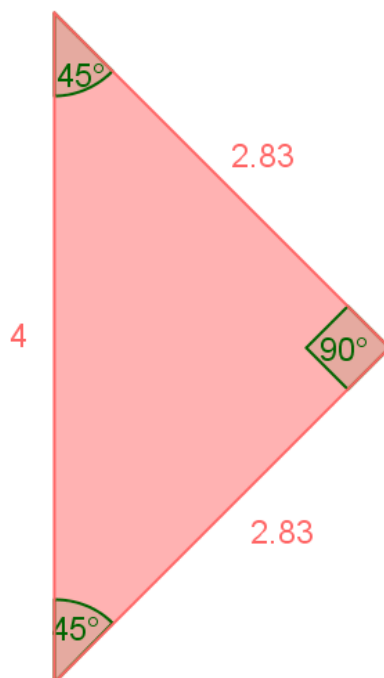


Figura 2 – Triângulo Grande

- Em seguida, faça o mesmo com o **triângulo médio** e com um **triângulo pequeno** do Tangram.

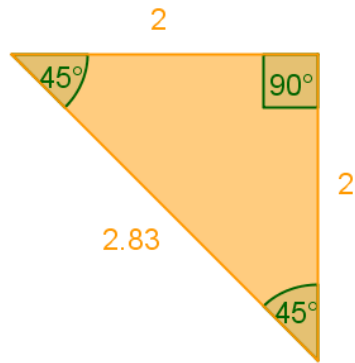


Figura 3 – Triângulo Médio

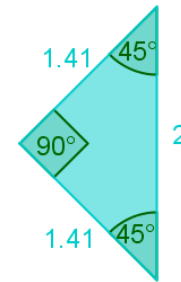


Figura 4 – Triângulo Pequeno

- g) Reflita, discuta e responda:
1. Comparando as somas das medidas dos ângulos internos dos triângulos do Tangram, o que você pode concluir em relação a esses ângulos?
 2. Um triângulo pode ter quantos ângulos obtusos?
 3. Um triângulo pode ter os três ângulos menores ou maiores que 60° ?
 4. Qual é o nome dado a um triângulo que tem um ângulo reto?
 5. Encontre a razão (r) entre os lados correspondentes de cada par de triângulos e verifique se eles são proporcionais. O que se pode afirmar, se os lados correspondentes são proporcionais e os ângulos internos correspondentes são iguais?
- h) Faça a mesma atividade com o **Quadrado pequeno (q)** do Tangram na janela geométrica.
- i) Observando as medidas dos lados e dos ângulos do quadrado o que se pode concluir? Esse polígono recebe um nome especial. Qual é o nome dado a esse tipo de Polígono?
- j) Some as medidas dos ângulos internos do quadrado.

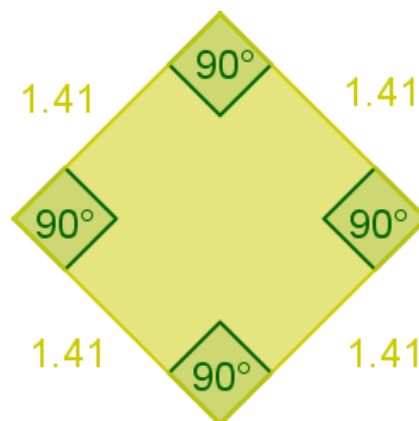


Figura 6 – Quadrado pequeno

- k) Em seguida, faça o mesmo com o **Paralelogramo**. O que se pode concluir?

