Versão Online ISBN 978-85-8015-080-3
Cadernos PDE

VOLUME I

OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR PDE

Artigos

2014

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO ELA É, ABORDANDO ASSUNTOS DO ENSINO MÉDIO.

Edisio Alves dos Anjos[1]
Félix Pedro Quispe Gómez[2]

RESUMO

O presente artigo tem como finalidade apresentar o procedimento e os resultados obtidos na implementação do projeto PDE 2014. O trabalho consistiu em contextualizar os conteúdos matemáticos, a partir das histórias matemáticas. De acordo com as DCE's de matemática, sabemos que conhecer a história da matemática é necessário para a contextualização dos conteúdos. Os conteúdos na matemática precisam fazer sentidos aos olhos de quem o está estudando, tem que ser contextualizado e justificado e é a história da matemática que vai dar esse suporte, dando vida aos conteúdos mostrando como nasceu a ideia, como essa ferramenta matemática é aplicada hoje nos diversos ramos de conhecimentos e situações que se fazem necessárias para o desenvolvimento de toda a sociedade passada com a presente aplicação do conteúdo estudado. Apresentamos um relato de um período de glória da matemática conhecido como o século do Iluminismo período esse em que viveram grandes matemáticos que deixaram incontáveis contribuições a toda nossa sociedade, entre eles destacamos Euler. Junto com Arquimedes, Newton e Gauss, Leonhard Euler é pela qualidade e quantidade dos seus trabalhos um dos matemáticos mais brilhantes antes do século XX.

Palavras-chave: História, Matemática, Contextualização, Pesquisa, Biografias.

---

[1] Licenciado em Matemática e Especialista em Ciências Matemática pela Centro Universitário Uni Andrade, Especialista em Magistério da Educação Básica, pelo IBEPEX, e Especialista em Metodologia do Ensino Superior pela FAESP-PR; Professor da Secretaria de Educação do Estado do Paraná, Pinhais-PR. E-mail: edisioanjos@yahoo.com.br

[2] Doutor em Matemática, Mestre em matemática, Professor Adjunto II no depto. de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) e-mail: felixgomez@utfpr.edu.pr

1. INTRODUÇÃO

O grande motivador do trabalho, foi encontrar uma forma para que os nossos educandos retomassem o gosto pelas aulas de matemática, ora perdido ainda no ensino fundamental. A metodologia usada foi a pesquisa histórica, o debate, as discussões. Grande parte dos conteúdos que para eles eram vagos e sem aplicações práticas, a partir de suas histórias e relações com aplicações na nossa sociedade passaram a fazer sentido. Constatamos que conhecer a História da Matemática é necessário para a contextualização dos conteúdos. Portanto contextualizar os conteúdos matemáticos, a partir das histórias matemáticas capacitando o educando no ato de relacionar a história passada com a presente aplicação do conteúdo estudado foi o grande objetivo desse material que tenta responder as grandes indagações: Como usar de histórias para contextualizar os conteúdos matemáticos estudados que venham a atender a construção dos conceitos e das fórmulas empregadas nos conteúdos, tornando essas histórias estimuladoras do conhecimento matemático? E ainda, como fazer para propagar a ideia do uso da história da matemática como uma das formas metodológicas no ensino dessa ciência?

Nós professores somos indagados a todo momento sobre o porquê de se estar estudando esse ou aquele conteúdo. E essas indagações são bem vindas para o estudo de todas as ciências e com a matemática não é diferente, é a partir dessas buscas pela história da matemática que o ensino se solidifica, se faz compreendido. Os conteúdos na matemática precisam fazer sentidos aos olhos de quem o está estudando, tem que ser contextualizado e justificado e é a história da matemática que vai dar esse suporte, dando vida aos conteúdos, mostrando como nasceu a ideia, como essa ferramenta matemática é aplicada hoje nos diversos ramos de conhecimentos e se fazendo necessárias para o desenvolvimento de toda a sociedade. Tomando como base que a matemática é um conjunto de ferramentas e sabendo que essas ferramentas poderão e deverão serem usadas quando dela se fizer necessária na resolução de diversas situações da Biologia, da Estatística, da Química, da Geografia entre outras ciências, bem como em diversas situações problemas dentro da própria disciplina, há portanto necessidade de ser bem fundamentada, de ter seus conceitos bem edificados, bem compreendidos e bem contextualizados.

No desenrolar desse trabalho vamos mergulhar num período marcante para a história da matemática período esse conhecido como “O Iluminismo”, mediante a tantas ideias iluminadas que nossos gênios antepassados tiveram.

Antes do século XVIII a matemática era apenas um instrumento de resolver problemas que se baseava tão somente no método geométrico de Euclides e na lógica da metafísica de Aristóteles, porém nesse iluminado século muito se desenvolveu. Em meio a grandes guerras que assolava o mundo, se fazia necessário a liberdade de pensamento era o que pregava o movimento conhecido como Iluminismo, embalados nesse movimento, os matemáticos tinham a confiança ilimitada que o trinômio razão, símbolos algébricos e métodos infinitesimais podem resolver qualquer problema analítico. Nessa época com contribuições de Rosseau surgia a consciência de se ensinar os conceitos matemáticos intuitivamente para que os estudantes compreendessem o seu conteúdo e não aprendessem apenas a memoriza-los, método aperfeiçoado posteriormente pelo educador suíço Johann Heirich Pestalozzi.

Nesse momento se faz necessário fazer um parênteses na história para falar do matemático Euler, nascido no ano de 1707 na suíça, que se classificado fosse pelo número de suas obras chegaria ao primeiro colocado, pois produziu mais de 800 livros e artigos, que foram reeditados em todas as partes com o nome de Opera Ommia, composto por mais de 73 volumes. A riqueza, originalidade, beleza e inteligência de seu trabalho o faz ser comparado a outros gênios como Shakespeare, Bach e Michelangelo e mesmo assim permanece desconhecido para o público em geral, que é desconhecedora da história da matemática, se soubessem o quanto dos resultados que utilizamos hoje se deve a Euler o agigantariam e o colocariam em seu lugar devido, ou seja no topo das figuras que fazem parte da história da matemática. Euler foi um grande aventureiro intelectual através da maravilhosa paisagem matemática.

Vamos estar abordando nesse artigo detalhes do contexto da implementação do projeto na sala de aula, as metodologias usadas, falar da receptividade e adesão dos alunos em cada uma das atividades propostas. Bem como comentar relatos das participações de vários docentes através do GTR (Grupo de Trabalho em Rede) que discutiram juntamente com os autores as ideias e aplicações desse projeto.

A história da Matemática é um elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos. Possibilitando ao aluno analisar e discutir razões para aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos. A história deve ser o fio condutor que direciona as explicações dadas aos porquês da Matemática. Assim, pode promover uma aprendizagem significativa, pois propicia ao estudante entender que o conhecimento matemático é construído historicamente a partir de situações concretas e necessidades reais (MIGUEL & MIORIM, 2004).

Fonte:http://projetojogosdematematica.blogspot.com.br/p/historia-da-atematica.html (13/11/2014 – 18:00h)

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente estudo foi organizado a partir de uma constatação no decorrer de muitos anos de experiência, em sala de aula. Percebeu-se que os alunos chegavam ao Ensino Médio desmotivados em estudar a matemática, sem compreender o porquê dessa disciplina, estudando apenas pra cumprir a grade curricular e pela obrigatoriedade do seu estudo. Então a partir dessa realidade foi que surgiu a ideia desse estudo: usar da metodologia história da matemática para amenizar parte dessa desmotivação, dessa falta de conhecimento da importância dessa disciplina tão fundamental em tudo.

"É claro que a matemática originalmente surgiu como parte da vida diária do homem, e se há validade no princípio biológico da "sobrevivência dos mais aptos" a persistência da raça humana provavelmente tem relação com o desenvolvimento de conceitos matemáticos" (Boyer, Carl B, 2010, pg 1).

De acordo com as Diretrizes Curriculares da Educação Básica, é de suma importância perceber a história da Matemática no contexto da prática escolar como componente necessário de um dos objetivos primordiais da disciplina, vindo a compreender a natureza da matemática e sua relevância na vida da humanidade. É necessário que o educando perceba o quanto as descobertas matemáticas determinam o avanço científico de cada época, percebam o quanto a matemática contribui para o crescimento de uma sociedade.

A história da Matemática é um elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos. Possibilita ao aluno analisar e discutir razões para aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos.

> A história da Matemática é um elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos. Possibilita ao aluno analisar e discutir razões para aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos.
> A história deve ser o fio condutor que direciona as explicações dadas aos porquês da Matemática. Assim, pode promover uma aprendizagem significativa, pois propicia ao estudante entender que o conhecimento matemático é construído historicamente a partir de situações concretas e necessidades reais (MIGUEL & MIORIM, 2004), segundo SEED – PR, 2008, P. 66.

Issac Asimov, um grande escritor de ficção científica do século passado disse no prefácio em que fez do livro História da Matemática de Carl B. Boyer as sábias palavras que se seguem: “A matemática é um aspecto único do pensamento humano, e sua história difere da essência de todas as outras histórias”.

Com o passar do tempo, quase todo campo de esforço humano é marcado por mudanças que podem ser consideradas como correção e/ou extensão. Assim, as mudanças na história de acontecimentos políticos e militares são sempre caóticas; não há como prever o surgimento de um Gêngis Khan, por exemplo, ou as consequências do pouco duradouro Império Mongol. Outras mudanças são questão de moda e opinião subjetiva. As pinturas nas cavernas de 25.000 anos atrás são geralmente consideradas como grande arte, e, embora a arte tenha mudado continuamente - até caoticamente - nos milênios subsequentes, há elementos de grandeza em todas as modas. De maneira semelhante, cada sociedade considera seus próprios costumes naturais e racionais e, acha os de outras sociedades estranhos, ridículos ou repulsivos.

Mas somente entre as ciências existe verdadeiro progresso; só aí existe o registro de contínuos avanços a alturas sempre maiores.

E, no entanto, em quase todos os ramos da ciência o processo de avanço é tanto de correção quanto de extensão. Aristóteles, uma das maiores mentes que já contemplaram as leis físicas, estava completamente errado em suas ideias sobre corpos em queda e teve que ser corrigido por Galileu por volta de 1590. Galeno, o maior dos médicos da antiguidade, não foi autorizado a estudar cadáveres humanos e estava completamente errado em suas conclusões anatômicas e fisiológicas. Teve que ser corrigido por Vesalius em 1543 e Harvey em 1628. Até Newton, o maior de todos os cientistas, estava errado em sua visão sobre a natureza da luz, a acromaticidade das lentes, e não percebeu a existência de linhas espectrais. sua obra máxima sobre as leis do movimento e a teoria da gravitação universal, tiveram de ser modificadas por Einstein em 1916.

