O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2012

VOLUME I

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

AULAS INVESTIGATIVAS NO ENSINO DA ÁLGEBRA NO 8º ANO

Regiane Gomes de Araujo[1]
Leoni Malinoski Fillos[2]

Resumo: A Álgebra tradicionalmente é considerada uma ferramenta matemática por excelência e seu ensino ocupa um espaço privilegiado nos currículos escolares. Pelos alunos é vista, muitas vezes, como uma fonte de incompreensão e de dificuldades operacionais, com pouca utilidade para a vida e para o prosseguimento dos estudos. Já, os professores, em geral, tentam justificar a importância de seu estudo e ensinam técnicas de memorização, macetes e regras, normalmente desprovidos de significação. Na tentativa de reverter essa situação, este trabalho teve como objetivo investigar novas alternativas de ensino que se traduzissem num aprendizado mais eficiente para a Álgebra, de forma que os alunos estabelecessem conexões entre as abstrações inerentes a esse campo do conhecimento com outras áreas e o mundo real. Buscou-se proporcionar aos estudantes, perspectivas e estratégias que favorecessem a compreensão dos conteúdos a partir de abordagens pautadas na metodologia das Investigações Matemáticas. Tal proposta de intervenção teve como público-alvo alunos do 8º ano do ensino fundamental do Colégio Estadual João XXIII - Ensino Fundamental e Médio, localizado no município de Irati-Pr. Verificou-se que com a utilização de novas metodologias o aluno é capaz de uma melhor compreensão do conteúdo, despertando assim o gosto e o prazer em estudar Álgebra.

Palavras-chave: Álgebra. Educação Matemática. Investigações Matemáticas.

1. INTRODUÇÃO

Vivemos num mundo repleto de informações e impregnado pela cultura matemática, que ocupa lugar de destaque nos avanços científicos e tecnológicos da humanidade. Num mundo globalizado, exigem-se dos indivíduos rapidez e exatidão nas informações, habilidades na interpretação e comparação de dados, bem como capacidade de raciocínio, de análise e de visualização matemática.

Na escola, entretanto, a disciplina de Matemática parece não contribuir para a leitura de mundo, pois seu ensino está distante da realidade da maioria dos alunos e não oferece oportunidades de interpretação, de análise, de investigação. Essa omissão não só limita o desempenho em conteúdos aritméticos e geométricos, como também os coloca em séria desvantagem quando se trata de aprender a manipulação simbólica das regras da Álgebra. Sem a capacidade de interpretar

[1] Professora da Rede Pública do Estado do Paraná. Licenciada em Matemática e Especialista em Literatura Comparada pela Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO/Irati - PR.
E-mail: regianearaujo@seed.pr.gov.br
[2] Orientadora do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE/Matemática. Professora do Departamento de Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO. Mestre em Educação pela Universidade Federal do Paraná.

expressões, os alunos não dispõem de mecanismos para verificar se um dado procedimento é correto ou não, o que leva os estudantes a desenvolverem um sentimento de aversão, apatia e incapacidade diante da Matemática.

Fazem-se necessárias, portanto, inovações metodológicas na transmissão dos conteúdos, de forma que o aluno participe ativamente da construção do conhecimento matemático. É de extrema importância que ele tenha a oportunidade de explorar, representar, construir, discutir, pesquisar, descobrir e investigar conceitos e propriedades.

Nesse sentido, nós, professores, devemos repensar nossa prática e buscar formas de tornar o ensino mais atraente e significativo, estabelecendo uma relação mais dialógica com o aluno, sendo claro nas explicações e principalmente oportunizando em sala de aula um processo de produção e negociação de significados e de descoberta matemáticas, a partir de atividades de caráter exploratório e investigativo. Com novas abordagens, o aluno será capaz de compreender melhor o conteúdo e de relacioná-lo aos problemas cotidianos e às outras áreas do conhecimento, despertando assim o gosto e o prazer pela Matemática.

Segundo as DCEs (Paraná, 2008, p.45)

> A aprendizagem da Matemática consiste em criar estratégias que possibilitam aos alunos atribuir sentido e construir significado às ideias matemáticas de modo a tornar-se capaz de estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar. Desse modo, supera o ensino baseado apenas em desenvolver habilidades, como calcular e resolver problemas ou fixar conceitos pela memorização ou listas de exercícios.

Sendo assim, a metodologia das investigações matemáticas representa uma alternativa para facilitar a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, especialmente, no que se refere à Álgebra, apresentando situações e práticas que proporcionem a produção de significados e garantindo assim uma aprendizagem mais eficiente do conteúdo.

Nesse sentido, a investigação matemática

> Ajuda a trazer para sala de aula o espírito da atividade genuína construindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os colegas e o professor (PONTE, BROCARDO, OLIVEIRA, 2006, p. 23).

Diante das reflexões apresentadas, este artigo, elaborado como parte integrante das atividades do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE/2012, traz os resultados de um estudo que teve como objetivos investigar as potencialidades das Investigações Matemáticas na formação e desenvolvimento algébrico de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental e buscar novos percursos metodológicos que auxiliem o professor no ensino da Álgebra, de modo que esse ensino promova a formação da linguagem algébrica e seja mais dinâmico, significativo e eficiente. O público-alvo envolvido na pesquisa são alunos do 8º ano do ensino fundamental do Colégio Estadual João XXIII - Ensino Fundamental e Médio, localizado no município de Irati- Paraná.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Investigações Matemáticas

Segundo House (1995), muitas dificuldades encontradas pelos alunos na aprendizagem da Álgebra estão relacionadas à forma como o conteúdo é trabalhado, por vezes sem contextualização, sem um desenvolvimento correto dos conceitos, sem uma visão histórica da Matemática e sem conexões com outros conteúdos e outras áreas do conhecimento.

> Em muitas salas de aula, os alunos continuam sendo treinados para armazenar informações e para desenvolver a competência no desempenho de manipulações algorítmicas. E, embora níveis adequados de conhecimento factual e de técnicas sejam resultados importantes do programa de álgebra, a necessidade maior dos alunos é uma compreensão sólida dos conceitos algébricos e a capacidade de usar o conhecimento em situações novas e às vezes inesperadas (HOUSE, 1995, p.2)

Essa descontextualização pode causar no aluno uma sensação de incapacidade e desânimo, levando ao desinteresse pela Matemática e principalmente pela Álgebra. Por essa razão, pesquisadores como Mendes (1997), Skovsmose (2000), Fonseca, Brunheiras e Ponte (1999), propõem que os conteúdos da disciplina sejam trabalhados por meio de atividades que desafiem os alunos a assumir um papel mais atuante, agindo, descobrindo e pensando matematicamente. Segundo Ponte (2005), "o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações" (p. 23).

No entender de Ponte (2005), um ambiente investigativo pode ser criado em sala de aula quando se oportuniza aos alunos o envolvimento com a Matemática através da formulação de problemas, exploração e teste de hipóteses, generalizações e avaliação de resultados. Ou seja, quando "perante uma situação, objeto, fenômeno ou mecanismo suficientemente rico e complexo, os alunos tentam compreendê-lo, descobrindo padrões, relações, semelhanças e diferenças de forma a conseguir chegar a generalizações" (PONTE; MATOS, 1996, p. 1).

> Investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura teste-demonstração. (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2006, p. 10).

As investigações matemáticas, de um modo geral, apontam para a possibilidade de um ensino de Matemática mais vivo, dinâmico e instigante, capaz de contribuir na formação de alunos mais ativos, críticos e questionadores.

2.2. O papel do professor nas aulas investigativas

Considerando-se que o professor possui um papel muito importante no processo educativo, suas atitudes em relação às atividades de investigação matemática, seu conhecimento profissional sobre essas atividades, a importância

que atribui a elas, o estilo e condução do trabalho, influenciam no sucesso da metodologia em termos do envolvimento dos estudantes.

Segundo Fonseca, Brunheiras, Ponte (1999), no desenvolvimento do trabalho investigativo pretende-se que os alunos adquiram uma atitude investigativa. Para isso, é preciso centrar a aula na atividade dos alunos, nas suas ideias e nas suas pesquisas. Para realização dessa atividade há necessidade de se criar um ambiente de envolvimento dos alunos para que eles se sintam estimulados, à vontade para pensar, se questionar e questionar seus colegas. Neste contexto, o professor tem um papel determinante no levantamento de propostas de investigação e na condução de aulas que privilegiam tarefas investigativas .

O estudo de Ponte *et al* (1998), indica que o professor é chamado a desempenhar seis papéis fundamentais numa aula em que os alunos realizam atividades de investigação. Um deles é pensar matematicamente “em frente” aos seus alunos. Dois outros papéis são fornecer informação e promover a reflexão. Os três papéis restantes são desafiar os alunos, apoiá-los e avaliar o seu progresso. O professor exerce papel de orientador da atividade, pois o desenvolvimento da aula depende, em grande parte, das indicações que fornece sobre o modo de trabalhar e do tipo de apoio que presta nas investigações. Diversas são as situações em que o professor é chamado a intervir. Muitas vezes as solicitações feitas pelos alunos ao professor vão no sentido de validar suas ideias.

Por isso, o professor deve estar sempre preparado a incentivar os alunos no desenvolvimento da atividade, dando-lhe perspectivas sobre suas atitudes. Para que isso aconteça, durante as atividades investigativas o professor deve ajudar os estudantes a ultrapassar eventuais bloqueios ou até mesmo dar pistas para que o aluno perceba alguns erros que o conduzem para caminhos através dos quais não serão bem sucedidos ou a tornar mais rica a sua investigação. Todavia, para que os alunos sintam autenticidade nas propostas de trabalho do professor é necessário que o próprio docente demonstre um espírito investigativo. Ao longo de toda fase da atividade o professor deve evitar emitir opiniões concretas e manter uma atitude questionadora perante as solicitações dos alunos, a fim de confirmar ou não suas conjecturas. Nesse sentido, o aluno não recebe o conteúdo pronto, ele é convidado a descobrir novas relações entre conceitos, levantar hipóteses, testar conjecturas e propor novas questões.

É importante salientar que as atividades investigativas devem estimular o raciocínio e uma atitude inquiridora na aprendizagem dos conceitos matemáticos. Para que isso aconteça é necessário que o professor instigue a comunicação entre os alunos e observe se eles estão trabalhando de modo produtivo, formulando questões, analisando, testando e justificando conjecturas. O professor precisa desempenhar o papel de mediador, de forma que os alunos produzam uma síntese de suas ideias e discutam sobre as argumentações de todo o processo da investigação realizada.

A preparação das aulas de investigação propriamente ditas, constituem em uma etapa de grande importância. Deve-se selecionar, adaptar ou mesmo construir a tarefa definindo claramente os objetivos a atingir, ou seja, o desenvolvimento matemático dos alunos. Isso não é simples. Como afirmam Oliveira, Ponte, Santos e Brunheiras (1999, p. 100), “é um trabalho criativo (para o qual não há receitas)”. Para escolher, adaptar ou mesmo construir atividades investigativas tem que se levar em conta algumas questões como: a maior ou menor familiaridade dos alunos com este tipo de atividade, características da turma, nível etário, desenvolvimento matemático, intimidade com tarefas investigativas, interesses, conhecimento prévio do assunto a ser estudado, etc. Assim, mais do que uma pesquisa, o professor precisará recorrer à sua criatividade para dar forma à tarefa, adaptando as situações, reconstruindo as questões de maneira que seus objetivos sejam alcançados.

Segundo Fonseca, Brunheiras e Ponte (1999), uma das questões a se dar ênfase na realização da atividade investigativa é a apresentação da atividade para os alunos. Essa pode ser feita dando mais ou menos informações e pode assumir a forma escrita, oral ou mista, sendo importante observar alguns riscos na escolha dessa apresentação. Estes autores alertam que há, por um lado, o risco de se dar demasiada informação, conduzindo os alunos num determinado sentido; por outro lado, dando pouca informação, corre-se o risco da tarefa não ficar suficientemente clara para os alunos, o que pode comprometer desde logo o trabalho a realizar.

Para Fonseca, Brunheiras e Ponte (1999, p.7), na fase inicial do trabalho os alunos podem mostrar dificuldades na realização das investigações, principalmente os pouco habilitados ao trabalho de natureza investigativa, e, no primeiro impasse, logo chamam pelo professor. Isto acontece porque não compreendem a natureza da

tarefa proposta, sendo necessário ao professor explicar-lhes um pouco do que é o trabalho investigativo através de quantos exemplos se fizerem necessários.

Caso os alunos demonstrem dificuldades em organizar os dados ou em formular questões, e sendo isto importantíssimo para o prosseguimento da investigação, o professor deverá apoiá-los da melhor forma possível.

Para Fonseca, Brunheiras, Ponte (1999, p. 7), nesse momento o professor deve incentivar a autoconfiança e reflexão dos estudantes num ambiente de interação entre os colegas no sentido de descobrir novas relações entre conceitos, além de estimular o desenvolvimento de seu raciocínio e sua criatividade.

Quando o trabalho estiver na fase final é necessário que o professor promova um diálogo com os alunos enquanto estes estão executando a atividade e os encoraje a discutir com outros grupos em sala de aula. Nesta fase, o professor tem a função de moderador e orientador, cabendo a ele o estímulo da comunicação entre os alunos, explicando as suas ideias e conclusões.

Também é importante salientar que nas aulas de investigação matemática é preciso que o professor dê um retorno aos alunos quanto ao desempenho de suas atividades, devido à expectativa do aluno em ver como é que o seu trabalho está em relação à avaliação contínua e formativa realizada pelo professor. Para Fonseca, Brunheiras, Ponte (1999), a discussão final sobre a atividade dos alunos é uma boa ocasião para se promover a reflexão sobre o trabalho realizado, devendo o professor proporcionar aos alunos momentos onde possam pensar e refletir sobre a atividade realizada.