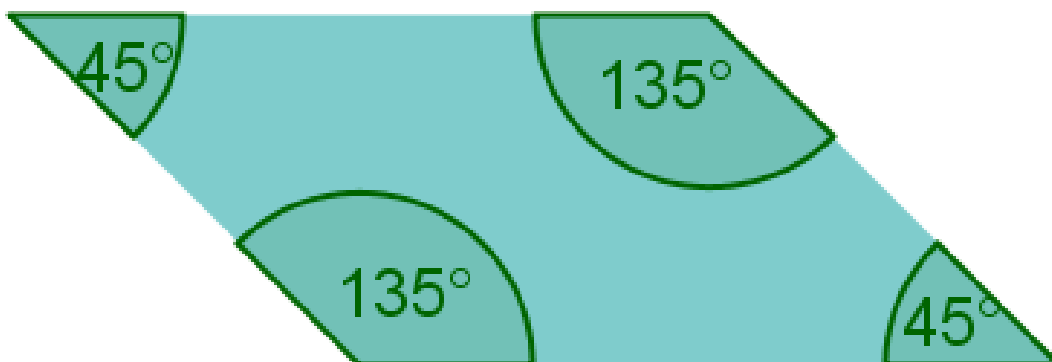


Figura 7 – Paralelogramo.

- l) Divida os quadriláteros em triângulos. Escolha um quadrilátero, ative a ferramenta **Reta definida por Dois Pontos**, clique em dois pontos do quadrilátero de modo que o divida em dois triângulos. Compare a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero com a soma das medidas dos ângulos internos do quadrilátero dividido em dois triângulos. Pode-se obter sempre a mesma soma das medidas de seus ângulos? Quanto?

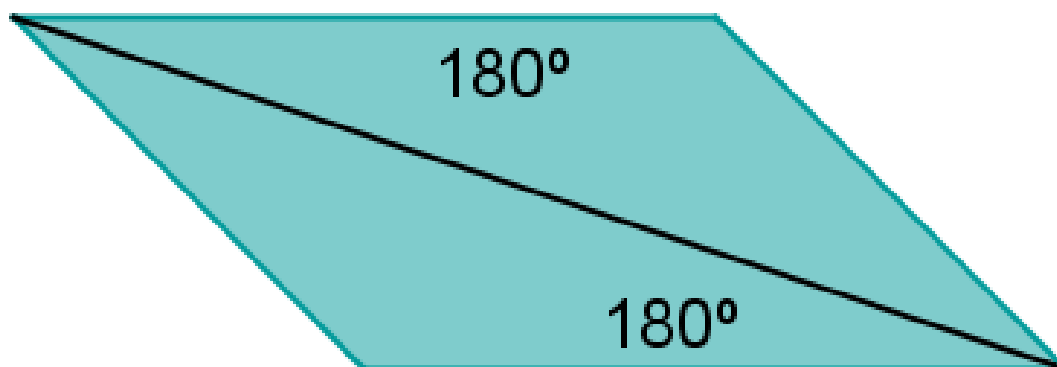


Figura 8 – Soma das medidas dos ângulos internos do paralelogramo.

- m) Construa polígonos com 5, 6, 7 e 8 lados, utilizando a ferramenta **Polígono**. Clique na janela geométrica criando os polígonos. Compare a soma das medidas de seus ângulos internos com a soma das medidas da quantidade de triângulos que foi dividido o polígono. Movimente um dos vértices e confira sua construção, observe o que acontece com as medidas dos ângulos e dos lados, nas duas janelas. O que se pode concluir?

7.3.2) BISSETRIZ, MEDIATRIZ E ALTURAS DO TRIÂNGULO.

Atividade com bissetriz, mediatriz e alturas de um triângulo

- a) Copie um **Triângulo grande** do Tangram e determine as bissetrizes desse triângulo. Ative a ferramenta **Bissetriz** e clique sobre as duas retas de cada ângulo. Ative a ferramenta **Interseção de Dois Objetos** e determine o ponto de encontro dessas bissetrizes. Que nome é dado a este ponto? Utilizando este ponto faça um círculo inscrito a este triângulo. Movimente os pontos. O que você pode observar?