Agora vemos o que torna a matemática única. Apenas na matemática não há correção significativa, só extensão. Uma vez que os gregos desenvolveram o método dedutivo, o que fizeram estava correto, correto para todo o sempre. Euclides foi incompleto e sua obra foi enormemente estendida, mas não teve que ser corrigida. Seus teoremas, todos eles, são válidos até hoje. Ptolomeu pode ter desenvolvido uma representação errônea do sistema planetário, mas o sistema de trigonometria que ele criou para ajudá-lo em seus cálculos permanece correto para sempre.

Cada grande matemático acrescenta algo ao que veio antes, mas nada tem que ser removido. Consequentemente, quando lemos um livro como História da Matemática tem a figura de uma estrutura crescente, sempre mais alta e mais larga e mais bela e magnífica e com uma base que é tão sem mancha e tão funcional agora como era quando Tales elaborou os primeiros teoremas geométricos, há quase 26 séculos.

Nada que se referem à humanidade nos cai tão bem quanto a matemática. “Aí, e só aí, tocamos a mente humana em seu ápice.”

“A matemática tem sido frequentemente comparada à uma árvore, pois cresce numa estrutura acima da terra que se espalha e ramifica sempre mais, ao passo que ao mesmo tempo suas raízes cada vez mais se aprofundam e alargam, em busca de fundamentos sólidos.” (Boyer, 2010, pg 414).

Segundo James D. Stein em “como a Matemática explica o mundo”, é impossível não ficar impressionado com o extraordinário sucesso da física, um sucesso ao qual a Matemática faz uma contribuição substancial, quando vimos num jornal detalhes de um eclipse parcial do Sol, como a hora de início, a hora em que o ocultamento máximo se daria, a hora do fim do processo e um gráfico com o trajeto do eclipse – em quais partes do pais seria possível avistar o fenômeno. Pensar que umas poucas leis propostas por Isaac Newton, combinadas com alguns cálculos matemáticos, capacitam alguém a prever tal fenômeno com uma exatidão quase absoluta ainda é fonte de grande deslumbramento e, inquestionavelmente, representa um dos grandes triunfos do intelecto humano.

Apresento parte de uma revisão literária na qual aponta grandes contribuições que caminha ao longo dos séculos XVIII ao XX de vários matemáticos, reunidas pelo autor Manuel Lópes Pellicer (2007), intitulado como: "A Ilustração do Pensamento Matemático".

1. A ILUSTRAÇÃO

Até no começo do século XVIII, a construção científica se baseava no método geométrico de Euclides (325 – 265 a.C.) e na lógica da metafísica de Aristóteles, mas, poderia prever o final do método geométrico por:

- O "Ensaio sobre o Entendimento Humano" (1660) Locke (1632-1704),
- O formalismo Leibniz (1646- 1716) com o seu desejo de superar a lógica de Aristóteles e encontrar um método seguro de raciocínio,
- A descoberta por Leibniz e Newton (1643- 1727) de Cálculo Infinitesimal procurando, Olhar, primeiro os elementos menores da própria natureza e em segundo uma ferramenta para pesquisar e escrever as leis da natureza, que utilize em suas filosofias naturais, o mesmo princípio matemático, escrito do modo geométrico de Euclides para que fosse compreendida no seu tempo, devido ao grande desconhecimento do novo cálculo infinitesimal.
- Vida e adquirir novas análises matemática no século XVIII.

O "Ensaio sobre o Entendimento Humano" causou mais impacto do que os métodos infinitesimais, é o que levou o mesmo Leibniz a ocupar se de si mesmo em suas "*Noveaux essais sur l'entendement humain*" (escrito em 1707, com primeira edição 1765) e David Hume (171-1776) a desenvolver o aspecto psicológico necessário do empirismo.

Em contrapartida os métodos infinitesimais receberam fortes ataques. O bispo anglicano Berkeley criticou os matemáticos de 1734 por sua falta de rigor e severidade na utilização dos métodos infinitesimais. Em polo oposto a estas críticas estão as eminentes respostas de Maclaurin (escritas em 1737 e publicadas em 1742) para justificar e apoiar o método infinitesimal, apontando para Arquimedes como um dos seus remotos precursores.

Figura 1. Maclaurin, 1698 - 1746.

Mas, o sucesso de Newton a descobrir uma matemática usada na compreensão e descrição de fenômenos naturais, estimulou novos desenvolvimentos matemáticos e facilitou a disseminação do Iluminismo, movimento filosófico e social nascido na Inglaterra e desenvolvido por filósofos franceses e cientistas que realizaram comentários críticos das noções fundamentais para a humanidade e para a Ciência, a única luz da razão, com inabalável fé no progresso humano e confiança ilimitada que o trinômio razão, símbolos algébricos e métodos infinitesimais podem resolver qualquer problema analítico. Razão mais experimentação, mas principalmente razão é ó slogan do pensamento Iluminista para a compreensão profunda do mundo.

O início do Iluminismo na França fica por volta de 1695, quando P. Boyle (1647-1706) publica seu famoso Dicionário histórico da crítica (a partir de 1695). Maupertuis e Voltaire fazem a mecânica newtoniana, e com ela as ideias do empirismo britânico, são discutidos em salas de aula e outros círculos eruditos. A tradução bem sucedida de Diderot de um dicionário médico Inglês incentiva Diderot e D'Alembert, o matemático dirigir uma nova edição revisada da Enciclopédia de câmaras (de 1728), que fornece um resumo de todo o conhecimento e progresso. Nesta grande enciclopédia trabalhou os melhores especialistas franceses desde 1751 e foi a melhor exposição do pensamento iluminista, que levou ao fim do século até a Revolução Francesa. A Enciclopédia visa descrever tudo em termos claros e de uma forma inteligente. Rousseau, cujo romance educacional Émile (1762) foi um enorme sucesso, figura temporariamente entre os contribuintes para a Enciclopédia.

Muitos matemáticos verbetes enciclopédicos são devido a D'Alembert e ao Marquês de Condorcet (1.743-1.794). Outros contribuintes foram J. E. Montuela

(1725-1799), que escreveu uma história cuidadosamente elaborada da quadratura do círculo (1754) e outro da matemática em geral (1758) e o jesuíta Bossut, autor de uma história da matemática em 1784 que se estendeu à Enciclopédia em 1802 e 1810.

Liberdade de pensamento do Iluminismo cujas as medidas coercivas do antigo regime, entre guerras, corte frívola e inútil tinha reduzido o país à miséria e total desgosto. Por isso exige cada vez mais liberdades para organizar a vida livre e independente. Além disso, a maneira discreta e fácil de compreensão das investigações teóricas e experimentais realizadas posições bastante materialistas com fé cega no progresso ilimitado, conforme descrito na obra Esquisse (esboço) do Marquês de Condorcet (1794).

O Iluminismo alemão se concentra em três universidades diferentes: Halle, Göttingen e na Escola Superior de Dessau.

Halle Em trabalho Wolf, autor de um dicionário de matemática em 1716 que influenciou muito o ensino de matemática nas universidades de Alemanha. Wolf, apaixonado por método racional dedutivo, defendeu o princípio da liberdade de pesquisa e ensino. Por isso odioso aos partidários do ensino autoritário nas universidades alemãs até então dominantes, e foi forçado a deixar Halle, em 1973, ele foi recebido pela Universidade de Magburgo e, a subir no trono, em 1740, Frederico, o Grande, foi chamado de volta para Halle, tornou-se Chanceler da Universidade em 1743 e Barão do Império em 1745, Wolf foi um excelente professor de matemática, mas não era um criador.

A Universidade de Göttingen, era dotado de uma grande biblioteca que permitiu Segner a publicar vários livros introdutórios da matemática entre 1747 e 1768, o trabalho continuado por seu sucessor, Kästner, com elementos notáveis de Matemática (1753-1766) e a história da Matemática (1796-1800), obra pouco equilibrada consequência das dificuldades naturais decorrentes da velhice.

Na Escola Superior de Dessau, o Philantropinum, fundada e dirigida por Basedow (1774), se utilizaram ideias pedagógicas de Rousseau ensinando os conceitos matemáticos intuitivamente para que os estudantes compreendam o seu conteúdo e não aprendam só a memorizar, método aperfeiçoado posteriormente por educador suíço Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827), que é considerado o fundador da moderna pedagogia da matemática.

2. EULER (1707-1783): A SITUAÇÃO SOCIAL DA SUA ÉPOCA

Quatro bilhões de anos, um asteroide atingiu a Lua e produziu uma enorme cratera 1250 km de diâmetro. Quinhentos milhões de anos após grande lava tinha desenhado uma cratera e destruiu suas paredes, produzindo o Mar das Chuvas. Contra esse pano de fundo de lava caiu um objeto celeste e produziu uma cratera de pouco mais de 20 km de diâmetro, chamada Cratera de Euler e não na proporção das contribuições de Euler os conhecimentos matemáticos em todos os campos durante o século XVIII sendo a principal figura de matemáticos que nasceu e morreu naquele século.

Junto com Arquimedes, Newton e Gauss, Leonhard Euler é pela qualidade e quantidade dos seus trabalhos um dos matemáticos mais brilhantes antes do século XX. Se fizéssemos a classificação pelo número de artigos e livros, Euler ocuparia o primeiro lugar, produziu mais de 800 livros e artigos todas obras completas, que foram reeditados em todas as partes com o nome de Opera Ommia é composto por 73 volumes.


Figura 2. Euler, 1707 1783. Figura 3. Arquimedes, 287 - 212 a.C

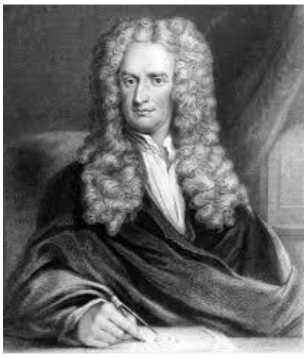


Figura 4. Newton, 1623 - 1627. Figura 5. Gauss, 1777 - 1855.

