Versão Online ISBN 978-85-8015-093-3
Cadernos PDE

VOLUME I

OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR PDE

2016

Artigos

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

O Material Dourado aplicado ao ensino e aprendizagem da Equação do 2º Grau

Eva Aparecida Carvalho e Silva[1]
Joseli Almeida Camargo[2]

Resumo

Durante muito tempo o ensino de Matemática caracterizou-se pelo predomínio de aulas expositivas, em que os educandos aprendiam através da memorização e mecanização de definições, seguidas de exercícios repetitivos. Partindo então do pressuposto de que o processo de ensino-aprendizagem da matemática deve ser significativo para os alunos, o presente artigo trata da implementação de um projeto focado na resolução da equação do 2º grau junto aos educandos do ensino fundamental. Os objetivos propostos, para o estudo em questão, foram: refletir sobre o processo de ensino-aprendizagem da equação do 2º grau no ensino fundamental e explorar o cálculo para resolução dessas equações com a utilização do material dourado. O uso desta ferramenta pedagógica advém da possibilidade de ampliar o raciocínio do discente na compreensão sobre o que é e, em como resolver equações do 2º grau. Os resultados obtidos revelaram que o uso do material concreto, quando bem explorado em sala de aula, oportuniza maior participação dos alunos e, consequentemente, promove a compreensão dos conteúdos desenvolvidos.

Palavras-chave: Equação do 2º do Grau. Material Dourado. Ensino de Matemática.

Introdução

A matemática trabalhada na escola, mesmo com tantas reformulações curriculares acontecendo, em torno das licenciaturas, ainda tende a formalizar conteúdos, quase sempre, sem levar em consideração os saberes acumulados que os alunos já trazem consigo: suas experiências de vida e escolares. Consequentemente, o cotidiano da escola nos leva a perceber que a matemática tornou-se, em vários casos, uma disciplina desvinculada da realidade cognitiva dos estudantes.

De acordo com Sadovsky (2010, p.07), “[...] no modelo pedagógico atual, os professores mostram a utilidade das fórmulas e das regras matemáticas, por meio

---

[1]Professora PDE. Especialista em Matemática/Dimensões Teórico-Metodológicas pela UEPG – Ponta Grossa- PR e em Administração e Orientação Educacional pela FAPI- Faculdade de Pinhais, graduada em Licenciatura em Matemática pela UEPG-Ponta Grossa-PR. Endereço eletrônico: evacarvalho@seed.pr.gov.br

[2]Professora Orientadora. Docente na Universidade Estadual de Ponta Grossa, UEPG. jcamargo@uepg.br

de um treinamento de aplicação: definição, exercícios-modelo, exercício de aplicação”. Por mais que pareça tão óbvia a necessidade de um ensino da matemática de cunho significativo, a formação deste ainda é impregnada por definições, seguido de exercícios, priorizando a repetição e a memorização. É bem provável que esta atitude pedagógica, seja um dos motivos que acaba desmotivando o educando para o aprendizado da matemática, inibindo sua curiosidade nata e privando-o de exercitar o raciocínio lógico matemático.

Partimos do pressuposto de que o processo de ensino-aprendizagem da matemática deve ser repensado e, para isso, faz-se necessário uma mudança de atitude do professor, diante do dia a dia escolar, deixando de centrar o ensino da matemática em procedimentos sem relevância para o aluno.

Segundo as Diretrizes Curriculares do Paraná foi a partir da Tendência Socioetnocultural que a Educação Matemática passou a ser valorizada. Com suas bases teóricas e práticas inseridas na Etnomatemática passando a ser considerada como um saber dinâmico, prático e relativo, atendendo as iniciativas dos educandos, buscando problemas significativos no seu contexto cultural (PARANÀ, 2008, p. 44-45).

Gradativamente estas ideias estão se firmando no meio docente. No decorrer de minha trajetória em sala de aula, principalmente com o 9º ano do Ensino Fundamental, tenho observado as dificuldades que os discentes apresentam em abstrair conceitos algébricos, mais precisamente ao trabalhar com as equações do 2º Grau. Todavia, isso me impulsionou a buscar por recursos didáticos metodológicos, para tornar o ensino dos conteúdos matemáticos mais interessantes para o aluno e também a mim, enquanto professora.

A experiência na sala de aula me mostrou, que o encaminhamento mais comum adotado pelos professores para abordar a resolução da equação do 2º grau é apresentar a fórmula de Bhaskara, acrescida de algumas informações históricas sobre o referido matemático; identificar os termos da equação, resolver alguns exemplos e também propor atividades seguindo os exemplos apresentados.

Neste modelo, cabe ao educando apenas identificar e memorizar o procedimento de resolução da equação. É possível observar que o aprendizado sobre o assunto não se consolida por parte do aluno, abrindo-se lacunas que surgem nas dificuldades da resolução de uma equação nos anos escolares que se seguem. Logo, além de apresentar a fórmula, é necessário que o docente torne o ensino-aprendizagem da equação do 2º grau compreensível para o estudante.

