O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE

2012

VOLUME I

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

O ENSINO DE GEOMETRIA POR MEIO DO GEOGEBRA E DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS

Rosangela Andrechovicz[1]

Me. Leoni Malinoski Fillos[2]

RESUMO

Este artigo apresenta os resultados da aplicação do projeto de Intervenção Pedagógica, inserido no Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE/2012, da Secretaria do Estado da Educação do Paraná. O foco de estudo foi o uso do *software* GeoGebra e de atividades investigativas no ensino da Geometria e teve por objetivo possibilitar aos alunos uma melhor compreensão de conceitos geométricos, por meio de um ensino mais dinâmico e ativo e uma aprendizagem mais eficaz, pela visualização, manipulação e descoberta. O projeto foi desenvolvido no Laboratório do Paraná Digital de uma escola da rede estadual de ensino, com alunos do 9º ano do ensino fundamental. Os dados foram coletados a partir da observação direta da turma e por meio dos registros escritos dos alunos. Os resultados indicam que as atividades de cunho investigativo, desencadeadas pelas construções no GeoGebra, possibilitam um processo mais dialógico em sala de aula, a partir da discussão e análise de questões, da formulação de hipóteses, da elaboração e socialização de ideias e da participação mais efetiva do aluno na construção do seu conhecimento.

Palavras-chave: Informática. Geometria. GeoGebra. Investigação Matemática.

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, as escolas públicas da rede estadual de ensino do Paraná têm à disposição para o trabalho pedagógico o laboratório do Paraná Digital (PRD), equipado com computadores para uso de professores e alunos. Nesses computadores estão instalados diversos *softwares*, que podem auxiliar o trabalho do professor, tanto na fase de planejamento como na fase de execução das aulas.

Estudos indicam que a prática docente pautada nas mídias tecnológicas contribui para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos, pois a inserção dos ambientes informatizados possibilita ao professor uma abordagem mais viva dos conteúdos e aos alunos um fazer matemático mais ativo e de uma maneira passível de manipulação e investigação (PARANÁ, 2008).

Constata-se, entretanto, que os recursos midiáticos disponíveis nas escolas são ainda pouco utilizados, muitas vezes por receio ou insegurança do professor ou

[1] Professora da rede Estadual de Educação, participante do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE-2012, e-mail: ro.mat@.com.br

[2] Orientadora, Docente e Mestre do Departamento de Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, e-mail: leonimfillos@hotmail.com

mesmo por comodidade. Os alunos, que fora da escola estão imersos numa era tecnológica, nas instituições educativas ficam privados de utilizar o computador e seus recursos e de adquirir novos conhecimentos de uma forma mais dinâmica e prazerosa, por relutância ou acomodação do professor.

Nessa perspectiva, durante o Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE/2012) foi desenvolvido o projeto de intervenção pedagógica “O ensino de Geometria por meio do Geogebra e de Investigações Matemática”, com o intuito de possibilitar aos alunos a melhor compreensão de conceitos geométricos, por meio de um ensino mais dinâmico e ativo e uma aprendizagem mais eficaz, pela visualização, manipulação e descoberta, no espaço do laboratório do Paraná Digital. Especificamente, buscou-se identificar as potencialidades do *software* GeoGebra articulado à proposição de investigações matemáticas no ensino da Geometria e analisar a viabilidade das atividades do material didático, produzido durante o Programa.

O presente artigo apresenta o resultado da implementação do projeto supracitado, que foi desenvolvido em Irati (PR), na Escola Estadual Antonio Lopes Júnior – Ensino Fundamental, com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Aspectos históricos da Geometria

A Geometria é um ramo da Matemática que surgiu numa época remota da Antiguidade, a partir da necessidade do homem de medir terras e delimitar propriedades. Essa necessidade levou o homem à noção de figuras geométricas, tais como retângulos, quadrados e triângulos, bem como de conceitos simples, como de vertical, paralela e perpendicular, que teriam sido sugeridos pela construção de muros, templos e moradias.

As observações do dia a dia conduziram o homem à concepção de curvas, superfícies e sólidos. Os exemplos de círculos eram muitos, como o contorno do Sol e da Lua ou uma corda enrolada na forma de uma espiral; a ideia de simetria, presente nos corpos de homens e animais e nas folhas e flores, conduziram ao

desenvolvimento do pensamento artístico. “Essa geometria subconsciente era empregada pelo homem primitivo para fazer ornamentos decorativos e desenhos, e provavelmente é correto dizer-se que a arte primitiva preparou em grande escala o caminho para o desenvolvimento geométrico posterior” (EVES, 1992, p. 02).

Para os gregos, a partir do século VI a.C., a geometria não estava ligada somente a objetivos práticos; era vista como uma ciência formativa. Seu estudo conduzia a hábitos de raciocínio e ao refinamento da inteligência. Na academia de Platão, a geometria teve lugar de destaque, pois os intelectuais da época estavam convencidos que tal conhecimento era o melhor treino para a mente (EVES, 1992).

No Renascimento, no século XIV, foram produzidos diversos trabalhos voltados ao aperfeiçoamento da geometria. A necessidade de simetria na pintura, da representação de figuras em duas ou três dimensões exigiu do artista profundo conhecimento geométrico, desenvolvendo-se nesse tempo o estudo da perspectiva (idem).

Segundo Pavanello (1989), é no século XVII, enquanto a Europa ainda se debatia nas guerras religiosas, que a geometria experimentou um avanço significativo. Nomes importantes são de Desargues e Pascal, que deram passos iniciais no desenvolvimento de um novo ramo da geometria: a projetiva; e de Descartes e Fermat, que elaboram as primeiras ideias de um novo método para o estudo da geometria analítica.

A primeira metade do século XIX marca o aparecimento das geometrias não-euclidianas, a partir de investigações em torno do quinto postulado de Euclides. Nomes de destaque são dos matemáticos Gauss, Bolyai e Lobachevsky, que, tendo trabalhado no quinto postulado de Euclides, descobriram a existência de outras geometrias diferentes da euclidiana (PAVANELLO, 1989).

O século XIX foi considerado como “Idade Áurea da Geometria” (BOYER, 1974). Após a descoberta das geometrias não-euclidianas, abriu-se caminho para a criação de muitas outras geometrias. Para os matemáticos as verdades ou falsidades dos postulados da geometria passam a ser meras hipóteses. A axiomática material dos gregos passou a ser substituída pela axiomática formal. Tal axiomática foi sistematizada, em 1899, por David Hilbert (1862 -1943), no clássico da matemática *Fundamentos de Geometria*. Para Eves (1992, p.26), “ao lado dos *Elementos* de Euclides, talvez possa ser considerado o trabalho mais importante escrito até hoje no campo da geometria”.