A elaboração de relatórios finais sobre o trabalho desenvolvido em atividades de investigação é um dos pontos importantíssimos para o professor na coleta de informações, pelo fato de ajudar os alunos a refletirem sobre o trabalho realizado. Também é para o professor um meio de recolher informação sobre o nível do desenvolvimento da atividade, auxiliando os alunos a aprofundar e clarificar aspectos menos compreendidos.

Para que as atividades investigativas obtenham êxito é necessário que todos os envolvidos estejam conscientes do seu papel nesse processo de ensino e aprendizagem, dando o máximo de atenção e entendendo que para aprender Matemática é fundamental a colaboração e cooperação entre professor e aluno. Dessa maneira, os trabalhos realizados evidenciam um conjunto de cuidados que o

professor deve ter na apresentação da tarefa, na interação com os alunos na fase de realização e na discussão e partilha de resultados.

São muitos os benefícios para a realização de investigações matemáticas em sala de aula, porém existem dificuldades e limitações para a sua realização. Para Ponte, Oliveira, Cunha e Segurado (1998), as questões apontadas como impeditivas são a extensão do programa curricular, as dificuldades manifestadas pelo professor ao tentar articular esse tipo de atividades com o conteúdo programático e a questão do tempo, ou de sua visão parcial ou até mesmo redutora do que significa investigar. De acordo com os autores, na realização desse tipo de atividade tem que se levar em conta algumas reflexões como: As investigações enquanto atividades esporádicas chegam a promover atitude investigativa no aluno?

Ponte, Cunha e Segurado (1998) ressaltam que é imprescindível que o professor tenha acesso a materiais diversificados e que sejam criadas condições para que ele possa discutir em conjunto com outros colegas sobre esta problemática, pois a margem deixada pelos atuais programas para a integração de investigações matemáticas não é muito explícita. Exige-se, por isso, um empenho muito maior do professor para trabalhar com esse tipo de atividade, que não é nada simples. Devido a esses fatores, a metodologia de investigação matemática é pouquíssima utilizada pelos professores.

Por isso, nesse trabalho foram propostas atividades inseridas nos pressupostos teóricos das investigações matemáticas, acreditando que tal metodologia promove um ensino mais dinâmico da Álgebra e desperta em sala de aula a curiosidade, a investigação, o interesse e a motivação pelo conteúdo, promovendo consequentemente uma aprendizagem sólida, prazerosa e significativa.

3. METODOLOGIA

No início do ano letivo de 2013, durante estudos referentes à Semana Pedagógica, o Projeto de Intervenção Pedagógica e a produção didático-pedagógica foram apresentados à direção, equipe pedagógica, professores e funcionários do Colégio Estadual João XXIII, do município de Irati – PR. Esta ação teve por objetivo dar ciência das dimensões do projeto à comunidade escolar – intenções da proposta, metodologia, definição das regras para o desenvolvimento das atividades

e critérios de avaliação – e obter encaminhamentos práticos à proposta, a partir de sugestões e críticas dos profissionais da escola. Aos alunos do 8° ano, a proposta foi apresentada nos primeiros dias letivos, momento em que foi estabelecido um contrato didático, com as obrigações mais imediatas e recíprocas entre professora e alunos.

As atividades desenvolvidas na turma fazem parte do material didático, produzido no segundo período do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE). Tais atividades, em número de oito, foram produzidas no intuito de dinamizar o ensino da Álgebra, proporcionando aos alunos perspectivas e estratégias que busquem favorecer a compreensão dos conteúdos a partir de abordagens pautadas na metodologia das investigações matemáticas.

O projeto foi desenvolvido no 8º ano do Colégio Estadual João XXIII, localizado em Irati – PR. A turma, composta por 35 alunos (19 meninos e 16 meninas), é caracterizada como indisciplinada e difícil de trabalhar. Integram a turma vários alunos fora da faixa etária (repetentes, desistentes de anos anteriores), inclusos e com dificuldades acentuadas de aprendizagem e de relacionamento.

Para o desenvolvimento das oito atividades propostas no material didático, foram previstas inicialmente 32 horas-aula, que precisaram ser ampliadas para 44 horas-aula. Estas foram trabalhadas no 1º semestre de 2013.

Paralelamente a esse trabalho, houve o compartilhamento do Projeto de Intervenção Pedagógica - ações e resultados obtidos na implementação - com um grupo de professores da rede pública de ensino, o Grupo de Trabalho em Rede (GTR) que, de forma virtual, colaborou na análise do projeto e sua pertinência para a Educação Básica, registrando comentários e analisando os resultados obtidos.

As atividades investigativas propostas buscam uma melhor compreensão do conteúdo Álgebra, por meio da metodologia das investigações matemáticas. Essas atividades foram desenvolvidas em equipes (oito equipes com quatro e uma com três alunos), desde a leitura do problema proposto, formulação de hipóteses, testes, comprovações, registros, apresentações das soluções e elaboração de relatórios. A avaliação fez parte do processo e foi realizada de forma contínua.

Os dados foram coletados a partir da observação direta da turma: situações, comentários, atitudes, questionamentos, facilidades e dificuldades apresentadas; e a partir de minhas percepções, que foram anotadas em um diário. Os registros escritos dos alunos também foram elementos de análise, bem como questionários

aplicados a alguns profissionais da escola e aos alunos participantes da pesquisa, a fim de que avaliassem a proposta.

A seguir são apresentados e discutidos os resultados referentes às oito atividades desenvolvidas, à luz de referencial teórico e das contribuições dos professores participantes do GTR.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Atividade 1

A primeira atividade desenvolvida no 8º ano teve por objetivo suscitar o espírito de pesquisa nos estudantes, por meio da busca de dados referentes à História da Álgebra e conceitos algébricos em livros didáticos e na internet. Teve também por intuito despertar o interesse pelo conteúdo e propiciar momentos de troca de ideias entre os estudantes.

Esta ação foi desenvolvida na biblioteca e no laboratório de informática da escola e, parte, como tarefa de casa. Foram necessárias quatro aulas, desde a apresentação da atividade aos grupos à socialização dos resultados aos demais colegas. Em todas as etapas desta ação, percebeu-se empenho dos grupos e interesse pelo trabalho, especialmente em conhecer aspectos históricos do conteúdo. Um dos grupos, inclusive, comentou sobre a importância de saberem que o estudo da Matemática não está vinculado somente às operações e aos problemas e que todos os conteúdos apresentam uma história, muitas vezes fascinante.

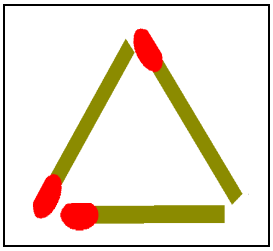
Ressalta-se, assim, a importância de que o professor incentive a pesquisa na escola, especialmente o uso da biblioteca e da internet como formas de ampliar os conhecimentos dos estudantes. Em geral, na disciplina de Matemática pouca ênfase é dada para a prática de pesquisa na escola. Nossos estudantes trabalham mais com aspectos práticos dos conteúdos, como resolução de problemas, listas de exercícios e desenvolvimento de tarefas, dificilmente com a teoria subjacente aos conteúdos ou sua evolução histórica. Como indica uma professora participante do GTR, "*hoje os alunos estão sendo formados sem a conceituação ou a familiarização com a teoria, mas este é um aspecto que precisamos retomar*" (Professora Gislaine)

Ao término dessa primeira ação, percebi que os alunos gostaram muito da atividade. Fiquei bastante entusiasmada com a motivação da classe e mais motivada para prosseguir no desenvolvimento do projeto.