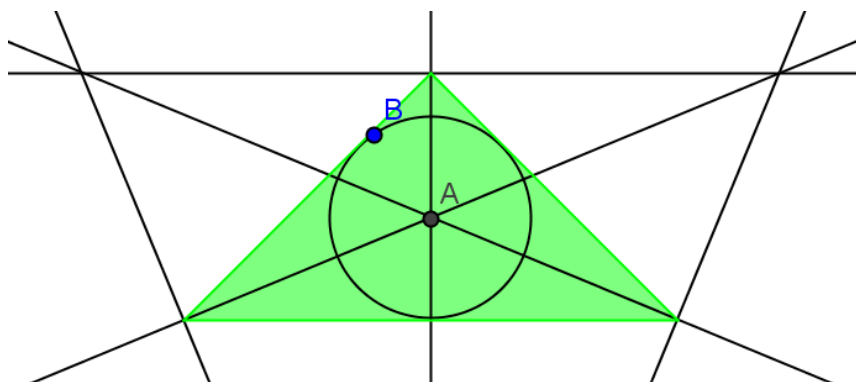


Figura 9 – Bissetrizes

- b) Copie o **Triângulo médio** do Tangram e determine as mediatrizes desse triângulo. Ative a ferramenta **Mediatriz**, clique sobre os segmentos, ative **Interseção de Dois objetos** e determine o ponto de encontro dessas bissetrizes. Determine o ponto de encontro dessas mediatrizes. Que nome é dado a este ponto? Utilizando este ponto faça um círculo circunscrito a este triângulo. Movimente os pontos. O que você pode observar?

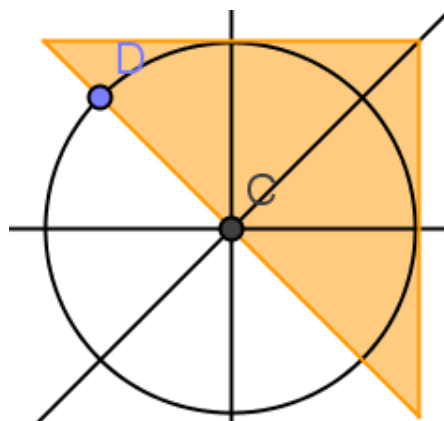


Figura 10 – Mediatriz

- c) Copie um **Triângulo pequeno** do Tangram e determine as alturas desse triângulo. Ative a ferramenta **Reta definida por Dois Pontos** e clique sobre dois pontos, uma reta será criada. Ative a ferramenta **Reta perpendicular** e clique sobre o terceiro ponto distinto e posteriormente sobre a reta criada. Faça isso com os demais pontos, determine o ponto de encontro dessas alturas, ative a ferramenta **Interseção de Dois objetos** (janela 2) e clique sobre uma reta e depois sobre a outra. Que nome é dado a este ponto?

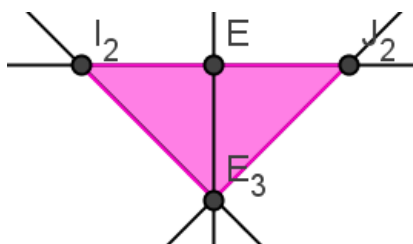


Figura 11 – Alturas do Triângulo

7.3.3) ÁREA DO TANGRAM E DOS POLÍGONOS INSCRITOS.

- a) Utilizando as atividades anteriores encontre a área do Tangram e dos polígonos inscritos, calculando a área de cada polígono.
- b) Em seguida, clique em cada polígono para conferir o cálculo de área de cada polígono.
1. Qual é a Área do Quadrado Grande (Q), Triângulo grande (Tg), triângulo médio (Tm), triângulo pequeno (Tp), quadrado pequeno (q) e do paralelogramo (p)?
 2. Quais polígonos tem a mesma área?
 3. Compare as áreas dos triângulos grandes em relação ao triângulo médio, do quadrado pequeno e do paralelogramo. O que você percebe? Qual é a razão entre essas áreas?
 4. Compare as áreas do triângulo médio, do quadrado pequeno e do paralelogramo em relação aos triângulos pequenos. O que você percebe? Qual é a razão entre essas áreas?
 5. Considerando o Quadrado Maior Q como um inteiro. O Triângulo grande (Tg), o triângulo médio (Tm), o triângulo pequeno (Tp), o quadrado pequeno (q) e o paralelogramo (p) representam que fração Quadrado Grande (Q)?