O artigo em questão propõe, portanto, descrever a elaboração e aplicação de uma Unidade Didático-Pedagógica, composta por ações planejadas envolvendo a utilização do material dourado, na resolução da equação do 2º grau. Procurou-se também despertar no discente o interesse pelos valores históricos e a aplicação significativa no ambiente escolar do conteúdo trabalhado. O projeto foi implementado em três turmas de 9º ano no Colégio Estadual Nossa Senhora da Glória - Ensino Fundamental e Médio, situado no município de Ponta Grossa-Paraná. Tal projeto foi constituído como etapa integrante de conclusão do Programa de Desenvolvimento Educacional ─ PDE/2016, oferecido pelo Governo do Estado do Paraná como Formação Continuada.

Fundamentação teórica

Conforme Boyer (2010), Eves (2008) e Roque (2012), há 4000 anos aproximadamente, na antiga babilônia, já havia um grande interesse pelo estudo da matemática. Os aprendizes de escribas frequentavam a escola durante dez anos, onde aprendiam, cerca de 700 sinais, resolviam quebra-cabeças e também resolviam problemas envolvendo cálculos que eram escritos em forma de textos e suas resoluções eram feitas através de tentativas. No Egito, não foram encontrados registros sobre a equação do 2º grau, porém foram encontrados em alguns papiros, resoluções de equação feitas pelo método da falsa posição. Como por exemplo, o Papiro de Berlim:

A soma das áreas de dois quadrados é 100 unidades. O triplo do lado de um deles é o quádruplo do outro. Encontre os lados desse quadrado. Essa regra consistia em dar um valor falso para **y,** e encontrar o valor de x.

Fonte: (EVES, 2008, p.74)

Na Mesopotâmia (BOYER, 2010) o primeiro registro conhecido da resolução de problemas envolvendo a equação do 2° grau, data de 1700 a.C. aproximadamente, o qual foi feito numa tábua de argila utilizando-se de palavras, como uma “receita matemática” e fornecia somente uma raiz positiva. Exemplo:

Qual é o lado de um quadrado em que a área menos o lado dá 870? A receita era: tome a metade de 1 (coeficiente de x) e multiplique por ela mesma, (0,5×0,5=0,25). Some o resultado a 870 (termo independente). Obtém-se um quadrado ($870{,}25=(29{,}5)^2$), cujo lado somado à metade de 1 vai dar (30), o lado do quadrado procurado.

Fonte: (BOYER, 2010, p.21 e 22)

Com relação à Grécia (GARBI, 1997) acredita-se que a dificuldade no tratamento com os números, racionais e irracionais e a falta de praticidade do sistema de numeração grego, que era literal e do gosto natural pela geometria, levou essa civilização a resolver problemas matemáticos geometricamente, mas apenas com uma raiz positiva.

Em se tratando da Índia (BOYER, 2010), destacaram-se grandes personagens hindus importantes na matemática: Aryabhata (séc. VI d.C); Brahamagupta (séc. VII d.C); Sridhara (séc. XI d. C) e Bhaskara (1114-1185). Esses personagens se sobressaíram, pois desde a Índia Antiga havia um passatempo matemático entre os hindus muito popular, que era a solução de quebra-cabeças em competições públicas. Neste jogo, um competidor propunha problemas para outro resolver, em forma de texto básico, chamado “sutra”, que eram repetidos várias vezes pelo professor para que os alunos decorassem.

Os referidos “sutras” eram constituídos de ditos populares:

Alegravam-se os macacos
Divididos em dois bandos:
Sua oitava parte ao quadrado
No bosque brincava.
Com alegres gritos, doze
Gritando no campo estão.
Sabes quantos macacos há
Na manada total?

Fonte: (GUELLI, 1992, p. 7)

Atualmente, a resolução se faz pela tradução do enunciado para o idioma algébrico, chegando à seguinte equação do 2º grau: $x^2 - 64x + 768 = 0$. Equações como essas representadas por palavras, embora não usassem números e fórmulas eram resolvidas por muitos matemáticos hindus.

Para Boyer (2010, p.154-158), os árabes foram responsáveis pelo desaparecimento do saber ocidental, por causa de um incêndio do museu de Alexandria em 641 d.C.. Por outro lado, estes povos contribuíram para sua preservação, devido a históricos califas, que foram responsáveis pela tradução de importantes escritos científicos. Entre eles destaca-se: “O Almagesto” de Ptolomeu e “Os Elementos” de Euclides, que é uma obra composta por treze livros, sendo que o livro de número dois é dedicado à álgebra geométrica.

Ao longo dos séculos foram se aperfeiçoando as escritas da equação do 2º grau, bem como foram aparecendo vários métodos para sua resolução.