No entanto, a excelente classificação de Euler no mundo matemático é mais devido à riqueza, originalidade, beleza e inteligência de seu trabalho que ao seu volume. O gênio é comparável a Shakespeare, Bach e Michelangelo, mas permanece desconhecido para o público em geral que ignoram a história da matemática. Se soubessem que muitos dos resultados que usamos é devido a Euler, agigantaria a sua figura e o colocaria no topo dos grandes da história da matemática.

O trabalho de um cientista não está à altura da sua genialidade pessoal, porque as circunstâncias políticas, sociais e culturais determinam conclusivamente sua produção. Euler, apesar de ter sido um brilhante matemático, a qualquer momento, está marcado por ter vivido no século XVIII, o século do Iluminismo, marcado por dois movimentos contínuos: as tropas e de ideias.

Durante os conflitos militares do século, mascarados em guerras de sucessão irão moldar o futuro mapa políticos da Europa. Euler vai testemunhar em primeira linha o nascimento de duas novas potências europeias: a Prússia e a Rússia.

Euler nasceu em 1707 e a Europa está em guerra. A corrida pela coroa espanhola entre Filipe de Anjou e arquiduque Carlos de Habsburgo desencadeou uma guerra europeia entre a França e Castela contra a Áustria, Inglaterra, Holanda, Prússia, Portugal e Saboya. O motivo de sucessão escondia a intenção das potencias europeias de acabar com a hegemonia francesa na Europa, durante o reinado de Luiz XIV, o Rei Sol. Paz de Utrecht (1713) marcou a entrega de Gibraltar para a Inglaterra, a distribuição de possessões espanholas na Europa e dar ao eleitor de Brandemburgo o título de Rei da Prússia, que marca o nascimento de uma nova potência na qual Euler desenvolverá o seu trabalho durante 25 anos na corte de Frederico II.

Na parte oriental da Europa, Pedro I assumiu a tarefa de modernizar o vasto império russo. Uma de suas medidas europeizadas foi a fundação de São Petersburgo, no Báltico, e sua Academia em que Euler trabalhou metade de sua vida. Estas duas novas potências emergentes, além de dividir a Polônia, vai disputar o gênio.

Figura 6. Euler 1707 - 1783. Figura 7. Lambert, 1728 - 1777.

Outra conflagração europeia foi a Guerra de Sucessão Austríaca (1740-1748), aparentemente causada por trono de sucessão da Áustria, mas na verdade gerada pela política de expansão de Frederico II da Prússia com a anexação da Silésia. Em meio a este conflito, Euler deixou a Rússia, frio para ocupar um lugar na Academia de Berlim.

Esta não será a última guerra europeia que Euler vai testemunhar. Uma nova guerra geral, a Guerra dos Sete Anos, a Prússia e a Inglaterra lutou contra a França, Espanha, Rússia, Polônia e Suécia, redefinindo o mapa político instável da Europa. O exército russo invadiu uma fazenda de propriedade de Euler. O tribunal ordenou que as tropas russas restaurassem os danos, pagando 4.000 florins. Grande prestígio de Euler em toda a Europa determinou essa indenização.

O segundo movimento de tropas, mas não as ideias, já é descrita a Ilustração, desenvolvido na França e percorreu a Europa desde o Atlântico até às margens do Báltico, penetrando todas as cortes europeias, incluindo aqueles que estavam em guerra com a França.

Frederico II da Prússia e Catarina II da Rússia cercada por filósofos, cientistas, artistas, músicos e escritores do continente de maior prestígio.

Catherine II o convidou para trabalhar em São Petersburgo para Diderot, a Jacó e Nicolaus Bernoulli irmãos, e ao mesmo Golbach d'Alembert, que rejeitou a oferta. Federico II exigiu que se falasse francês em sua corte e convidou Euler, Voltaire, Maupertuis e Lambert. D 'Alembert também recusou.

Figura 8. D' Alambert, 1717 1783.

3. A OBRA MATEMÁTICA DE EULER

Leibniz morreu em 1716, sozinho e abandonado por todos, quando Euler tinha nove anos. Newton foi enterrado na Abadia de Westminster, com honras reais e a assistência de Voltaire, 11 anos mais tarde, assim como Daniel e Nicolas Bernoulli Euler foi convidado a participar da aventura do St. Petersburg Academy. Naquela época Euler já era reconhecido internacionalmente, tendo ganhado dois prêmios da Academia de Ciências de Paris.

Figura 9. Euler 1707 - 1783

Mas não achemos que o cálculo diferencial e integral, estava difundido por toda a Europa no início do século XVIII, como as contribuições de Newton, de cálculos de funções aparecem brevemente no apêndice Tractatus quadratura curvarum de su Óptica, publicado em 1704. Suas ideias sobre a evolução das séries infinitas eram conhecidas por um de seus poucos amigos pessoais e de trabalho em suas listas aparecem por análise equações número terminou infinito nasceu em 1711; seu sistema de cálculo diferencial e integral está em fluxionum Methodus et serierum infinitarum, publicado em 1727, após sua morte.

Além disso, Leibniz apresentou seu cálculo diferencial e integral por meio de artigos publicados na revista Acta Eroditorum, que também recolheu artigos sobre o mesmo tema de Johann e Jacob Bernoulli. Em 1684 a primeira parte do cálculo diferencial e aparece no início dos anos noventa Bernolli e Leibniz publicaram nessa revista a solução de problemas famosos, como a catenária, o braquistócrona, o isoperimétrica ... que irá demonstrar a potência do novo instrumento matemático.

O primeiro manual de cálculo diferencial com aplicações ao estudo de curvas, Analyse des petits infiniment, publicou o Marquês de L'Hôpital em 1696, coletando algumas lições de Johann Bernoulli, toda a publicação foi feita em 1742.

Tudo isso justifica o início do século XVIII muito poucos conheciam ferramenta de cálculo valioso e tão pouco estavam preocupados sobre como validar seus fundamentos. Apenas uns poucos conheciam o seu potencial para resolver problemas complexos de mecânica, astronomia, navegação ou acústico. Matemática e, especialmente, a sua mais recente invenção, o cálculo infinitesimal, assim, tornou-se a Ciência útil longe de mera especulação estética. Ao longo do século XVIII, a matemática entrou nos salões da França ilustrada e em cortes europeias através das Academias de Ciências. Nesse ambiente, pouco importa se os conhecimentos sobre os que se apoiavam em análise eram sólidos e contavam com um rigor suficiente. Implicitamente admitiu a sua validade por sua capacidade de resolver problemas práticos até então sem solução. Ninguém questionou a eficácia da matemática: eles eram uma arma de progresso longe do rigor atual. Portanto, não deve se estranhar que mesmo o Euler, matemático por excelência desse século, trabalhasse com expressões do tipo:

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots = 0,66215\cdots + \frac{1}{2}\ln(\infty) \qquad \frac{1 - x^0}{0} = -\ln x$$

que se encontram formalmente incorreta, embora Euler entendia que quando n é muito grande e quando t é um número positivo, os valores são muito perto de zero:

Figura 10. Johann Bernolli, 1667 - 1748.

$$\sum_{p=1}^{p=n} \frac{1}{2p-1} - \frac{1}{2}\ln n, \qquad \frac{1 - x'}{t} + \ln x$$

Eles são muito próximos a 0,66215 ... e 0. A julgar uma obra nunca deve esquecer o momento em que foi feita e o rigor matemático tem sido uma variável dependente do tempo.

Euler teve a sorte de fazer parte desde a sua juventude no círculo seleto dos conhecedores da obra de Newton e Leibniz e receber lições do próprio Johann Bernoulli, talvez o mais experiente do cálculo de Leibniz no continente. A vida de Euler não foi particularmente emocionante, já que Euler foi uma pessoa completamente convencional, sempre gentil e generoso. Faltou a aura de alguns de seus contemporâneos mais conhecidos, incluindo Washington (1732-1799), que liderou exércitos à vitória, Robespierre (1758-1794), que liderou uma revolução política de reforma que levou à morte, ou Capitão Cook (1728-1779), que cruzou os mares para explorar continentes desconhecidos. Euler foi um grande aventureiro intelectual através da maravilhosa paisagem matemática.

Leonhard Euler nasceu perto de Basel, na Suíça. Seu pai, pastor protestante modesto, brincando com a ideia de seu filho Leonhard sucedê-lo no púlpito, para o que parecia ser destinado a Euler, pois sua mãe também veio de uma família de pastores. Ele era um jovem precoce com um talento para línguas, uma memória extraordinária e incrível capacidade para o cálculo mental.

Aos 14 anos, ingressou na Universidade de Basileia onde o mais famoso professor que ele tinha era Johann Bernoulli (1667-1748), orgulhoso e arrogante, tão rápido em depreciar o trabalho dos outros, como em vangloriar do seu próprio. O que tinha certo fundamento, pois em 1721 Johann Bernoulli podia proclamar-se como o maior matemático em atividade, uma vez que Leibniz tinha morrido e o ancião Newton tinha parado de trabalhar em matemática a tempos. Johann Bernoulli vivia em Basilea no mesmo momento em que Euler precisava de um tutor.

Bernoulli não era um professor de Euler, no sentido moderno da palavra, mas sim um guia que sugeria leituras matemáticas e estava disposto a discutir com ele os pontos que pareciam particularmente difícil. Johann Bernoulli logo percebeu que o seu jovem pupilo era especial. À medida que os anos se passaram e o relacionamento amadurecia, parecia que Bernoulli convertia cada vez mais em se tornar um discípulo, por Bernoulli, homem não dado a elogios, numa ocasião escreveu a Euler.

"*Eu represento a análise acima, como se estivesse em sua infância, o pior que você está levando sua vida adulta.*"

A educação matemática de Euler não estava em Matemática. Formou-se em filosofia, com seus primeiros escritos sobre a temperança e a história da lei. Logo entrou na Escola de Teologia para se tornar um pastor. Mas sua vocação era a matemática. Anos mais tarde escreveu:

"*Eu tinha que me inscrever na faculdade de teologia e me dedicar ao estudo do grego e do hebraico, mas não progredi muito, pois a maior parte do meu tempo foi dedicado a estudos matemáticos e, felizmente, as visitas dos sábados a Johann Bernoulli continuaram".*

Ele deixou o ministério, a fim de se converter um matemático. Seu progresso foi rápido e com quase vinte ganhou um prêmio da Academia de Ciências de Paris na competição internacional por sua análise da localização dos mastros de um navio de guerra, prenúncio do que estava por vir mais tarde. Seu trabalho ficou em segundo lugar.