7.3.4) PERÍMETRO DO TANGRAM E DOS POLÍGONOS INSCRITOS.

- a) Utilizando as atividades anteriores 7.3.1, encontre o perímetro do tangram e dos polígonos inscritos, calculando o perímetro de cada polígono.
- b) Em seguida, clique em cada polígono e confira o seu perímetro. O que acontece na janela de álgebra?
 1. Após encontrar o perímetro dos triângulos, observe a relação entre os lados do triângulo grande e do triângulo pequeno com os lados do triângulo médio. O que se pode concluir?
 2. Ao encontrar o perímetro do paralelogramo e do quadrado pequeno, compare com as suas áreas. O que se pode concluir?
 3. Você acha que existe dependência entre as variações da área e do perímetro?

7.4) TANGRAM

Esta atividade é uma adaptação da Questão 17 p.17 do Banco de Questões da OBMEP (Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) 2011 – nível 1, utilizando o *software* Geogebra.

A figura 13 é um retângulo cuja área sombreada foi feita utilizando peças de um tangram que formam um quadrado de 10 cm^2 de área, mostrado na figura 12. Qual é a área do retângulo?

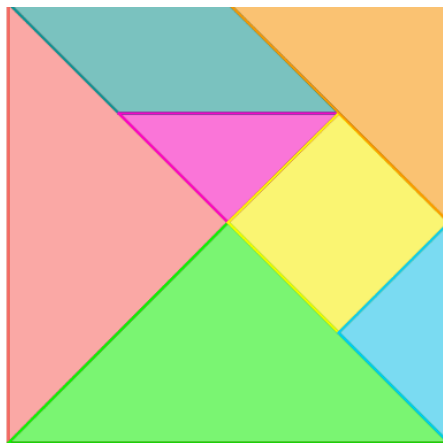


Figura 12

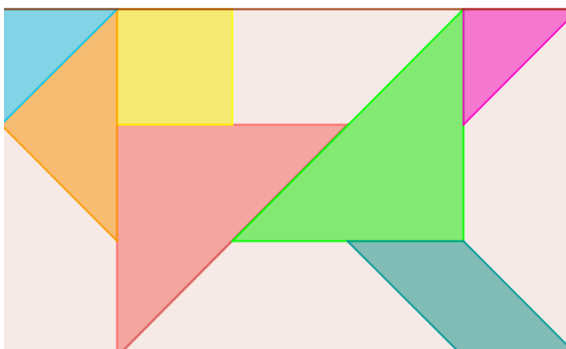


Figura 13

7.5) UM BURACO NO TANGRAM

Esta atividade é uma adaptação da Questão 29 p.35 do Banco de Questões da OBMEP (Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) 2012 – nível 2, utilizando o *software* Geogebra.

A Figura 14 mostra um quadrado de 40 cm^2 cortado em cinco triângulos retângulos isósceles, um quadrado e um paralelogramo, formando as sete peças tangram. Com elas é possível formar a Figura 15, que tem um buraco sombreado. Qual é a área do buraco?

