

Versão Online ISBN 978-85-8015-094-0
Cadernos PDE

VOLUME II

**OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE
NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR PDE
Produções Didático-Pedagógicas**

2016

FICHA PARA CATÁLOGO PRODUÇÃO DIDÁTICO PEDAGÓGICO

Título	Bicicleta do lazer à construção do conhecimento
Autor	Robson Conrado Bonetti
Disciplina/Área	Física
Escola de Implementação do Projeto e sua Localização	Colégio Estadual Barão de Capanema – EFMP. Rua Afonso Ditzel, 870, centro. CEP: 84400-000; fone: (42) 3446-1131; email: pdtbaraocapanema@seed.pr.gov.br
Município da Escola	Prudentópolis
Núcleo Regional de Educação	Irati
Professor Orientador	Dr. Denilson Ramos Otomar
Instituição de Ensino Superior	Unicentro – Universidade Estadual do Centro Oeste
Relação Interdisciplinar	Matemática, Educação Física
Resumo	<p>Os alunos devem compreender e significar os conhecimentos historicamente adquiridos e acumulados pela humanidade para tornarem-se reflexivos e críticos. A física faz parte desta estruturação de conhecimentos, devendo assim contribuir de forma efetiva na formação do aluno. Para tanto devemos discutir as possibilidades de incorporação de uma cultura científico-tecnológica na estruturação de conhecimentos relacionados a investigação de objetos técnicos num processo dialógico e problematizador. O conhecimento em física deve, necessariamente, começar pela pergunta, pela inquietação, pela existência de problemas e pela curiosidade. Cabe a nós professores, antes de qualquer coisa, ensinar a perguntar. Para que possamos fazer perguntas, é necessário que o ponto de partida sejam situações concretas da vida e do cotidiano dos alunos. Minha escolha leva em consideração o cotidiano da maioria dos alunos e o objeto técnico escolhido é a bicicleta, visando trabalhar com duas turmas de 1º ano do ensino médio do Colégio Estadual Barão de Capanema - Prudentópolis (PR), conteúdos relacionados no movimento circular, rotações, acoplamentos, momento angular, conservação do momento, transformações de energia e saúde com bem estar. Ao utilizarmos um objeto técnico do cotidiano dos alunos, estamos problematizando conceitos e práticas, buscando reorganizar os conhecimentos físicos envolvidos. Inclusive, apontar o que é significativo trabalhar e os recortes que são possíveis de serem feitos. Esta prática educacional será guiada pelos momentos metodológicos da investigação-ação: problematização inicial, organização do conhecimento e aplicação do conhecimento, garantindo assim o movimento investigativo-ativo no contexto</p>

	escolar e a dialogicidade entre professor e alunos na temática a ser desenvolvida.
Palavras-chave	Investigação-ação; Ensino de física; Problematização; Bicicleta
Produção Didático-pedagógica	Unidade Didática
Público Alvo	Alunos do 1º Ano do Ensino Médio

**SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
SUPERINTENDÊNCIA DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO
EDUCACIONAL - PDE/SEED
UNICENTRO – UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE DO PARANÁ
CAMPUS IRATI**

**PRODUÇÃO DIDÁTICO-PEDAGÓGICA
UNIDADE DIDÁTICA**

BICICLETA DO LAZER À CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO

Material produzido a partir da elaboração do Projeto de Intervenção Pedagógica apresentado a Coordenação do Programa de Desenvolvimento Educacional PDE/2016, da Secretaria de Estado da Educação do Paraná, como requisito para o desenvolvimento das atividades propostas para o ano de 2017, em parceria com a Universidade Estadual do Centro-Oeste do Paraná – UNICENTRO – Campus Irati, sob a orientação do Prof. Dr. Denilson Ramos Otomar.

**PRUDENTÓPOLIS
2016 - 2017**

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO	1
2. PROPOSTAS DE ATIVIDADES	3
2.1. HISTÓRIA DA BICICLETA	9
2.2. MOVIMENTO E ORIGEM DAS ROTAÇÕES	11
2.3. MOVIMENTO CIRCULAR	15
2.4. RELAÇÃO ENTRE GRANDEZA ESCALAR E ANGULAR	23
2.5. TRANSMISSÃO NO MOVIMENTO CIRCULAR	27
2.6. DINÂMICA DAS ROTAÇÕES	32
2.6. APLICAÇÕES NO MOVIMENTO CIRCULAR	42
3. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	49

1. APRESENTAÇÃO

Física é a ciência que estuda os fenômenos naturais pela aplicação de um método regido por determinados princípios gerais e disciplinado por relações entre experimentos e teoria. Seu campo de ação compreende, em linhas gerais, o estudo das propriedades da matéria, seus aspectos e níveis de organização, leis de seu movimento e transformações. Busca formular essas leis em uma linguagem matemática capaz de abranger o maior número possível de fenômenos. O homem sempre buscou compreender melhor os fenômenos naturais e a estrutura do universo. Para isso, tem procurado definir princípios e leis elementares. Todo esse esforço levou ao surgimento da física como uma disciplina científica.

Deste modo, essa Unidade Didática tem como objetivo mostrar estratégias de Ensino de Física que se preocupem em levar o aluno a conhecer a evolução do conhecimento científico, sendo capaz de refletir e perceber a riqueza, a complexidade e a importância desses conhecimentos para sua vivência e para o desenvolvimento da sociedade, devendo compreender e significar os conhecimentos historicamente adquiridos e acumulados pela humanidade para tornarem-se reflexivos e críticos.

O Ensino de Física faz parte desta estruturação de conhecimentos, devendo assim contribuir de forma efetiva na formação crítica do aluno. Deste modo, devemos discutir as possibilidades de incorporação de uma cultura científico-tecnológica na estruturação de conhecimentos relacionados à investigação de *objetos técnicos* do cotidiano dos alunos num processo dialógico e problematizador. A utilização de tecnologias atreladas ao uso de objetos do dia-a-dia do aluno tendem a aproximar e melhorar o diálogo entre professor e aluno. Cabe ressaltar que ao utilizarmos atividades experimentais com objetos do cotidiano do aluno para demonstração de fenômenos e conceitos físicos, estamos criando e problematizando novas possibilidades de aprendizagem.

Assim, criam-se condições em utilizar objetos do cotidiano do aluno e metodologias diferenciadas, como, por exemplo, a utilização da bicicleta para ensinar Física nos movimentos circulares estimulando o uso consciente deste meio de transporte, quer seja lazer, esporte ou trabalho, como estratégias e instrumentos para melhorar e ampliar o ensino de Física, pois a experiência em sala de aula tem nos mostrado que utilizando objetos do cotidiano estimulam o aluno para construir o

saber, associando os conhecimentos adquiridos na escola com elementos e situações do seu cotidiano.

É papel fundamental do professor, mostrar aos alunos que os conceitos físicos foram elaborados a partir de embates e consensos e que a evolução da ciência ocorre por meio de novas elaborações e/ou reelaborações dos conhecimentos. Olhando por este viés, as trocas de conhecimento entre o professor e os alunos através da utilização de objetos técnicos do cotidiano, permitem a pesquisa, a construção e a assimilação dos saberes, aumentando as condições para que ocorra a aprendizagem e produção de conhecimento.

Esta Unidade Didática levará em consideração o cotidiano da maioria dos alunos e o *objeto técnico* escolhido é a bicicleta, tendo por objetivo apresentar alternativas que tornem o processo educativo mais significativo para os alunos de duas 1ª séries do ensino médio do Colégio Estadual Barão de Capanema na cidade de Prudentópolis (PR), sendo uma turma no período matutino e outra no período noturno, perfazendo 16 horas aulas em cada turma. Ao utilizarmos um *objeto técnico* do cotidiano dos alunos, estaremos problematizando conceitos e práticas prévios destes alunos, buscando reorganizar os conhecimentos físicos envolvidos. Inclusive, apontar o que é significativo trabalhar e os recortes que são possíveis de serem feitos.

Assim, espera-se que estes alunos consigam verificar na bicicleta conteúdos relacionados no movimento circular, origem das rotações, inercial rotacional, acoplamentos de polias, momento angular, torque, conservação do momento angular, transformações de energia e saúde com bem estar. Acredita-se que o uso de *objetos técnicos* do cotidiano dos alunos tendem a aproximar o professor dos alunos e que as atividades experimentais de demonstração de fenômenos e conceitos físicos se configuram em novas possibilidades de aprendizagem.

Sabemos que os conteúdos específicos que compõem o conteúdo estruturante Movimento por serem abstratos e fragmentados perdem a apreciação e a conexão com fatores históricos, culturais e sociais, fazendo com que os alunos apresentem dificuldades de assimilação e apropriação desse conhecimento. Assim, o Ensino de Física proposto nos dias atuais deve intercalar ciência e cotidiano, onde os alunos devem aprender a aplicar os princípios e generalizações aprendidas nas aulas para a compreensão e controle de fenômenos e problemas do

dia-a-dia. Desta maneira, é de extrema importância o surgimento de novas ações para amenizar ou sanar as dificuldades que se apresentam no processo de ensino e aprendizagem.

A partir deste contexto, acredita-se que o Ensino de Física com a utilização da bicicleta se fortalece em uma disciplina capaz de levar o aluno a compreender o mundo onde vive e ao mesmo tempo possibilita que a prática em sala de aula se torne investigativa, criativa, lúdica, dialógica e agradável, desmistificando o conhecimento de senso comum de que a Física só deve ser ensinada com aparatos matemáticos formais.

Diante do estresse do dia-a-dia, nada melhor do que praticar um esporte para relaxar a mente e recarregar as energias. Nesse contexto, a bicicleta pode ser uma grande aliada, sendo capaz de atender às exigências de diferentes perfis de ciclistas. Sim, há aqueles que querem pedalar para curtir um passeio prazeroso, porém existem aqueles que desafiam pistas e montanhas, ultrapassando todos os limites, sentindo a adrenalina percorrendo nas veias e conquistando vitórias, prêmios e desafios. Há também aqueles que utilizam a bicicleta como instrumento de trabalho ou de locomoção, além de praticarem uma atividade esportiva estão contribuindo para a diminuição de veículos e da poluição nas cidades.

Tendo como base esta gama de fatores, essa pesquisa tem como meta investigar quais as contribuições e melhorias para o entendimento dos fenômenos no Ensino de Física que a utilização de *objetos técnicos* do dia-a-dia do alunos podem trazer para a compreensão dos fenômenos relacionados aos movimentos e especificamente ao movimento circular.

2. PROPOSTAS DE ATIVIDADES

No atual ambiente escolar é visível que uma grande parte das práticas pedagógicas propostas não leva em consideração o cotidiano do aluno. Deste modo, torna-se necessário o desenvolvimento de novas práticas e estratégias para o ensino de Física que atendam as dificuldades trazidas do cotidiano destes alunos para dentro do ambiente escolar e que envolvam estes no desenvolvimento destas novas práticas para adquirirem novos conhecimentos e assim fiquem inteirados de forma crítica à sociedade na qual estão inseridos.

