Versão Online ISBN 978-85-8015-080-3
Cadernos PDE

VOLUME I

OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR PDE

2014

Artigos

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

TRIGONOMETRIA – CIÊNCIA EM DESENVOLVIMENTO

Neiva Rosa[1]

Sandro Marcos Guzzo[2]

Resumo

O presente artigo é o resultado das atividades desenvolvidas com os professores do Colégio Estadual Leonardo da Vinci – Ensino Fundamental, Médio, Normal e Profissional, localizado no município de Dois Vizinhos - Paraná. Atividades propostas na unidade didática desenvolvida no PDE - Programa de Desenvolvimento Educacional, a unidade foi elaborada com o objetivo tornar o ensino da trigonometria mais interessante e significativa. Sabedores de que não somente a trigonometria, mas toda a disciplina de matemática é tida como a grande vilã pela maioria dos alunos. Procuramos elaborar os encontros com os professores de forma a recordar a história da trigonometria, o porquê de seu desenvolvimento, sua importância no ensino de matemática, sua relevância como uma ciência em constante evolução, e não somente como uma parte da matemática que calcula distâncias inacessíveis. Mas sim com suas aplicações aliada a outras áreas do conhecimento, que possibilitaram que a matemática fosse reconhecida como uma ciência que auxiliou na evolução humana e tecnológica.

Palavras-chave: Trigonometria/Ciências. Aplicações/Desenvolvimento. Áreas aliadas. História da Matemática.

[1]. Professora da Rede Pública Estadual do Estado do Paraná, de Ensino Fundamental. Professora cursando o Programa de Desenvolvimento Educacional- PDE. E-mail: neiva_rosa@seed.pr.gov.br

[2]. Professor Orientador. Instituição de Ensino Superior – IES. Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Campus-Cascavel. E-mail: smguzzo@gmail.com

Introdução

Diz a lenda que um homem, certo dia, perguntou a Deus: "Senhor, tudo o que criaste foi para poder ser usado em nosso proveito. Mas, há uma de Vossas criações não entendo. O horizonte, senhor. Por que criaste o horizonte - algo tão inútil que, quanto mais procuramos alcançá-lo, mais de nós se afasta?" E o Senhor respondeu: " Foi exatamente para isso que o criei: para fazer-vos caminhar." (PARO, 008, pág. 1)

Assim é o ensino da disciplina Matemática. Ouvimos constantemente as perguntas: Por que tenho que estudar isso? Onde vou aplicar professora? A matemática é tida como a grande vilã pelos alunos. No entanto ela se desenvolveu a partir da necessidade e evolução da humanidade. Nada criado ao acaso.

Eves (2002) afirma que o desenvolvimento da Matemática ocorre a partir do surgimento humano. Ainda diz que Platão acreditava que a matemática sempre existiu estando meramente a aguardar sua descoberta.

E segundo as DCE's, desde o final do século XVI ao início do século XIX, o ensino da Matemática, desdobrado em aritmética, geometria, álgebra e trigonometria, contribuiu para formar engenheiros, geógrafos e topógrafos que trabalhariam em minas, abertura de estradas, construções de portos, canais, pontes, fontes, calçadas e preparar jovens para a prática da guerra.

Hoje a matemática faz parte da vida acadêmica da maioria dos profissionais. Alguns com mais intensidade outros menos.

A trigonometria, que é uma parte da Matemática, também é estudada e utilizada por outras ciências como a física, química, música, topografia, economia, astronomia, geodesia, medicina, engenharia e muitas outras. Ela é um ramo matemático que envolve triângulos e as relações e ângulos entre os seus lados. Ela forma um componente essencial da matemática, na engenharia e na medicina.

Ela não é somente uma matéria a ser estudada em sala de aula sem aplicações práticas no mundo real. Engenheiros de vários tipos utilizam seus fundamentos para construir estruturas, sistemas, desenhar pontes e solucionar problemas científicos.

A medicina é uma das ciências que mais evoluiu na história da humanidade, e a trigonometria esteve presente nesta caminhada, sendo no auxílio de interpretação de exames ou na melhoria deles.