Em 1725, Daniel Bernoulli (1700-1782), filho de Johann, veio para a Rússia para uma posição na nova matemática St. Petersburg Academy e no ano seguinte, Euler foi convidado a acompanhá-lo. A única vaga em Mecânica fisiologia, Euler aceita pela falta de trabalho. Como ele não sabia nada de artes médicas começou a estudar fisiologia com sua característica de curioso, talvez de uma forma mais geométrica do que clinicamente.

Quando ele chegou a São Petersburgo em 1727, Ele sabia que tinha sido designado para a física, em vez de Fisiologia, para sorte daqueles que poderiam ter sido operados por ele com sua mentalidade de régua e compasso. Durante seus primeiros anos, ele viveu na Rússia, na casa de Daniel Bernoulli e ambos envolvidos em amplas discussões sobre a física e a matemática que anteciparam o curso da ciência europeia nas décadas seguintes.

Figura 11. Jacob Bernoulli, 1654 – 1705

Em 1733 Daniel Bernoulli mudou para a Suíça para assumir um cargo acadêmico. A partida de seu bom amigo era um vazio na vida de Euler, mas desocupado seu posto logo Euler o ocupou.

Casou-se com Katharina Gsell, filha do pintor suíço que viveu na Rússia. Nas quatro décadas do longo casamento teve treze filhos, dos quais apenas cinco chegaram a fase da adolescência e apenas três sobreviveram a seus pais.

Na Academia de San Petersburg, Euler dedicou muito tempo à investigação, estando à disposição do Estado russo, que pagou o seu salário. Preparando mapas, aconselhando a marinha russa, e propôs projetos de bombas contra incêndio. Sua fama foi crescendo, sendo um de seus primeiros triunfos a resolução do chamado problema de Basilea, com os quais os matemáticos estavam lutando um século e consistia em encontrar o valor exato da série infinita:

$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}+\cdots+\frac{1}{k^{2}}+\cdots$$

As aproximações numéricas haviam revelado que a soma desta série era um valor próximo a 8/5, mas a resposta exata resistiu a Mengoli Pietro (1625-1686), que havia levantado a questão em 1644 a Jacob Bernoulli (1654-1705), irmão de Johann e tio de Daniel, que o expôs à comunidade matemática em 1689. Bem no próximo século, o problema ainda não estava resolvido. Em 1735 Euler provou que a soma era $\pi^{2}/6$, resultado nada intuitivo que deu ainda mais fama ao seu descobridor. No entanto, a maior contribuição de Euler na teoria dos números é o começo da teoria analítica dos números primos, que começou com a sua notável identidade que se relaciona os números primos com a série de potências dos recíprocos dos números naturais. Em uma carta ao Christian Goldbach reconheceu sem demonstração a verdade da conjectura de Goldbach de que *todo número par é a soma de dois números primos*, que é uma proposição que ainda aguarda uma demonstração.

Euler continuou suas investigações a ritmos vertiginosos, publicando seus artigos na revista da Academia de San Petersburg, chegando a ser responsável por metade das publicações sobre números. Em álgebra, por exemplo, deu métodos originais de eliminação e decomposição em frações simples, em especial se preocupou pela teoria das equações. Leonhard Euler é a figura representativa do período algorítmico no século do Iluminismo, também chamado de Idade da Razão pela total confiança posta no poder da mente, o que levou os matemáticos a acreditar que com os algoritmos algébricos o infinitesimais.

• Toda equação algébrica terá solução.

• Qualquer equação diferencial poderá integrar-se.

• E que toda série pode ser somada.

A esta confiança, que em geral resultou benefícios atribuídos a Euler uma capacidade de cálculo poucas vezes igualada e uma fecundidade prodigiosa. Seu espírito iluminado levou a buscar um método geral para a resolução de equações de qualquer grau. Ele encontrou um novo método para resolver equações de grau quatro, incluindo um método geral que deu a solução de equações de grau dois, três e quatro, mas não mais.

Três problemas ofuscava esse primeiro período matemático russo:

• A instabilidade política russa, que se espalhou como um furacão por trás da morte de Catarina I e um dos efeitos foram à intolerância e a desconfiança dos estrangeiros, nas palavras do Euler foi "muito difícil" a situação.

• Que a Academia fora dirigida por burocrata Joham Schunacher, cuja maior preocupação era "*a supressão de talento onde poderia pairar inconvenientemente.*"

• Perda da visão do olho direito em 1738, atribuído ao seu esforço intenso em cartografia, o que parece é que ele sofreu uma infecção grave de alguns meses causando a cegueira do olho direito.

O impacto da perda da visão na sua dedicação à matemática foi nulo. Euler continuou seu programa de pesquisa e continuou a escrever sobre a construção naval e a teoria acústica da harmonia musical

No século XVIII, abrangendo as áreas de matemática eram muito maiores do que hoje. Na árvore do conhecimento representado em L'Encyclopédie, do ramo genérico da matemática surgem agora outros ramos que são materiais autônomos.

Os enciclopedistas dividiam a matemática em dois ramos principais:

1- Matemática Pura, que compreende a aritmética e geometria. A aritmética foi dividida em numérica (teoria dos números) e aritmética álgebra (álgebra elementar, álgebra infinitesimal e cálculo diferencial e integral). A geometria foi dividida em geometria elementar, geometria transcendente (que incluía a teoria de corpos), táticas militares e arquitetura militar.
2- Física-matemática ou matemática mista, abrangendo disciplinas como mecânica, estática, hidrostática, dinâmica, ótica, pneumática ou geometria astronômica.

Não faltavam para um matemático profissional do século do Iluminismo, áreas onde desenvolver o seu trabalho. Por que não é de admirar que apenas 58% das obras de Euler são o que hoje entendemos como matemática (teoria dos números, em particular teoria analítica de números, álgebra, análise, geometria, teoria dos grafos e geometria diferencial). Ele também escreveu sobre mecânica, óptica e acústica (uns 28% de sua obra), sobre Astronomia (uns 11%), Arquitetura náutica e artilharia (uns 2%) e música e filosofia (1%). Entre os mais de 73 volumes reeditados de sua obra, que constituem a sua Opera Omnia, apenas 29 constituem a Opera matemática.

Em suas contribuições em teoria dos números, Euler contou com a ajuda de seu amigo Christian Goldbach (1670 -1764). Em resposta a uma carta de Philippe Naude (1684 - 1745) colocou fundamentos com a teoria de partições. Neste período ele escreveu seu livro Mechanica, apresentando as leis de Newton do movimento a partir do ponto de vista do cálculo, de modo que este trabalho é considerado uma peça-chave na história da física.

A Produção de Euler deu-lhe tal prestígio que Frederico, o Grande, da Prússia (1712-1786) ofereceu-lhe uma posição na revitalizada Academia de Berlim, que, juntamente com a situação política instável na Rússia, Euler descreveu como "um país onde cada orador é punido" originou a aceitação da oferta de Frederico da Prússia". Em 1741, Leonhard, Katharina e sua família se mudaram para a Alemanha.

Ele viveu em Berlim um quarto de século, o que coincidiu com a fase intermediária de sua carreira matemática. Neste período publicou duas de suas maiores obras: um texto de 1748 sobre funções, "*Introductio in analysin infinitorum* y un volumen de 1755" e um volume de 1755 no cálculo diferencial, "*Instituciones calculi differentialis*".

Em seu *Introductio*, Euler usa o conceito de função da forma em que se manteve por muito tempo: "função de x é a expressão de uma variável analítica obtida por combinação finita ou infinita de símbolos algébricos ou transcendentais". Algumas vezes também é referida como a função de qualquer relação entre x e y que se representa no plano por intermédio de uma curva traçada a mão livre, isto é, uma curva contínua, no sentido intuitivo.

Em relação com as funções transcendentais aparece uma das mais notáveis contribuições de Euler para a análise: os logaritmos como expoentes e a relações das potências de base e com os números imaginários e com as funções circulares pela identidade ou fórmula de Euler

$$\mathrm{e}^{i\theta} = \cos\theta + i\,\mathrm{sen}\,\theta$$

Uma das mais belas e úteis fórmulas matemáticas que contém todas as relações trigonométricas. O segundo fascículo da Introductio e um tratado de geometria plana e espacial, cuja forma esteve em vigor até meados do século XX.

Seu livro “*Instituciones calculi differencialis* escrito quando ele estava quase cego, e é composto por três volumes sobre temas comuns do cálculo integral atual, integração de equações diferenciais ordinárias e derivadas parciais, e noções de cálculo das variações. Também foi incorporado um quarto volume póstumo com uma seleção de Memórias.

Enquanto estava em Berlim, ele foi convidado pra ensinar Ciência elementar para a princesa Anhalt Dessau. O resultado foi uma obra narrativa que foi publicada mais tarde, com o título “Cartas de Euler dirigidas a uma princesa alemã sobre diferentes temas de filosofia natural”. Consistem de duas centenas de cartas sobre a luz, o som, a gravidade, a lógica, a linguagem, o magnetismo e a astronomia. Ao longo do trabalho, Euler explica por que faz frio no topo de uma montanha nos trópicos, por que a Lua parece maior quando se levanta sobre o horizonte e por que o céu é azul. Além disso, a preocupação de Euler sobre um dos maiores problemas filosóficos: O problema do mal do mundo, em cartas dedicadas à origem do diabo e a conversão dos pecadores. Também dedicou cartas sobre o intrigante assunto “eletrização dos homens e dos animais”.

Escrevendo sobre a visão em uma carta datada de agosto 1760 Euler começou com estas palavras: “Eu agora sou capaz de explicar fenômenos de visão, eles são, sem dúvida, uma das grandes operações da natureza que a mente humana pode contemplar”. É surpreendente que esta carta tenha vindo de um autor parcialmente cego e que logo estaria completamente cego. Mas Euler não era uma pessoa que deixasse que seus infortúnios interferissem em suas atitudes para com as maravilhas da natureza.

As cartas a uma princesa alemã tornou-se um sucesso internacional. O livro foi traduzido para muitas línguas na Europa e, em 1833, foi publicado nos EUA. Nesta edição, o editor se emocionou com a capacidade de exposição de Euler, indicando que “a satisfação do leitor é, a cada passo, proporcional ao seu progresso e cada aquisição sucessiva de conhecimento torna-se uma fonte de maior satisfação”. Este livro é um dos melhores exemplos de ciência popular.