Al-Mamum fundou em Bagdá, no século IX, um centro científico similar à Biblioteca de Alexandria, denominado Casa da Sabedoria[3] (Bait al-hikma), para onde convergiram muitos matemáticos, dentre os quais Mohamed ibn-Musa al-Khowarizmi, que além de outras obras, escreveu, em 825, Hisab al-jabr wa'lmuqabalah (Ciência da restauração e da redução ou ciência das equações). Nessa obra, Al-Khowarizmi apresentou a equação do 2° grau, com uma comprovação geométrica, denominada método de completar quadrados, método geométrico distinto do utilizado pelos gregos.

O estudioso Al-Khowarizmi foi um matemático nascido em torno de 780 e morreu em 850. Conforme textos pesquisados, há poucos escritos sobre a vida desse matemático, mas, mesmo assim, sabe-se que ele foi um dos primeiros que trabalhou na Casa da Sabedoria. Ele escreveu alguns tratados, dentre os quais, sobre aritmética e álgebra, que foi o início para o desenvolvimento da matemática em alguns trabalhos algébricos. A álgebra, consoante a al-Khowárizmi “[...] mostra pouca originalidade. Explicam-se as quatro operações elementares e resolvem-se equações lineares e quadrática, estas últimas aritmética e geometricamente” (EVES, 2004, p. 263).

Mesmo com muitos métodos para a resolução da equação do 2º grau, os matemáticos ainda sentiam dificuldades para encontrar suas soluções. Assim sendo, surgiu a primeira fórmula resolutiva para essas equações e, segundo Guelli (1992, p.20), a resolução vinha sempre gravada na tabuleta, seguindo esta fórmula:

[3]Casa da Sabedoria – Segundo Fragoso (2000), centro científico similar à Biblioteca de Alexandria, fundada no século IX por Al-Mamum, em Bagdá.

$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} + \frac{b}{2}$, obtida do seguinte modo:

$$x^2 - bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$x - \frac{b}{2} = \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} + \frac{b}{2}$$

Fonte: (GUELLI, 1992, p. 20)

Continuaram-se as tentativas para se chegar a uma resolução correta da equação do 2º grau. Em conformidade com Boyer (2010, p. 156), al-khowarizmi escreveu seu mais importante livro: Al-jabr Wa'l muqabalah**,** no qual existe uma solução para essas equações, sendo realizadas somente com o uso de palavras, sem utilizar os símbolos matemáticos. Al-khowarizmi resolvia as equações completando o quadrado perfeito, "Al-khowarizmi não conhecia os números negativos. Por isso, seus métodos determinavam somente as raízes positivas e o zero". (GUELLI,1992, p. 29)

Por volta do século XVI, matemáticos de muitas regiões, quase simultaneamente acabaram deduzindo uma única fórmula, chamada fórmula de Bhaskara, a qual tornou possível a resolução de qualquer equação do 2º grau, constituída da seguinte configuração:

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Fonte: (GUELLI, 1992, p. 41)

Nos dias atuais, a equação do 2º grau é conhecida e muito popular, uma vez que está nos livros de álgebra de muitos países, inclusive no Brasil e fazem parte do conteúdo disciplinar dos nonos anos. Alguns livros didáticos, tais como: A Conquista da Matemática (2009), Matemática (2006), Matemática Pensar e Descobrir (2000) entre outros, trazem a resolução geométrica como sendo o Método do Completando Quadrados de Al-Khowarizmi.

Partindo da utilização deste método, podemos lançar mão de um material manipulável, o qual a maioria das escolas possui em algum armário, chamado Material Dourado. Recebeu este nome porque inicialmente era composto de contas amarelas, onde a dezena (ou número 10) era formada por uma barra de dez contas amarelas em um arame. Esta barra era repetida dez vezes em dez outras barras ligadas entre si, formando um quadrado, "o quadrado de dez", somando o total de cem. Finalmente, dez quadrados sobrepostos e ligados formavam o cubo "o cubo de dez", isto é 1000.

Este material foi criado por uma médica italiana chamada Maria Montessori (1870-1952) para trabalhar com crianças excepcionais[4]. Ao desenvolver o seu trabalho com essas crianças, ela observou um bom desempenho destas e propôs que o material pudesse ser empregado com todas as crianças independente das condições neurológicas e faixa etária.

A partir destas observações, respaldamos a utilização do material dourado como recurso didático metodológico para a resolução da Equação do 2º grau pelo método do completamento dos quadrados, com adaptação representativa no plano (bidimensional[5]) das peças do material dourado utilizando cartazes.

Implementação do projeto de intervenção pedagógica

A implementação das ações da Unidade Didático Pedagógica foi desenvolvida no Colégio Estadual Nossa Senhora da Gloria - Ensino Fundamental e Médio, no município de Ponta Grossa – Paraná, com três turmas do 9º ano, do Ensino Fundamental do período matutino, no primeiro semestre do ano letivo de 2017. O material constituiu-se de nove ações e teve o objetivo de despertar nos educandos o gosto pelo conhecimento matemático, utilizando para isso um recurso didático.