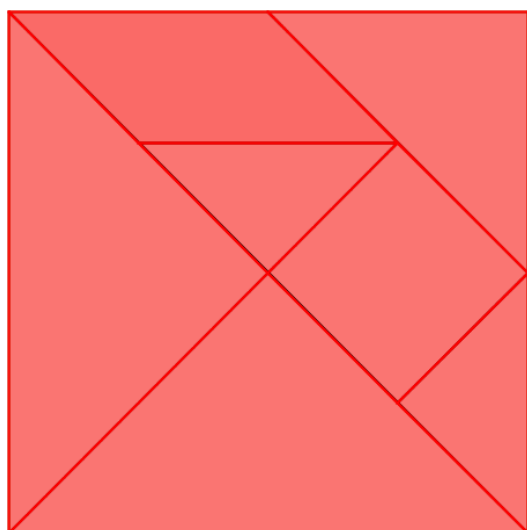


Figura 14

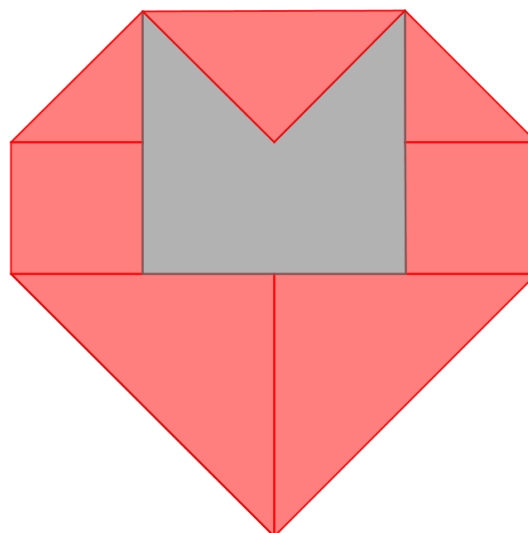


Figura 15

7.6) DESAFIO: www.rachacuca.com.br/jogos/tangram/

Escolha um dos quebra-cabeças do tangram para jogar. Em seguida, construa o tangram e tente construir a figura formada através do tangram utilizando o *software* Geogebra.

8) REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRANTES, P. Investigações em geometria na sala de aula. In: ABRANTES, P. (org). **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: APM, 1999. p.153-167.

ÁVILA, G. S. S. **Várias faces da matemática**: tópicos para licenciatura e leitura em geral. 2 ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BERLINGHOFF, W. P.; GOUVÊA, F. Q. **A matemática através dos tempos**: um guia fácil e prático para professores e entusiastas. 2 ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001, 3 ed. 2. reimp., 2007 (Coleção Tendências em educação Matemática).

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 1998.

BRITO, G. S.; PURIFICAÇÃO, I. **Educação e novas tecnologias**: um repensar. Curitiba: IBPEX, 2006.

GRAVINA, M. A. Geometria Dinâmica na Escola. In: GRAVINA, M. A. (org.) **Matemática, mídias digitais e didáticas**: tripé para a formação de professores de Matemática. Porto Alegre: UFRGS, 2011, p.26-45. Disponível em: <http://www6.ufrgs.br/espmat/livros/livro_matematica_midias_didatica_completo.pdf> Acesso em: 1 jun. 2012.

ISOTANI, S.; BRANDÃO, L. O. **Como usar a geometria dinâmica? O papel do professor e do aluno frente às novas tecnologias**. In: Anais do Workshop sobre Informática na Escola – Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. 2006, p.120-128. Disponível em: <http://www.ei.sanken.osaka-u.ac.jp/~isotani/artigos/WIE06_GD.pdf>. Acesso em: 1 jun. 2012.

LORENZATO, S. (org). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3 ed. Campinas: Autores Associados, 2010. (Coleção formação de professores).

MENDES, I. A. **Tendências metodológicas no ensino da matemática**. Belém: EdUFPA, 2008 (Obras completas EDUCIMAT; v.41).

MORAN, J. M; MASETTO, M; BEHRENS, M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 10 ed. São Paulo: Papyrus, 2006, Disponível em: <<http://pt.scribd.com/doc/73499525/Novas-Tecnologias-e-Mediacao-Pedagogica-1>> Acesso em: 29 abril 2012.

OBMEP. Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. **Banco de Questões 2011**.

OBMEP. Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. **Banco de Questões 2012.**

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Rede Pública da Educação Básica do Estado do Paraná – Matemática.** Curitiba: SEED, 2008.

PASTELLS, A. A. I. **Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipuláveis:** para crianças de 6 a 12 anos: metodologia. Curitiba: Base Editorial, 2009.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003. (Coleção Tendências em Educação Matemáticas).

RACHA CUCA>JOGOS>TANGRAM. Disponível em:
<<http://www.rachacuca.com.br/jogos/tangram/>>. Acesso em: 20 ago. 2012.

SELVA, A. C. V.; BORBA, R. E. S. R. **O Uso da Calculadora nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** Belo Horizonte: Autêntica, 2010. (Coleção Tendências em Educação Matemáticas).