O Ensino de Física é caracterizado como uma transmissão apenas dos conteúdos e de atividades contidas nos livros didáticos escolhidos pelas escolas seguindo uma seqüência dos conteúdos propostos pelos próprios autores do livro empregado nas instituições. Essa “transmissão” de conhecimentos se dá por desinteresse dos professores em buscar novas alternativas e métodos de ensino. A maioria dos livros didáticos hoje utilizados nas escolas da rede pública traz somente citações e gravuras de atividades do cotidiano das pessoas, não trazem uma problematização real do porquê de estar sendo estudado tal assunto ou porque tais assuntos estão sendo abordados. São poucas bibliografias voltadas para a dialogicidade e problematização dos conceitos e a própria falta de criatividade dos próprios professores dentro da sala de aula tornam as aulas de Física cansativas e monótonas não havendo a troca de conhecimentos entre professor e alunos. Estes assuntos não mostram a situação atual, ou seja,

“A escola pública, hoje, é insuficiente para atender a toda população em idade escolar, de maneira a que a sociedade pudesse dispensar a colaboração da escola privada; ela é desacreditada, principalmente no que se refere ao nível e à qualidade do ensino, e isso devido a numerosos fatores, entre os quais a questão do currículo, do material e do livro didático, das condições de trabalho no magistério e da defasagem entre o 2º grau e o ensino superior.” (ABRAMO, 1983).

Verifica-se ainda nas escolas, que o Ensino de Física é abordado com muita ênfase para a matemática e a memorização de equações físicas que muitas vezes estão desvinculadas dos conceitos físicos reais do dia-a-dia dos alunos. A resolução de exercícios também é outro fator de extrema importância, pois, os professores buscam somente a quantidade de exercícios a serem explorados e não a qualidade destes exercícios para com a realidade do aluno. Ou seja, não problematizam as próprias práticas no sentido de se perguntarem: quais os objetivos que busco com essa resolução de exercícios e qual sua utilidade no cotidiano dos alunos.

Devido a esses numerosos fatores não é viabilizado o diálogo entre o professor e os alunos, não permitindo assim, que estes expressem suas idéias nem a maneira como percebem a realidade que os cerca, fazendo com que fiquem submetidos a uma concepção bancária de conteúdos (FREIRE, 1983) distantes dos acontecimentos culturais e tecnológicos.

Essas são algumas dificuldades que temos que enfrentar, caso contrário, estaremos envoltos no processo de ensino-aprendizagem desvinculado do contexto

problematizador de educação e estaremos fazendo a mesma educação bancária que não liberta as pessoas, mas sim as tornam cada vez mais prisioneiras de si mesmas.

“Ensinar não é transmitir dogmaticamente conhecimentos, mas dirigir e incentivar, com habilidade e método, a atividade espontânea e criadora do educando. Nessas condições, o ensino compreende todas as operações e processos que favorecem e estimulam o curso vivo e dinâmico da aprendizagem”. (SANTOS, 1961).

Os conteúdos de Movimento relacionam movimentos circulares, forças e energia, conceitos estes que estão presentes em nosso cotidiano. Porém, não podemos limitar-nos apenas a esses conceitos. É preciso ampliá-los no sentido de compreender as relações e a tecnologia incorporada em todos os sistemas produtivos da sociedade, bem como a abrangência e as relações do conhecimento contemporâneo com a evolução cultural científica e tecnológica com as demais produções humanas associadas com o uso e manuseio de *objetos técnicos* do cotidiano.

Nesse sentido, através do conhecimento físico, o aluno deve ser capaz de perceber e aprender, em outras circunstâncias semelhantes às trabalhadas em sala de aula, para transformar a nova informação em conhecimento (SEED, 2008, p.63). De acordo com Vigotski (2004) é a experiência histórica, as vivências, os estímulos sociais e a organização do meio que permite e dá condições ao indivíduo de formar novas conexões e fazer novas descobertas que influenciarão o seu desenvolvimento e o seu comportamento.

As atividades propostas têm como principal função estabelecer a relação entre movimento e objetos do cotidiano, neste caso em especial a bicicleta como objeto gerador, bem como a utilização e funcionamento da bicicleta para explicar conceitos de movimento e transmissão envolvidos em seus componentes. Entretanto, é chamada a atenção evidenciando o uso da bicicleta para a educação destes alunos, na diminuição do número de automóveis, poluição e na conscientização que temos que interagir com o meio ambiente sabendo dividir espaço entre carros, ciclistas e pedestres de forma organizada. De acordo com Villatorre, Higa e Tychanowicz (2009) as atividades experimentais que objetivam provocar observações e argumentações dos alunos, precisam ser pensadas, organizadas e norteadas pelo professor com questões que, além de

orientar o trabalho dos alunos, sejam provocantes, levando-os a pesquisa e a busca da relação do experimento com contextos do seu cotidiano.

Técnicas de ensino

Nesta Unidade Didática poderemos alcançar uma educação sólida por meio de uma pedagogia que valorize o processo dialógico e a estruturação da autonomia, instaurando o diálogo para uma ação libertadora (FREIRE, 1983) com a ajuda de *objetos técnicos* e principalmente despertando a curiosidade nos alunos e mostrando a beleza da Física que está presente no contexto em que vivemos. Assim, busca-se instaurar uma compreensão coerente e crítica da natureza teórica e da prática educativa, para que possamos refletir nossa própria prática educacional e direcionar a nossa ação para a conscientização dos envolvidos tendo em mente conhecer a realidade para transformá-la (MION & DE BASTOS, p. 31, 2001).

A presente Unidade Didática utilizar-se-á da pesquisa investigação - ação como instrumento de coleta de dados, dentro do processo de ensino e aprendizagem dos movimentos circulares e suas aplicabilidades. Para o desenvolvimento da pesquisa, serão utilizados os ambientes que a escola proporciona, tais como, sala de aula e laboratório de informática, bicicleta e seus componentes, que proporcionaram um melhor rendimento e compreensão do assunto.

Esta prática educacional será guiada pelos momentos metodológicos da investigação-ação. Onde a ação será organizada de acordo com os três momentos pedagógicos: problematização inicial, organização do conhecimento e aplicação do conhecimento (DELIZOICOV & ANGOTTI, 1992), garantindo, assim, o movimento investigativo-ativo no contexto escolar e a dialogicidade entre professor e alunos na temática a ser desenvolvida.

O primeiro momento da ação envolve a problematização inicial onde são apresentadas as questões ou situações cotidianas para discussão com os alunos, cuja função é o incentivo de se começar um determinado assunto para ser discutido, não somente para incentivá-los, mas com o objetivo de se alcançar o que Freire (1983) define como codificação/descodificação, obtendo, assim, quais os objetos tecnológicos que os alunos vinculam realmente com a temática proposta. Para auxiliar neste momento inicial, usaremos além da bicicleta e demais *objetos*

técnicos, livros didáticos de física, projeções multimídias, vídeos, textos científicos entre outros.

Neste primeiro momento podemos nos defrontar com duas situações distintas: de um lado, pode ser que o aluno já tenha algumas noções sobre as questões abordadas; de outro, esta problematização pode permitir que o aluno sinta a necessidade de adquirir outros conhecimentos que ainda não detém. Torna-se desejável que façamos surgir entre os alunos o diálogo e a curiosidade de aprender, com perguntas fáceis e óbvias do *objeto técnico* escolhido na temática.

No momento de organizar o conhecimento busca-se a sistematização do conhecimento usando conceitos, leis e definições físicas presentes no *objeto técnico* escolhido. Nesse momento, deverá ocorrer o confronto entre os saberes que os alunos possuíam na problematização inicial e aqueles que passaram a ter, podendo, assim, melhor compreendê-los a fim de neles intervirem criticamente.

Por fim, no momento de aplicar o conhecimento, o aluno demonstrará que houve uma superação do saber inicial para o saber agora elaborado e será capaz de perceber que o conhecimento adquirido pode ser utilizado no seu cotidiano, tendo a oportunidade de mostrar que alcançou a autonomia capaz de torná-lo livre para assumir convicções e tomar decisões na sociedade em que vive. Nesta fase devemos resgatar o tema inicial para que, a partir daí desenvolveremos uma problemática mais ampla, pois a cada ação que vai sendo superada por uma reflexão, a ação anterior não é desprezada na sua totalidade.

Ao questionarmos, ao buscarmos saber mais, estabelecendo um confronto com a realidade, perfazemos juntamente com os alunos o caminho da pesquisa. Nessa Unidade Didática será usada a técnica de ensino em grupo, a qual prevalece constantemente o estudo e a interação dos alunos entre si, voltadas para a socialização, onde os alunos assumem papéis que irão desempenhar no grupo e no desenvolvimento das atividades. As técnicas grupais utilizadas serão: aula expositiva dialogada, leitura dirigida, seminários, discussão circular e estudo dirigido. Areladas com as técnicas grupais estão às técnicas individuais de exposição didática, aula dialogada, realizações de atividades experimentais com *objetos técnicos* e solução de problemas. Agindo desta forma, espera-se que os alunos consigam compreender os conceitos dos movimentos circulares relacionados à bicicleta e seus componentes e transfiram para outras

áreas do conhecimento, bem como utilizar no seu cotidiano.

Avaliação

No cotidiano escolar, a avaliação é parte do trabalho dos professores. Tem por objetivo proporcionar-lhes subsídios para as decisões a serem tomadas a respeito do processo educativo que envolve professor e aluno no acesso ao conhecimento. É importante ressaltar que a avaliação se concretiza de acordo com o que se estabelece nos documentos escolares como o Projeto Político Pedagógico e, mais especificamente, a Proposta Pedagógica Curricular e o Plano de Trabalho Docente, documentos necessariamente fundamentados nas Diretrizes Curriculares.

Esse projeto e sua realização explicitam, assim, a concepção de escola e de sociedade com que se trabalha e indicam quais tipos de sujeitos se quer formar para a sociedade que se quer construir. Propõe-se formar sujeitos que construam sentidos para o mundo, que compreendam criticamente o contexto social e histórico de que são frutos e que, pelo acesso ao conhecimento, sejam capazes de uma inserção cidadã e transformadora na sociedade. A avaliação, nesta perspectiva, visa contribuir para a compreensão das dificuldades de aprendizagem dos alunos, com vistas às mudanças necessárias para que essa aprendizagem se concretize e a escola se faça mais próxima da comunidade, da sociedade como um todo, no atual contexto histórico e no espaço onde os alunos estão inseridos.

Não há sentido em processos avaliativos que apenas constatarem o que o aluno aprendeu ou não aprendeu e o fazem refém dessas constatações, tomadas como sentenças definitivas. Se a proposição curricular visa à formação de sujeitos que se apropriam do conhecimento para compreender as relações humanas em suas contradições e conflitos, então a ação pedagógica que se realiza em sala de aula precisa contribuir para essa formação.

Para concretizar esse objetivo, a avaliação escolar deve constituir um projeto de futuro social, pela intervenção da experiência do passado e compreensão do presente, num esforço coletivo a serviço da ação pedagógica, em movimentos na direção da aprendizagem do aluno, da qualificação do professor e da escola. Nas salas de aula, o professor é quem compreende a avaliação e a executa como um projeto intencional e planejado, que deve contemplar a expressão de conhecimento do aluno como referência uma aprendizagem continuada.