No início do ano letivo, durante a Semana Pedagógica, realizada na escola; esta Unidade Didático-Pedagógica foi apresentada para os professores e Equipe

---

[4]Criança excepcional conceito utilizado antigamente para crianças com deficiência intelectual, atualmente o termo utilizado é "criança portadores de necessidades especiais". Disponível em: <http://www.abpee.net/homepageabpee04_06/artigos_em_pdf/revista5numero1pdf/r5_art01.pdf.> Acesso em: 01/11/2017

[5]Figuras bidimensionais são aquelas que possuem duas dimensões: comprimento e largura Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2008_ufpr_mat_artigo_carmeligia_marchini.pdf> p. 13. Acesso em 22/11/2017

Pedagógica, com o intuito de compartilhar e envolver o corpo docente no projeto. E, antecedendo as ações em sala de aula, anunciou-se a proposta às turmas dos 9º anos; sendo combinado que as aulas da implementação do projeto aconteceriam semanalmente, nas duas últimas aulas da semana e que os alunos deveriam ter um caderno específico para as 32 horas/aulas a serem desenvolvidas.

A primeira ação foi o resgate dos conhecimentos dos alunos sobre Perímetro e Área com a introdução da seguinte situação problema:

Na casa de Paulo, necessita ser trocado o forro de madeira de um dos cômodos que apresenta a forma retangular. A família pretende utilizar forro em PVC, que tem um acabamento em meia-cana. Veja as medidas do cômodo da casa:  ,0m 6,0 m Quantos metros de meia-cana e de forro de PVC, Paulo terá que comprar?

Fonte: autora

Para responder às questões propostas pelo problema, foram necessários esclarecimentos sobre “meia-cana” (o acabamento do forro, ou seja, o contorno do mesmo). Após as respostas dos alunos formalizou-se a definição de perímetro, com a participação dos educandos e proposta a seguinte atividade:

Utilizando trena, fita métrica ou régua, verificar qual o perímetro do caderno, do livro, da parte de cima da carteira, do quadro de giz, da porta e da sala aula.

Fonte: autora

Antes da efetivação dessa atividade, os discentes formaram grupos com três ou quatro elementos. De modo aleatório, a professora indicava o que cada grupo iria medir, calculando o respectivo perímetro, sendo que, cada equipe deveria utilizar o instrumento de medida (régua de 30 cm, trena e fita métrica com 1 metro) que mais se adequasse para as respectivas medidas.

Alguns alunos necessitaram do auxílio do professor para efetuar as medidas, visto que, ao utilizar os instrumentos de medidas iniciavam pelo um no lugar do zero. Em outro momento, não percebiam a necessidade da mudança de unidade para a realização do cálculo, por exemplo: uma porta mediu 0,89cm de largura por 2,20m de altura.

Após a conclusão da atividade a professora desenvolveu os cálculos no quadro com a participação da classe.

Para resolver a segunda questão do problema “calcular quantos metros quadrados de forro seriam necessários”, foi sistematizada a ideia de área e metro quadrado, este sendo confeccionado em folhas de jornal. Em geral, os alunos compreenderam as definições de perímetro e área, visto que realizaram de maneira satisfatória todas as atividades propostas.

A segunda ação foi à dedução da fórmula da área retangular, a partir da mesma situação problema da ação anterior com a utilização de um papel cartão no formato retangular traçado, por seis colunas e quatro linhas, totalizando, 24 quadradinhos.

Findada a contagem dos quadradinhos, com a participação dos alunos foi deduzida a fórmula da área do retângulo:

A = b.h (A = Área; b = o comprimento ou medida da base; h = a largura ou a medida da altura)

Fonte: (GIOVANNI E CASTRUCCI, 2009, p. 294

Após esta dedução os alunos perceberam a fórmula como uma estratégia para facilitar o processo de contagem dos quadradinhos. Em seguida foi proposta a atividade:

Utilizando as medidas obtidas anteriormente (sala de aula, quadro de giz, carteira, livro, porta e caderno), determinar a área de cada uma, utilizando a fórmula do retângulo.

Fonte: autora

Para resolver a atividade acima proposta, os alunos formaram grupos com três ou quatro elementos. Cada grupo deveria calcular o perímetro e a área de espaços da escola, sugeridos pela professora, fazendo os desenhos (planta baixa), em folhas de papel sulfite. Por exemplo: sala dos professores, biblioteca, secretaria, laboratório de Informática, quadra esportiva entre outros. A maior dificuldade dos educandos, nesta atividade, foi à utilização da trena, sendo necessária a intervenção da professora. Eles não sabiam quais das medidas deveriam ser empregadas, em razão do instrumento ser graduado em milímetros, centímetros, metros e polegadas.

No que diz respeito à terceira ação, foi tratado sobre as fórmulas de área. Inicialmente, com um resgate das características mais evidentes (quantidade de lados, vértices e ângulos) das seguintes figuras: triângulo e quadriláteros (trapézios, paralelogramos, retângulo, losango e quadrado). Em seguida, cada aluno desenhou as figuras apresentadas em folhas quadriculadas para encontrar a área das respectivas figuras, contando os quadradinhos. Novamente a intervenção da professora foi necessária para o cálculo da compensação (quando o quadradinho fica cortado).