Em sua obra, Hilbert preenche lacunas da geometria euclidiana através da apresentação de um conjunto de postulados consistentes entre si. Enquanto para Euclides os axiomas são verdades absolutas, para Hilbert os axiomas são pontos de partida para um tratamento formal; não há objetos, há relações. Os objetos são desprovidos da intuição e estão sujeitos a várias interpretações ou modelos. Os axiomas e postulados de Euclides foram substituídos por uma coleção de vinte e um postulados. Foi a partir dessa obra que outras coleções de axiomas foram propostas no século XX (EVES, 1992).

Após a reformulação da geometria euclidiana por Hilbert, uma das mais fascinantes descobertas da matemática foram os fractais, na década de 1970. Os fractais são capazes de mostrar com mais perfeição a forma de objetos reais como da ramificação de vegetais, do contorno de nuvens e galáxias e do relevo topográfico. Surgiu, assim, a Teoria do Caos, que estuda os comportamentos aleatórios e busca leis que expliquem as irregularidades na natureza.

A geometria, hoje, se preocupa com as formas espaciais e suas relações com o mundo real. As teorias desenvolvidas no decorrer dos séculos encontram aplicações em diversas áreas do conhecimento e proporcionam meios bem mais completos para se compreender o mundo que nos cerca (LORENZATO, 1995).

Para Lorenzato (1995, p. 5), um indivíduo sem o conhecimento da geometria não desenvolve o raciocínio visual e não consegue resolver determinadas situações em seu cotidiano ou compreender questões de outras áreas do conhecimento humano. É inegável que “o desenvolvimento de conceitos geométricos é fundamental para o crescimento da capacidade de aprendizagem, que representa um avanço no desenvolvimento conceitual” (PASSOS, 2005, p. 18)

Nessa perspectiva, é crucial que a geometria tenha lugar de destaque nas atividades pedagógicas do professor e que esse campo da Matemática seja trabalhado por meio de metodologias inovadoras, que atraiam o interesse dos alunos e possibilitem um aprendizado mais significativo dos conteúdos. Dentre essas metodologias destacam-se os recursos tecnológicos, por meio de *softwares* de geometria dinâmica, e as investigações matemáticas, que potencializam um ensino mais ativo e instigante desse ramo da Matemática.

2.2 A Geometria e a investigação matemática

De acordo com Paulo Abrantes (1999, p.3), “a geometria parece ser, dentro da Matemática escolar, uma área particularmente propícia à realização de atividades de natureza exploratória e investigativa”. A riqueza e variedade dos conteúdos geométricos constituem-se em argumentos muito fortes para a sua valorização no currículo e nas aulas de Matemática.

> As actividades investigativas em geometria conduzem rapidamente à necessidade de se lidar com diversos aspectos essenciais da natureza da própria Matemática. Formular e resolver problemas, fazer conjecturas, testá-las, validá-las ou refutá-las, procurar generalizações, comunicar descobertas e justificações, tornam-se processos naturais. Ao mesmo tempo, surgem oportunidades para se discutir o papel das definições e para se examinar as consequências de se adaptar uma ou outra definição, assim como para se compreender a natureza e o valor da demonstração em Matemática. Além disso, a geometria oferece numerosas ocasiões para se conhecerem exemplos sugestivos da história e da evolução da Matemática.
> Explorações e investigações em geometria podem fazer-se em todos os níveis de escolaridade e a diversos níveis de desenvolvimento. Este facto tem implicações curriculares evidentes (ABRANTES, 1999, p. 4).

Porfírio e Oliveira (1999) enfatizam que o conceito de investigação está relacionado às atividades que os matemáticos profissionais desenvolvem ao produzirem conhecimento, tendo como objetivo descobrir algo de forma processual e sistemática. Para Ponte (1998), investigar nada mais é do que procurar conhecer, compreender e encontrar soluções para os problemas com que nos deparamos. Trata-se de uma capacidade de primeira importância para todos os cidadãos e que deveria permear todo o trabalho da escola, tanto dos professores como dos alunos.

Na investigação matemática, o objetivo é explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma dada situação. É um processo divergente, pois se sabe qual é o ponto de partida, mas não se sabe qual será o ponto de chegada (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999).

Para Fonseca *et al* (1999, p. 10), a preparação das aulas constitui uma fase importante numa investigação. Para que a tarefa possa realmente desencadear um processo investigativo, é preciso que o professor escolha situações potencialmente ricas e formule questões suficientemente abertas e interessantes, que estimulem o pensamento matemático dos alunos. Para isso, o professor deve fazer uma pesquisa em torno de vários materiais, que podem variar entre manuais escolares, livros com propostas de problemas e investigações e, mais recentemente, o mundo da Internet. Também precisará recorrer à sua criatividade para dar forma à tarefa,

adaptando as situações e reconstruindo as questões da maneira que melhor sirvam aos seus objetivos. A escolha das atividades dependente também do perfil da turma, devendo o professor ter em conta o nível etário dos alunos, o seu desenvolvimento matemático, a familiaridade que têm com o trabalho investigativo, os seus interesses, etc.

É necessário, portanto, que o professor invista bastante na preparação das aulas para que as atividades de investigação estabeleçam realmente um momento de aprendizagem significativa para os alunos. A variedade de processos em que os alunos podem se envolver, assim como o grau de complexidade e imprevisibilidade, exige uma preparação que vai além da tarefa que propõe aos alunos (FONSECA, 1999).

Após a definição das questões investigativas pelo professor, é o momento de se propor a atividade para os estudantes.

> Numa aula de trabalho investigativo, distinguem-se, de um modo geral, três etapas fundamentais: a formulação da tarefa, o desenvolvimento do trabalho e o momento de síntese e conclusão final. [...] No arranque da actividade, o professor procura envolver os alunos no trabalho, propondo-lhes a realização de uma tarefa. Durante a actividade, verifica se eles estão a trabalhar de modo produtivo, formulando questões, representando a informação dada, ensaiando e testando conjecturas e procurando justificá-las. Na fase final, o professor procura saber quais as conclusões a que os alunos chegaram, como as justificam e se tiram implicações interessantes. O professor tem de manter um diálogo com os alunos enquanto eles vão trabalhando na tarefa proposta, e no final cabe-lhe conduzir a discussão colectiva. Ao longo de todo este processo, precisa criar um ambiente propício à aprendizagem, estimular a comunicação entre os alunos e assumir uma variedade de papéis que favoreçam a sua aprendizagem (PONTE *et al*, 1998, p. 2).

Segundo Ponte *et al* (1998), para promover o envolvimento dos alunos nas tarefas, o professor deve criar um ambiente em que todos os alunos se sintam a vontade para apresentar as suas conjecturas, argumentar contra ou a favor das ideias dos outros, sabendo que o seu raciocínio será valorizado. Muitas vezes as solicitações feitas pelos alunos ao professor vão no sentido de validar os seus processos ou ideias. Como resposta o professor não deverá emitir opiniões muito concretas, mas sim incentivar o espírito crítico, a reflexão e a procura de argumentos e razões que permitam aos alunos confirmar ou não as suas conjecturas. Outras vezes, sendo o confronto de opiniões essencial neste tipo de atividade, o professor deve levar cada aluno a explicar e argumentar a favor do seu ponto de vista

colocando questões como *O que te leva a pensar isso?* ou *Porque não concordas com a ideia do teu colega?* Este tipo de atitude fomenta a interação entre os alunos, que vão aprendendo a discutir, a descobrir novas relações entre conceitos, a ter mais segurança nas suas ideias matemáticas e a desenvolver o raciocínio e a criatividade (FONSECA *et al*., 1999).