Por isso a avaliação será contínua, dinâmica, informal e considerando que a avaliação tem sua dimensão diagnóstica, participativa e contínua, ela deve ser utilizada como um instrumento tanto para que o professor conheça o seu aluno antes do início do trabalho com os conteúdos escolares, quanto para o desenvolvimento das outras etapas do processo educativo, como por exemplo, voltar a um conteúdo quando a avaliação mostrar que os alunos não o compreenderam. Nesse sentido, as atividades propostas possibilitam que o professor avalie constantemente seus alunos e também seu trabalho educativo, para que através de uma série de observações sistemáticas possamos emitir juízo valorativo sobre a evolução dos alunos na aprendizagem em Física.

2.1. HISTÓRIA DA BICICLETA

Problematização Inicial

Vamos iniciar com uma pesquisa em sala de aula, através dos seguintes questionamentos:

- 1) Quantos têm bicicleta?
- 2) Quantos sabem andar de bicicleta?
- 3) Como aprenderam a andar de bicicleta?
- 4) Com que frequência usam a bicicleta?
- 5) Utilizam a bicicleta como transporte, lazer ou esporte?

Organização do conhecimento

A história da bicicleta tem um começo conturbado, onde inclui muitos inventores históricos, entre eles destaca-se Leonardo da Vinci, os quais basicamente montaram cadeiras com rodas e outros transportes movidos somente pela força humana até os anos 1800. O projeto mais famoso e pioneiro foi criado pelo conde francês Mede de Sivrac em 1780 chamado de “celerífero”, mas alguns pesquisadores acreditam que este projeto nunca existiu e seria uma farsa. Assim a versão mais confiável começa em 1816 onde começaram a surgir diferentes modelos.

Na década de 1810, o alemão Karl Drais Von Sauerbronn cria um “cavalo” de madeira, com guidão e duas rodas. A invenção, de 1816, ficou conhecida com

draisiana e era dotada de duas rodas conectadas por uma ponte de madeira em forma de cavalo e impulsionado alternadamente pelos pés sobre o chão no estilo do desenho animado “Flinstones”, onde os pés faziam às vezes do pedal.

De 1820 a 1850 surgem os pedais rígidos e acoplados diretamente à roda dianteira da bicicleta. Em 1867, o francês Pierre Lallement aumenta a roda dianteira, para deixar a pedalada mais leve. Neste mesmo ano, Pierre Michaux cria a primeira fábrica de bicicleta, surgindo às rodas com aro de aço, freios e tração traseira por corrente. No ano de 1887, o escocês John Boyd Dunlop cria uma câmara de ar para as rodas da bicicleta do filho. Nascia assim o pneu e de quebra, as bicicletas com corrente começam a ganhar mercado na Europa.

Mesmo com o surgimento do modelo com correntes, a grande produção de velocípedes de Pierre Michaux tornou o seu modelo mais popular. Nesta época surgem também as bicicletas com rodas gigantes na frente e minúsculas atrás. No começo da década de 1890, surge o quadro trapezoidal, usado até os dias atuais. Em 1895, vêm os primeiros modelos em alumínio, três vezes mais leves que o aço e a bicicleta foi tomando formas, cores e tamanhos diferentes, cada qual com sua importância e criatividade, chegando ao Brasil em 1898.

No fim dos anos 20, surgem os primeiros modelos com freio, marchas e cubo com roda livre, que permite que a bicicleta continue em movimento quando o ciclista para de pedalar, nos EUA a empresa Schwinn aproxima o design da bicicleta do das motos e na Europa, o ciclismo esportivo ganha força e notoriedade.

Na década de 1950 o americano James Finley Scott modificou um modelo urbano de bicicleta para conseguir andar em trilhas, criando assim a primeira “mountain bike”. Na década de 1960 surgem as bicicletas para crianças, de estrada e o sistema de marchas evolui. A década de 1970 é chamada de “anos de ouro”, pois nasce a BMX, que viraria febre mundial e tornaria a bicicleta o sonho de consumo de onze entre dez crianças. Os anos 80 têm como foco melhorar o design e diminuir o peso das bicicletas. No Brasil, as “mountain bikes” tornam-se o estilo que predomina o comércio.

A década de 1990 é dedicada ao desempenho com a chegada dos quadros em fibra de carbono e o freio a disco. A partir de 2000, surgem no comércio os câmbios eletrônicos, freios hidráulicos e suspensões dianteiras e traseiras a ar. Atualmente, as bicicletas dobráveis, antes um nicho de mercado, começam a se

popularizar e as bicicletas elétricas passam a ganhar as ruas.

Apresentar o vídeo sobre a história, origem da bicicleta e seu desenvolvimento histórico. Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=62hlggoTXAo>

Sugerir aos alunos (divididos em grupos) as seguintes leituras na internet sobre história e evolução da bicicleta nos seguintes sites:

- **A história da bicicleta no mundo.** Disponível em : <http://www.escoladebicicleta.com.br/historiadabicicleta.html>, acessado no dia 19 de setembro de 2016.
- **História da bicicleta.** Disponível em: <http://sompabikers.com.br/dicas-e-curiosidades/historia-da-bicicleta/>, acessado no dia 19 de setembro de 2016.
- **História da bicicleta.** Disponível em: <http://www.bikemagazine.com.br/2011/03/historia-da-bicicleta/>, acessado no dia 19 de setembro de 2016.

Aplicação do conhecimento

Após a apresentação do projeto PDE, do vídeo exposto e das leituras sugeridas, os alunos são questionados da seguinte forma: Se fosse comprar uma bicicleta, quais seriam os quesitos essenciais e importantes a considerar na hora da compra?

2.2. MOVIMENTO E ORIGEM DAS ROTAÇÕES

Problematização inicial

Vamos iniciar com uma pesquisa exploratória em sala de aula, através dos seguintes questionamentos:

- 1) Porque a bicicleta fica em pé quando está em movimento e cai quando está parada?
- 2) Quem já tentou se equilibrar numa bicicleta parada?
- 3) Quanto tempo consegue ficar sobre a bicicleta, sem por os pés no chão?
- 4) Qual parte da física está por trás das pedaladas da bicicleta?

Organização do conhecimento

A cinemática é a parte da Mecânica que descreve os movimentos dos

objetos, determinando a posição, a velocidade e a aceleração de um corpo em cada instante sem discutir as causas que os produziram ou modificaram. A dinâmica é a parte da Mecânica que estuda os movimentos e as causas (forças) que os produzem ou os modificam. Assim, a Mecânica é o ramo da física que explica o funcionamento da bicicleta.

Inúmeros são os exemplos desta situação em nosso dia-a-dia: uma pessoa passeando de bicicleta, o movimento das águas de um rio, um avião sobrevoando nossa cidade, ondas geradas pelo vento numa lagoa, movimento da Terra ao redor do Sol ou o movimento dos ponteiros do relógio. De modo geral, um corpo estará em movimento em relação a um determinado referencial quando sua posição, nesse referencial, variar no decurso do tempo.

Dentro da Mecânica existem inúmeros movimentos, ressaltaremos aqui o movimento de rotação que é muito comum em nosso cotidiano. A Terra, por exemplo, está em rotação em torno de um eixo imaginário no espaço, que tem como consequência direta uma sucessão de dias intercalados com noites.

A Terra, deste modo, ilustra bem o exemplo de rotação em torno de um eixo. O pião é outro exemplo de objeto que executa um movimento de rotação. No entanto, o seu movimento pode ser bem mais complexo do que a simples rotação em torno de um eixo.

As portas das casas são fixadas aos batentes utilizando-se de duas ou três dobradiças, cujo efeito é permitir o movimento de rotação da porta em torno do batente da porta. Para fazermos a porta girar, devemos aplicar uma força sobre a porta num ponto mais distante da dobradiça.

No movimento da bicicleta a rotação está presente em vários dispositivos, como por exemplo, no pedivela ao pedalarmos estamos aplicando uma força com os pés no pedal, o qual transmite a força para o movimento central ocasionando a rotação. Como o pedivela é acoplado por corrente a catraca e está acoplada ao eixo da roda traseira, está rotaciona quando o pedivela é rotacionado.

Para compreendermos o movimento de rotação usaremos primeiramente o movimento de um pião, conforme ilustra a Figura 1 abaixo.



Figura 1: Movimento de um pião

FONTE: http://efisica.if.usp.br/mecanica/basico/corpos_rigidos/cotidiano/

O menino, para soltar o pião e fazê-lo girar, enrola uma cordinha cuidadosamente sobre o pião, deixa uma pontinha presa entre os dedos e atira o pião ao chão. A corda, ao desenrolar, aplica um momento no pião, que sai girando pelo solo. O pião não cai devido ao movimento de rotação que, por inércia, tende a resistir a qualquer mudança em seu estado original.

Apresentar o vídeo sobre o lançamento de um pião. Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=j2-ZDVTh5GQ>. Na sequência, lançar o pião como ilustração para os alunos e fazer os alunos da sala lançar também continuamente o pião, de forma a evidenciar o movimento de rotação do pião. Podemos utilizar o esquema de experimento (ZAMBERLAN & LIMA, p. 7, 2010) seguindo a seguinte rotina:

- 1) Perguntar primeiramente como o pião se equilibra enquanto gira;
- 2) Efetuar o lançamento do pião. (Este lançamento pode ser efetuado pelo professor, conforme local e turma, para evitar que se machuquem);
- 3) Utilizar o movimento do pião para introduzir o conceito de eixo de rotação e de movimento de rotação. Poderá ser utilizado o seguinte raciocínio: “No movimento do pião o que observamos?” – Esperar que os alunos digam algo. Se não disserem nada, prosseguir;
- 4) Observamos que o pião rodava. (Cabe aqui uma pequena pausa);
- 5) Voltar a questionar os alunos: “Mas rodava em torno do quê?”;
- 6) Levar os alunos a concluir que o pião rodava em torno de um prego que passava pelo centro do pião;

- 7) Denominar esse prego como correspondendo ao eixo de rotação do pião e seu movimento, como movimento de rotação;

Cabe ressaltar neste ponto que no início do movimento o pião gira com alta velocidade e se mantém praticamente na vertical. À medida que sua velocidade diminui com o atrito, o pião se inclina, sofre precessão e, finalmente, cai. Neste momento é importante confirmar que o movimento de precessão ocorre quando o eixo de rotação do pião passa a girar em torno de um eixo externo a ele, conforme mostrado na Figura 2

Propor também uma pesquisa individual em livros ou na internet sobre os seguintes temas: rotação, atrito, inércia, força peso e movimento de rotação da Terra.

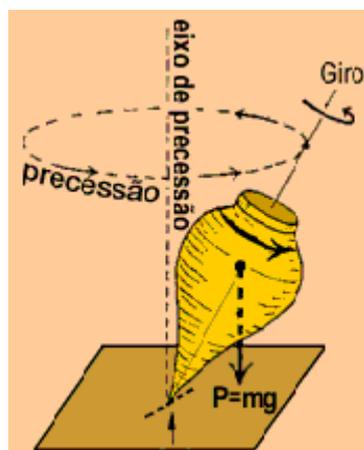


Figura 2: Movimento de precessão num pião.