Da Alemanha continuou publicando continuamente na revista da Academia de São Petersburgo e de receber um salário regularmente. Na Academia de Berlim, além de suas investigações matemáticas, estava profundamente envolvido no trabalho administrativo, porque, apesar de oficialmente ele não ser o diretor da Academia, desempenhou papel informalmente, assumindo responsabilidades que vão desde gestão de orçamentos até monitorar estufas.

Mas talvez um conflito de personalidade, Frederico, o Grande, tinha desenvolvido um desprezo inexplicável a Euler, sem dúvida, o mais famoso estudioso de sua corte. Frederick considerava-se como um estudioso e um intelectual irônico, que gostava da filosofia, poesia e qualquer coisa que fosse francesa. Portanto questões da academia eram tratadas em Francês, não em alemão. Federico II considerava que Euler reduzia seus a certos temas científicos matemáticos, ignorando muitos outros em cruel referência a sua visão muito limitada, o chamou de "o meu ciclope ilustrado”.

Euler era de fato diferente dos reluzentes e sofisticados estudiosos de Berlim, pois ele era muito convencional em seus gostos, caseiro, trabalhador e um devoto protestante calvinista, reunia todas as noites com sua família para ler e comentar um capítulo da Bíblia. A teologia era um de seus estudos favoritos e as doutrinas em que ele acreditava eram as leis mais rígidas dentro de Calvinismo.

Outro fator que piorava as coisas era a relação fria entre Euler e Voltaire, a outra estrela da Academia. Voltaire por algum tempo desfrutava de certas preferências no círculo de Frederico, o Grande, era famoso como autor e humorista, era tão sofisticado quanto o rei e era inteiramente Francês. O cáustico Voltaire descrevia a Euler como alguém que "nunca aprendeu filosofia, por isso tinha que se contentar com a reputação de ser o matemático que em algum momento tinha preenchido mais folhas de papel com os cálculos".

Então, depois de elevar a Academia de Berlim a uma glória matemática que jamais chegaria, Euler teve que sair. As coisas na Rússia tinham melhorado durante a sua ausência, particularmente com o acesso ao trono de Catarina, a Grande (1729-1796), e Euler estava feliz com o retorno.

A academia de San Petersburg não deu crédito da sua boa sorte quando, em 1776, recebeu de volta o então melhor matemático do mundo. Desta vez, Euler ficaria para sempre.

Apesar de sua vida científica continuou avançando rapidamente, nos anos seguintes lhe aconteceram duas novas tragédias pessoais: A primeira foi à perda quase que por completo do olho bom que lhe restava. Por 1771 ele estava praticamente cego e só podia ler o que está escrito em grandes caracteres. O segundo infortúnio lhe veio em 1773 com a morte de Katharina.

Esta segunda desgraça ligado à cegueira pode ter marcado o fim dos anos produtivos de Euler. Porém Euler não era um homem comum, não só manteve a sua produção científica, mas a aumentou. Em 1775, ele escrevia em média um artigo por semana, e mérito maior ainda considerando que eram os outros que liam seus artigos matemáticos e que tinha que ditar suas ideias.

Quando ele estava ficando cego, ele escreveu um tratado sobre Álgebra de 775 páginas, o que também explica o movimento da lua, e um enorme compêndio de três volumes que desenvolvia o cálculo integral, Institutiones Calculi Integralis. Sua prodigiosa memória e excepcional capacidade de cálculo lhes foram mais úteis do que nunca, quando só podia ver com os olhos da mente. Ele poderia recitar a Eneida completa em latim e, sem o uso de lápis e papel, os primeiros 100 números primos, seus quadrados, cubos e até suas sextas potências. Com a ajuda de seus filhos e de seu colega Nikolaus Fuss publicou mais de 300 artigos no período de cegueira. Foi sem dúvida o matemático mais prolífico da história. Isso é inquestionável.

Seu trabalho incrível é devido ao seu amor pela tranquila vida em família, fugindo da pompa dos tribunais de São Petersburgo e Berlim, por sua inteligência excepcional, sua memória prodigiosa, seu incrível domínio das técnicas algorítmicas e uma ferrenha disciplina de trabalho. Mas também, durante os seus anos de cegueira, desgraças contínuas e avançada idade continuava com grande vigor e entusiasmo.

Seu trabalho é uma verdadeira lição para as gerações futuras. A coragem, a determinação e a completa rejeição de Euler de deixar se vencer pelas adversidades, no sentido mais próprio da palavra, como motivação para os matemáticos e não matemáticos. A história da matemática nos proporciona em Euler o genuíno exemplo do triunfo do espírito humano.

Três anos após a morte de sua esposa, ele se casou com a sua cunhada, encontrando uma companheira com quem compartilhou seus últimos anos que se estendeu até 18 de Setembro 1783. Este dia passou algum tempo com seus netos e depois pôs se a trabalhar em questões matemáticas relacionadas com o voo de balões, motivado pela recente subida dos irmãos Montgolfier sobre o céu de Paris em um balão movido por ar quente, acontecimento que foi prestigiado por Benjamin Franklin, diplomata da recente independente dos Estados Unidos.

Depois do almoço, fez alguns cálculos sobre a órbita do planeta Urano, cuja órbita parecia perturbada pela existência de um planeta exterior. De fato, nas décadas seguintes, a peculiar órbita do planeta, analisadas à luz das equações que Euler tinha simplificado, levou os astrônomos a procurar e descobrir, ainda mais o distante planeta Netuno. Se Euler tivesse tempo ele teria dedicado ao desafio de encontrar matematicamente o novo planeta. Mas não teve essa oportunidade. No meio da tarde desse típico dia de ocupações, teve uma hemorragia massiva que causou a morte instantânea. Só a morte foi capaz de parar uma mente que tinha passado a vida calculando.

Lamentados por sua família, seus colegas e da comunidade científica universal, Leonhard Euler foi enterrado em São Petersburgo. Ele deixou um legado matemático de proporções épicas, o que permitiu que a Academia de Sam Petersburg continuasse publicando seus artigos inéditos 48 anos após sua morte.

Em seu elogio fúnebre, o Marquês de Condorcet informou que "qualquer um que é dedicado à matemática no futuro seria orientado e sustentado pelo gênio Euler do qual todos os matemáticos são seus discípulos”. Anos mais tarde Laplace diria “Leia Euler; leia Euler, ele é o mestre de todos nos”. André Weil, um dos melhores matemáticos do século XX, disse: “Ao longo de sua vida ... parece ter na cabeça toda a matemática de sua época, tanto puras como aplicadas”.

Figura 12. El Márques de Condorcet, 1743 - 1794.

Na cripta da Catedral de San Pablo em Londres, está o túmulo de Christopher Wren, o arquiteto deste magnífico e belo edifício. A inscrição que figura em sua lápida é um dos mais famosos epitafios:

Lector, si monumentum requiris, circumspice (Visitante, se buscas um monumento comemorativo, olha ao teu redor).

Eu acho que também esse epitáfio é verdadeiro para o túmulo de Euler, pelo seu notável trabalho.

4.MATEMÁTICOS CONTEMPORÂNEOS A EULER:

No século de Euler o análise matemática ganha vida própria, torna-se independente da geometria e ciências naturais e tinge a matemática de carater formal, ainda não rigoroso. No século anterior, geometria analítica e os métodos infinitesimais tinham sido utilizados como ferramentas analíticas para resolver problemas geométricos ou investigar as leis naturais. No século XVIII, a análise matemática, ainda prosseguia a estes fins, é estudado por si mesmo, e até mesmo a geometria e os fenômenos naturais vir a servir de pretexto para novos desenvolvimentos analíticos. Por isso quase todos os contemporaneos a Euler se ocupavam de preferência a análise matemática.

A natureza puramente algorítmica da matemática é enriquecida no final do século XVIII, com o uso da análise infinitesimal como métodos de instrumentos para resolver problemas geométricos ou físicos, como serão visto, por exemplo, no trabalho de Lagrange. Em seguida a geometria física se impregna do espíritito do análise infinitesimal, o que leva à geometria a adquirir a patente de geometria pura e a física se torna em física matemática.

Uma exceção à tendência geral para a análise matemática no século XVIII era Alexis Claude Clairaut, que como um adolescente se ocupou das curvas no espaço, cujo trabalho de 1743 a mais importante refere-se à forma da terra, estabelecendo as condições matemáticas para o equilíbrio de fluidos e lançar as bases de uma futura teoria do potencial. Este trabalho foi baseado em outra obra de Maclaurin sobre os elipsoides de revolução desenvolvidos exclusivamente com métodos geométricos que induziram Clairaut a usar o mesmo recurso nas demonstrações. Maclaurin e Clairaut figuram entre os últimos matemáticos que resolve problemas mecânicos e astronômicos com o método geométrico.

Clairaut trabalhou no problema dos três corpos, um dos problemas mais famosos em seu tempo do que também se ocupou D'Alembert, redator do discurso preliminar e editor de muitos artigos matemáticas e metodológicas da enciclopédia de 1751 a grande contribuição de D 'Alembert foi a solução do problema da corda vibrante, que desempenhou um papel nas futuras revisões dos princípios de análise e que, sem sucesso, tinha realizado muitos outros matemáticos de sua época, especialmente Daniel Bernoulli.

Outros matemáticos destacados que nasceram e morreram no século XVIII eram Edward Waring, Gabriel Cramer e Johann Heinrich Lambert. Ao primeiro devemos pesquisas na teoria de números e equações algébricas, obteve relações entre os números dos coeficientes de uma equação e a soma de suas potências de igual grau e suas raízes.

Figura13. Daniel Bernoulli, 1700- 1782 Figura 14**.** Lambert, 1728-1777

Cramer também se ocupou da álgebra para uso no estudo de curvas planas, onde descobriu a regra conhecida com o seu nome para a resolução de sistemas de equações lineares.

Finalmente, Lambert era um estudioso versátil que trabalhou em vários ramos do conhecimento. Em matemática resolveu problemas de perspectiva, de séries, simbolismo lógico seguindo as ideias de Leibniz, a teoria da paralela e do número π, demonstrando que não é fracionário.

A próxima geração de matemáticos seguintes a Euler e Lagrange. Eles vivenciaram a Revolução Francesa.

5. O SÉCULO DE OURO DA MATEMÁTICA FRANCESA:

A preferência por métodos analíticos de matemática característica do século XVIII acentua-se em Lagrange, criador da “mecânica racional” que concebe como um ramo da matemática e a chama de mecânica analítica.