Segundo Fonseca (1999), durante um trabalho investigativo é possível que os alunos sigam por um caminho que não seja o correto. O professor, no entanto, deve evitar dizer que estão errados, dando-lhes um tempo, não muito prolongado, para que eles mesmos, através da sua experiência, percebam o erro. Por vezes será necessário que o professor avance com pistas, estimulando a comunicação entre os alunos, a fim de que explicitem suas ideias e argumentem em defesa de suas afirmações. A discussão final é indispensável para uma aula de investigação, ocasião perfeita para promover a reflexão sobre o trabalho.

> Do mesmo modo que a realização de investigações matemáticas constitui um poderoso meio de aprendizagem matemática para o aluno, a realização de investigações constitui um poderoso meio de desenvolvimento profissional e de formação para os professores. A realização de projectos de investigação, a nível da escola ou de pequenos grupos de professores, poderá ser um modo privilegiado para desenvolver nos professores os saberes necessários à realização de actividades de investigação (FONSECA et al, 1999, p. 14).

Em se tratando do ensino de Geometria, as atividades de natureza investigativa propiciam diferentes formas de lidar com aspectos essenciais da natureza da própria Matemática, como formular e resolver problemas, fazer conjecturas, testá-las, validá-las ou refutá-las, procurar generalizações e comunicar descobertas e justificações.

> Ao mesmo tempo, surgem oportunidades para se discutir o papel das definições e para se examinar as consequências de se adoptar uma ou outra definição, assim como para se compreender a natureza e o valor da demonstração em Matemática (ABRANTES, 1999, p. 04).

Nessa perspectiva, um potencial aliado ao professor na condução de aulas investigativas em Geometria são os recursos tecnológicos, como *softwares* de Geometria Dinâmica, que, além de possibilitar a movimentação, a criação, o desenvolvimento de estratégias de maneira ágil e criativa, permitem que a

investigação se desenvolva de forma consistente ao evitar que os alunos se mantenham presos a cálculos repetitivos.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p.83), ao se referirem a programas de Geometria Dinâmica indicam que esses suportes tecnológicos permitem “o desenho, a manipulação e a construção de objetos geométricos, facilita a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal”. E mais, “facilita a recolha de dados e o teste de conjecturas, apoiando, desse modo, explorações mais organizadas e completas e permitindo que os alunos se concentrem nas decisões em termos de processo” (PONTE, BROCARDO; OLIVEIRA, 2009, p.83).

2.3. A Geometria e o uso do *software* GeoGebra

O *software* GeoGebra é um aplicativo de Matemática Dinâmica e foi o objeto da tese de doutorado de Markus Hohenwarter, na Universidade de Salzburgo na Áustria, em 2002. Foi desenvolvido para o ensino e aprendizagem da Geometria, Álgebra e Cálculo, permitindo visualizar objetos em dois ambientes: na janela geométrica e na janela algébrica.

No GeoGebra é possível fazer construções de pontos, vetores, polígonos, segmentos, retas, circunferências, transportar distâncias, extrair paralelas e perpendiculares, construir gráficos, explorar e visualizar a dinamicidade existente na Geometria, dentre outras. Essas construções virtuais não ficam estáticas, pois se movem sob o nosso comando, sem apagar as relações matemáticas que se estabelecem, reforçando conceitos e propriedades e permitindo a visualização, inclusive de movimentos imaginários. Este *software* pode ser obtido de forma gratuita pelo site: http://www.geogebra.org.

Segundo Colaço et al (s/d), as aplicações de geometria dinâmica favorecem a compreensão dos conceitos e de relações geométricas e possibilitam observar, analisar, relacionar e construir figuras geométricas e operar com elas. Essa possibilidade de manipulação gráfica do GeoGebra, associada à respectiva representação algébrica, constitui uma das grandes potencialidades do *software*, quando comparado a outras aplicações.

Este *software é* livre e está disponível no laboratório do Paraná Digital, nas escolas da rede estadual de ensino. Por meio dele, o aluno pode construir e investigar objetos geométricos e descobrir propriedades e relações.

3. METODOLOGIA

O presente estudo foi desenvolvido no primeiro semestre do ano de 2013, com alunos do 9º ano da Escola Estadual Antonio Lopes Júnior – Ensino Fundamental, localizada no município de Irati (PR). A turma é composta por 19 alunos, na faixa etária de 14 a 16 anos, sendo a grande maioria de baixa renda, sem condições de acesso em suas casas às mídias atuais, como o computador e a Internet.

As atividades exploratório-investigativas foram realizadas no laboratório de informática da escola e desenvolvidas, a maior parte, no mesmo período de frequência das aulas pelos alunos (período matutino). Algumas atividades foram realizadas em contraturno, mas nem todos os alunos se dispuseram a participar.

O material de apoio para a implementação do projeto foi a unidade didática, produzida no segundo semestre da participação no Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE). Nessa unidade estão dispostas atividades relacionadas à Geometria e à exploração do Tangram, especificamente sobre ponto, segmento de reta, ponto médio, retas paralelas, retas perpendiculares, polígonos regulares e irregulares, intersecção entre objetos, classificação dos triângulos, congruência, simetria, bem como atividades relacionadas ao teorema de Pitágoras e ao teorema de Tales. Tais conteúdos foram explorados no computador, por meio do *software* Geogebra, e por meio da metodologia das investigações matemáticas.

Para os registros das atividades, foi elaborada uma apostila para cada aluno participante. Nessa apostila, os alunos registraram, ora individual, ora coletivamente, as conclusões referentes às construções, investigações e hipóteses relacionadas às atividades do material didático. Além do registro pelos alunos, foram armazenadas informações em um caderno específico, a partir das observações realizadas em cada momento da implementação, os comentários dos alunos, suas atitudes, questionamentos, facilidades e dificuldades por eles apresentadas.

Concomitante ao processo de implementação foram realizados estudos junto ao Grupo de Trabalho em Rede (GTR), com professores de Matemática de distintas regiões do Paraná. As discussões realizadas no GTR ampliaram os conhecimentos teórico-metodológicos a respeito do uso de tecnologias na educação e de investigações nas aulas de Matemática e, por consequência, oportunizaram melhor direcionamento à execução do projeto.