FONTE: <http://www.folclore-online.com/jogos/jogos-regras/piao/index2.html>

Aplicação do conhecimento

O pião se mantém em pé devido à elevada velocidade de rotação igualmente o que ocorre com a bicicleta conforme a Figura 3, pois os pneus funcionam de maneira similar ao movimento do pião que gira no plano horizontal. O que justifica a queda das crianças quando estão aprendendo a andar de bicicleta, pois, diminuem a velocidade e vão cambaleando até caírem.



Figura 3: Eixo de rotação da roda dianteira da bicicleta.
FONTE: Robson Conrado Bonetti

Outra forma de verificar a propriedade de rotação de um corpo em torno de um eixo pode ser demonstrada utilizando uma moeda, quando a mesma é rolada sobre uma mesa. Quanto mais rápido a moeda girar, mais ela se manterá em pé, ou seja, com seu eixo de rotação na horizontal, mas com o passar do tempo, perde velocidade, passando a movimentar-se mais lentamente até cair. Deste modo, é difícil a criança se equilibrar quando a bicicleta está com baixa velocidade. Neste momento, dividir a turma em duplas e fornecer moedas de vários tamanhos e pedir para que os grupos efetuem as respectivas rotações moeda por moeda e anotem as diferenças observadas para discussão no grande grupo que será feito na sequência.

2.3. MOVIMENTO CIRCULAR

Problematização Inicial

Pense na seguinte situação hipotética: em suas férias você sai para passear pelas ruas de seu bairro utilizando sua bicicleta, em certo momento a corrente saiu do lugar escapando do pedivela. Ao colocá-la novamente no local certo você nota que o mecanismo da bicicleta é muito interessante e complexo, você saberia dizer qual o sistema envolvido neste movimento e a física presente para ajudar a entender melhor o funcionamento da bicicleta?

Organização do conhecimento

O movimento circular constitui uma maneira de restringir o movimento de uma dada região do espaço, e está presente em vários aparelhos de uso cotidiano.

Como exemplos, podemos citar o movimento das hélices do liquidificador, o movimento dos ponteiros de um relógio analógico, movimento da Terra ao redor do Sol, rodas e engrenagens da bicicleta, polias de carros, hélices de um ventilador ou de um avião.

Depois de entender o funcionamento do mecanismo presente na bicicleta, percebemos que a física envolvida é relacionada ao Movimento Circular Uniforme (MCU). Neste movimento a trajetória é uma circunferência (ou arco de circunferência) e a velocidade vetorial é constante em módulo e variável na direção e sentido, conforme a Figura 4 que mostra um corpo qualquer amarrado num fio e posto a girar numa circunferência de raio R . Como se trata de um movimento uniforme sua aceleração tangencial é nula e sua aceleração vetorial é a aceleração centrípeta a_c que não altera a velocidade escalar e sim a direção do vetor velocidade.

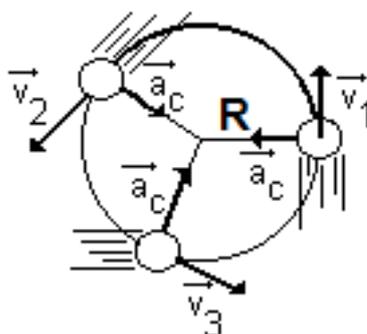


Figura 4: Objeto em movimento circular uniforme.
Fonte: Robson Conrado Bonetti

Neste ponto, podemos definir matematicamente algumas grandezas físicas que surgem nos movimentos circulares, como velocidade escalar média, aceleração escalar, aceleração centrípeta, ângulo, arco, deslocamento angular, velocidade angular, período e frequência.

A velocidade escalar média (v_m) no movimento circular é a razão entre o deslocamento (Δx) e o correspondente intervalo de tempo (Δt), ou seja,

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0},$$

cujas unidades no Sistema Internacional (SI) de unidades é o metro por segundo (m/s). Para o caso de movimento do centro de massa do sistema, podemos calcular a velocidade do centro de massa adotando o mesmo procedimento para o cálculo da

velocidade de uma única partícula, que é o caso em questão. Lembre que como se trata de um movimento circular uniforme a velocidade é constante em módulo, variando em direção e sentido (conforme a Figura 4).

A aceleração escalar média (a_m) é a razão entre a variação da velocidade escalar instantânea (Δv) e o correspondente intervalo de tempo (Δt), assim,

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0},$$

cuja unidade no Sistema Internacional (SI) de unidades é o metro por segundo ao quadrado (m/s^2). Lembrando que em movimentos uniformes a aceleração pode ser descomposta (Figura 5) numa aceleração tangencial (a_t) que é nula, pois não ocorre variação do módulo do vetor velocidade, e em outra componente apontando para o centro da trajetória circular chamada de aceleração centrípeta (a_c) devido a variação da direção do vetor velocidade em movimentos curvilíneos.

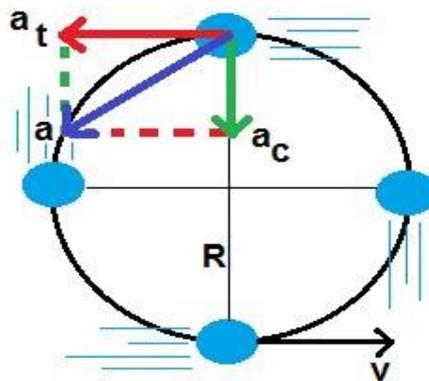


Figura 5: Decomposição da aceleração no movimento circular.
Fonte: Robson Conrado Bonetti

Esta demonstração está no vídeo a seguir: <https://www.youtube.com/watch?v=DKyt9pOyAAM>. A resultante destas duas acelerações fornece a aceleração no movimento circular, assim aplicando o teorema de Pitágoras temos,

$$a^2 = a_t^2 + a_c^2,$$

$$a^2 = 0^2 + a_c^2,$$

$$a^2 = a_c^2,$$

$$a = a_c$$

Deste modo, a aceleração centrípeta (chamada também de normal ou radial)

é responsável por indicar a variação da direção do vetor velocidade, estando presente nos movimentos curvilíneos e é definida matematicamente como,

$$a_c = \frac{v^2}{R},$$

onde R é o raio da circunferência.

Quando os móveis descrevem trajetórias circulares, podemos determinar suas posições por meio de ângulos centrais (φ) em lugar do espaço (s) medido na própria trajetória (Figura 6). O espaço (s) permite determinar a posição P do móvel em cada instante, o ângulo (φ) também localiza esta posição P e, por isso, é chamado de espaço angular. O espaço (s) é chamado de espaço linear ou arco orientado (OP) do ângulo (φ) correspondente.

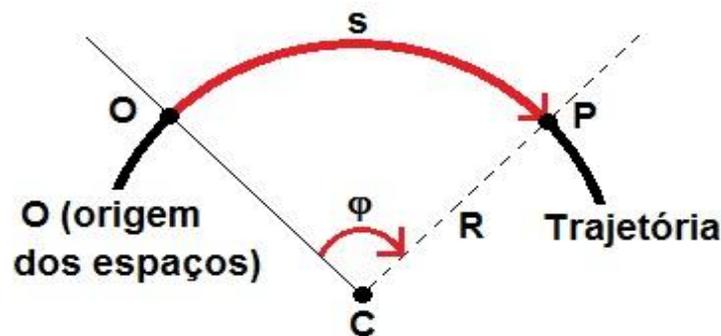


Figura 6: Espaço angular e espaço linear.
Fonte: Robson Conrado Bonetti

Em uma circunferência, a medida de um ângulo central em radianos é definida pela razão entre a medida algébrica do arco orientado (s) que corresponde a esse ângulo, e a medida do raio (R) da circunferência.

$$\varphi = \frac{s}{R}$$

Com relação à unidade radiano, cujo símbolo no SI é o rad, observamos que ela é adimensional, pois é o resultado da razão entre duas unidades de comprimento. Embora adimensional, essa unidade rad é sempre citada após o valor da medida, com a intenção de deixar claro que nos referimos à medida de um ângulo e não a um número adimensional qualquer.

O perímetro de uma circunferência corresponde à medida do arco (s) relativo a uma circunferência completa (uma volta), sendo expresso por

$$s = 2\pi R,$$

e a medida em radianos desse arco é

$$\varphi = \frac{s}{R} = \frac{2\pi R}{R}$$

$$\varphi = 2\pi \text{ rad.}$$

O ângulo raso, que corresponde à meia-volta, vale, portanto, π rad. A mudança de unidade de uma medida feita em radianos para a unidade grau se faz por uma regra de três simples.

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi \text{ rad} \quad \text{————} \quad 180^\circ \\ x \quad \text{————} \quad y^\circ \end{array} \right\}$$

Neste ponto, pedir para os alunos elaborarem as seguintes transformações, preenchendo a tabela a seguir:

Ângulo (graus)	Ângulo (radianos)
30°	
45°	
60°	
90°	
120°	
150°	
180°	
210°	
270°	
360°	

Tabela 1: Transformação de graus para radianos.
Fonte: Robson Conrado Bonetti

Assim como para o deslocamento linear (Δx), temos um deslocamento angular ($\Delta \varphi$) conforme a Figura 7.

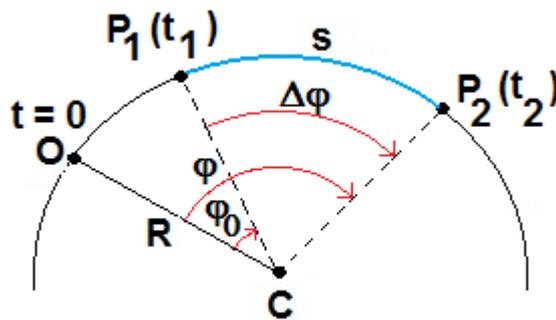


Figura 7: Espaço angular em instantes de tempos distintos.
 Fonte: Robson Conrado Bonetti

Se calcularmos a diferença entre a posição angular final (φ) no instante de tempo t_2 e a posição angular inicial (φ_0) no instante de tempo t_1 temos

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0,$$

assim

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R},$$

por convenção, no sentido anti-horário o deslocamento angular é positivo e no sentido horário o deslocamento angular é negativo.

Sempre que um corpo realiza um movimento sobre uma circunferência, ele descreve um ângulo ($\Delta\varphi$) referente ao arco percorrido (Δs) num certo intervalo de tempo (Δt), podemos calcular a velocidade angular (ω) da seguinte forma

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0},$$

cuja unidade no SI é o radiano por segundo (rad/s).

Em movimentos circulares é de uso comum o termo periódico, que nada mais é que um fenômeno que se repete, identicamente, em intervalos de tempos sucessivos e iguais. O período (T) é o menor intervalo de tempo da repetição do fenômeno.

Num fenômeno periódico, chama-se frequência (f) o número de vezes em que o fenômeno se repete na unidade de tempo. Por exemplo, a frequência escolar de um estudante é o número de vezes em que ele comparece a seu colégio na unidade de tempo: um mês (frequência mensal), uma semana (frequência semanal).