Atividade 2

A segunda atividade, intitulada “Investigando com palitos de fósforo”, teve por objetivo oportunizar aos alunos uma atividade investigativa por meio da qual pudessem compreender conceitos elementares da Álgebra e identificar padrões partindo de operações já conhecidas.

Assim, primeiramente os alunos deveriam observar o triângulo construído com 3 palitos de fósforos (figura abaixo) e, em seguida construir dois triângulos com 5 palitos e três triângulos com 7 palitos, bem como indicar quantos palitos seriam necessários para construir figuras com 4, 5 e 10 triângulos.



Concomitantemente à atividade prática, deveriam completar a tabela a seguir, a fim de obter generalizações:

Número de triângulos	Número de palitos
1	3
2	5
3	...
4	...
5	...
10	...

Os alunos não apresentaram dificuldades na realização da tarefa, mas para chegar à generalização para n triângulos fizeram vários questionamentos e tiveram algumas dúvidas. Como dizem Rasi e Domingues (2009), a utilização de letras na representação de ideias numéricas não é algo simples para os estudantes. “A compreensão da álgebra [...] exige que a turma repense saberes que funcionavam bem com as operações aritméticas” e aí o papel do professor é fundamental para que a passagem da aritmética para a álgebra seja uma continuidade, não uma

ruptura (RASI; DOMINGUES, 2009, s/p). Como indicou uma professora participante do GTR, que também desenvolveu a atividade com sua turma:

> *Até na tabela foi tudo bem, porém no item 2.3, os estudantes apresentaram dificuldades na quantidade de palitos. Orientados, refletiram novamente e corrigiram o erro. Novo obstáculo no momento da generalização, perguntaram muito, porém poucos conseguiram generalizar.* (Professora Silvana)

Ao compartilharem suas descobertas com os colegas nas apresentações, os alunos se mostraram atentos às respostas dos demais grupos. Uma aluna indagou sobre se p e t eram números e, antes de eu dar a resposta, outro aluno rapidamente respondeu *"Ah! São as incógnitas*!", o que demonstra que a atividade de pesquisa realizada havia sido proveitosa para compreenderem conceitos algébricos.

Na apresentação das discussões dos grupos um aluno fez o seguinte comentário:

> *- Professora, essa atividade é muito interessante. Para responder a primeira questão nosso grupo pensou primeiramente como iríamos fazer um triângulo pela metade. Aí veio a ideia de que se colocássemos mais dois palitos junto àquele que já tinha, sempre surgiria mais um*. (Notas de aula, fala de Aluno)

Essa fala evidencia que a manipulação de objetos e a investigação matemática são metodologias potenciais para o ensino da Álgebra, pois o conteúdo pode ser desenvolvido de forma mais dialógica e, consequentemente, de forma mais compreensiva pelos estudantes.

Atividade 3

Na terceira atividade, "Investigando com palitos de dente e palitos de fósforo", similar à atividade 2, sugeria-se que os alunos construíssem e desenhassem um triângulo equilátero, tendo como comprimento do lado um palito de dente e dois de fósforos. Depois um quadrado, cujo lado deveria ser 2 palitos de dentes e dois de fósforos.

Na leitura, já surgiu a primeira dúvida de uma aluna: "- *Triângulo equilátero? O que é isso? Nunca ouvi falar..."*

Não foi preciso minha intervenção, pois um colega do outro grupo logo respondeu: "- *Aprendemos isso ano passado em geometria. É um triângulo com os três lados iguais."*

Em seguida, os alunos deveriam escrever a medida de um dos lados desse triângulo e calcular a soma de todos os lados, o que gerou diversas dúvidas. Após várias tentativas, eles compreenderem a simplicidade da atividade. Uma das maiores dificuldades apresentadas foi quanto à interpretação da questão e, por isso, pedi que lessem e relessem a atividade por diversas vezes. Precisei, inclusive, fazer uma leitura em conjunto, bem pausada, para melhor entendimento da questão.

Um aluno fez, então, o seguinte comentário:

> *- Nossa professora, acho que o nosso maior problema é entender o enunciado do exercício. Depois que entendemos, parece tão fácil...* (Notas de aula, fala de Aluno)

Essa dificuldade de interpretação de um enunciado é bastante comum nas aulas de Matemática e, em geral, estão ligadas, entre outras coisas, à ausência de um trabalho pedagógico específico com o texto do problema. A forma como um problema é apresentado, a falta de compreensão do conteúdo e o uso de termo específicos da Matemática, traduzem-se em obstáculos para o entendimento da questão (SMOLE; DINIZ, 2001).

Segundo relato de um professor cursista do GTR:

> *[...] um dos grandes problemas da aprendizagem é a falta de leitura e interpretação. De um modo geral, todos os professores sentem essa dificuldade e essa questão deve ser trabalhada por todas as disciplinas, não somente no Português. Nossos alunos apresentam sérias deficiências neste quesito, problema que tem sua solução com muita leitura e escrita, algo não muito realizado pelos nossos alunos, diga-se, com raras exceções. Devemos insistir que releiam quantas vezes forem necessárias.* (Professor Avelino)

Para finalizar a atividade, os alunos deveriam expor suas ideias, escrevendo as medidas do lado do triângulo e do quadrado de uma forma generalizada. Algumas ideias apresentadas pelos grupos foram: utilizar palitos de dentes e fósforos (6 F + 3D) ou os dedos polegares e indicadores (6 P + 3 I).

Nesta atividade os alunos mediram, registraram suas conclusões e compartilharam com a classe os resultados obtidos após muitas investigações, o que proporcionou melhor assimilação conteúdo.

Esta ação possibilitou a exploração de ideias e a argumentação em sala de aula e representou um desafio, tanto para o professor, na criação de um ambiente favorável à investigação, como para o aluno, de quem se exigiu uma postura ativa e inquiridora. Houve participação intensa da turma e a atividade se mostrou bastante produtiva, como atestou uma professora do GTR, que também aplicou essa atividade em uma de suas classes:

Apliquei a atividade dos palitos (construção do triângulo equilátero e dos quadrados) em uma classe de 8º ano em que leciono. Os alunos se envolveram totalmente na atividade e, acho que houve um bom aproveitamento na compreensão das expressões algébricas, que são a base nos estudo das funções. (Professora Marcia)

Atividade 4

Para realização da atividade 4, “Contando estrelinhas”, foram necessárias 4 aulas, da apresentação da proposta à socialização dos resultados. Para a realização da atividade, inicialmente os alunos observaram a sequência e desenharam estrelinhas até a 7ª posição:

1.ª	2.ª	3.ª
✡	✡ ✡ ✡	✡ ✡ ✡ ✡ ✡ ✡

Após, organizaram os dados em uma tabela, a fim de que pudessem obter com mais facilidade a obtenção da regra que representa o número total de estrelinhas em cada etapa ou a forma indefinida da sequência. Chegaram à fórmula n.(n+1)/2 e testaram o resultado para a 20ª, 50ª posições e até para outras que inventaram.