A seguir são apresentados e discutidos os resultados referentes às atividades desenvolvidas, à luz de referencial teórico e das contribuições dos professores participantes do GTR.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Antes de dar início à intervenção prática, o projeto foi apresentado e discutido com os alunos do nono ano, com a explicitação do seu objetivo, sua metodologia e a forma de avaliação. Foi o momento também de se firmar um contrato didático com a turma, com as obrigações mais imediatas e mútuas entre professora e alunos, e de se enfatizar a importância da participação ativa de todos para o êxito da implementação.

Após as explanações iniciais, deu-se início à apresentação e exploração das ferramentas do *software* GeoGebra no laboratório do Paraná digital, a fim de que os alunos se familiarizassem com o *software* e conhecessem recursos básicos, necessários para as construções geométricas posteriores. Foram exploradas as cinco áreas do GeoGebra (menu principal, barra de ferramentas, janela de álgebra, janela de visualização e campo de entrada) e abordados diversos conceitos de geometria plana como: ponto, reta, plano, segmentos, diagonal, ponto médio, polígonos regulares e irregulares, diagonal, área dos polígonos. Também foi explorado o caráter dinâmico do *software* e propostas investigações a partir das construções e da movimentação dos elementos construídos. A atividade foi realizada pelos estudantes distribuídos em duplas, com algumas exceções em que alguns alunos puderam ter um computador exclusivo para si.

Esse primeiro momento com os alunos no laboratório de informática foi bastante produtivo. Percebi que os alunos gostaram de trabalhar com o GeoGebra e, sob orientação, conseguiram facilmente fazer os exercícios propostos, tanto

referente às construções no computador, como em responder as questões investigativas, que foram registradas no caderno de atividades de cada aluno.

Ficou nítido o entusiasmo dos alunos em fazer algo diferenciado no laboratório de informática. Frases como: "*Achei bem interessante esta aula, legal, um jeito bom para aprender; ajudou-me a compreender mais a geometria*", foram constantes na aula, o que evidencia que os estudantes sentem falta de aulas mais dinâmicas no ensino da Matemática e que o GeoGebra precisa ser mais explorado no ensino da Geometria. Conforme destacou um professor do GTR, no fórum de discussões:

> *Realmente, esse recurso está disponível em muitas escolas, porém o potencial desse aplicativo ainda não tem sido devidamente explorado e integrado ao cotidiano da prática escolar, devido à pouca autonomia do professores com as tecnologias. Utilizar o software GeoGebra para ensinar Geometria de modo a contemplar a investigação matemática é um enorme desafio, no entanto sabemos que resultados são muito mais significativos.* (Professor Sueleu)

A atividade 2 do material didático, que contempla a construção de Tangrans no Geogebra, foi bastante trabalhosa, sendo necessários 4 encontros, que totalizaram 12 horas. Para que os alunos melhor acompanhassem as construções e sanassem suas dúvidas, foi utilizado o datashow em todos os encontros.

Primeiramente, foi explorado o Tangram e suas peças e narrada a lenda do jogo (em anexo), que se encontrava junto à apostila individual do aluno. Foi proposto que ao final das atividades no GeoGebra e das investigações sobre o Tangram, fosse feita uma encenação sobre a lenda, que seria apresentada a outra turma da escola.

Como eram 7 construções de Tangrans, fiz a primeira construção, o Tangram 3 x 3, que foi acompanhada passo a passo pelos alunos. Foi utilizada como unidade de área um quadrinho da malha do GeoGebra. Ao mesmo tempo em que eram feitas as construções, busquei explorar conceitos da geometria como ponto médio, diagonal, paralela, triângulos e seus elementos e quadriláteros especiais, como paralelogramo e quadrado. Os alunos mostravam-se encantados com as construções. Sempre ativos e atentos buscavam explorar as ferramentas do GeoGebra, procurando ir além do que a atividade solicitava, principalmente quando podiam movimentar, alterando o formato dos polígonos.

Nesse encontro imaginei que seria necessário revisar cada uma das ferramentas do GeoGebra necessárias para a construção do Tangram, mas, para

minha surpresa, os alunos sabiam exatamente onde estava o aplicativo, assim como, todos os comandos necessários. Percebe-se assim, que

> Diante desta realidade, torna-se necessário que as escolas passem a trabalhar visando a formação de cidadãos capazes de lidar, de modo crítico e criativo, com a tecnologia no seu dia-a-dia. Cabendo à escola esta função, ela deve utilizar como meio facilitador do processo de ensino-aprendizagem a própria tecnologia com base nos princípios da Tecnologia Educacional (LEITE *et al*, 2000, p. 40).

No encontro seguinte foi feita a construção conjunta, passo a passo, do Tangram 4 x 4. A partir daí, até o término das construções, os alunos fizeram sozinhos todos os outros Tangrans (de 5, 6, 7, 8 e 9 unidades de lado). Os que conseguiam fazer as construções mais facilmente ajudavam os demais ou pediam meu auxílio. Raramente seguiam os passos descritos na apostila. As construções dos 7 Tangrans, conforme atividade 2 do material didático, foram bastante trabalhosas e demandaram bastante tempo.

Num dos encontros para a construção dos Tangrans senti minha primeira dificuldade: uma das ilhas da sala de informática não funcionou. A solução foi, então, colocar os alunos em duplas ou até em trios, o que dificultou o trabalho e frustrou alguns alunos. Infelizmente, este é um dos obstáculos que enfrentamos no trabalho com as atuais tecnologias nas escolas, como indicam também professores participantes do Grupo de Trabalho em Rede:

> *Quanto aos problemas técnicos encontrados no laboratório PRD durante a execução do projeto, creio que são os mesmos encontrados por qualquer professor em outros locais do estado em mesmas condições de execução de um projeto previsto ou uma aula cotidiana. Há muitas dificuldades, a começar pela quantidade de PCs em funcionamento nos laboratórios em relação à quantidade de alunos que os utilizarão simultaneamente.* (Professora Luciana)

> *Na escola onde trabalho tem mais de 40 computadores no laboratório de informática, mas quando o professor quer vir com uma turma de 35 alunos não tem um computador para cada aluno, pois sempre estão com problemas O técnico conserta hoje e no outro dia está do mesmo jeito. Particularmente falando, o PRD não suporta seu uso constante e sua vida útil é curta demais. Uma saída é pedir aos alunos que baixem o programa em suas casas., ou seja, dar atividades para desenvolverem em casa e trazer para sala e apresentar no data show. (*Professor Roderley*)*

Tendo em vistas estes obstáculos, Borba e Penteado (2010) recomendam que um técnico em informática devia fazer parte do quadro de funcionários da escola, pois “não é possível desenvolver qualquer atividade com computadores que apresentam problemas como o monitor que não liga, a impressora que não imprime, conflitos de configuração na rede [....] é preciso um suporte constante” (p. 24). Numa

escola, o fluxo de usuários é grande e não há como evitar problemas dessa natureza. É preciso alguém que assuma essa responsabilidade. Os autores denunciam que “em algumas escolas a sala de informática fica sem uso por vários meses, porque não há verba para pagar a visita de um técnico” (p. 24).