O período e a frequência se relacionam. Por regra de três simples e direta, temos,

Intervalo de tempo	Nº de vezes em que o fenômeno se repete
(período) T	----- 1 (vez)
(unidade de tempo) 1	----- f (vezes) frequência

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ou} \quad T = \frac{1}{f}$$

Observe que a frequência é o inverso do período e vice-versa. O período (T) é o menor intervalo de tempo para o fenômeno se repetir; suas unidades podem ser: segundo (s), hora (h), dia. A frequência (f) é o número de vezes em que ocorre o fenômeno na unidade de tempo. Suas unidades usuais são: rotações por minuto (rpm) e ciclos por segundo ou simplesmente hertz (Hz).

Aplicação do conhecimento

Com a bicicleta em sala de aula, marcar com fita crepe branca um ponto na roda traseira da bicicleta para explicitar o movimento circular. Este ponto marcado está em movimento circular quando sua trajetória é uma circunferência, ou seja, quando o referencial para o movimento for o seu próprio eixo, conforme a Figura 8.



Figura 8: Bicicleta Giant 2003, com uma marcação em branco no pneu traseiro para demonstrar o movimento circular.
Fonte: Robson Conrado Bonetti

Caso a velocidade permaneça constante, o movimento será denominado de movimento circular uniforme (MCU), cujo vetor velocidade tem módulo constante, mas direção e sentido variando continuamente. O tempo que o ponto marcado no

pneu traseiro gasta para efetuar uma volta completa é denominado de período (T) do movimento. O espaço (Δx) percorrido pelo ponto marcado com fita crepe no pneu traseiro, durante um período, ou seja, durante uma volta completa é o comprimento da circunferência que vale $2\pi R$, onde R é o raio da trajetória, neste caso, o raio da roda traseira que é a distância do eixo até o ponto marcado com a fita crepe branca.

Na sequência, primeiramente exibiremos o seguinte vídeo http://www.youtube.com/watch?v=FEPJiFi_Y-M, do experimento que utiliza uma bicicleta para demonstrar conceitos de frequência e período. Colocamos a bicicleta de ponta cabeça conforme a Figura 9, ficando com os pneus para cima sobre duas carteiras as quais apoiaremos o assento e o guidão da bicicleta, desta forma os pedais da bicicleta ficam livres para girarem e podemos explicitar o conceito de frequência (f). Neste experimento, cabe ressaltar que a frequência (f) é o número de voltas (rotações) que o ponto marcado no pneu com fita crepe branca executa num certo intervalo de tempo (Δt).



Figura 9: Bicicleta Giant 2003 de ponta cabeça para explicitar conceitos de período e frequência.

Fonte: Robson Conrado Bonetti

Em seguida acionamos (ou pedimos para um ou outro aluno) o pedal da bicicleta. Pedimos ao restante dos alunos contarem o número de voltas que o ponto marcado com fita crepe executou em um minuto, verificando deste modo, a frequência do ponto ou do próprio pneu em rotações por minuto (rpm). Repetiremos

o experimento marcando agora um ponto com fita crepe branca no pedivela da bicicleta e verificaremos sua frequência em rotações por minuto. Cabe salientar aos alunos que, como o pedal está fixo no pedivela a frequência obtida no pedivela será a mesma frequência do pedal.

Neste ponto, pedir para os alunos elaborarem as seguintes transformações, de frequência (f) em hertz (Hz) e período (T) em (s) preenchendo a tabela a seguir, lembrar que rotações por hora (rph) deve-se dividir o número por 3600, pois uma hora equivale a 60 minutos e 60 minutos equivalem 3600 segundos; rotações por minuto (rpm) deve-se dividir o número por 60, pois um minuto equivale a 60 segundos; rotações por segundo (rps) é a mesma unidade no SI de Hz (hertz).

Frequências	Frequências (Hz)	Período (s)
2 rps		
30 rps		
1200 rpm		
3600 rpm		
10800 rph		
54000 rph		

Tabela 2: Transformando frequência e período.
Fonte: Robson Conrado Bonetti

Para aprofundar o conhecimento de frequência e período será proposta para os alunos a seguinte questão, utilizando um relógio analógico de parede: Qual a frequência e período do movimento dos ponteiros de um relógio? Um relógio geralmente tem três ponteiros: (a) um, que marca os segundos, (b) um, que marca os minutos e (c) um, que marca as horas. Cada um deles tem frequência e período diferentes?

2.4. Relação entre grandeza escalar e angular

Problematização Inicial

Imagine a seguinte situação, você vai passear na casa de seus avôs e estes gostam muito de ouvir música em sua antiga vitrola. Escolhida a música preferida o vinil é colocado a girar, você olha atentamente para o disco e observa que sobre ele

encontra-se uma formiga bem ao centro do mesmo e observa que junto à borda do disco tem um grão de areia. Você saberia dizer o que ocorre com a formiga e com o grão de areia em relação a este movimento? Qual dos dois dará mais voltas em um mesmo intervalo de tempo quando a música tocar e o disco rodar?

Organização do conhecimento

Vamos supor agora que a roda da bicicleta descreva um movimento circular uniforme e sofra um deslocamento correspondente a uma volta completa, logo podemos obter as velocidades escalar (v) e a velocidade angular (ω). A velocidade escalar é definida como

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

sendo R o raio da circunferência descrita pelo móvel, o deslocamento escalar (Δx) em uma volta inteira é $2\pi R$. Como para esse deslocamento o intervalo de tempo (Δt) corresponde a um período (T), a equação anterior pode ser reescrita da seguinte forma

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{ou} \quad v = 2\pi Rf,$$

em que f é a frequência do móvel. Novamente vale ressaltar que para o caso de movimento do centro de massa do sistema, podemos calcular a velocidade do centro de massa adotando o mesmo procedimento para o cálculo da velocidade de uma única partícula, que é o caso em questão.

Considerando a roda da bicicleta na Figura 10 em movimento circular uniforme e a marcação no pneu com fita crepe branca podemos obter a velocidade angular (ω) do movimento, pois quando a marcação atinge o quadro da bicicleta, varreu um ângulo (φ) num certo intervalo de tempo (Δt).

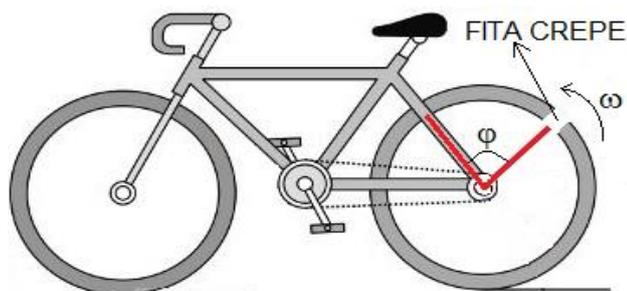


Figura 10: Velocidade angular na roda da bicicleta.

Fonte: Robson Conrado Bonetti

A relação entre o ângulo descrito pela roda da bicicleta e o intervalo de tempo gasto para varrê-lo é definido como velocidade angular (ω) e é expressa como

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

cuja unidade no SI é o radiano por segundo (rad/s) ou graus por segundo. A velocidade angular (ω) expressa a rapidez com que a roda gira em torno de um eixo. Deste modo, quanto maior for a velocidade angular de um corpo, maior será o ângulo que ele descreve por unidade de tempo, assim estará girando mais rapidamente.

Medindo-se em radianos, o ângulo ($\Delta\varphi$) varrido pela roda da bicicleta numa volta inteira o valor é de 2π . Como para esse deslocamento angular o intervalo de tempo (Δt) corresponde a um período (T), a equação anterior pode ser reescrita da seguinte forma

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{ou} \quad \omega = 2\pi f.$$

Comparando-se as equações obtidas anteriormente para as velocidades escalares e angulares, chega-se a uma relação matemática entre estas velocidades da forma

$$v = \omega R,$$

onde a velocidade escalar (v) se refere à distância percorrida num certo intervalo de tempo enquanto a velocidade angular (ω) se refere ao ângulo descrito num certo intervalo de tempo e R é o raio da circunferência.

Podemos reescrever também a equação para a aceleração centrípeta em termos da velocidade angular (ω) como

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R,$$

e tem como unidade no SI o metro por segundo ao quadrado (m/s^2).

Aplicação do conhecimento

Utilizando os conceitos aprendidos de velocidade escalar e velocidade

angular juntamente com a bicicleta em sala de aula, iremos aplicar o conhecimento adquirido na realização do seguinte experimento (MEDEIROS & BASTOS, p. 12, 2009):

- 1) Deixar a bicicleta conforme a Figura 9, ou seja, de cabeça para baixo apoiada sobre duas carteiras;
- 2) Marcar com fita crepe branca um ponto no pneu traseiro da bicicleta e outro ponto em um dos raios da bicicleta próximo ao eixo;
- 3) Efetuar a cronometragem de tempo utilizando relógio ou aparelho de celular;
- 4) Um aluno ou até mesmo o professor deverá movimentar o pedal de forma constante para que o restante da turma faça o levantamento do número de voltas efetuadas;
- 5) Pedir para um aluno contar o número de voltas completas que a fita crepe fixada ao pneu efetua;
- 6) Pedir para outro aluno contar o número de voltas completas que o ponto fixado em um dos raios da bicicleta próximo ao eixo efetuou;
- 7) Poderão ser criados grupos distintos de alunos e cada grupo escolherá tempos diferentes para efetuar a contagem das voltas;
- 8) Escrever no quadro negro e preencher a tabela a seguir com os resultados obtidos pelos grupos;
- 9) Discutir os resultados obtidos e buscar responder ao questionamento da problematização inicial, ou seja, qual o ponto que dá o maior número de voltas, o ponto marcado no pneu ou o ponto próximo ao eixo;

Grupo de alunos	Ponto fixado no pneu			Ponto fixado próximo ao eixo		
	<i>Número de voltas</i>	<i>Tempo</i>	<i>Nº de voltas dividido pelo tempo</i>	<i>Número de voltas</i>	<i>Tempo</i>	<i>Nº de voltas dividido pelo tempo</i>
Grupo 1						
Grupo 2						
Grupo 3						
Grupo 4						
Grupo 5						

Tabela 2: Experimento para evidenciar frequência e período no movimento circular.

Fonte: Robson Conrado Bonetti

Espera-se que após a realização do experimento e das discussões os alunos cheguem à conclusão que a velocidade angular é constante e não depende do raio, pois é a mesma para ambos os pontos, ou seja, que ambos os pontos dão o mesmo número de voltas no intervalo de tempo e assim têm a mesma frequência.

Também podemos obter as velocidades escalares (v) e angulares (ω) em cada um dos pontos deste experimento. Para a velocidade escalar (v) do ponto fixado no pneu e do ponto fixado próximo ao eixo, em uma volta completa a distância percorrida é $2\pi R$, onde $\pi = 3,14$ e transformando a medida do raio (R) em metros, basta multiplicar o valor obtido pelo número de voltas e dividir pelo tempo. Para a velocidade angular (ω) de cada um dos pontos fixados, devemos lembrar que numa volta completa o ângulo varrido é de 360° ou 2π rad, basta multiplicar o número de voltas pelo ângulo de uma volta e após dividir pelo tempo em segundos.