Mas não foi nada fácil chegarem às generalizações e à obtenção da regra. Precisamos juntos, dialogar, discutir e trocar ideias para descobrir um padrão, pois até a 20ª posição conseguiram encontrar o número de estrelas por meio de desenhos, então diziam que desenhar era mais fácil. A execução da atividade facilitou a aprendizagem em decorrência da interação que esta proporcionou aos alunos. Os alunos puderam compreender melhor que a matemática constitui-se na verdade na “ciência dos padrões”, uma vez que a partir da observação de regularidades, puderam explicar as relações estabelecidas.

Segundo Vale e Pimentel (2005), a busca de padrões por meio da visualização permite que os alunos construam uma imagem mais positiva da matemática, pois os padrões visuais apelam para o sentido estético e criativo, desenvolvendo a capacidade do aluno de estabelecer ligações entre conteúdos matemáticos e de relacionar, ordenar e classificar informações. Para os autores, o

trabalho com padrões visuais deve começar em um nível básico e ir avançando com o tempo. Esse caminho facilitará o trabalho com atividades mais complexas.

Atividade 5

A atividade 5, intitulada “Juntando mesas”, foi adaptada do livro de Fiorentini Miorim (2001). A investigação teve por base a situação abaixo descrita, a partir da qual diversos questionamentos foram propostos, com o aumento do número de mesas e de pessoas.

Um determinado restaurante possui mesas quadradas iguais de 4 lugares, onde acomodam 4 pessoas. Entretanto, se juntarmos duas dessas mesas teremos 6 lugares podendo acomodar 6 pessoas

Primeiramente os alunos fizeram a leitura atenta do problema e das questões que estão elencadas no material didático e passaram a discutir e fazer simulações da situação. Registraram, então, em desenhos as situações que representavam a junção de três mesas, depois a chegada de mais duas pessoas, junção de 5 mesas, 6, 7, etc., levando em consideração que as mesas estavam sempre na mesma disposição. Responderam, assim, quantos lugares estariam disponíveis a cada nova etapa e construíram a tabela, relacionando o número de mesas juntadas e os lugares disponíveis. Também generalizaram para n mesas, desvendando a regra que padroniza a situação $l = 2.n + 2$ onde l representava o número de lugares. Esta regra foi testada para a quantidade de mesas e pessoas solicitadas na questão e para outras situações.

As figuras a seguir indicam os registros feitos por alguns grupos envolvidos na atividade.

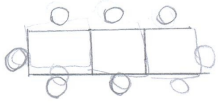
GRUPO 1

Um determinado restaurante possui mesas quadradas iguais de 4 lugares, onde acomodam 4 pessoas. Entretanto, se juntarmos duas dessas mesas teremos 6 lugares podendo acomodar 6 pessoas.

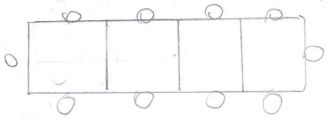
- Por meio de desenhos faça a representação dessas duas situações:

- Agora, se juntarmos três mesas (sempre na mesma direção). Como ficaria a representação dessas mesas? Vocês conseguiriam dizer quantos lugares teremos nesse caso?

8 lugares



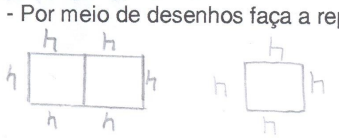
- Mais duas pessoas vão juntar-se a esse grupo. E agora como podemos desenhar a representação das mesas? Juntando mais uma mesa serão 10 lugares



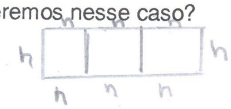
GRUPO 5

Um determinado restaurante possui mesas quadradas iguais de 4 lugares, onde acomodam 4 pessoas. Entretanto, se juntarmos duas dessas mesas teremos 6 lugares podendo acomodar 6 pessoas.

- Por meio de desenhos faça a representação dessas duas situações:

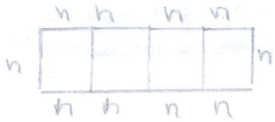


- Agora, se juntarmos três mesas (sempre na mesma direção). Como ficaria a representação dessas mesas? Vocês conseguiriam dizer quantos lugares teremos nesse caso?

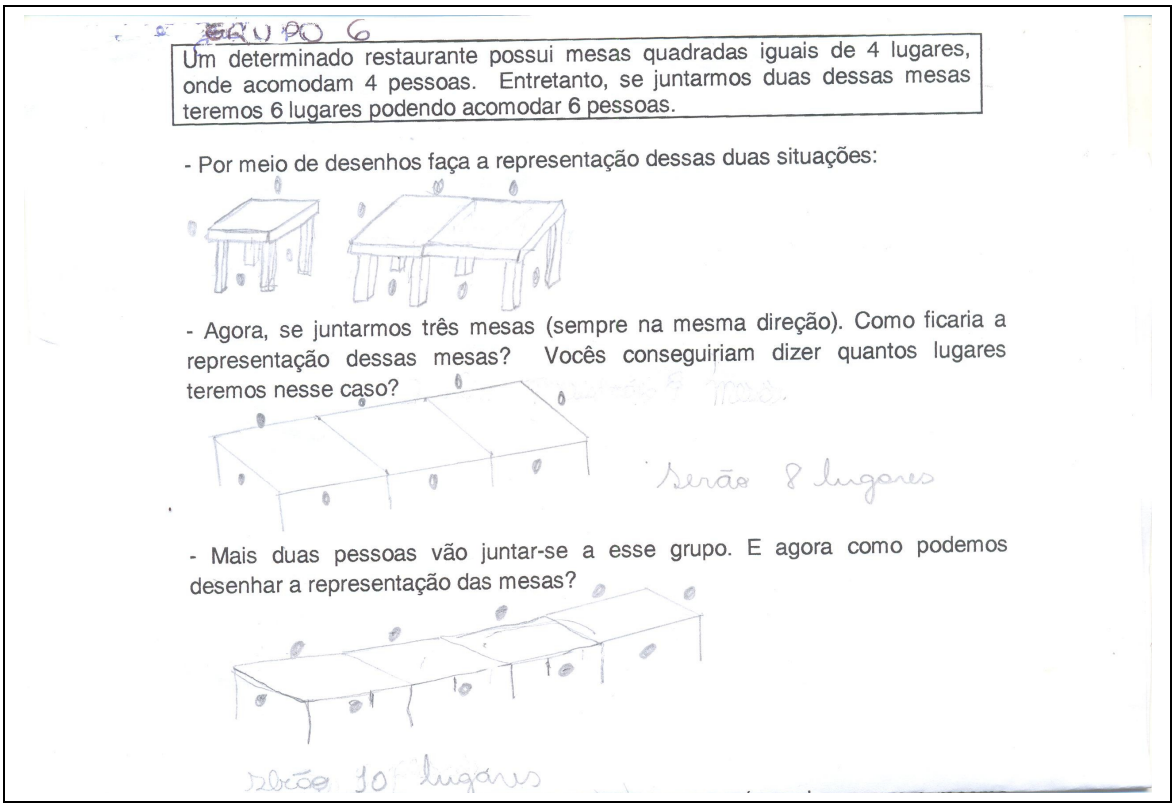


teremos 8 lugares

- Mais duas pessoas vão juntar-se a esse grupo. E agora como podemos desenhar a representação das mesas?



teremos 10 lugares



GRUPO 6

Um determinado restaurante possui mesas quadradas iguais de 4 lugares, onde acomodam 4 pessoas. Entretanto, se juntarmos duas dessas mesas teremos 6 lugares podendo acomodar 6 pessoas.