Outra dificuldade na realização das atividades de construção dos Tangrans e da investigação proposta nestas atividades foi quanto ao registro escrito dos alunos, que estavam sempre entusiasmados para fazer a parte prática no computador, mas no momento de registrar por escrito, mostravam-se resistentes à tarefa. Foi preciso insistir e motivá-los para que fizessem seus registros. Segundo Fiorentini e Cristóvão (2010), isso acontece porque

> Geralmente nossos alunos são estimulados apenas a dar a resposta solicitada pelos professores. Por isso, quando nos preocupamos em trabalhar a expressão de suas idéias, é preciso ter em mente que este é um processo que precisa de tempo e de oportunidades para aperfeiçoar-se. Um aluno que só faz cálculos em matemática, certamente terá dificuldades em expressar por escrito o que está pensando. Mas, se dermos oportunidade, ele vai aprender! (FIORENTINI; CRISTÓVÃO, 2010, p. 128).

A atividade 3, intitulada “Investigando o Tangram”, teve por intuito explorar mais detalhadamente o Tangram pela manipulação de polígonos e investigação. Esta atividade não foi realizada com o auxílio do GeoGebra e sim por meio de material manipulativo.

Primeiramente foi entregue uma folha impressa com o desenho do Tangram para que os alunos recortassem e obtivessem individualmente o jogo. Em seguida, eles passaram a explorar cada peça do jogo e responder questões referentes às propriedades dos polígonos, como classificação quanto aos lados, congruência e simetria.

Pude constatar, nessa atividade, a enorme defasagem de conteúdos em que a turma se encontrava, tendo em vista a grande dificuldade em responder questões como:

a) Quais as formas poligonais que representam cada peça do Tangram?
b) Quais peças são congruentes?
c) Quais peças possuem a mesma forma?
d) Como podemos classificar os triângulos quanto aos lados?

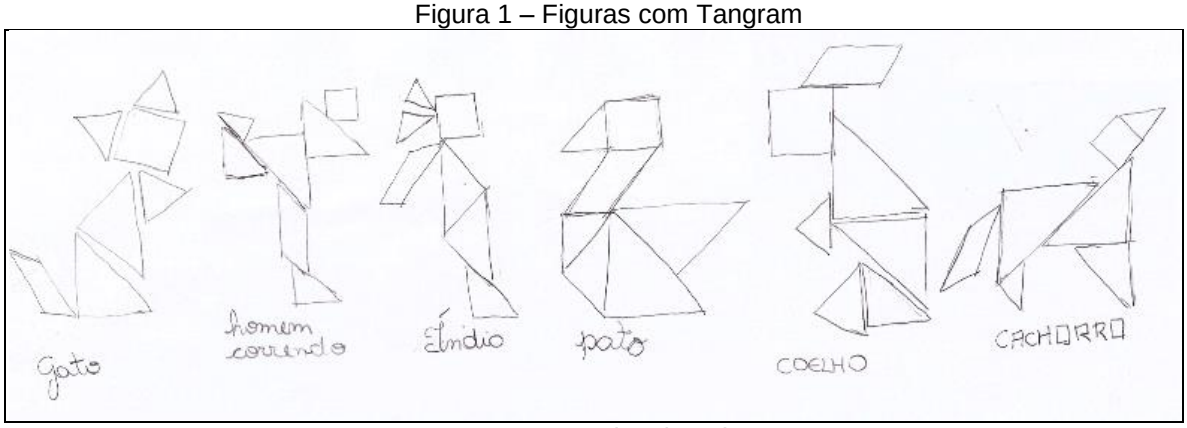
Diante das dificuldades, propus que os alunos realizassem uma pesquisa na internet, no laboratório de informática da escola, sobre conceitos básicos da geometria e registrassem os resultados da pesquisa em suas apostilas. Parti da ideia de que não devemos dar tudo pronto aos alunos e sim possibilitar que eles, por si só, busquem o conhecimento.

No laboratório, os alunos demonstraram facilidade na pesquisa. Cada um abriu um site e, em duplas, trocaram ideias para comparar o que haviam encontrado. Em seguida, expuseram oralmente suas anotações, socializando com a turma.

Esta atividade, que inicialmente não havia sido planejada, ressalta o que propõe Cândido (2008, p.334), ou seja, que "o professor deve atingir um equilíbrio, dando autonomia aos alunos a qual é necessária para que não se comprometa a investigação e, por outro lado, garantir que o trabalho dos alunos vá fluindo e seja significativo do ponto de vista da disciplina de Matemática"

Aproveitando a ida ao laboratório os alunos também pesquisaram sobre as figuras que podem ser formadas com as peças do Tangram. Cada um escolheu uma figura para montar com as peças, conforme algumas imagens a seguir:

Figura 1 – Figuras com Tangram



Fonte: Arquivo de aula

Na sequência, em sala de aula, os alunos passaram a manipular as peças do Tangram e montar figuras geométricas, como trapézio, retângulo, paralelogramo e quadrados, utilizando um número previamente estipulado de peças, sempre fazendo o registro de suas construções por meio de desenho. Foi explorado também o conceito de área, a partir da comparação entre as peças do Tangram. Numa das atividades, tomando como unidade de área o triângulo médio, os alunos deveriam determinar a área das demais peças do Tangram: quadrado, paralelogramo,

triângulo grande e pequeno. Depois essas peças também foram tomadas como unidade de área.

Após montarem as figuras e determinarem a área de cada uma delas, os alunos organizaram os resultados em um quadro, sempre escrevendo suas conclusões e discutindo com um colega. Percebi que todos se envolveram na proposta e se mostraram atentos e interessados. A atividade como um todo foi bastante produtiva, visto que os alunos puderam compreender que podemos fazer uso de outras medidas para o cálculo de área, não ficando somente com unidades padronizadas como o centímetro e o metro.

Quando as atividades de investigação foram concluídas, foi o momento da turma se organizar para a encenação da Lenda do Tangram para as outras turmas da escola. A maioria dos alunos se mostrou empolgada e interessada pela proposta e, após algumas definições de papéis, ficou acordado que no encontro seguinte fariam a apresentação. Como os alunos possuíam a lenda em suas apostilas, decidiram que fariam ensaios em horário de contraturno das aulas, na casa de um dos alunos. A apresentação se deu na sala de aula para os colegas de turma e para os alunos do outro nono ano da escola. Foi muito simples, mas se sentiram importantes e todos se divertiram.