Na sequência, os próprios alunos despertaram para a importância e existência de fórmulas a fim de agilizar o cálculo, sendo então discutida com eles a apresentação de cada uma delas:

Quadrado	Retângulo	Triângulo	Paralelogramo	Trapézio	Losango:
A =l. l ou l²	A =b. h	$A = \frac{b\,.\,h}{2}$	A =b. h	$A = \frac{h(B+b)}{2}$	$A = \frac{D\,.\,d}{2}$

Fonte: (GIOVANNI E CASTRUCCI, 2009, p. 294-303)

Prosseguindo as atividades, na quarta ação apresentou-se o material dourado, juntamente com a sua história. Muitos alunos já conheciam o material das séries iniciais, outros ainda não. Vale destacar, que mesmo os que já tinham o conhecimento, ignoravam a origem deste aparato pedagógico. Posteriormente, foi solicitado à turma que fizesse os respectivos desenhos das peças do material dourado em seus cadernos indicando seus próprios valores. Continuando as atividades, os alunos desenharam em seus cadernos, com as representações das peças, alguns números sugeridos por eles mesmos: 16, 125, 230 entre outros.

No tocante à quinta ação, o professor direcionou a utilização do material para o cálculo de área e perímetro de retângulos e quadrados. Cabe dizer que, para poder utilizar esse material na resolução da equação do 2º grau, os alunos precisam estar aptos em construir retângulos e quadrados, bem como, calcular a área desses polígonos, empregando o referido material. No decorrer destas atividades, percebeu-se claramente o interesse por parte dos educandos em realizá-las. Estes perceberam que, para construir os retângulos com a quantidade de unidades solicitadas, existem maneiras variadas e procuraram sempre esclarecer suas dúvidas com o professor e também entre eles.

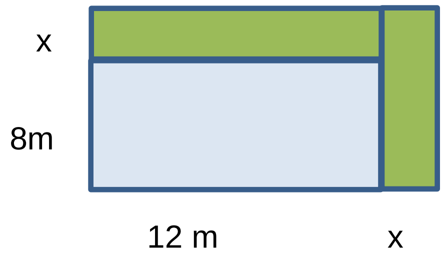
Em se tratando da sexta ação, focou-se no surgimento da equação do 2º grau. Foi proposto aos alunos (organizados em cinco grupos com seis ou sete elementos em cada) que deveriam, no laboratório de informática, pesquisar sobre questionamentos relacionados à equação (O que é equação? Qual a diferença entre equação do 1° grau e do 2º grau? Como surgiu a equação do 2º grau? Como os povos antigos resolviam a equação do 2º grau? Por que a fórmula resolutiva da equação do 2º grau chama-se Fórmula de Bhaskara?)

A maior dificuldade encontrada na execução dessa tarefa incidiu pela falta de computadores no laboratório de informática com acesso à internet, que causou a indisciplina. No entanto, tal problema superou-se, e o envolvimento, por parte da turma, foi significativo.

Quanto à sétima ação, contemplou a apresentação dos cartazes confeccionados na ação anterior. Todos participaram com maior ou menor expressividade e, certamente, a intervenção da professora se fez imprescindível para esclarecimento de dúvidas.

Avançando nesta interferência, a definição de equação do 2º grau com uma incógnita e coeficientes da equação foi proposta a seguinte situação problema:

Uma praça retangular mede 12m de comprimento e 8m de largura. Aos fundos desse espaço público e, em uma de suas laterais, serão acrescentadas duas faixas, como mostra a figura abaixo, nas quais serão plantadas grama. Com essa expansão, a nova área da praça será 165m². Qual é a largura dessas faixas em que será cultivado o gramado?



Fonte: autora

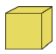
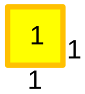
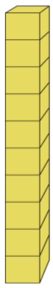
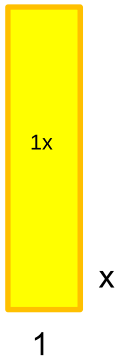
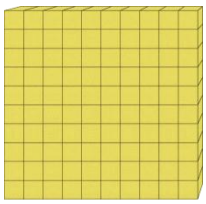
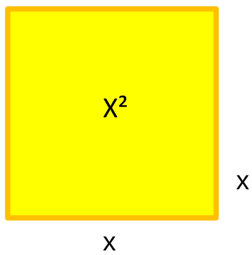
Sabendo-se que as novas dimensões da praça são $(x + 12)$ e $(x + 8)$ e a nova área 165m², pela fórmula da área, obtemos: $(x + 12) . (x + 8) = 165$. Nesse instante, um aluno disse: *"Mas como que essa equação é do 2º grau se não têm expoente 2."*

Através da fala desse estudante, percebe-se que realmente estavam atentos em todas as apresentações e que aprenderam através das pesquisas e apresentações realizadas.