2.5. Transmissão no movimento circular

Problematização Inicial

- 1) Se uma bicicleta tem duas coroas no pedivela e dez catracas no cassete quantas marchas esta bicicleta possui?
- 2) Caso você pretenda subir uma montanha íngreme, qual relação de marcha deve-se utilizar? E para descer?

Organização do conhecimento

Antigamente a bicicleta era popularmente conhecida como “agitador de ossos”, pois no passado as primeiras bicicletas eram feitas de madeira e o calçamento das ruas de pedra, por isso, o apelido é perfeitamente compreensível. Além do desconforto sugerido pelo seu apelido, outro problema sério que as primeiras bicicletas enfrentavam era o do rendimento (MELLO, 2002).

Antes da invenção do mecanismo de transmissão por correntes e roda dentada, toda transmissão de movimento era feita por um pedal acoplado diretamente na roda dianteira. Na prática, isso quer dizer que para cada pedalada completa do ciclista, a bicicleta avançava uma distância equivalente ao comprimento da circunferência da roda dianteira, o que justifica o fato das primeiras bicicletas terem uma enorme roda dianteira conforme a Figura 11.

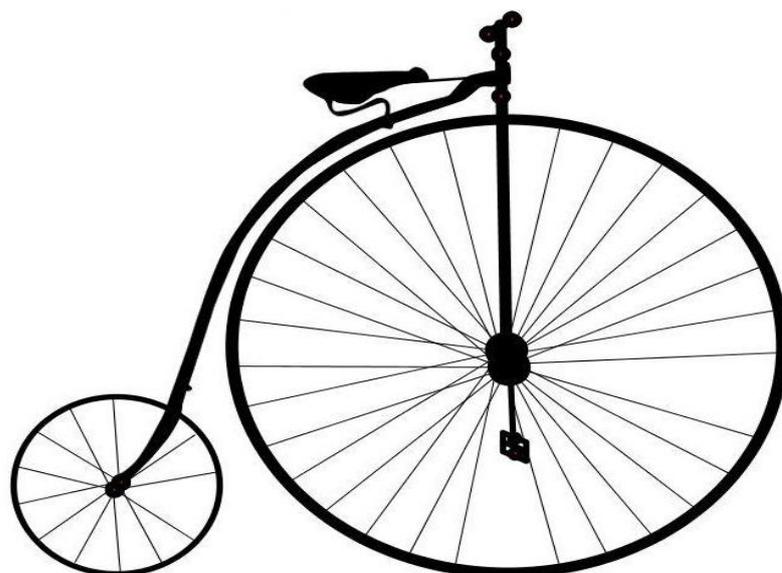


Figura 11: Bicicleta com transmissão na roda dianteira.

Fonte: <http://marcosginasio.blogspot.com.br/2010/11/bicicleta-antiga.html>

Tal mecanismo, além de exigir generoso esforço do ciclista, possuía limitações para o aumento do rendimento, uma vez que o raio da roda dianteira não poderia ser maior do que o comprimento da perna do ciclista. O mecanismo de transmissão usado hoje em dia para melhorar o rendimento consiste num conjunto de duas rodas dentadas conforme a Figura 12, uma delas fixa com uma catraca livre de raio R_1 na roda traseira e outra chamada de coroa ou pedivela que raio R_2 que giram sob o comando de uma corrente.



Figura 12: Mecanismo de transmissão atualmente utilizado nas bicicletas.

Fonte: Robson Conrado Bonetti

As rodas possuem número de dentes diferentes, como por exemplo, 14 e 42. Como o pedal está acoplado a roda dentada maior (coroa), cada volta do pedal (1

giro de 42 dentes) implica em três voltas da roda dentada menor (catraca). Como a catraca é a responsável por transmitir o movimento ao conjunto, podemos dizer que a bicicleta avançará uma distância igual a três vezes o comprimento da sua roda traseira para cada pedalada completa do ciclista.

Ao pedalar, o ciclista produz um movimento circular que é transmitido à coroa dentada. Pedais e coroas giram com a mesma velocidade angular (ω). O movimento circular da coroa dentada é transmitido, pela corrente de transmissão, a uma pequena coroa existente na roda traseira, chamada normalmente de pinhão ou catraca. A coroa dianteira e o pinhão têm a mesma velocidade tangencial (v). O segredo do sistema de transmissão está na diferença entre o diâmetro da coroa dianteira e o diâmetro do pinhão.

Na bicicleta, ocorre a transmissão do movimento circular por acoplamento de engrenagens (coroa e catraca) ligadas por uma corrente conforme a Figura 12, assim neste movimento a velocidade escalar (v) será a mesma tanto na coroa ($v_1 = v_{COROA}$) como na catraca ($v_2 = v_{CATRACA}$), logo

$$v_1 = v_2,$$

mas $v = \frac{2\pi R}{T}$ ou $v = 2\pi Rf$, assim temos

$$\frac{2\pi R_1}{T_1} = \frac{2\pi R_2}{T_2}$$

$$\frac{R_1}{T_1} = \frac{R_2}{T_2},$$

e também

$$2\pi R_1 f_1 = 2\pi R_2 f_2$$

$$R_1 f_1 = R_2 f_2.$$

Deste modo, o movimento na catraca e na coroa terá períodos (T), frequências (f) e velocidades angulares (ω) diferentes com dependência do raio (R) da coroa e da catraca, uma vez que $v = \omega R$, fornece

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2.$$

O pedal, ao ser acionado, faz girar uma roda dentada, e o movimento de rotação produzida nesta roda é transmitido, através da correia, a uma outra roda

dentada adaptada ao eixo da roda traseira da bicicleta. Conseqüentemente o ciclista, ao pedalar com uma determinada freqüência, consegue imprimir uma freqüência bem maior a roda dentada menor, e também as rodas da bicicleta. Evidentemente um aumento da velocidade de rotação da roda dentada traseira implica em maior velocidade e maior deslocamento da bicicleta.

Na bicicleta temos também o acoplamento de polias num mesmo eixo (catraca e roda traseira) o que fornece a mesma velocidade angular (ω) para a catraca ($\omega_1 = \omega_{\text{CATRACA}}$) e para a roda traseira ($\omega_2 = \omega_{\text{RODA TRASEIRA}}$), assim

$$\omega_1 = \omega_2,$$

mas $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ou $\omega = 2\pi f$, temos então

$$\frac{2\pi}{T_1} = \frac{2\pi}{T_2}$$

$$T_1 = T_2,$$

e

$$2\pi f_1 = 2\pi f_2$$

$$f_1 = f_2,$$

ou seja, quando o acoplamento for por eixo, o movimento terá o mesmo período (T) e a mesma freqüência (f).

Aplicação do conhecimento

Utilizando os conceitos aprendidos de acoplamento com corrente e acoplamento por eixo juntamente com a bicicleta em sala de aula, iremos aplicar o conhecimento adquirido na realização do seguinte experimento:

- 1) Deixar novamente a bicicleta conforme a Figura 9, ou seja, de cabeça para baixo apoiada sobre duas carteiras;
- 2) Dividir os alunos em cinco grupos;
- 3) Marcar novamente com fita crepe um ponto na catraca e outro na coroa próximo a corrente;
- 4) Indagar primeiramente aos alunos, qual o ponto que executará mais voltas no mesmo intervalo de tempo, o ponto marcado na catraca ou o ponto

- marcado na coroa, ou ainda se ambos executarão o mesmo número de voltas;
- 5) Passar a Tabela 3 a seguir no quadro para ser preenchida pelo grupo de alunos;
 - 6) Um aluno ou até mesmo o professor deverá movimentar o pedal de forma constante para que o restante da turma faça o levantamento do número de voltas efetuadas;
 - 7) Pedir para um aluno contar o número de voltas completas (frequência f_1) durante o tempo de um minuto que a fita crepe fixada na coroa efetua;
 - 8) Medir as distâncias na coroa (r_1) e na catraca (r_2);
 - 9) Pedir para outro aluno contar o número de voltas completas (ou frequência f_2) que o ponto fixado na catraca efetuou no mesmo intervalo de tempo;
 - 10) Depois de anotados os dados obtidos pelos grupos discutir sobre as frequências obtidas na coroa e na catraca;
 - 11) Determinar o período (T) na coroa e na catraca;
 - 12) Calcular a velocidade escalar (v) e a velocidade angular (ω) em cada ponto;

	Ponto fixado na coroa		Ponto fixado na catraca	
	Frequência f_1	Raio r_1	Frequência f_2	Raio r_2
Grupo 1				
Grupo 2				
Grupo 3				
Grupo 4				
Grupo 5				

Tabela 3: Experimento para calcular a frequência (f) em termos do raio (r).
Fonte: Robson Conrado Bonetti

Por fim, os alunos devem buscar associar a bicicleta com marchas, a um mecanismo de transmissão no Movimento Circular Uniforme (MCU) conforme a Figura 13. Os alunos precisam compreender que o pedal e a coroa têm a mesma velocidade angular (ω), relação esta que também vale para as catracas e a roda traseira, pois em ambos os casos temos um acoplamento por eixo, ao passo que a coroa e as catracas têm a mesma velocidade escalar (v).



Figura 13: Mecanismos de transmissão de marchas numa Bicicleta Giant 2003.
Fonte: Robson Conrado Bonetti

A quantidade de marchas é calculada fazendo o produto do número de coroas no pedivela pelo número de catracas. A conclusão leva a constatação de que as subidas exigem dos ciclistas um esforço muito maior, por isso, a melhor relação para diminuí-lo é a de uma coroa de menor raio e uma catraca de maior raio, e na descida devemos utilizar uma relação de coroa de maior raio no pedivela e catraca de menor raio.

2.6. Dinâmica das rotações

Problematização Inicial

Vamos iniciar com uma pesquisa exploratória em sala de aula, através dos seguintes questionamentos:

- 1) Ao fazer uma pirueta, uma bailarina salta girando com os braços abertos e então, aproxima os braços de seu corpo. Um ginasta ao realizar um salto mortal abraça suas pernas depois de sair do chão. O que a física nos diz sobre isto?
- 2) Sente numa cadeira giratória mantendo os braços abertos e segure uma garrafa pet em cada mão. Agora, peça para alguém girar a cadeira ou se impulsione com os pés no chão para que ela gire. Quando estiver girando, tenha o cuidado de não deixar seus pés encostados no chão. Experimente fechar os seus braços e depois de um tempo abra-os novamente. Qual é a sua sensação?

- 3) Como um ciclista ou um motoqueiro conseguem fazer uma curva apenas inclinando a bicicleta ou a moto sem girar o guidão?
- 4) É mais fácil equilibrar-se sobre uma bicicleta em movimento ou em uma bicicleta parada?

Organização do conhecimento

Para compreendermos a dinâmica das rotações, devemos fazer analogias entre o movimento circular e o movimento retilíneo, para tanto, conceitos de torque (momento de uma força), momento de inércia, momento angular e conservação do momento angular devem ser discutidos.

Seja um disco rígido (Figura 14) que pode girar em torno do seu centro. Para alterar a sua velocidade angular (ω), é necessário aplicar um torque sobre ele. Assim como uma força pode ser imaginada como um puxão, o torque é como uma torção, capaz de aumentar ou diminuir a velocidade angular (ω) do disco, isto é, capaz de causar aceleração angular (α). O torque é também conhecido como momento da força e trata-se de uma grandeza vetorial.