As atividades realizadas com o Tangram resultaram também em uma exposição na escola das figuras obtidas pela manipulação das peças pelos participantes do projeto. Essa exposição foi apreciada por toda a comunidade escolar e teve a intenção de valorizar as produções dos alunos e seu espírito criativo. Os alunos apresentavam seus trabalhos e com orgulho diziam: "*esta fui eu que fiz*". A seguir imagens da exposição:

Figura 2: Exposição das Figuras Confeccionadas com as peças do Tangram

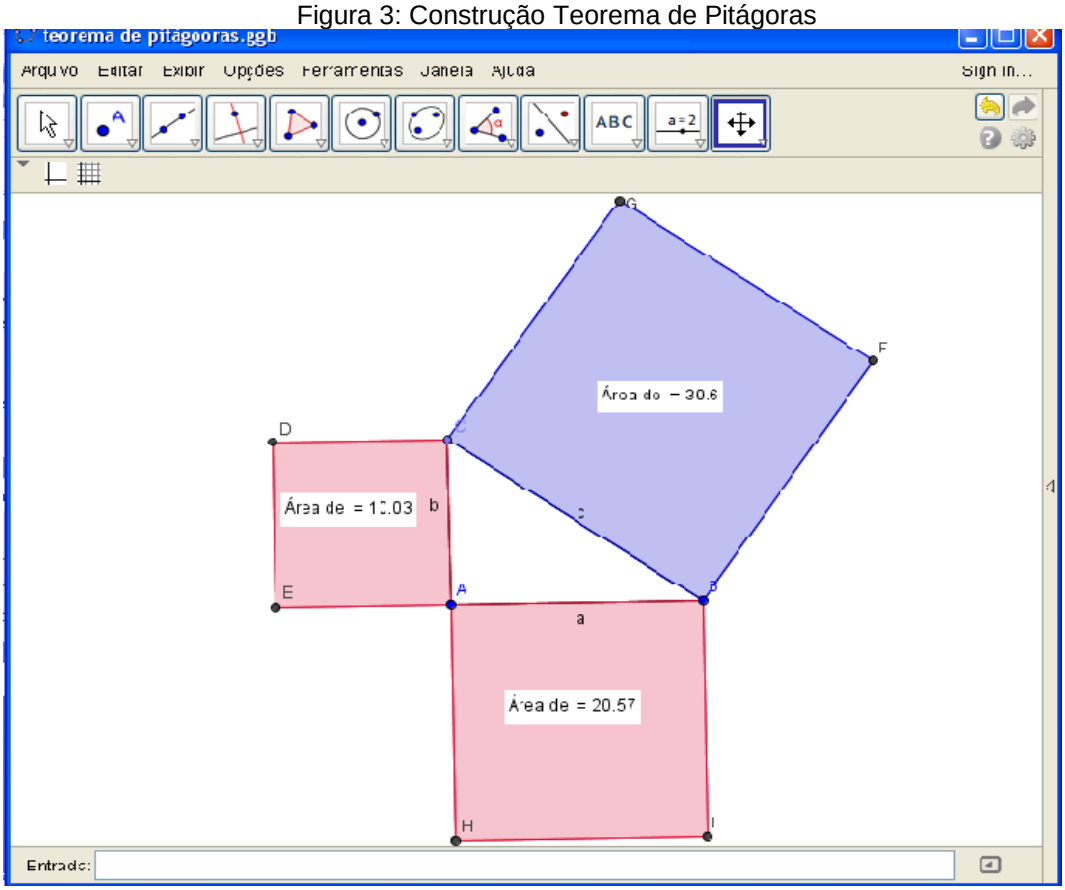
Fonte: Arquivo da Escola

Para finalizar o projeto, foram ainda desenvolvidas duas atividades no laboratório de informática, com o auxílio do *software* GeoGebra e investigações matemáticas, relacionadas especificamente aos conteúdos: Teorema de Pitágoras e ao Teorema de Tales. Nessas atividades, o objetivo era que o aluno por meio de construções e exploração do caráter dinâmico do *software*, realizasse investigações e obtivesse a generalização de cada teorema, ou seja, no primeiro caso de que, em um triângulo retângulo, a soma das áreas dos quadrados projetados em cada cateto é igual à área do quadrado projetado sobre a hipotenusa e, no segundo caso, de que retas paralelas interceptadas por retas transversais formam segmentos proporcionais.

Na primeira atividade, relacionada ao Teorema de Pitágoras, após construir passo a passo com a turma o triângulo retângulo e os quadrados projetados sobre cada um de seus lados, sugeri que os alunos obtivessem a área dos quadrados por meio da ferramenta específica do *software* e movessem os vértices do triângulo, anotando em um quadro as respectivas áreas obtidas pela movimentação. A

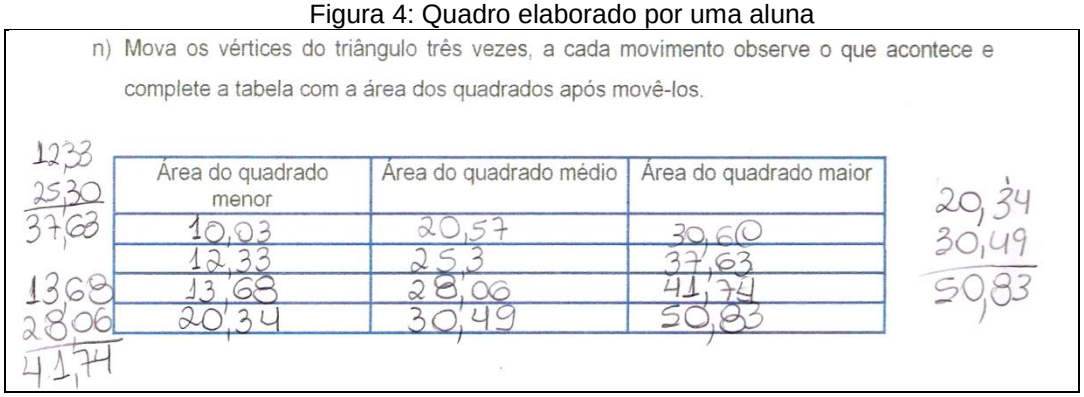
atividade, no GeoGebra foi desenvolvida individualmente e as atividades investigativas foram realizadas em dupla. As imagens a seguir mostram a atividade realizada por uma aluna.

Figura 3: Construção Teorema de Pitágoras



Fonte: Pasta da aluna no computador do PRD

Figura 4: Quadro elaborado por uma aluna



n) Mova os vértices do triângulo três vezes, a cada movimento observe o que acontece e complete a tabela com a área dos quadrados após movê-los.

Área do quadrado menor	Área do quadrado médio	Área do quadrado maior
10,03	20,57	30,60
12,33	25,3	37,63
13,68	28,06	41,74
20,34	30,49	50,83

12,33
25,30
37,63

13,68
28,06
41,74

20,34
30,49
50,83

Fonte: Apostila individual da aluna

Observando a tabela, os alunos deveriam investigar os valores encontrados e obter relações entre as áreas dos quadrados. Não foi difícil para que concluíssem que se somassem as duas áreas dos quadrados projetados sobre os catetos, a área

obtida seria igual a área do quadrado projetado sobre a hipotenusa. Todos conferiam os resultados fazendo as operações. Para que chegassem a essa conclusão foi necessário instigá-los o tempo todo, fazendo muitos questionamentos, tais como: *Os quadrados são iguais? O que acontece se somarmos as áreas dos dois quadrados menores? Isso acontece sempre? Como posso representar essa situação?*

No entender de Lorenzato (2008, p. 82),

> [...] cabe ao professor incentivar seus alunos a fazerem tentativas e propostas plausíveis, o que pode ser alcançado se o professor estimular o pensamento intuitivo deles para que construam suas heurísticas, isto é, caminhos para encontrar soluções. Cabe ao professor organizar e apresentar contra exemplos e situações paradoxais com o objetivo de conduzir os alunos à reflexão a respeito de suas observações, inferências, conclusões e, assim auxiliá-los a avaliar ou apurar suas descobertas (LORENZATO, 2008, p.82).