Concluindo o desenvolvimento desta etapa da equação, obtivemos: $x^2 + 20x - 69 = 0$. Para finalizar essa ação, a classe assistiu ao vídeo "esse tal Bháskara".

A penúltima ação foi sobre as equações do 2º grau completas e incompletas, diferenciando uma da outra, sendo que, foi preciso relembrar a forma da equação: $ax^2 + bx + c = 0$. Após as definições de equação completa e incompleta, foi proposta a utilização do material dourado, objetivando montar as equações. Ao executar esta proposta, explicou-se que, para poder montar e resolver uma equação do 2º grau com o material dourado é primordial valer-se do método do completamento dos quadrados.

Quadro 1: Material Dourado e sua representação na Equação do 2º Grau

Material Dourado	**Desenho Representativo**
	
	
	

Fonte: autora

Antecedendo as resoluções das equações do 2º grau, com o uso do material dourado e para que os alunos visualizassem a diferença entre equações do 2º grau completa e incompleta, foi proposta a seguinte atividade:

Utilizando o material dourado e fazendo seus respectivos desenhos montar as seguintes equações, verificando se as mesmas são completas ou incompletas:

$x^2 + 3x + 2 = 0$	$2x^2 + 4x = 0$	$x^2 + 5x = 0$	$2x^2 - 3x = 0$	$x^2 - 2x + 1 = 0$

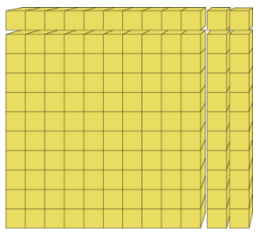
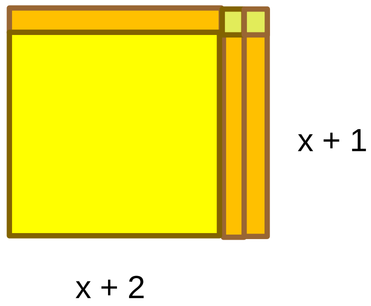
Fonte: Autora

Com relação à montagem das equações alguns alunos não tiveram dificuldades, chegaram até a relatar que é muito semelhante ao jogo do minecraft[6]. Sendo assim, compreenderam inclusive quando o coeficiente b é negativo, e nesse caso precisa sobrepor às peças.

Exemplos de montagem das equações:

a) $x^2 + 3x + 2 = 0$

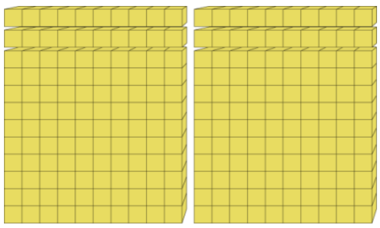
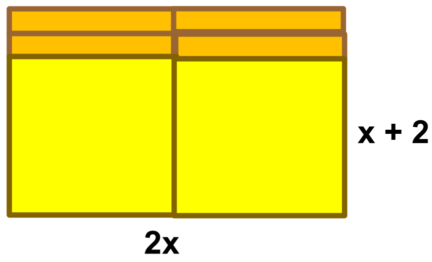
Quadro 2: Representação da equação com material dourado e o desenho representativo

Material Dourado	**Desenho**
	
Obs: Equação do 2º grau completa.	

Fonte: autora

b) $2x^2 + 4x = 0$

Quadro 3: Representação da equação com material dourado e desenho representativo.

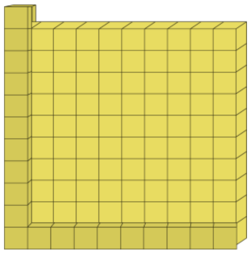
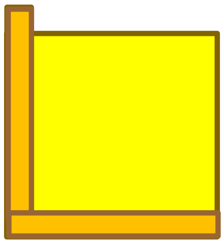
Material Dourado	**Desenho**
	
Obs: Equação do 2º Grau incompleta.	

Fonte: autora

[6]Minecraft Segundo Short (2012), minecraft é um videogame de sandbox multiplayer baseado em um mundo virtual modelado no real mundo. Os jogadores são capazes de construir e criar itens todos os dias usando blocos. A geometria cúbica de Minecraft presta-se ao ensino de vários assuntos acadêmicos. Minecraft também tem um ecologia funcional, com aspectos de química e física interligados dentro do jogo que podem ser usado para desenvolver a alfabetização científica dos jogadores. Disponível em: <file:///C:/Users/HP/Downloads/Short-Minecraft-2012.pdf . Acesso em: 04/11/2017.

c) $x^2 - 2x + 1 = 0$

Quadro 4: Representação da equação com material dourado e o desenho representativo

Material Dourado	**Desenho**
	
Obs: Equação do 2º grau completa.	