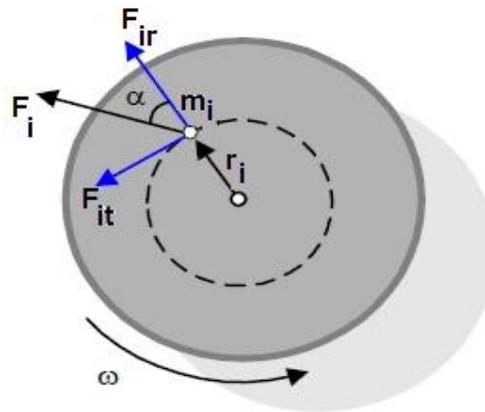


Figura 14: Disco rígido girando em torno do seu centro.
Fonte: Robson Conrado Bonetti

Imaginemos esse disco como sendo um sistema de partículas onde todas giram juntas em torno do centro comum com mesma velocidade angular (ω) e aceleração angular (α). Os pontos que estão mais distantes do centro apresentam maior velocidade escalar (v). Seja F_i a força que atua sobre a i -ésima partícula do disco, que fica a uma distância r_i do seu centro. Apenas a componente tangencial F_{it} dessa força causa um torque (M) (torção ou momento) dada por:

$$M_i = F_{it} \cdot r_i$$

$$M_i = (F_i \cdot \sin \alpha) \cdot r_i$$

A componente tangencial (F_{it}) se relaciona com a aceleração tangencial (a_{it}) pela 2ª Lei de Newton da forma

$$F_{it} = m_i \cdot a_{it}$$

e a aceleração tangencial (a_{it}) se relaciona com a aceleração angular (α) e a distância (r_i) da partícula m_i ao centro de rotação por

$$a_{it} = \alpha \cdot r_i$$

Destas relações, obtemos o torque que atua sobre uma partícula m_i do disco da forma

$$M_i = F_{it} \cdot r_i = (m_i \cdot a_{it}) \cdot r_i$$

$$M_i = m_i \cdot (\alpha \cdot r_i) \cdot r_i$$

$$M_i = m_i \cdot r_i^2 \cdot \alpha$$

Como o corpo rígido está sendo tratado como um sistema de partículas. O torque total que atua sobre o corpo é a soma dos torques que atuam sobre cada partícula que o compõe, assim após alguma álgebra para o momento total obtemos

$$M_{total} = \sum M_i = I \cdot \alpha ,$$

onde $I = \sum m_i \cdot r_i^2$ é chamado Momento de Inércia do corpo e sua unidade no SI é o quilograma vezes metro ao quadrado ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$).

O momento de inércia I é a inércia rotacional do corpo. Ele indica a resistência que o corpo oferece às modificações do seu movimento de rotação. É o análogo rotacional da massa. O momento de inércia I de um corpo depende da distribuição da massa no seu interior em relação ao eixo de rotação. Quanto mais distante do eixo estiverem as porções de massa que compõem o corpo, maior será o seu momento de inércia em relação àquele eixo. O momento de inércia, diferentemente da massa (que é propriedade intrínseca do corpo), depende da forma do corpo e da localização do eixo de rotação.

Para a bicicleta, temos os pneus fixos em aros que giram em torno de eixos (cubos dianteiro e traseiro), logo sua inércia rotacional ou momento de inércia é igual o raio ao quadrado multiplicado pela massa da roda. As rodas de bicicletas, skate, patins, patinete e rollers são objetos que podemos usar para explorar a inércia

rotacional, por exemplo, a roda da bicicleta possui massa maior que a roda de um skate e sua massa se distribui mais distante do eixo de rotação da roda do que a do skate, deste modo, a inércia rotacional da roda de bicicleta é maior que a roda do skate.

Também convém salientar que na bicicleta a velocidade angular (ω) e o momento angular (L) são paralelos. O momento angular (L) de um móvel é calculado de forma semelhante ao momento linear (M), por isso, pode ser interpretado como sendo o momento da quantidade de movimento $Q = m.v$, do móvel em relação a um ponto O , conforme a Figura 15 a seguir.

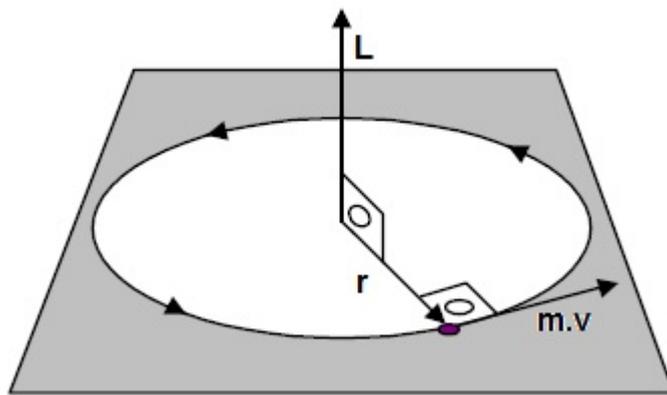


Figura 15: Momento angular de um móvel.
Fonte: Robson Conrado Bonetti

Para calcular o momento angular de um móvel, seguimos o mesmo raciocínio do cálculo do momento de uma força, apenas substituindo o vetor força F pelo vetor quantidade de movimento do móvel. O vetor momento angular (L) é perpendicular ao plano definido pelos vetores raio (r) e a quantidade de movimento (Q), assim como o vetor torque ou momento (M) de uma força é perpendicular ao plano definido pelos vetores raio (r) e força (F), assim temos que

$$L = (m.v).r$$

mas $v = \omega.r$, logo

$$L = (m.\omega.r)r$$

$$L = m.\omega.r^2.$$

Porém $I = m.r^2$ é o momento de inércia do corpo, assim temos que:

$$L = I.\omega$$

e tem como unidade no SI a unidade quilograma vezes metro ao quadrado por segundo ($\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$). Esta expressão é o análogo rotacional da relação $Q = m\cdot v$, onde que Q é chamada de quantidade de movimento ou momento linear do móvel. O sentido dos vetores L e M são dados pela regra da mão-direita, girando no sentido horário teremos um momento angular positivo e negativo caso gire no sentido anti-horário.

Quando um torque é aplicado sobre um móvel cujo momento angular vale $L_0 = I\cdot\omega_0$, ocorrerá um acréscimo de velocidade angular ($\Delta\omega$) e um conseqüente acréscimo de momento angular (ΔL). Como o torque aplicado se relaciona a esse acréscimo de momento angular sofrido pelo corpo?

$$\Delta L = L - L_0$$

$$\Delta L = I\omega - I\omega_0$$

$$\Delta L = I(\omega - \omega_0)$$

$$\Delta L = I\Delta\omega$$

Dividindo ambos os lados pela variação temporal (Δt) temos

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{I\Delta\omega}{\Delta t}$$

mas $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ é a aceleração angular, assim

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = I\cdot\alpha$$

e $M_{total} = \sum M_i = I\cdot\alpha$, logo

$$M_{total} = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

Esta relação é a análoga rotacional da expressão da força,

$$F_{total} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$F_{total} = \frac{Q - Q_0}{\Delta t} = \frac{m\cdot v - m\cdot v_0}{\Delta t}$$

$$F_{total} = \frac{m\cdot(v - v_0)}{\Delta t} = \frac{m\cdot\Delta v}{\Delta t}$$

$$F_{total} = m.a$$

A relação é a forma original da segunda lei de Newton. Assim, da mesma forma que a força resultante (F_{total}) mede a taxa ou rapidez com que o momento linear (Q) de um corpo varia, o torque resultante (M_{total}) mede a taxa ou rapidez com que o seu momento angular (L) varia.

Caso a resultante das forças externas que atuem no sistema forem nulas temos um sistema de partículas isolado de forças externas. Assim, teremos:

$$F_{total-externa} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 0$$

$$\frac{Q - Q_0}{\Delta t} = 0$$

$$Q - Q_0 = 0$$

$$Q = Q_0,$$

ou seja, a quantidade de momento angular se conserva, uma vez que, se o único agente capaz de causar variação da quantidade de movimento total de um sistema não está presente ($\sum F_{total-externa} = 0$), a quantidade de movimento não sofre variações. O mesmo raciocínio pode ser aplicado à conservação do momento angular de um sistema isolado de torques externos, isto é, um sistema onde o torque total aplicado pelas forças externas é nulo. Assim temos que

$$M_{total-externa} = \frac{\Delta L}{\Delta t} = 0$$

$$\frac{L - L_0}{\Delta t} = 0$$

$$L - L_0 = 0$$

$$L = L_0,$$

deste modo, se o único agente capaz de causar variação do momento angular total de um sistema não está presente ($\sum M_{total-externa} = 0$), o momento angular (L) não sofre variações.

Aplicação do conhecimento

A conservação do momento angular está presente em nossa vida diária de forma sutil, como no movimento suave de uma bailarina conforme a Figura 16.

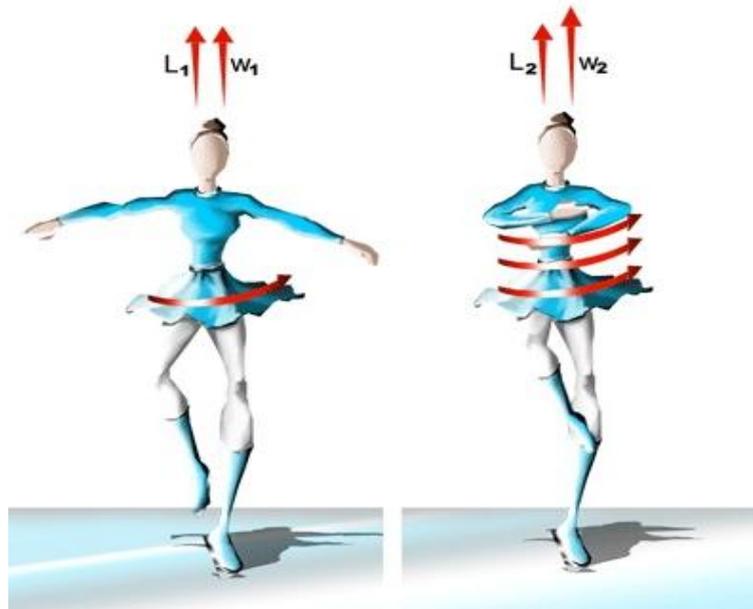


Figura 16: Momento angular da bailarina, $L_1 \neq L_2$ e $\omega_1 \neq \omega_2$.

Fonte: http://efisica.if.usp.br/mecanica/basico/corpos_rigidos/rotacoes/

Para adquirir velocidade angular (ω), a bailarina inicialmente troca um impulso com o solo mantendo os braços abertos e passa a girar com um momento angular $L = I.\omega$. Em seguida, apoiando o peso do seu corpo na ponta dos dedos para minimizar o contato com o solo, ela fecha os braços em torno de si, diminuindo o seu momento de inércia $I = \sum m_i.r_i^2$.