Desenvolvimento

Há relatos de que a trigonometria surgiu por volta do século IV ou V a.C., com os babilônios, egípcios e os gregos. Aonde a sua origem é incerta, porém, sabe-se que nasceu para oferecer respostas às questões geradas pela Astronomia, Agrimensura e Navegações. O principal objetivo era o estudo da trajetória dos corpos celestes.

Trigonometria é uma palavra de origem grega trigonos (triângulos) mais meirum (medida).

Na Grécia antiga, viveu um matemático chamado Hiparco de Nicéia (século II a.C.), em grego Hipparkhons, conhecido como "O Pai da Trigonometria", sendo o mais importante astrônomo. Ele construiu a primeira tabela trigonométrica (tabela de cordas, em doze livros, obra que se perde), criou uma matemática aplicada para prever os eclipses e os movimentos dos astros, permitindo a elaboração de calendários mais precisos e maior segurança na navegação, como também elaborou um catálogo de estrelas, a medida da duração do ano com grande exatidão, nesta época teria sido usado pela primeira vez o círculo de 360º. Influenciado pela Matemática Babilônica, seu trabalho foi um marco para o desenvolvimento da Astronomia.

Alguns séculos depois o Egito se curvou diante de Alexandre, O Grande, nascendo assim a cidade de Alexandria, onde se desenvolveu um grande centro de ensino, inclusive da Matemática. Trata-se, assim, do estudo das relações entre os lados e os ângulos de um triângulo. Os conceitos de seno e cosseno foram originados pelos problemas relativos à Astronomia, enquanto que o conceito de tangente, ao que parece, surgiu da necessidade de calcular alturas e distâncias.

Ptolomeu deu continuidade ao trabalho de Hiparco ampliando seus estudos. Sua obra-prima é a *Syntaxis Matematica* - chamado posteriormente de Almagesto pelos árabes - um compêndio de treze livros, cujo primeiro traz uma tabela de cordas dos ângulos de 0 a 180 graus, de meio em meio grau, não somente seus modelos astronômicos, mas também as ferramentas matemáticas, além da geometria elementar, necessárias para a Astronomia, entre elas a trigonometria. Mais do que qualquer outro livro, o Almagesto contribuiu para a ideia tão básica nas atividades científicas, de que uma descrição quantitativa matemática dos fenômenos naturais, capaz de fornecer predições confiáveis, é possível e desejável.

Durante seis séculos, O Almagesto, representou a mais importante fonte de consulta para os astrônomos de todo o mundo. Porém, no século VIII, é que os cientistas voltariam a sua atenção para as obras trigonométricas de um povo, que sempre surpreendera o mundo com sua Matemática original e criativa, os Hindus.

O comércio Romano com o sul da Índia possibilitou a disseminação dos conhecimentos matemáticos babilônios e gregos. Na Índia, se originou a mais antiga tábua de senos, cujos inventores são desconhecidos. Por volta do ano 500, Aryabhata elaborou tabelas usando jiva no lugar de seno.

Durante algum tempo os matemáticos árabes oscilaram entre o Almagesto e a Trigonometria de jiva, de origem hindu. O conflito chegou ao final quando, entre 850 e 929, o matemático árabe Al-Battani adotou a Trigonometria hindu, introduzindo uma preciosa inovação, o círculo de raio unitário, surgindo o nome da função seno.

Outros conceitos trigonométricos foram desenvolvidos e aprofundados ao longo da história, passando por Bhaskara e, posteriormente, pelos europeus, como Nicolau Copérnico, Galileu Galilei, Johann Bernoulli e Leonhard Euler.