Joseph Louis Lagrange era de origem francesa, embora nascido na Itália. Desde os 30 anos ele viveu em Berlim e Paris. Desde os seus primeiros escritos, ele ajudou a fornecer a generalidade matemática e a natureza analítica que a caracteriza. Em seus primeiros trabalhos, ainda na Itália, lançou as bases de cálculo das variações, e independente dos problemas geométricos que resultaram, como o problema da isoperimetros e dando-lhe maior generalidade. Seu gênio criativo destacou em quase todos os ramos da matemática, destacando particularmente em análise infinitesimal, teoria dos números e teoria das equações, onde seus estudos são precursores da teoria de grupos. Simultaneamente aplicou a matemática para os mais variados problemas de mecânica, astronomia e probabilidade.

Em 1797, estando Lagrange, em Paris, foi fundada l'Ecole Polytechnique em que ele ensinou alguns anos. Como resultado de seus curss, Lagrange publicou dois tratados em 1797 e 1801, em que uma forma original, mas não rigoroso, expõe seus princípios de Análise Infinitesimal, alegando:

• Evitar os infinitamente pequenos e os incrementos evanescentes.

•Para liberar a análise de ambas as considerações geométricas, ou seja, a influência euclidiana,

• como considerações mecânicas, foi a visão derivada de funções de Newton.

Esta análise baseia-se num modo algébrico partindo da série de Taylor, cujos coeficientes introduz as derivadas, nome que também lhe devemos. A partir das derivadas desenvolve a forma algébrica do cálculo diferencial. O Cálculo Integral o considera inverso aos da derivada. Apesar de seu “método derivado“ não ser rigoroso, tem o mérito de ter dado à fórmula de Taylor a importância central que tem em análise. Sua tentativa de eliminar adversários limites infinitesimais e encontrou entre os seus contemporâneos, cujas objeções inadevertidas passou até a época de Cauchy.

Figura15: Lagrange, 1736-1813.

Sua obra-prima é o Mecanica Analítica de 1788, onde considera que a mecânica é uma geometria de quatro dimensões, sendo o tempo a quarta dimensão. Começando princípio das velocidades virtuais e usando o cálculo das variações, Lagrange constrói toda a Mecânica, introduzindo o conceito de potencial, o princípio de ação mínima e as coordenadas generalizadas.

A obra de Pierre Simon Laplace em Astronomia foi comparável ao da mecânica de Lagrange. Em seus cinco volumes Mecânica Celestes, publicados entre 1799 e I825, ele recolheu todas as suas contribuições junto às dos Newton, Euler, Clairaut, D'Alembert e Lagrange sobre mecânica do sistema solar, expos de forma totalmente analiticamente, sem mais dados observacionais que são essenciais. Laplace expôs a hipótese da nebuIosa, que já havia sido publicada por um tratado de Lagrange Divulgado em 1796, que continha um apêndice sobre a história da Astronomia.

Seguindo o mesmo método, precisamos também de teoria analítica de Laplace de probabilidades, que escreveu por volta de 1812, retornando a esta questão, em 1820, com o seu ensaio filosófico sobre as probabilidades, trabalho que carece de fórmulas matemáticas.

Laplace foi um matemático profundo, difícil de ler as muitas contribuições matemáticas originais. Continuamos ainda usando a equação de Laplace, que é uma equação diferencial de segunda ordem em derivadas parciais, que apareceu no estudo da função potencial.

De méritos ponderáveis, embora inferiores aos de Lagrange e Laplace foi o seu Contemporâneo Adrien Mariel Legendre, último dos grandes "analistas da grandeza de Euler de Lagrange, que veio a conhecer aos novos analistas do século XIX Cauchy, Abel e Jacobi. As contribuições mais importantes de Legendre, foram :

1- Um Tratado da teoria dos números, em 1830, que pela primeira vez aparece demonstrada a lei da reciprocidade, que Euler tinha dado, sem prova e que Gauss chamou a "jóia da aritmética".
2- As duas chamadas hoje "integrais elípticas"(1811) que calculam o comprimento de um arco de elipse. Mais tarde, por inversão, integrais elípticas deram lugar as "funções elípticas". Em uma edição posterior de seu trabalho incrementou as pesquisas sobre funções elípticas feitas por Abel e Jacobi.

Figura16.Legendre,1752-1833

3- Em 1794 publicou seus Elementos de Geometria, obra de grande sucesso adotado como livro de texto na Europa e nos Estados Unidos. Ao contrário do que aconteceu nos Elementos de Euclides, expõe primeiros teoremas e, em seguida, vêm os problemas. A geometria na obra de Legendre adquire a fisionomia entre algébrica e geométrica que caracteriza a nossa geometria elementar. Um apêndice traz, entre outras inovações, a prova da irracionalidade de números π e e, acrescentando a observação profética que é provável que o número π não seja irracional algebrico, ou seja, não ha raiz de uma equação polinomial de coeficientes inteiros.

Também abordaram questões de análise e geometria Mascheroni e Lacroix. Lorenzo Mascheroni escreveu, em 1797, uma geometria de compasso onde prova que todas as consruções com régua e compasso podem realizar somente com compasso, resultado que parece que já era conhecido antes.

Se deve a Silvestre François Lacroix três grossos volumes publicados entre 1797 e 1800 No primeiro, dedicado ao cálculo diferencial e suas aplicações geométricas, utiliza o método de Lagrange, mas não exclui o uso de infinitésimos; o segundo é sobre o cálculo integral e cálculo das variações; e o terceiro é dedicado aos diferenças finitas e as séries.

Um de seus trabalhos didáticos sobre cálculo diferencial e integral foi traduzido para o Inglês em 1816 e em 1820 e acrescentou dois volumes de exercícios. Este trabalho marcou o fim das fluxões de Newton na Inglaterra e adotando a notação e métodos matemáticos continentais no Reino Unido. Lembrando das disputas sobre a paternidade do cálculo diferencial entre Newton e Leibnitz essa adoção de alguma forma compensa a Leibniz a ataques sofridas por Newton na defesa da primazia da descoberta do Cálculo Diferencial e Integral. A geometria analítica termo também se deve a Lacroix.

6. O RENASCIMENTO DA GEOMETRIA

Na primeira metade do século XVIII a geometria não estava na moda e para passar por cientista havia que dominar o análise matemático. No entanto, na segunda metade do século XVIII, a geometria volta para seus trilhos, e embora se continue a esrudar geometria, mas continua com os recursos da análise, nascem novos ramos que não se pode abordar apenas pela análise matemática.

Figura 17. Porcelet, 1788 – 1867.

Tal é o caso da Geometria Descritiva que nasce com esse nome em 1795, através dos esforços de Gaspard Monge, e é definida como o ramo da geometria em que é dada a unidade e de hierarquia científica aos procedimentos surgidos nos finais do século XV, para proporcionar aos pintores e arquitetos normas para a melhor realização de suas obras.

Deve-se a Monge um método para representar curvas e superfícies que leva seu nome. A prática usual na época do Monge era usar as figuras como pretextos para estudos analíticos. Pois bem, Monge, além de representar curvas e superfícies, utilizou os recursos do análise aplicados para estudar novas propriedades geométricas das.

Monge foi um grande professor, por isso teve muitos discípulos. Entre eles estão Jean Baptiste Meusnier e Charles Dupin, que cuidou da curvatura da superfície, Charles Brianchon que sozinho ou com Poncelet, lidou com as propriedades da cônica, e Lazare Carnot que, além de suas atividades militares e civis se ocupou ativamente da matemática, publicando, em 1797, o livro Reflexões sobre a metafísica do cálculo infinitesimal, onde ingenuamente, argumenta que, se os conceitos infinitesimais, apesar das suas imperfeições, levarem a resultados erradas é porque os erros cometidos com eles se compensam e anulam.

Jean Victor Poncelet se juntou ao grupo Monge retornou à França depois de vários anos de cativeiro na Rússia. Em 1820 publicou um ensaio sobre as propriedades projetivas das seções cônicas que depois de dois anos o ampliou com o título: Tratado das propriedades projetivas das figuras. Neste livro, o princípio da dualidade que a razão de uma disputa sobre sua paternidade entre Poncelet e Joseph Diaz Georgonne. O princípio de Poncelet é um caso particular de Gergonne, que alertou sua generalidade.

Gergonne também tem o mérito de ter fundado em 1810 o primeiro periódico dedicado exclusivamente à matemática. Ele dirigiu até sua morte, em 1832; então já tinha semeado as sementes, sendo uma boa prova o número atual de revistas dedicadas à publicação de apenas artigos matemáticos.

7. FÍSICA MATEMÁTICA

Vimos que a segunda metade do século XVIII a geometria toma nova vida, principalmente devido ao trabalho de Monge e seus discípulos. No mesmo período, o trabalho de Joseph Fourier dá origem ao nascimento da Física Matemática, seguindo os passos de problemas de Lagrange e Laplace, estuda os problemas físicos por intermédios dos recursos do análise infinitesimal com o mínimo de hipóteses físicas.

O trabalho mais importante de Fourier é uma memória de 1812 sobre a teoria analítica do calor, a partir da utilização de séries trigonométricas, chamada hoje de Séries de Fourier. Fourier, com deficiência de rigor matemático obteve resultados que têm sido a fonte de desenvolvimentos matemáticos importantes com aplicações em física e engenharia. O seu primeiro sucesso foi a determinação da temperatura em diferentes pontos de uma placa conhecendo a temperatura na extremidade da placa.

Outros cientistas nascidos no século XVIII que desenvolveram a física e a matemática foram:

Thomas Young e Augustin Fresnel, que aplicou a análise matemática para a teoria ondulatória da luz.

Figura 18. Fourier ,1768 – 1830

Seus sucessos levaram a impor a teoria das ondas perante as partículas. André-Marie Ampère, famoso por suas pesquisas no campo eletromagnético. Siméon Denis Poisson, que obteve novos resultados em série de Fourier e descrição de campos; Estamos muito familiarizados com sua equação seguimos utilizando.

George Green, que aplicou a função potencial, nome devido ao próprio Green, em problemas distintos dos gravitacionais, tais como eletricidade e magnetismo. É também o precursor do teorema de Stokes, já que sua fórmula de cálculo integrais num percurso fechado e plana e da Stokes bidimensional.

Finalmente, devemos contribuições Gabriel Lamé lhe devemos contribuições exclusivamente matemáticas e as aplicações das análises matemáticas na teoria do calor e da elasticidade.