- Por meio de desenhos faça a representação dessas duas situações:

- Agora, se juntarmos três mesas (sempre na mesma direção). Como ficaria a representação dessas mesas? Vocês conseguiriam dizer quantos lugares teremos nesse caso?

Serão 8 lugares

- Mais duas pessoas vão juntar-se a esse grupo. E agora como podemos desenhar a representação das mesas?

Serão 10 lugares

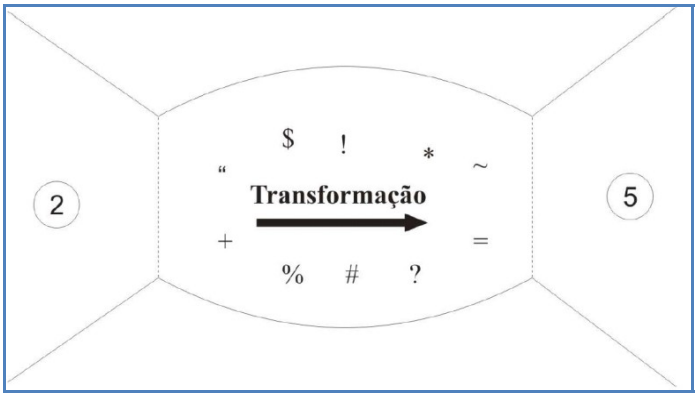
Esta ação possibilitou que os alunos explorassem a situação problema, discutissem entre si as ideias e elaborassem conjecturas por meio de um processo interativo e de negociação de significados. Após a realização das questões, os alunos apresentaram para os colegas seus resultados, sob o olhar atento dos colegas. Foi um momento de reflexão em que houve a confrontação de hipóteses, estratégias e justificações.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), quando se promove momentos de reflexão sobre a atividade realizada, dá-se aos alunos a oportunidade de compartilhar opiniões, explicar suas ideias, verificar seus resultados, formular novas questões e compreender de fato o que é uma investigação matemática. É o momento que o aluno desenvolve a capacidade de se comunicar matematicamente, desenvolve a argumentação e tira suas conclusões sobre o trabalho realizado.

Atividade 6

A atividade 6, “Explorando a Máquina Mágica”, consistia na simulação da situação abaixo, realizada pela máquina de transformação:

Hoje vocês conhecerão a Máquina Mágica. Ela faz transformações de números escolhidos por nós em outros números. O seu mecanismo é simples: ela faz a mesma mágica para qualquer número que passar por ela. Além disso, ela é uma máquina especial: ela não possui um segredo único, isto é, existem vários truques de transformação. Vocês seriam capazes de descobrir as mágicas dessa máquina? Desafio vocês a descobri-las!



Primeiramente foi apresentado o modo de operár a máquina, ou seja, foi feita a suposição de que se escolhermos o número 2, a máquina o transforma em 5. Qual é a mágica?

Os alunos deveriam fazer um teste para outros cinco valores, responder se poderiam utilizar números negativos e encontrar outras mágicas possíveis, generalizando para um valor n.

Os alunos leram atenciosamente o enunciado das questões e logo perceberam que as mesmas eram desafiadoras. Comentaram também que dentro da máquina havia muitos sinais, não apresentando dificuldade para descobrir a mágica “somar 3”. Testaram, em seguida, para outros valores, inclusive números negativos e, quanto à generalização para um número x, perceberam e comentaram que na verdade poderia entrar x e sair $x + 3$

De uma forma geral, os alunos puderam participar mais ativamente do processo educativo por meio desta ação, opinando e discutindo os resultados.

Atividade 7

Para a realização da atividade 7, “Jogo do Alvo”, os alunos primeiramente construíram o alvo com o material disponibilizado pela escola, demonstrando muito

interesse e curiosidade para a realização das atividades de investigação. Cada grupo construiu o seu alvo, que depois de pronto, ficou assim:

Após a construção, seguindo uma ordem estabelecida pela equipe, cada participante deveria jogar 12 feijões no alvo e anotar quantos feijões caíram em cada faixa, associando a quantidade de feijões com a cor da faixa. Em seguida, deveriam escrever uma adição, escolhendo uma única letra para representar cada cor, e preencher uma tabela, para organizar os resultados obtidos em cada jogada.

Ao final das cinco jogadas, cada jogador deveria calcular o total de seus pontos de acordo com os seguintes valores inicialmente estipulados para as cores: preto – 5 pontos, rosa – 8 pontos, azul – 2 pontos, laranja - 10 pontos e amarelo – 12 pontos. Depois esses valores foram substituídos por números decimais e negativos. Foram realizadas diversas jogadas e propostos vários problemas envolvendo o jogo.

Houve bastante interesse dos estudantes para a realização da atividade. Foi nítida a empolgação para jogar os feijões, fazer os cálculos, substituir as letras por valores numéricos e se esforçar para ser o vencedor do jogo. Por meio dessa atividade, que se mostrou muito produtiva, foram reforçados conceitos pesquisados na atividade 1, como monômio, polinômio, coeficiente numérico, parte literal, etc., bem como as operações algébricas. Ao término de cada item, os estudantes compartilharam com os colegas os resultados obtidos com euforia, destacando sempre quem foi o vencedor.

Essa atividade foi realizada também por alguns professores participantes do GTR, que destacaram seu caráter inovador e motivador para a aprendizagem de

conceitos algébricos, conforme indicam os relatos abaixo, registrados no fórum do curso:

> *Em relação ao Jogo do Alvo, considero uma forma interessante de introduzir os conceitos da álgebra e o envolvimento dos alunos. Ao ser aplicado os resultados são muito satisfatórios. O valor numérico aparece como consequência da contagem de pontos e as operações com polinômios são sugeridas naturalmente no decorrer dessa contagem.* (Professor Avelino)

> *A construção do monômio através do Jogo do Alvo foi o máximo, adorei. Com esse fundamento os alunos construíram e contextualizaram o monômio de forma agradável, sem achar aquilo um bicho de sete cabeças. Não fica tão abstrato, pois eles encontram elementos para tal construção. O jogo dos dardos também é muito interessante, pois os alunos se envolvem numa prática diferente e com certeza muito atraente para eles.* (Professora Joseane)