A trigonometria é uma ciência que se desenvolveu ao longo da história e da evolução humana. Segundo Mendes,

> Falar de história nos leva a pensar em narração de fatos e acontecimentos ocorridos na evolução das sociedades, ou ainda, no grupo de conhecimentos adquiridos através da tradição e/ou mediante documentos ligados ao passado da humanidade. Não se pode, contudo, perder a certeza de que somos hoje o resultado das revoluções mentais, sociais, físicas e climáticas do ontem. O ontem é ocorrido, às vezes, documentado, ou mesmo transmitido oralmente e que assim se transforma em história (MENDES, 1997, p.24)

Atualmente existem muitas aplicações para o uso da Trigonometria, como na medicina, onde são enviadas ondas ao coração, de forma que efetuem interações seletivas com os tecidos a observar. Também podemos citar a Geodésia que é o estudo da forma das dimensões da Terra, ainda, para o cálculo de linhas de transporte de energia elétrica, que permite calcular com grande sensibilidade a potência de transporte de linhas, as perdas e a distância a que ela poderá ser transportada.

Outra aplicação é no estudo da intensidade luminosa, que nos permite calcular a intensidade luminosa, irradiada por uma fonte luminosa para uma

determinada direção. Finalmente podemos citar a utilização em instrumentos de medidas de ângulos, como na topografia, ciências náuticas, cartografia e na engenharia civil que necessita desse conhecimento desde a fundação até a cobertura, uma das ciências que não teria a importância que tem sem a ajuda da trigonometria.

Relato da Implementação Didática

O projeto foi desenvolvido com professores das disciplinas de matemática, física, química, história e pedagogia. A princípio era apenas para áreas afins, no entanto houve interesse de professores de outras áreas em participar.

Foram oito encontros de quatro horas.

Primeiro encontro:

Investigação – levantamento com os professores sobre a relevância do ensino da trigonometria e as dificuldades encontradas;

Questionário – área de formação/período de docência/você acha o ensino de trigonometria necessário/dificuldades encontradas em se trabalhar trigonometria;

Livro didático – análise da abordagem da trigonometria (foi solicitado que cada um trouxesse os livros que utiliza).

O objetivo do encontro foi realizar uma investigação através de debate sobre a importância do ensino da ciência trigonometria, visto que os professores não eram todos da disciplina de matemática. Após, os mesmos responderam a um questionário.

Depois foi feito a análise de como o livro didático aborda a história da trigonometria e exercícios propostos. Os professores concordam que a história é apresentada de forma singular com poucos fatos. Quanto aos exercícios são bem parecidos envolvendo a maioria o cálculo de distâncias. Alguns autores trazem a trigonometria nas notas musicais, frequência cardíaca e fenômeno dos mares,

Segundo encontro:

Gráfico com os resultados obtidos no questionário;

Projeto de Intervenção – justificativa da escolha e apresentação.

No encontro anterior os professores responderam a um questionário, que solicitava: área de formação, tempo de docência e dificuldades encontradas em se trabalhar com o conteúdo de trigonometria.

Em forma de gráfico foi apresentado os resultados que foram bem parecidos, quer dizer, os professores tem a mesma visão sobre o conteúdo, independentemente do tempo de docência, no entanto o que mais ficou evidente foi o tempo, duas aulas semanais dificultam muito, sendo que está é a realizada das demais disciplinas.

Em seguida iniciou-se a apresentação do Projeto de Intervenção Pedagógica com a justificativa do tema, que assim como os professores participantes tenho a preocupação com a apropriação do conhecimento. Quando começamos um conteúdo novo, geralmente fazemos uma revisão do que já foi estudado e os ouvimos com frequência que nunca estudaram aquele conteúdo, com a trigonometria não é diferente.

Diante a essa situação desenvolvemos o projeto com a trigonometria além da sala de aula, sua história e suas aplicações, evolução como uma ciência, para que os alunos possam perceber que ela existe em situações do cotidiano.

Terceiro encontro:

Entende-se que a história da trigonometria através dos tempos, ou com o tempo teve uma grande contribuição do povo como também de sua utilização;

Vídeo – História da Matemática, Os Gênios do Oriente – parte 2, relatando a sua importância e contribuição com a ciência matemática.