Fonte: autora

A montagem das equações é necessária para que os alunos possam determinar o valor das raízes adequadamente. A partir da explicação do professor, o aluno consegue perceber que, nas equações em que o ***coeficiente b*** se apresenta negativo, precisamos retirá-lo. Por esse motivo, é essencial sobrepor às peças do material dourado, que é o caso da equação **$2x^2 – 3x = 0$**, apenas retiramos **3x.**

No exemplo da equação **$x^2 – 2x + 1 = 0$,** precisamos retirar **2x** e, consequentemente acrescentar **uma unidade**, para que possamos removê-la novamente.

Finalizando essa ação os próprios alunos apontaram que, com o uso do material dourado, podemos perceber a diferença entre as equações completas e incompletas. Para a construção de uma equação completa, utilizamos as três peças do material dourado (placa, barra e cubinho), enquanto que nas equações incompletas não empregamos todas as peças.

Ao findar esta implementação, a prática foi à resolução das equações do 2º grau completas e incompletas. Da equação $x^2 + 3x + 2 = 0$, construída na ação anterior obtemos:

$(x + 2) . (x + 1) = 0$ $\longrightarrow$ cálculo de área, através da fatoração

$x + 2 = 0$ $x + 1 =$ $\longrightarrow$ igualando cada um dos termos a zero

$x = - 2$ $x = -1$ $\longrightarrow$ resolvendo a equação

Concluindo: as raízes da equação são – 2 e – 1.

Na equação $2x^2 + 4x = 0$, conhecendo os lados que são x + 2 e x + x, conseguimos como resultado – 2 e 0, enquanto que na equação $x^2 - 2x + 1 = 0$ em que obtermos os lados x – 1 e x – 1, alcançamos como raiz, 1.

Visando a resolução de novas equações propostas, foi solicitado que os discentes construíssem um jogo de material dourado representativo, em folhas de papel sulfite colorido, sendo que cada representação será de uma cor diferente.

O material construído deveria conter as seguintes peças:

- 18 quadrados medindo 10 cm x 10 cm;
- 35 retângulos medindo 10 cm x 1 cm;
- 20 quadradinhos medindo 1 cm x 1cm.

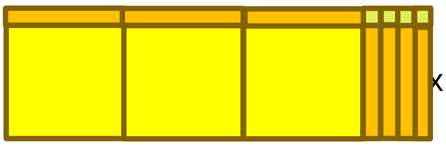
Mas como os quadrados 10 cm x 10 cm, eram muito grandes, foi proposto que utilizassem as seguintes medidas.

- 18 quadrados medindo 5 cm x 5 cm;
- 35 retângulos medindo 5 cm x 0,5 cm;
- 20 quadradinhos medindo 0,5 cm x 0,5 cm.

De posse do material confeccionado, as equações em que os alunos tiveram maior dificuldade em resolver foram:

a) $3x^2 + 7x + 4 = 0$

Quadro 5: Desenho representativo da equação do 2º grau com a referida resolução

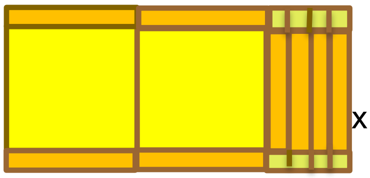
<table>
<tr><th>Desenho</th><th>Resolução</th></tr>
<tr><td> x +1

3x + 4</td><td>$(x + 1) . (3x + 4) = 0$
$x + 1 = 0 \qquad 3x + 4 = 0$
$x = - 1 \qquad 3x = - 4$
$x = \frac{-4}{3}$
$\mathbf{S = \{-1; \frac{-4}{3}\}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nessa equação os alunos queriam somar $3x^2 + 7$, devido ter 7x na equação, muitos diziam: “*mas cadê o 7”*?</td></tr>
</table>

Fonte: autora

b) $x^2 + 8x + 8 = 0$

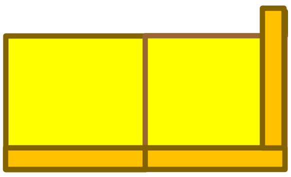
Quadro 6: Desenho representativo da equação do 2º grau com a referida resolução

Desenho	Resolução
 	$(x + 2) \cdot (2x + 4) = 0$ $x + 2 = 0$ $2x + 4 = 0$ $x = -2$ $2x = -4$ $x = \frac{-4}{2}$ $x = -2$ **S = {-2}**
Nessa equação o lado x + 2, muitos alunos colocavam x + 4, por se tratar de quatro cubinhos em cima.	

Fonte: autora

c) **$2x^2 - 3x + 1 = 0$**

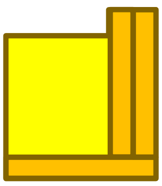
Quadro 7: Desenho representativo da equação do 2º grau com a referida resolução

Desenho	**Resolução**
 	$(x - 1) \cdot (2x - 1) = 0$ $x - 1 = 0$ $2x - 1 = 0$ $x = 1$ $2x = 1$ $x = \frac{1}{2}$ **S = $\{\frac{1}{2}\}$**
Nessa equação em que deveria tirar, para logo sobrepor houve várias perguntas. Entre elas, a maior dúvida era 2x – 3 ou 2x – 1.	