Essa atividade evidencia que atividades realizadas em ambientes de geometria dinâmica, aliadas à metodologia das investigações, possibilitam ao aluno explorar propriedades e conceitos pela rápida visualização, fazer conjecturas e descobertas, discutir e argumentar sobre suas ideias com seus colegas e refletir sobre os caminhos percorridos. Propiciam, assim, um processo mais dialógico em sala de aula e contribuem para um ensino mais significativo da Geometria. Conforme indicou um professor que participou do GTR,

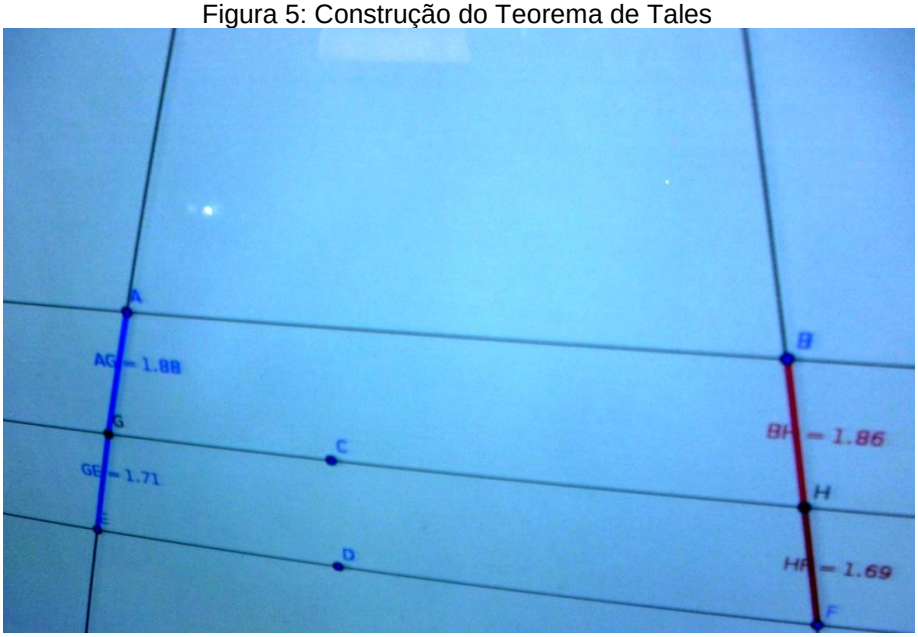
> *O software GeoGebra é propício para a realização de atividades exploratórias, com uso da investigação matemática, através de questionamentos que instigam a curiosidade dos alunos partido da visualização e manipulação das construções realizadas no Geogebra eles poderão levantar hipóteses, testá-las e fazer descobertas que ajudam a garantir o aprendizado (*Prof Sueleu).

A última atividade do caderno de atividades, relacionada ao Teorema de Tales, referia-se a um conteúdo até o momento desconhecido pelos alunos. A construção conjunta, passo a passo, das retas paralelas interceptadas por retas transversais foi realizada sem nenhuma dificuldade pela turma. Nessa fase do projeto, na verdade, os alunos já estavam bem familiarizados com os recursos do software e mostravam-se habilidosos nas construções.

Na atividade investigativa, foi solicitado que os alunos obtivessem as medidas dos segmentos AG, GE, BH e HF, conforme figura a seguir e, no campo de entrada

do GeoGebra, digitassem a razão=AB/BG, pressionando enter; depois digitassem a razão$_1$=DE/EF e novamente pressionassem enter, obtendo, assim, a razão entre os segmentos, que pode ser visualizada na janela de álgebra. Na sequência, foi solicitado que movimentassem os pontos A e B, alterando o comprimento dos segmentos e observassem o que ocorria com razão obtida, na janela de álgebra.

Figura 5: Construção do Teorema de Tales



Fonte: Pasta da aluna no computador do PRD

Facilmente os alunos perceberam que mesmo alterando o valor da medida dos segmentos pela movimentação das retas, a razão entre os segmentos permanecia a mesma. Questionados sobre essa característica, se mostraram confusos e não souberam explicar o porquê das razões se manterem iguais. Foi necessário instigá-los e mobilizá-los para que retomassem a ação de movimentar as retas, bem como observassem atentamente o valor dos segmentos. Aos poucos foram compreendendo que os segmentos eram proporcionais e, portanto, a razão deveria ser a mesma.

Nessa aula, pode-se contatar que a inserção de softwares e programas computacionais no processo de ensino e aprendizagem representa uma forma dinâmica dos estudantes ampliarem seus conhecimentos, pois potencializa a descoberta, a interação na turma e a generalização dos conceitos. Por isso, como grifa Kenski:

> Não há dúvida de que as novas tecnologias de comunicação e informação trouxeram mudanças consideráveis e positivas para a educação. Vídeos, programas educativos na televisão e no computador, sites educacionais, softwares diferenciados transformam a realidade da aula tradicional, dinamizam o espaço de ensino e aprendizagem, onde, anteriormente, predominava a lousa, o giz, o livro e a voz do professor (KENSKI, 2007, p.46).

Na finalização do projeto, solicitei que os alunos que avaliassem por escrito o trabalho desenvolvido e indicassem se havia sido produtivo para a sua aprendizagem, apontando críticas e sugestões. Com exceção de dois alunos que avaliaram como não significativo para a aprendizagem, os demais (17 alunos) avaliaram positivamente a proposta e sinalizaram que ambientes informatizados e investigativos trazem mais motivação para aprender Matemática, como evidenciam os fragmentos a seguir:

> *Gostei bastante das aulas, me ajudou muito a entender o conteúdo. Gostei de vir ao laboratório de informática, pois é interativo, nós conversamos muito e entendemos coisas juntos. (*Aluna A*)*

> *Foram boas aulas e me ajudaram muito. Entrei no site em casa, também é legal. (A*luno B*)*

> *Achei bastante interessante, pois me ajudaram em matérias como geometria. Gostei de fazer o tangram.* (Aluna C)

> *Sim, as aulas foram muito boas, bem compreendidas, bem explicadas. Deu para entender bem. Viemos ao laboratório para podermos aprender sobre Geometria no GeoGebra, foi muito bom poder estar aqui. Foi muito bom fazer as atividades. Foi divertido!* (Aluna D).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo apresenta os resultados das atividades desenvolvidas no projeto de intervenção pedagógica, inseridas no PDE/2012, cujo foco foi o ensino de Geometria no 9º ano do ensino fundamental, a partir do uso de mídias tecnológicas, especificamente o s*oftware* GeoGebra, e de Investigações Matemáticas. Buscou-se no texto enfatizar a importância da inserção na prática pedagógica dos professores

dos recursos tecnológicos hoje disponíveis na escola e de atividades que incitem a investigação e a descoberta.