A história não descreve somente o passado, mas também explica muitos fatos do presente e futuro, falar sobre a história da matemática, principalmente da trigonometria é algo interessante, na verdade o que ocorreu foi uma troca de informações entre os mesmos, sendo que os professores com suas contribuições tornaram o encontro mais produtivo, mesmo sendo de outra área conheciam e interagiram.

O relato começou desde Hiparco de Nicéia, que foi considerado o Pai da Trigonometria, com a necessidade que o homem tinha em conhecer a astronomia.

De acordo com Amoroso Costa, “Sem a Matemática, não poderia haver Astronomia; sem os recursos maravilhosos da Astronomia, seria completamente impossível a navegação. E a navegação foi o fator máximo do progresso da humanidade”.

Depois recordamos dos povos babilônios, egípcios, gregos, orientais e os europeus necessitaram e desenvolveram.

E segundo Boyer (1974, cap.10) “a Trigonometria, como os outros ramos da Matemática, não foi obra de um só homem ou nação. Teoremas sobre as razões entre lados de triângulos semelhantes eram conhecidos e usados pelos antigos egípcios e babilônicos”.

De acordo com as orientações curriculares para o ensino médio, (Brasil, p.86, 2006).

> “A utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos. É importante, porém, que esse recurso não fique limitado à descrição de fatos ocorridos no passado ou à apresentação de biografias de matemáticos famosos. A recuperação do processo histórico de construção do conhecimento matemático pode se tornar um importante elemento de contextualização dos objetos de conhecimento que vão entrar na relação didática. A História da Matemática pode contribuir também para que o próprio professor compreenda algumas dificuldades dos alunos, que, de certa maneira, podem refletir históricas dificuldades presentes também na construção do conhecimento matemático.”

O vídeo foi visto dois recortes, o início enfatizando a importância da matemática e uma segunda parte relatando o desenvolvimento da trigonometria, reforçando o que já havíamos comentado como o homem conseguiu calcular a distância até o sol sem ter estado lá.

Quarto encontro:

Aplicações da trigonometria – os alunos do 2º Técnico em Informática apresentam trabalho realizado na disciplina de matemática, pesquisa sobre aplicação da trigonometria;

Vídeo – Aplicações da trigonometria da Discovery.

Um momento muito gratificante, foi quando os alunos do 2º ano Técnico de Informática fizeram apresentação do trabalho de pesquisa realizado na disciplina sobre as áreas de aplicação da trigonometria, foram seis grupos que apresentaram.

Vídeo mostrando aplicações na área da aeronáutica, engenharia civil. Como os estudos de Hiparco possibilitam que o homem se localiza em qualquer que ele esteja no céu ou na terra.

Quinto encontro:

Momento de Análise – após as apresentações dos alunos, foi feita uma nova abordagem com os professores sobre o ensino da trigonometria, com o objetivo de saber se o trabalho desenvolvido com os alunos teve uma relação de ensino/aprendizagem.

Artigos – propostas elaboradas para o ensino de trigonometria.

Um olhar histórico a trigonometria como fonte de motivação em sala de aula – Ivane Marcarini Simionato.

A trigonometria e o “Mundo da Construção Civil” numa prática pedagógica – Gládis Bortoli.

Funções trigonométricas e os sons musicais – Sueli da Silva Rossi.

Foi realizado um debate sobre a apresentação dos alunos, questionando-se principalmente se os mesmos haviam se apropriado de conceitos necessários. Expliquei que a pesquisa foi solicitada após já ter sido trabalhado o conteúdo. Os professores concordaram que o processo ensino/aprendizagem ocorreu de forma significativa, que os educandos fizeram argumentação com o conhecimento de notas musicais, os quais tiveram uma aula de notas musicais.

Observou-se que os professores de físicas acharam interessantes, em como uma função trigonométrica pode mostrar se a distribuição do quadro de energia está adequada, como também da funcionalidade de aparelho de GPS, de como a trigonometria se faz presente em muitas outras ciências.

Fez-se também a leitura e discussão de artigos, onde os textos apresentavam diferentes abordagens, com o objetivo de estimular o professor a utilizar essas propostas, e ter um novo olhar sobre o ensino da trigonometria.