Fonte: autora

d) **$x^2 - 3x + 2 = 0$**

Quadro 8: Desenho representativo da equação do 2º grau com a referida resolução

Desenho	**Resolução**
 	$(x - 2) \cdot (x - 1) = 0$ $x - 2 = 0$ $x - 1 = 0$ $x = 2$ $x = 1$ **S = {1; 2}**
Nessa equação a dúvida a maior dúvida que ocorreu foi entre colocar no lado x – 2 ou x – 1.	

Fonte: autora

Considerações finais

Ao conceber que o processo de ensino e aprendizagem da matemática não deve se limitar apenas na memorização de fórmulas ou na repetição de exercícios, a intenção deste trabalho consistiu em contribuir para diminuir as dificuldades encontradas entre os alunos do 9° ano do Ensino Fundamental, na resolução da equação do 2º grau.

O trabalho desenvolvido a partir da pesquisa realizada pelos discentes ofereceu subsídios para uma melhor aprendizagem, procurando de uma maneira descontraída desenvolver a competência leitora e interpretativa por meio da história da matemática, explorando o cálculo para resolução de equação de 2° grau. Também se buscou a ampliação do raciocínio do educando na compreensão sobre o que é e, como resolver equações do 2º grau.

A proposta da utilização do material dourado, como alternativa no aprendizado da equação do 2º grau, propiciou ao aluno a visualização da resolução destas equações, sem a utilização da fórmula. Proporcionando, assim, a apreensão dos procedimentos adotados nas resoluções, afastando a maneira abstrata ou procedimental de abordar o conteúdo em sala de aula.

Vale esclarecer que a dinâmica de trabalho proporcionou a interação dos educandos, entre si e com a professora. As tarefas realizadas, em grupo, desenvolveram a autonomia e autoconfiança, o docente passa a ser um colaborador na aquisição do conhecimento e o discente fica com menos receio de perguntar, questionar e sanar suas dúvidas. Pudemos comprovar, com esta implementação, que ao utilizar materiais manipuláveis nas aulas de matemática instiga-se a construção do conhecimento pelo educando. Assim, o aluno percebe a importância dos conteúdos que está aprendendo e a matemática deixa de ser apenas memorizada, passando a ser compreendida.

Com este projeto, nossa perspectiva é contribuir para que outros professores reflitam sobre o encaminhamento utilizado no desenvolvimento da equação do 2º grau. Apontamos a representação geométrica como uma estratégia para tornar o estudo deste conteúdo mais fácil e acessível para o aluno, levando-os a construção dos conceitos matemáticos e a participação ativa em sala de aula.

Referências

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática - 6º e 9º ano.** São Paulo: Moderna, 2006.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática.** São Paulo, Edgard Blucher, 1974.
Esse tal de Bhaskara- Projeto Matemática Multimidia-Video, 2012. Disponível em: <http://matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=7256> Acesso em: 30/10/2017

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Unicamp, 2008
FRAGOSO. Wagner da Cunha. **Uma abordagem histórica da equação de 2º grau.** Santa Maria – RS – Revista do Professor de Matemática 43, 2000. Disponivel em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/veiculos_de_comunicacao/RPM/RPM43/RPM43_04.PDF.> Acesso em: 01/11/2017.

GARBI, G. G. **O romance das equações algébricas**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

GIOVANNI JR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **Matemátic**a – **6º e 9º ano.** São Paulo: FTD, 2009.

GUELLI, O. **Contando a História da Matemática: História da Equação do 2º Grau**. São Paulo, S.P.: Editora Ática, 2003.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko**. Matemática – Ideaias e Desafios. 8º ano.** São Paulo: Saraiva, 2012.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação: Departamento de Educação Básica. Diretrizes Curriculares da Educação Básica**:** Matemática. Paraná 2008.

PEDROSO, Hermes Antônio. **Uma breve história da equação do 2º grau:** REVISTA ELETRÔNICA DE MATEMÁTICA – REMat ISSN 2177- 5095 nº 2 – 2010. Disponível em: <http://matematicajatai.com/rematFiles/2-> Acesso em 30/10/2017

ROQUE, Tatiana. **História da matemática:** Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro. Zahar, 2012.

SADOVSKY. Patricia. **O Ensino de Matemática Hoje**: Enfoques, Sentidos e Desafios. São Paulo: Ática, 2010.

SANTOS, Evelaine Cruz dos. Formação de professores no contexto das propostas pedagógicas de Rudolf Steiner (pedagogia Waldorf), Maria Montessori e da experiência da Escola da Ponte. 2015. 252 f. Tese - (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2015. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/132194> acesso em 09/12/2016.

TSIPKIN, A. G. **Manual de Matemáticas para la enseñanza media**. Moscou: Editorial Mir Moscú, 1985.