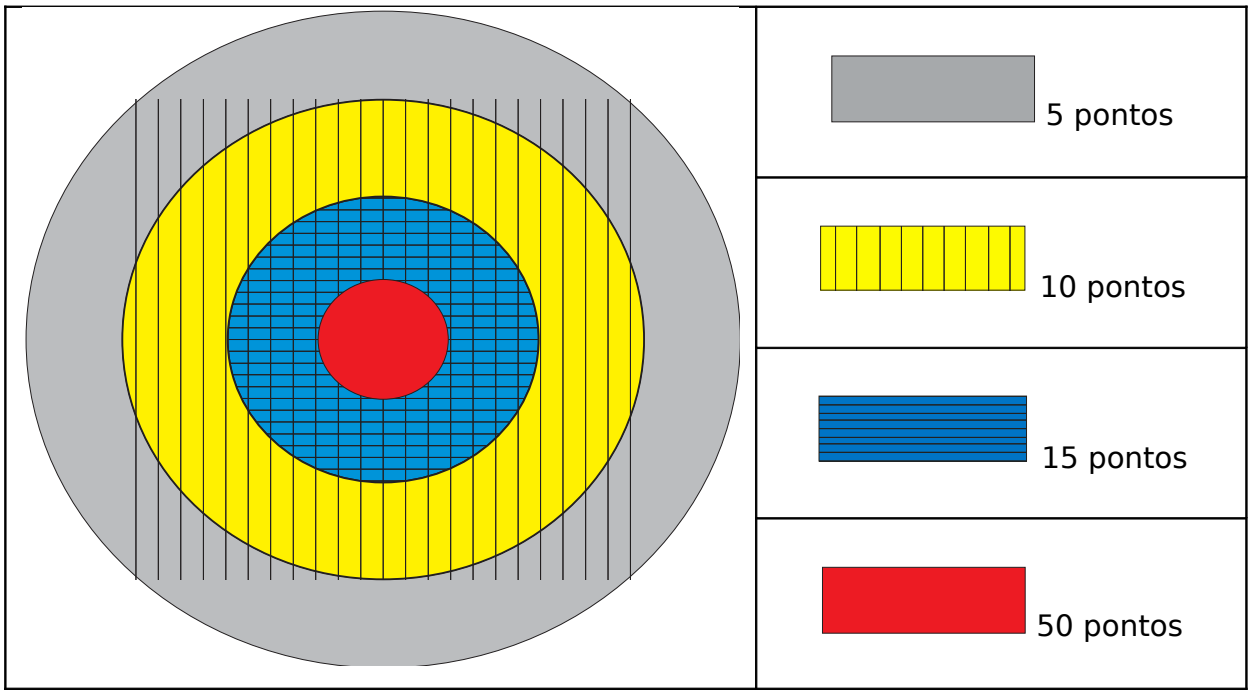
> *Achei o máximo o Jogo do Alvo. Foi possível trabalhar com os alunos de forma mais dinâmica e atrativa, não ficando somente no abstrato.* (Professora Marlete)

Atividade 8

"Jogo dos Dardos" é o título da atividade 8 do material didático, que é similar a atividade 7, porém ao invés de feijões, os alunos deveriam jogar dardos. Trata-se de um alvo circular, dividido em quatro partes, cada uma com um valor específico. O material foi construído pelos alunos, como indica a imagem a seguir:

Após a construção do material, foi apresentada a seguinte situação aos grupos:

Na classe do 8º ano da escola X, alguns alunos resolveram jogar dardos. Observe o alvo do jogo de dardos, construído por eles e também sua legenda. Em seguida, respondam algumas questões para observarem os resultados da competição:



Os alunos logo perceberam que a atividade era parecida com a anterior e que cada faixa no círculo tinha um valor diferente. A empolgação, no entanto, não foi menor do que no Jogo do Alvo. Todos queriam jogar os dardos e se esforçaram ao máximo para acertar o centro do alvo. Em seguida, realizaram os cálculos necessários com motivação e interesse, diferentemente do tradicional "calcule".

Foi, sem dúvida, uma atividade bastante significativa para o ensino da Álgebra, que ressaltou a importância da utilização de materiais pedagógicos atrativos na abordagem dos conteúdos e de se resgatar o lúdico nas aulas de Matemática, a fim de tornar o ambiente mais dinâmico e atrativo. Segundo relato de uma professora do GTR, "*as aulas lúdicas fazem que os alunos sintam-se entusiasmados e aprendam acima de tudo a gostar da Matemática*". (Professora Marilene)

Por meio do "Jogo dos Dardos", foram trabalhados conceitos algébricos e propostas várias operações e problemas envolvendo a Álgebra. As atividades possibilitaram que os alunos percebessem regularidades e relações entre

grandezas, além de expressarem matematicamente suas ideias. Construindo, manipulando, jogando e investigando os alunos se envolveram na proposta, sendo visível a motivação para o estudo pela maioria dos estudantes da turma, bem como seu envolvimento de forma ativa e compromissada.

Segundo Nogueira (2005) ao optar pela utilização de materiais manipuláveis o professor pode ter diferentes propósitos, entre eles, facilitar a compreensão de um determinado conceito ou como motivação em problemas que exigem conceitos matemáticos avançados.

Ao escolher o jogo como material manipulativo, as questões foram elaboradas com o objetivo de proporcionar uma aprendizagem efetiva dos conceitos algébricos, por meio de situações não mecanizadas e repetitivas, diferente do que ocorre nos tradicionais exercícios de fixação.

Ao término da realização das oito atividades busquei levantar algumas opiniões de profissionais da escola que acompanharam o desenvolvimento da proposta, bem como dos principais envolvidos: os alunos do 8° ano. Os fragmentos a seguir demonstram algumas opiniões:

> *A professora apresentou em seu trabalho uma política de mudanças metodológicas, o que despertou nos alunos o interesse e entusiasmo em desenvolver as atividades, partilhar seus conhecimentos e experiências com os colegas.* (Pedagoga do colégio)
>
> *A forma de trabalho em equipes proposta pela professora PDE contribuiu positivamente para que os alunos aprendessem a ser mais cooperativos uns com os outros. Também aproveitei a oportunidade e trabalhei em grupos com os alunos do 8º ano e observei mudanças positivas no comportamento da turma.* (Professora de Geografia)
>
> *As aulas de matemática ficaram muito boas desse jeito que a professora fez. Mudou bastante. Todos os alunos gostaram muito. Queria que houvesse mais aulas assim.* (Aluno do 8º ano A)
>
> *No início das atividades eu achei que não ia dar certo, mas no decorrer das aulas vi que o nosso grupo e os outros se interessaram muito*. (Aluno do 8º ano A)
>
> *Eu gostei muito de aprender dessa forma. Não gostava de Matemática. Agora adoro*. (Aluna do 8º ano A)
>
> *No primeiro dia fiquei surpreso, porque é um jeito novo de trabalho. Nós tínhamos que raciocinar para poder fazer as atividades. Nunca tinha aprendido de um jeito tão legal.* (Aluno do 8º ano A)
>
> *A gente aprendeu a trabalhar em grupo, um ajudava o outro. Às vezes, chegávamos a brigar por causa de uma resposta. Daí tínhamos que pensar muito e discutir para chegar a um acordo.* (Aluno do 8º ano A)
>
> *Foi muito bom ter aulas diferenciadas para a nossa aprendizagem* (Aluna do 8º ano A).