Pode-se constatar com a execução do projeto que nossos alunos têm bastante facilidade em manusear equipamentos tecnológicos, mesmo aqueles que não possuem computador e/ou internet em suas casas. Eles nasceram numa era digital e estão envoltos por esses equipamentos, seja entre familiares, amigos ou vizinhos. São crianças e adolescentes curiosos, ativos, sedentos por informações no que diz respeito às mídias e aprendem com bastante facilidade as ferramentas de um *software*, como do GeoGebra.

Este *software* se mostrou bastante eficaz no ensino e na aprendizagem dos conceitos geométricos, pois permitiu a exploração visual das figuras construídas, e que os dados fossem alterados graficamente, com a manutenção das características iniciais. Tal estratégia possibilitou a ampliação do poder de argumentação do aluno através do processo de arrastar e movimentar as figuras pela tela do computador e fazer sucessivos testes.

As atividades de cunho investigativo, desencadeadas pelas construções no GeoGebra, proporcionaram um conhecimento mais sólido dos conceitos geométricos aos alunos, tendo em vista que por meio da experimentação e rápida visualização de propriedades, puderam analisar questões que em aulas tradicionais, realizadas somente com régua, lápis e papel, não seria possível se concretizar. Os alunos tiveram a oportunidade de validar suas hipóteses, conjecturar sobre possíveis caminhos para a solução das atividades e debater de forma colaborativa as soluções encontradas, apesar de demonstrarem pouca habilidade em expressar suas ideias por escrito.

Uma das dificuldades encontradas no desenvolvimento das atividades foi o tempo demasiado longo para a construção dos sete Tangrans planejados. Isso dispersou um pouco a turma, pois alunos que faltaram em determinadas aulas não puderam acompanhar adequadamente a sequência das atividades, mesmo com o auxílio dos colegas mais habilidosos no manuseio das ferramentas do GeoGebra.

Outra dificuldade foi que uma das ilhas no laboratório de informática não funcionou em alguns encontros, obrigando os alunos a desenvolverem as atividades em trios, num único computador. Os adolescentes, em geral, ficam ansiosos em frente a uma tela do computador e é natural que desejem eles mesmos operar com

as ferramentas, ficando desconcentrados e desestimulados quando outro colega realiza a tarefa.

Não obstante às dificuldades encontradas, a experiência realizada foi muito produtiva. Pude constatar que integração das mídias tecnológicas às investigações matemáticas possibilita um ensino mais dinâmico e envolvente e uma aprendizagem mais consistente e prazerosa, pois o aluno pode levantar hipóteses, elaborar, reelaborar e socializar suas ideias e, acima de tudo, participar efetivamente da construção do seu conhecimento.

Concluo este trabalho com a certeza de que precisamos sempre inovar em nossa prática docente e proporcionar aos alunos novas formas de aprender. Espero que esse trabalho sirva de inspiração para outros professores em suas práticas e também que abra perspectivas para novas pesquisas.

6. REFERÊNCIAS

ABRANTES, P. Investigações em Geometria na Sala de Aula. In: VELOSO, E; FONSECA, H; PONTE, J. P.; ABRANTES, P (Orgs.). **Ensino da Geometria no Virar do Milênio**, Lisboa: DEFCUL, 1999.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 4ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BOYER, C. B., **História da Matemática**, 6ª reimpressão. Tradução de Elza Gomide, São Paulo Edgar Blucher Ltda, 1974.

CÂNDIDO, L. A. **Implicações do uso da informática na sala de aula de Matemática**. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 2008, n.29, vol.21, p. 326-335.

EVES, Howard. **Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula**. Tradução de Hygino H. Domingues. 8 ed. São Paulo: Atual, 1992.

FIORENTINI, D.; CRISTOVAO, E. M. (orgs.) **História e Investigação de/em Aulas de Matemática. 2ª ed.** Campinas: Alínea, 2010.

FONSECA, H; BRUNHEIRA, L.; PONTE, J. da. **As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática**. 1999. Disponível em: < http://www.amma.com.pt/cm/af29/trabalhos/s7/Textos/texto18.pdf>

KENSKI, Vani Moreira. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. 8ª edição, Campinas: Papirus, 2003.

LEITE, Lígia Silvia et al. **Tecnologia educacional: mitos e possibilidades na sociedade tecnológica, Tecnologia Educacional**, v. 29, n. 148, p. 38-43, Rio de Janeiro, jan./mar., 2000.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria?In: **Educação Matemática em Revista** – Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ano III, nº 4, p. 3-13, 1º semestre/1995.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática.** Curitiba, 2008.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de Geometria**: uma visão histórica. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Dissertação de Mestrado. Campinas, 1989.

PASSOS, Cármen Lúcia B. **Que Geometria acontece na sala de aula?** In: MIZUKAMI, Maria da Graça N., REALI, Aline Maria M. R. **Processos formativos da docência:** conteúdos e práticas. São Carlos: EDUFSCar, 2005, p. 16-44.

PONTE, J.P, BROCARDO, J. ; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte, Minas gerais: Autêntica, 2009.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H; BRUNHEIRA, L.; VARANDAS, J. M.; FERREIRA, C. (1998). O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. In: **Quadrante***, 7*(2), 41-70.

PORFÍRIO, J.; OLIVEIRA, H. Uma reflexão em torno das tarefas de investigação. In: ABRANTES et al. (Org.). **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Portugal: Matemática para todos: investigações na sala de aula e Associação de professores de matemática, 1999. p. 111-118.

7. ANEXO

ANEXO I – A Lenda do Tangram

Conta a lenda que um jovem chinês despedia-se de seu mestre, pois iniciaria uma grande viagem pelo mundo.

Nessa ocasião, o mestre entregou-lhe um espelho de forma quadrada e disse:

- Com esse espelho você registrará tudo o que vir durante a viagem, para mostrar-me na volta.

O discípulo, surpreso, indagou:

- Mas mestre, como, com um simples espelho, poderei eu lhe mostrar tudo o que encontrar durante a viagem?

No momento em que fazia esta pergunta, o espelho caiu-lhe das mãos, quebrando-se em sete peças. Então o mestre disse:

- Agora você poderá, com essas sete peças, construir figuras para ilustrar o que observar durante a viagem.

E assim o jovem foi ilustrando as figuras que foi vendo e formou o TANGRAM.

ANEXO II – Alunos no laboratório de informática no desenvolvimento do projeto

Atividade: Construção do Teorema de Tales