Sexto encontro:

Trigonometria aplicada na medicina.

Hoje é incontestável a aplicação da trigonometria em várias áreas, a medicina é uma delas.

Observou-se que uma das aplicações das funções trigonométricas está presente na medicina e é evidenciada na análise e estudo da frequência cardíaca, isto é, os batimentos num determinado intervalo de tempo, monitorando é possível verificar a pressão sanguínea ou arterial de uma pessoa, essa pressão é a força que o sangue exerce nas paredes das artérias ao ser bombeado pelo coração para ser transportado pelas artérias a todos os tecidos e órgãos do corpo humano, nutrindo e mantendo vivo.

Na aferição obtêm-se dois valores: a pressão sistólica, que é o valor máximo atingido quando o coração se contrai e bombeia o sangue, e a pressão diastólica, que é o valor mínimo atingido quando o coração está em repouso, ambas em um intervalo de tempo de um batimento cardíaco. O normal de uma pessoa adulta é 120/80 mm Hg, onde o primeiro valor é a pressão sistólica e o segundo valor é a pressão diastólica.

Essa aferição pode ser representada por uma função trigonométrica cíclica ou periódica que tem uma lei de formação:

$P(t) = 100 - 20.\cos((8\pi/3)\,t)$

Onde:

π – em radianos

t – em segundos

Outra aplicação também observada foi na melhoria da qualidade das imagens dos exames raio-X, ressonância e tomografia desenvolvido através dos estudos realizados por Jean Baptiste Joseph Fourier, que recebeu o nome de Transformada de Fourier em sua homenagem.

Para compreender os feitos importantíssimos deste matemático e físico francês, fez-se um breve relato de sua vida e estudos desenvolvidos, como a descoberta do efeito estufa, também sua investigação sobre a decomposição de funções periódicas em séries trigonométricas convergentes chamadas de séries de Fourier e a sua aplicação aos problemas de condução de calor que até os dias atuais é de grande relevância para a física e as engenharias.

Sétimo encontro:

Trigonometria aplicada na engenharia.

A engenharia é uma ciência e também uma profissão, que surgiu assim como a matemática para suprir as necessidades da humanidade.

A engenharia, em especial a civil tem que aplicar conhecimentos matemáticos para poder realizar sua função que não é mais apenas de dar abrigo aos homens, mas de segurança, conforto e saúde. A engenharia projeta, gerencia e executam obras como casas, edifícios, pontes (não projeta), viadutos, estradas, barragens, rede de esgoto, canais e portos.

Um engenheiro civil sem conhecimento da ciência matemática/trigonometria não consegue analisar as características do solo, o estudo da insolação e da ventilação do local e a definição dos tipos de fundação, dados esses, que o profissional precisa para desenvolve os projeto, especificando as redes de instalações elétricas, hidráulicas e de saneamento do edifício e definindo o material que será usado, quer dizer, a trigonometria está desde a análise do solo até o cálculo e definição dos pórticos e cobertura.

Não existiria uma ciência engenharia tão evoluída sem a trigonometria.

Quando se fala de trigonometria e engenharia não pode ser esquecida a catenária, a curva que foi confundida com uma parábola.

Deve-se muito a Bernoulli e Leibniz matemáticos que por sua curiosidade em estuda-la descobriram que na verdade é uma função trigonométrica e não uma equação do 2º grau. Com a visualização das gigantescas obras na forma da curva catenária os professores perceberam sua importância para a engenharia.

Oitavo encontro:

Como no encontro anterior conhecemos a catenária, é necessário apresentar a função trigonométrica hiperbólica.

Função trigonometria circular e hiperbólica, a forma como se apresentam os casos que geram círculos, elipses ou hipérboles.

As funções trigonométricas hiperbólicas são bem parecidas com as trigonométricas circular, enquanto a construção da circular é realizada sobre uma circunferência de raio unitário, dada por $x^2 + y^2 = 1$, a hiperbólica usa uma curva denominada hipérbole representada por $x^2 - y^2 = 1$.