Para mim, esse projeto valeu a pena desde o início. Eu aprendi de um modo diferente, investigando para resolver tudo o que a professora tinha nos proposto a fazer. (Aluna do 8º ano A)

Destaco ainda, na íntegra, o depoimento de uma professora participante do GTR sobre a produção didático-pedagógica desenvolvida:

A produção didático-pedagógica é muito boa, e acima de tudo aplicável nas escolas publicas. Não adianta pensarmos em algo "mirabolante", pois só nós mesmos, professores, sabemos a realidade que encontramos no espaço escolar.
Ficou claro que com as atividades propostas o aluno torna-se ativo no processo ensino-aprendizagem e, além disso, estimula a expansão da temática álgebra, antes inofensiva e neutra, para aplicação nas mais diversas situações, cumprindo com o que se espera quando se utiliza a metodologia de investigação nas aulas de matemática.
O caráter investigativo da matemática, segundo alguns autores, pode partir de situações com referência na realidade, ou seja, a partir de situações reais exploram aspectos que dificilmente seriam abordados via lápis e papel, expandindo-se para múltiplas representações das situações, possibilitando as simulações, pontos esses, extremamente favoráveis ao ensino da matemática e que podem ser vistos claramente na produção didática. (Professora Cassia)

Considerando as falas, especialmente dos alunos, e as observações em sala de aula, posso afirmar que esse trabalho do PDE atingiu os objetivos propostos e foi além das minhas expectativas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao término dessa intervenção pedagógica é possível afirmar que os resultados positivos obtidos com a aplicação das atividades propostas no material didático são uma evidência nítida de que atividades investigativas nas aulas de Matemática desenvolvem e produzem conhecimento, além de despertar o interesse, o gosto e o prazer pelo estudo dos conteúdos da disciplina. Perceber os alunos analisando, discutindo, resolvendo as atividades com satisfação, vibrando com suas criações e descobertas, foi extremamente gratificante, especialmente pela reciprocidade estabelecida entre educador e educandos no processo de ensino e aprendizagem.

Como ponto positivo é possível destacar também a receptividade da comunidade escolar, que assinalou o projeto como inovador e desafiador, especialmente pela proposta de trabalho em grupo em uma turma caracterizada como indisciplinada. A proposta despertou o interesse de outros professores em

propor mudanças metodológicas e também trabalhar os conteúdos de suas disciplinas com a turma disposta em grupos, vencendo resistências e receios.

Convém também destacar alguns pontos que dificultaram o processo de intervenção, sendo o primeiro deles o perfil da turma: numerosa e com alunos com dificuldades acentuadas de aprendizagem e indisciplina. Também o remanejamento constante de alunos do turno da tarde para o turno da manhã e vice versa, que impediu que todos os alunos participassem continuamente da proposta. Destaca-se ainda o pouco tempo que dispomos para a realização desse tipo de atividade, uma vez que atividades exploratório-investigativas requerem um tempo maior para a sua execução e como possuímos um amplo programa curricular, precisamos ter um plano de trabalho docente muito bem articulado com outros conteúdos matemáticos, pois apressar ou interromper a produção dos educandos com a utilização da metodologia das investigações matemáticas pode representar um retrocesso no ensino e aprendizagem.

Como dificuldade pode-se constatar também que a forma de trabalho diferenciada que caracteriza a metodologia das investigações matemáticas - leitura, interpretação, produção de relatórios, socialização e discussão dos resultados obtidos com a classe - exigem mais tempo para o planejamento das aulas e, sobretudo, olhar atento do professor e muita organização para que todos os alunos realmente se envolvam nas atividades.

Em relação à indisciplina, no início o trabalho foi um pouco complicado, pois todos queriam falar e colocar as suas ideias ao mesmo tempo. Mas, no decorrer da intervenção aprenderam a seguir regras e expor suas resoluções, assim como, defender seus pontos de vista. Perceberam que, em grupo, a produção do conhecimento pode ser muito mais eficaz.

Em síntese, trabalhar o conteúdo Álgebra através das Investigações Matemáticas levou os alunos a despertar o gosto pelo conteúdo, como também pelas aulas de Matemática. Encontramos, portanto, nessa tendência metodológica um modo significativo e prazeroso de ensinar, compreender, trabalhar e estabelecer relações com os conteúdos. Afirma-se, categoricamente, que tal metodologia promoveu um ensino mais dinâmico da Álgebra e despertou em sala de aula a curiosidade, a investigação, o interesse e a motivação pelo estudo, promovendo consequentemente uma aprendizagem sólida, prazerosa e significativa.

Sugere-se, assim, que outras pesquisas sobre a Tendência Metodológica das Investigações Matemáticas na formação e desenvolvimento algébrico de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental sejam desenvolvidas, pois ainda há muito a ser explorado e estudado no campo do ensino da Álgebra.

Concluo este trabalho com a sensação de dever cumprido, mas, acima de tudo, com mais motivação para "fazer diferente" em sala de aula e, mais do que isso, "fazer diferença" na educação de nossos adolescentes.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FIORENTINI, D.; MIORIM, M . A. (organizadores); MARCHESI, A. [et al]. **Por trás da porta, que matemática acontece**? Campinas, SP: Editora Graf. FE/ Unicamp – Cempem, 2001.

FONSECA, H.; BRUNHEIRAS, L; PONTE, J. P. **As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática**. Actas do Prof Mat 99. Lisboa: APM, 1999.

HOUSE, P. A. Reformular a álgebra da escola média: por que e como? In: COXFORD, A. F. e SHULTE, A. P. **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

MENDES, E. **Actividade matemática escolar numa perspectiva investigativa e exploratória na sala de aula:** Implicações para a aprendizagem**.** (Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM, 1997.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius e ANDRADE, Doherty. **Educação Matemática e as operações fundamentais.** (Formação de professores, EAD nº 21). Maringá: EDUEM, 2005.

PARANÁ, **Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Matemática.** Curitiba: Secretaria de Estado da Educação, 2008.

PONTE J.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, J.P. **Álgebra** no currículo escolar**. Educação em Matemática – Revista da Associação de Professores de Matemática**, Lisboa, n. 85, Nov./Dez., 2005.

PONTE, J. P.; MATOS, J. F. Processos **cognitivos e Interacções Sociais nas Investigações Matemáticas**, 1996. Disponível em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92-Ponte-Matos(Viana-PT).doc. Acesso em 20 set 2012.

PONTE, J.P.; OLIVEIRA, H; CUNHA, M.H.; SEGURADO, M.I. **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa: Instituto de Inovação educacional, 1998.

RASI, G.; DOMINGUES, I. O ensino da Álgebra. **Nova Escola**. Editora Abril, 2009. Disponível em: **<**http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/tirando-letra-488807.shtml> Acesso em 30 set 2013.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. In: **Bolema** - Boletim de Educação Matemática. Rio Claro: (SP), n.14, set. 2000.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez (orgs). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões: um tema transversal no currículo. **Revista Educação e Matemática**, Portugal, v.85, p. 14-20, Nov/dez, 2005.