8. ALGUNS TEXTOS, MÁQUINAS E ARTIGOS MATEMÁTICOS DO SÉCULO DA ILUSTRAÇÃO:

Os livros de matemática gerais mais utilizados foram os de Clausberg (1732), Bézout (1764-1769 e 1770-1772), Lemoine (1790). Também se utilizam máquinas de calcular idealizadas por Gersten (1735), Hahn (1774) e Müller (1783).

A respeito da Geometria na Inglaterra se segue o método de Euclides, mas em inglês, com demonstrações modificadas e acrescentando explicações. O excelente livro de Simson (1756) foi um grande sucesso. Na França já não ensina seguindo a tradição euclidiana. Predomina a introdução à Geometria Clairaut (1741) e, desde 1794 a geometria de Legendre se impõe.

Antes do século XVIII, trigonometria era apenas uma ciência auxiliar, embora nesse século do Iluminismo se transforma em uma disciplina matemática independente. Contribuições dignas de menção são a excelente trigonometria plana de Euler (1748) e trigonometria esférica (1753), a redução da trigonometria esférica para a plana feito por Lambert (1765), Legendre (1787), o compêndio notável de todo o conhecimento trigonométricos de Cagnoli (1786) e finalmente, a grande contribuição de Lagrange (1798-1799) reduzindo toda a trigonometria ao teorema dos cossenos.

Os textos citados acima possui partes algébricas, mas há bons textos dedicados ao Estudo da álgebra simbólica escrito por Saundersor (1740), Simpson (1745), Maclaurin (1748), Clairau (1746), Condillac (1798) e Condorcet (1799). Uma exposição muito interessante e divertida é a introdução de álgebra Euler (1770) e tem grande valor das edições posteriores a 1774 com comentários de Lagrange, do ponto de vista algorítmico.

Os progressos Matemáticos conseguidos no século XVIII são publicados com pouca divulgação e disseminados em várias revistas, por: exemplo:

As decomposições em frações simples para integrar as funções racionais a encontramos em Euler, Acta Academiae Scientiarum petropolitanae (Sam Petersburg) 4, 1780.

A demonstração das regras dos sinais de Descartes está em Lagrange, Nouveaux Memóires de I'Academie de Sciences. Berlim 1777.

Problemas de eliminação aparecem em Euler Histoire et Mémoires de l'Academie de Ciências de Berlim 4, 20, 1748

A Regra de Cramer para sistemas de equações lineares usando determinantes está em *Bézout, Histoire et mémoires de l'academie de Sciences de Paris 1764 y*

1779; en Vandermonde, Histoire et mémoires de l'ac. sc. de París 1772; y em Laplace, Nouveaux mémoires de l'academie de Sciences. Berlin 1773.

A capacidade de representar as soluções de equações polinomiais de formas complexas fez assumir Euler (*Miscellanea Berolinensia 7, 1743*) que todos as equações de coeficientes reais podem ser decompostas em fatores lineares e quadráticas com coeficientes reais.

D'Alambert (*Histoire de mémoires de l'Academie de Scienses de Berlim 2, 1746*) trata de demonstrar o problema fundamental da álgebra, demonstração que Gauss discute (1799) e completa decisivamente.

A resolução de equações de grau maior que 2 se encontra em Euler, *Commentarii Academiae Petropolitanae 6, 1732, 1733* e seguintes para a solução de equações de terceiro grau e quarto; em *Bézout, Histoire et Mémoires de Pacademie de Siences de Paris 1762; em Lagrange, Nouveaux memoires de l'Académie de Sciences de Berlim 1770-1771; em Vandermonde, Histoire et mémoires de pacademie de Sciences de Paris 1771; e Malfatti, Atii ac. Siena, de 1771*, onde a partir de solução de equações polinomiais de quinto grau se descobre e resolve a equação polinomial de grau sexto.

Tipos de equações que podem ser resolvidos por radicais aparecem em Bézout, *et mémoires de Iacademie de Sciences de Paris 1762, 1765 e em Euler em 1776-1788.*

Problemas relativos à divisão de circunferência estão em Euler, *Commentarii Academiae Pretropolitanae 13, 1741-1745 e Vandermonde, Histoire et mémoires de l'Académie des Sciences de Paris 1771* Esses resultados foram o ponto de partida para que Gauss resolvesse com régua e compasso a construção de um polígono regular de 17 lados (1796).

O melhor compêndio sobre a resolubilidade de equações polinomiais se encontra em Lagrange, *Nouveaux Memoires de l'Academie de Ciências de Berlim, 1770-1771*, quem pode duvidar que é possível resolver algoritmicamente as equações de ordem superior, introduções distintas das funções semissimétricas e abre o caminho aos trabalhos de Ruffini (1799, na tentativa de provar a insolubilidade de equações de quinto grau), Abel (*1824, artigo 1 Jornal Crelles. 1,826*) e Galois, que trabalham em torno do problema de insolubilidade produzido desde 1829 das ideias principais sobre a teoria dos conjuntos.

As fórmulas de Newton para calcular as somas das potências s_k das soluções de equações polinomiais (primeira cópia feita em 1707 para k menor que o grau n da equação) são usados por Euler em *Commentarii Academiae Petropolitanae 7 1734-1735*, para provar que:

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \cdots + \frac{1}{k^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$$

O cálculo dessa soma foi desejado por cerca de 80 anos. Fórmulas de Newton são demonstrados por Bärmann (1745) e Kaestner (1757), e impresso em *Dissertationes physisc Matemática, Soc. Sc. Göttingen (1771).* As fórmulas para $k > n$ são obtidas e demonstrada por Euler (*1747, impressão em opusc II, 1750*).

3. CONTEXTO DA INTERVENÇÃO

A produção didático-pedagógica desenvolvida foi uma unidade didática, voltada pra a história da matemática, cujas atividades envolveram alunos do 3º ano do ensino médio. Conforme já comentado o objetivo desse estudo se fundamentou na tentativa de diminuir a grande desmotivação do nosso aluno em estudar matemática, visto que não se não via aplicação para a mesma. Daí optamos por usar da metodologia História da Matemática para que a partir de um conhecimento mais amplo da história da matemática, para que a partir de um conhecimento mais amplo dos conteúdos usados nas aulas, atingíssemos assim uma melhor compreensão também dos porquês de seus estudos, regatando portanto o gosto pelos estudos.

Usamos da pesquisa como ferramenta para descobrir a história da evolução de muitos conceitos matemáticos que antes eram vagos em suas mentes. A partir das pesquisas se davam vários debates com o objetivo de compreensão e discussão dessas histórias histórias e assim um enriquecimento dos fundamentos de cada conteúdo. A ideia de usar da história para tentar resgatar o gosto pela disciplina, partiu do fascinio que a historia provoca em cada pessoa, quando essa história é contada e debatida entre um grupo.

Baseado na tamanha dificuldade apresentada pelos nossos alunos no sentido de contextualizar a matemática e buscando retomar o gosto pelas aulas e pelo estuo dessa disciplina que se deu a aplicação desse projeto, onde por meio de pesquisas históricas, bem como do uso de outras ferramentas alcançar tais objetivos.

4. METODOLOGIA DO PROCESSO DE INTERVENÇÃO

Nas primeiras aulas , aconteceram conversas com a turma sobre como seria a aplicação do nosso projeto, como se dariam as etapas, bem como as metodologias e a forma de avaliação. Após essas explanações, fizemos a primeira atividade responderam ao questionário diagnóstico no qual todos tiveram a oportunidade de falar qual a sua visão sobre as aulas de matemática, sobre as metodologias usadas em aula e também falar o que sabiam sobre história da matemática. O resultado desse questionário foi revelador, pudemos perceber que o uso da história nas aulas fazem toda a diferença, percebemos também que as nossas aulas não estavam atingindo como deveria e que algo realmente teria que ser feito para que atingissemos tal pretensão. Essas discussões e explanações foram feitas em um semi-círculo com espaço para cada aluno falar um pouquinho sobre cada uma das perguntas do questionário.

A próxima aula lançamos a segunda atividade, separando a sala em grupos de 3 a 4 alunos solicitamos que cada grupo pesquisase um dos grandes matemáticos que fora sugestionado. Essa pesquisa foi dirigida e acompanhada pelo professor. O interessante dessa pesquisa foi a socialização da pesquisa feita pelo grupo. Sentados novamente em semi-círculo os integrantes dos grupos falavam um resumo de tudo que haviam pesquisados, e a cara de espanto de cada aluno era fantástico quando descobriam o tamanho da dedicação, do esforço que os matemáticos de séculos passados tiveram para aprofundar seus estudos, deixando pra nós hoje esse legado tão grande.

A terceira atividade foi apresentar em um telão as fotos ou imagens de grandes matemáticos com o intuito de cada grupo identificar quem era quem naquelas imagens e novamente relembrar partes dos seus grandes feitos. Durante a exposição do grupo e do professor, comentou-se uma soma efetuada pelo matemático Euler da sequência:

$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}+\cdots+\frac{1}{k^2}+\cdots=\frac{\pi^2}{6}$$

Essa sequencia pode ser melhor compreendida quando esboçamos o gráfico da função $y = 1/x^2$ .A tarefa consistiu em conhecer uma das funções da ferramenta Geogebra e a partir dela fazermos o esboço do gráfico dessa função e ainda usar qualquer outro Software matemático pra calcular essa soma de sequência até o vigésimo termo. Uma atividade interessante com a ocorrência negativa de não contarmos com o laboratório de informática funcionando pois assim a interação durante a realização da atividade seria muito melhor. Num outro momento a quinta atividade foi lançada: Construir sólidos geométricos com um dos objetivos aplicar a famosa relação de Euller em que fora citado na pesquisa da segunda atividade, cada grupo portanto fez uma pesquisa histórica sobre um sólido. Além de apresentar a pesquisa realizou a construção do mesmo, apresentando em um quadro o número de lados, vértices e faces, formalizando a determinação dos elementos de um poliedro e a confirmação da veracidade encontrada na relação de Euler . Em seguida lançou se o desafio da construção de um jogo matemático que abordassem parte da história matemática. Em duplas ou trios os alunos pesquisaram ideias para a criação de um jogo que envolvesse a história de matemáticos como Euler, Laplace, Cramer, Jacobi, Gauss, Arquimedes, D´Alembert, Newton, Bernoulli entre outros e criaram jogos como cruzadinhas, quebra cabeças, acha par entre outros, todos envolvendo figuras de matemáticos e ou as suas histórias e feitos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A intervenção pedagogica proposta obteve os resuados esperados, pois foi visível o envolvimento e as contribuições feitas por cada aluno durante a realização das atividades, ao final da aplicação do projeto percebeu um gosto bem maior pelo estudo matemático, aumentando o prazer na aprendizagem. Os conceitos que antes não lhes eram interessantes, passaram a fazer sentido aos seus olhos.