As funções hiperbólicas surgem em movimentos vibratórios, dentro de sólidos elásticos, e mais genericamente, em muitos problemas nos quais a energia mecânica é gradualmente absorvida pelo meio ambiente. Elas também ocorrem quando um cabo flexível e homogêneo é suspenso entre dois pontos, como as linhas telefônicas entre dois postes. Tais cabos formam uma curva chamados catenária.

Grupo de trabalho em rede – GTR

Nesse período da implementação da Unidade Didática, também ocorre o GRT, onde tive o privilégio de compartilhar experiências com outros professores em um ambiente virtual, no entanto nesse momento como tutora, algo novo que gerou angustia e expectativas.

Os professores participantes eram de lugares diferentes, mas com realidades parecidas. Profissionais comprometidos, buscando novidades para práticas docentes.

Nesse período refletimos juntos, a contribuição de cada colaborou para uma melhoria efetiva do anseio por uma educação de qualidade.

Desta forma compreendo o quanto as contribuições dos colegas enriqueceram nosso projeto, tornando assim o ensino da trigonometria interessante e significativo, o que era o objetivo da proposta.

Considerações Finais

O projeto foi bem recebido pelo colegiado, o objetivo do programa é desenvolver proposta para os problemas encontrados na docência no processo ensino/aprendizagem, desta forma, ele foi elaborado para trazer novas possibilidades de trabalho.

A princípio fiquei preocupada com a participação de professores de outras áreas do conhecimento na implementação, no entanto foi enriquecedor a participação dos mesmos, pelas contribuições que foram diferentes de sermos todos do ramo da matemática, mas principalmente pela forma como relatam a importância da disciplina de matemática, na vida acadêmica, no cotidiano e na evolução juntamente com outras ciências.

Percebo que nesse momento de conclusão que a implementação teve êxito, pois os professores concordaram com essa abordagem sobre o ensino da trigonometria.

Sendo assim, quero ressaltar que esse momento que tive a oportunidade de participar do PDE foi muito importante, ele não deveria ser único, todos profissionais da educação deveriam periodicamente ter esse tempo para estudo.

Segundo Freire (1996, p. 52) afirmar que o “Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou construção”.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação. **Orientações curriculares para o ensino médio**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

BRITO, A. J.; MOREY, B. B. **Geometria e Trigonometria: dificuldades de professores do ensino fundamental**. In: FOSSA, J. A. (Org.). Presenças matemáticas. Natal: EDUFRN, 2004. p. 9-33.

BOYER, Carls Benjamin, **História da Matemática**: tradução: Elza F. Gomide. São Paulo. Edgard Blucher, 1974.

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática – da teoria à prática**. 2. ed.,Campinas-SP: Papirus, 1997.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, 2000.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Ed. da UNICAMP, 2002.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GUELLI, Oscar. **Matemática**: série Brasil. São Paulo: Ática, 2000.

GUZZO, Sandro Marcos, **Funções trigonométricas**, Notas de aulas não publicadas.

MENDES, I, A. **Ensino da Trigonometria através de atividades históricas**. Dissertação de Mestrado. Programa de pós-graduação em educação, UFR, Natal, 1997.

KENNEDY, E. S. **História da trigonometria**. Tradução de H. H. Domingues. São Paulo:Atual, 1992.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação, superintendente da educação. **Introdução às diretrizes curriculares**. Curitiba: SEED, 2008.

PAULO, Stephany Glaucia de Oliveira. **Da Catenária a Trigonometria Hiperbólica**.2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática).Universidade do Estado do Pará, Pará, 2014.

PARO, Vitor Henrique. **Educação Como Exercício do Poder: crítica ao senso comum em educação**. São Paulo: Cortez, 2008.

POCZAPSKI, Loise Dietrich. **Série de Fourier e Transformada de Fourier com aplicação à construção de imagem**. 2011. pág. 14 à 59. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). UNIOESTE, Cascavel, Novembro de 2011.