Sabemos que o sucesso desse projeto se deve a motivação que é feita aos alunos, incentivando os na hora da pesquisa, mostrando a ele a importância de buscar o conhecimento e correr atrás para entender os porquês que tanto ronda a nossa mente durante as aulas, que é possivel ver aplicação naquilo que pra nós não tinha. E certamente essa pesquisa matemática, outro fato importante é dar atenção à fala do aluno na hora da exposição, valorizando cada descoberta, cada aprendizado. Sem dúvidas esse projeto auxiliou o trabalho do professor de português, quando o educando teve que sintetizar o que lia, o que pesquisava e depois na exposição quando tinha que comentar resumidamente o que cada matematico realizou ou estudou.

O grande desafio que nós professores de matemáticos temos é tornar os alunos motivados em estudar os conteúdos que propomos, parece que tudo soa de forma muito vaga e sem contextualização aos seus ouvidos e foi nesse momento que percebemos a história da matemática se fazendo uma poderosa “arma” no combate a desmotivação, a falta de visão das aplicações, enfim, vindo a somar junto a outras metodologias diversificadas que o professor necessita fazer uso.

Muitos dos nossos alunos não têm hábitos de pesquisa, não estão acostumados a sintezar uma fala, a fazer resenhas e muito menos a expor esse material pesquisado e o exercicio de tudo isso o faz bem. Durante as outras atividades lúdicas de construções de figuras geométricas ou construção de jogos se trabalhou muitas habilidades bem como a coordenação motora na confecção, o uso de réguas, esquadros e compassos, instrumentos que para muitos a forma de uso era desconhecida.

Conhecer a vida de matemáticos como Euler fez muita diferença na vida de todos os estudantes, uma vez que pode perceber o amor aos numeros, a dedicação, o empenho que ele teve que doar para que hoje tivessemos tudo isso que temos. Assim como seus companheiros de estudos que igualmente doaram anos e anos de suas vidas ao incansável estudo da matemática.

Gostaria de salientar aqui as contribuições feitas por muitos professores cursistas do GTR (Grupo de Trabalho em Rede- ofertado pelo SEED-PR), durante quase dois meses os professores tiveram acesso ao projeto de pesquisa, ao caderno de intervenções e a toda a fundamentação teórica usada. Tive retornos positivos e incentivadores de muitos colegas do GRT, apontando as qualidades desse projeto, bem como sugerindo que eu o apicasse em outras turmas do colégio. Essas contribuições foram fundamentais, pois me reafirmaram que esse projeto é importante para a concretização dos objetivos que tenho como educador. As sugestões de atividades dentro do tema foram muitas.

Em suma, é possivel melhorar o gosto dos nosso alunos pelas nossas aulas, com envolvimento dos mesmos a partir de pesquisas e contribuições, fazendo uso portanto da metodologia História da Matemática como ferramenta auxiliadora na obtenção do objetivo desejado, que é o despertar do desejo de conhecer, de entender e passando por tanto a enxergar que em tudo que há a nossa volta existe a presença da matemática se fazendo necessária para que o desenvolvimento da nossa sociedade aconteça. Perceba que não há nada, nem um avanço tecnológico sem muito conhecimento e saber matemático. E como disse o nosso gênio Galileu Galilei : “A matemática é o alfabeto com o qual, Deus escreveu o universo”.

6. REFERÊNCIAS

BAILHACHE, P. (1995) Deux mathématiciens musiciens: Euler et d'Alembert. *Physis Riv. Internaz. Storia Sei. (N.S.)* 32 (1), 1-35.

BORGATO, M.T. & Pepe, L. (1987) Lagrange in Turin (1750-1759) and his unpublished lectures at the Royal School of Artillery. *Boll. Storia Sei. Mat. 1* (2), 3-43.

BORGATO, M.T. & Pepe, L. (1988) An unpublished memoir of Lagrange on the theory of parallels. *Boll. Storia Sei. Mat.* 8 (2), 307-335.

BORGATO, M.T. & Pepe, L. (1989) The family letters of Joseph-Louis Lagrange. *Boll. Storia Sei. Mat.* 9 (2), 192-318.

BOURBAKI, N. (1976) *Elementos de la Historia de las Matemáticas.* Ed.: Alianza Universidad.

BOYER, C. B. (1986) *Historia de la Matemática.* Ed.: Alianza Editorial S.A..

BOYER, C. B. (2010) A História da Matemática, 3ª edição -2010, Editora Edgard Bucher

CALINGER, R. (1996) Leonhard Euler: The first St Petersburg years (1727-1741). *História Mathematica* 23, 121-166.

CASSIRER*, E. (1993) La Filosofia de la Ilustración.*Ed.: Fondo de Cultura Econômica de Espana.

CHOBANOV, G. & Chobanov, I. (1988) Lagrange or Euler? III. The future. *Annuaire Univ. Sofia Fac. Math. Inform.* 82 (2), 63-109.

COMTE, C. (1989) Joseph-Louis Lagrange poète scientifique et citoyen européen. *La Recherche* 208*, 394-396.*

COSTABEL, P. (1989) Lagrange et l'art analytique, Comptes rendus de VAcadémie des sciences. Série générale, La vie des sciences*, 167-177*

DELSEDIME, P. (1971) La disputa delle corde vibranti ed una lettera inedita di Lagrange a Daniel Bernoulli. *Physis - Riv. Internaz. Storia Sci.* 13 (2), 117-146.

DUNHAM, W. (2000) Euler el maestro de todos los matemáticos*.* Ed.: Nivela (Madrid).

EDWARDS, H.M. (1983) Euler and quadratic reciprocity. *Math. Mag.* 56 (5), 285-291.

ERDÕS, P. & Dudley, U. (1983) Some remarks and problems in number theory related to the work of Euler. *Math. Mag.* 56 (5), 292-298.

FRASER, C.G. (1985) J. L. Lagrange's changing approach to the foundations of the calculus of variations. *Arch. Hist. Exact Sci.* 32 (2), 151-191.

FRASER, C.G. (1987) Joseph Louis Lagrange's algebraic vision of the calculus. *Historian Math.* 14 (1), 38-53.

FRASER, C.G. (1990) Lagrange's analytical mathematics, its Cartesian origins and reception in Comte's positive philosophy. *Stud. Hist. Philos. Sci.* 21 (2), 243-256.

FRASER, C.G. (1992) Isoperimetric problems in the variational calculus of Euler and Lagrange. *Historian Math.* 19(1), 4-23.

,
FRASER, C.G. (1994) The origins of Euler's variational calculus. *Arch. Hist. Exact Sci.* 47 (2), 103-141.

FRISINGER, H. H. (1981) The solution of a famous two- centuries-old problem: The Leonhard Euler Latin square conjecture. *Historian Math.* 8 (1), 56-60.

GAUKROGER, S. (1982) The metaphysics of impenetrability: Euler's conception of force. *British J. Hist. Sci.* 15 (50), 132-154.

HAMBURG, R.R. (1976/77) The theory of equations in the 18th century: The work of Joseph Lagrange. *Arch. History Exact Sci.* 16 (1), 17-36.

HAZARD, P. (1991) *Elpensamiento Europe en el siglo XVIII.* Ed.: Alianza Editorial.

HIRANO, Y. (1995) Quelques remarques sur les travaux de Lagrange qui concernent la théorie des équations algébriques et la notion préliminaire de grou pes. *Historia Sei.* (2) 5 (1), 75-84.

JULIA, G. (1942-1950) La vie et l'oeuvre de J.-L. Lagrange. *Enseignement Math.* 39, 9-21.

LE LIONNAIS, F. (1962) *Las grandes Corrientes det pensamiento matemático.* Ed.: Eudeba.

LÜTZEN, J. (1983) Euler's vision of a general partial differential calculus for a generalized kind of function. *Math. Mag.* 56 (5), 299-306.

MUNCK, T. (2001) *História social de la Ilustración* Ed.: Editorial Crítica.

PANZA, M. (1991) Thanalytical foundation o1 mechanics of discrete systems in Lagrange's 'Théorie des fonctions analytiques', compared wit! Lagrange's earlier treatments of this topic I. *Historic Sci.* (2) 1 (2), 87-132.

PANZA, M. (1992) The analytical foundation o: mechanics of discrete systems in Lagrange's 'Théorie des fonctions analytiques', compared witl Lagrange's earlier treatments of this topic II. *Historic Sci.* (2) 1 (3), 181-212.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Diretrizes Curriculares da Educação Básica Matemática, 2008.

SACHS, H., Stiebitz, M. & Wilson R.J. (1988) An historical note: Euler's Königsberg letters. *J. Grap) Theory* 12 (1), 133-139.

SHIELDS, A.L. (1988) Lagrange and the 'Mecaniqu< analytique'. *The Mathematical*

STEIN, James D., Como Matemática explica o mundo, 194, 3ª edição – 2011

SZEBEHELY, V. (1992) Lagrange and the three-bod; problem, La 'Mécanique analytique' de Lagrange e son héritage, *a tti Accad. Sci. Torino Cl. Sci. Fis. Mai*

Natur. 126, suppl. 2, 201-213.

TATON, R. (1974) Inventaire chronologique de l'oec vre de Lagrange. *Rev. Hist. Sei.* 27, 3-36.

TATON, R. (1988) Sur quelques pièces de la corres pondance de Lagrange pour les années 1756-175£ *Boll. Storia Sci. Mat.* 8 (1), 3-19.

TATON, R. (1992) Lagrange et la Révolution français' (juillet 1789 - novembre 1795), La 'Mécaniqu analytique' de Lagrange et son héritage. *A tti Accac Sci. Torino Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.* 126, suppl. 2 215-255.

VALJAVEC, F. (1964), *Historia de la Ilustración e Occidente.* Ed.: Ediciones Rialp.

VAN MAANEN, J.A. (1983/84) Leonhard Euler (1702 1783): man, worker, migrant, genius. *Nieuw Tijdsch Wish.* 71 (1) Ml.

VON WIESE, B. (1979), *La cultura de la Ilustrador* Ed.: Centro de Estúdios Políticos y Constitucionale:

WEIL, A. (1984) Euler. *Amer. Math. Monthly* 91 (9 537-542).*intelligencer* 10 (4) 7-10.