Estando livre de torques externos, o momento angular de spin (rotação) dela deve permanecer constante à medida que fecha os braços. Assim, para que $L = I.\omega$ permaneça constante enquanto o momento de inércia (I) diminui, haverá um aumento da velocidade angular (ω) da bailarina à medida que fecha os seus braços. É dessa forma que as bailarinas adquirem considerável velocidade angular (ω) durante o seu movimento.

Para evidenciar este fato, iremos utilizar uma cadeira giratória e garrafas PET com água para demonstrar a conservação do momento angular. Esta demonstração está no vídeo a seguir: <https://www.youtube.com/watch?v=KaSHiXmeabs>, após a exposição do vídeo, segue o roteiro do experimento:

- 1) Encher duas garrafas PET com água (colocar o suficiente de água para que você consiga sustentar o peso);
- 2) Segurar cada garrafa com uma mão;
- 3) Providenciar uma cadeira giratória semelhante a da Figura 17;



Figura 17. Cadeira giratória e garrafas PET.
Fonte: Robson Conrado Bonetti

- 4) Sentar na cadeira e manter os braços abertos;
- 5) Segurar cada garrafa em uma mão;
- 6) Pedir para um aluno girar a cadeira ou o aluno que está sentado na cadeira pode se impulsionar utilizando seus pés no chão;
- 7) Quando estiver girando não deixe os pés encostarem-se ao chão;
- 8) Feche os braços e depois de um tempo abra-os novamente;
- 9) Fazer um rodízio de alunos e repetir o experimento;

Como sabemos o momento de inércia é uma grandeza associada ao movimento de rotação de um corpo, dependendo da massa do corpo e da distância desta massa ao eixo de rotação, quanto mais distante está a massa do eixo de rotação, maior será o momento de inércia. Por outro lado, o momento angular de um corpo é uma grandeza que relaciona o seu momento de inércia com sua velocidade angular e é dado pelo produto destas duas grandezas. Há uma importante

propriedade sobre ele que nos diz que, quando o torque associado ao eixo de rotação é nulo, o momento angular do corpo é conservado.

A partir do momento que a cadeira é posta a girar, estando com os pés não encostados no chão e desprezando a força de atrito do ar, o torque realizado é nulo. Enquanto você está com os braços esticados segurando as garrafas PET, você possui um determinado momento de inércia, ao juntar os seus braços você diminui o seu momento de inércia, pois a massa está concentrada próxima ao eixo de rotação do corpo. Para que o momento angular se conserve, a velocidade angular do corpo deve, então, aumentar.

Outro experimento sobre conservação do momento angular está demonstrado no vídeo a seguir: <https://www.youtube.com/watch?v=xUKTziAesl8>, o qual traz a cadeira giratória e uma roda de bicicleta com punhos (pedaleiras enroscadas no eixo). Seguindo o roteiro experimental proposto por NETTO (2011):

- 1) Um aluno senta na cadeira e segura a roda da bicicleta pelos seus punhos segurando pelas pedaleiras, na sua frente, de modo que o eixo da roda fique na vertical, conforme a Figura 18(a);



Figura 18. Cadeira giratória e roda de bicicleta: (a) eixo na vertical, (b) eixo na horizontal.

Fonte: <https://sites.google.com/site/sed695b3/projects/discrepant-events/angular-momentum-bike-tire---katie-flanagan>

- 2) O aluno dá um impulso na roda pondo-a a girar e ele mesmo começa a girar em sentido oposto ao da roda;
- 3) Vagarosamente o aluno deve virar o plano da roda, levando o eixo para a posição horizontal, conforme a Figura 18 (b);
- 4) Verificar o que ocorre com a velocidade de rotação da cadeira e do aluno;
- 5) O que ocorre com o sentido de rotação e com a velocidade angular (ω) se virarmos o plano da roda no mesmo sentido anterior;

- 6) Pedir para o aluno com uma das mãos frear suavemente a cadeira, diminuindo a rotação da roda e conseqüentemente o gira da cadeira começa a diminuir até parar;

Evidenciar que tanto a cadeira giratória como o aluno irão reduzir sua velocidade angular (ω) ou de rotação e que o aluno pára de girar, em relação ao solo, quando o eixo da roda ficar na posição horizontal. Quando o aluno vira o plano da roda no mesmo sentido anterior, começa a girar em relação ao chão, porém em sentido oposto ao anterior, atingindo a máxima velocidade angular (ω) quando o eixo ficar novamente na posição vertical.

Caso o aluno gire a roda (dando vários impulsos com uma das mãos) enquanto ela se apresenta com eixo horizontal, nenhuma rotação se observará para a cadeira em relação ao solo. Mas, quando ele girar o plano da roda de modo a passar o eixo para a posição vertical, a cadeira girará em sentido oposto ao giro da roda. Virando novamente a roda, de outros 90° , levando novamente o eixo para a horizontal, a cadeira irá parar seu giro.

Quando o aluno sentado na cadeira giratória sem contato com o chão segura uma roda de bicicleta que gira no sentido anti-horário, por exemplo, o sistema cadeira – pessoa - roda possui certo momento angular (L) que é caracterizado pelo vetor velocidade angular (ω) no sentido anti-horário. Quando ele inverte a posição de roda, há uma variação do momento angular pelo fato de que a velocidade angular agora está no sentido horário. Para que haja conservação do momento angular o sistema gira no sentido horário.

Convém observar, porém, que tanto no caso do equilíbrio sobre uma bicicleta quanto nos casos da cadeira giratória, o que ocorre depende da conservação do momento angular (L), pois o momento angular se conserva porque o torque da força peso que age na vertical no sistema cadeira – pessoa – roda de bicicleta é nulo. Ao final, espera-se verificar que é mais fácil ficar em equilíbrio sobre a bicicleta em movimento do que sobre a bicicleta quando a mesma está parada. O mesmo raciocínio vale quando subirmos uma rampa inclinada com a bicicleta será que conseguiremos descer com a bicicleta (em equilíbrio), mas com os dois pneus freados, deslizando? Ou ainda, se subirmos na bicicleta e pedalarmos a mesma sobre uma esteira mecânica conseguiremos permanecer em equilíbrio? Neste caso

a bicicleta estará parada, mas as rodas e conseqüentemente os pneus estão fazendo o movimento de rotação.

2.7. Aplicações no movimento circular

Problematização Inicial

É possível utilizar os conceitos físicos envolvidos na bicicleta para trabalhar questões relacionadas ao movimento circular? Até o momento verificamos que sim, é possível através da bicicleta aprender conceitos relativos ao movimento circular. Deste modo, buscaremos com alguns exemplos expandir esta temática através da resolução de exercícios e a construção do mapa conceitual do movimento circular.

Organização do conhecimento

Inicialmente fazer um *feedback* dos principais conceitos aprendidos até o momento sobre movimento circular, frequência, período, velocidade escalar, velocidade angular, aceleração centrípeta e acoplamentos. Com questionamentos e sugestões, buscar que os alunos lembrem equações e propriedades fundamentais do movimento circular para serem enumeradas num canto do quadro de giz. Na sequência entregar para os alunos a seguinte folha de questões, as quais trazem a bicicleta como objeto gerador no movimento circular.

Após, reunir os alunos em duplas para que as mesmas busquem trocar informações e busquem resolver as questões que são sugeridas. Cabe lembrar que ao final todas as questões serão discutidas e resolvidas pelo professor. Na sequência, criar juntamente com a turma a rede conceitual com os principais conceitos do movimento circular na bicicleta para sistematização do conteúdo.

Aplicação do conhecimento

A seguir, questões extraídas de alguns vestibulares que abordam o movimento circular através da bicicleta:

Questão 1: (UFRGS) A Figura 19 apresenta esquematicamente o sistema de transmissão de uma bicicleta convencional.

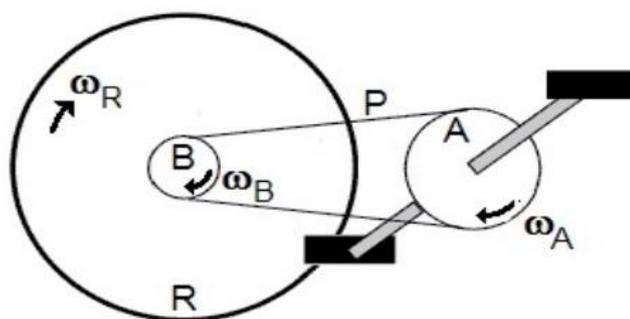


Figura 19
Fonte: UFRGS / Reprodução.

Na bicicleta, a coroa A conecta-se à catraca B através da correia P. Por sua vez, B é ligada à roda traseira R, girando com ela quando o ciclista está pedalando. Nesta situação, supondo que a bicicleta se move sem deslizar, as magnitudes das velocidades angulares, ω_A , ω_B e ω_R , são tais que

- a) $\omega_A < \omega_B = \omega_R$ b) $\omega_A = \omega_B < \omega_R$ c) $\omega_A = \omega_B = \omega_R$
d) $\omega_A < \omega_B < \omega_R$ e) $\omega_A > \omega_B = \omega_R$

Resolução: O acoplamento entre A e B é feito por meio de uma correia e entre B e a roda por meio de um eixo. Logo, a resposta correta é a **Letra “A”**, visto que a frequência de B é maior que a frequência de A e como a velocidade angular é diretamente proporcional à frequência, a velocidade angular de B é maior que a de A. Além disso, o acoplamento entre B e a roda é por eixo, implicando em igual valor de frequência e também de velocidade angular.

Questão 2: (UFPB) Em uma bicicleta, a transmissão do movimento das pedaladas se faz por meio de uma corrente, acoplando um disco dentado dianteiro (coroa) a um disco dentado traseiro (catraca), sem que haja deslizamento entre a corrente e os discos. A catraca, por sua vez, é acoplada à roda traseira de modo que as velocidades angulares da catraca e da roda sejam as mesmas (ver a seguir Figura 20 representativa de uma bicicleta).

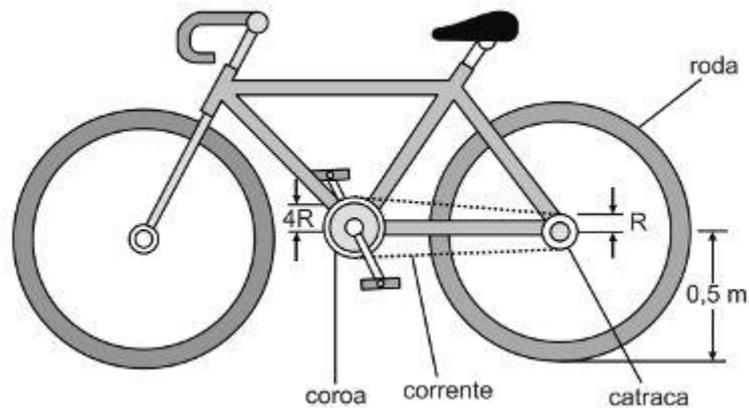


Figura 20
 Fonte: UFPB / Reprodução.

Em uma corrida de bicicleta, o ciclista desloca-se com velocidade escalar constante, mantendo um ritmo estável de pedaladas, capaz de imprimir no disco dianteiro uma velocidade angular de 4 rad/s, para uma configuração em que o raio da coroa é $4R$, o raio da catraca é R e o raio da roda é 0,5 m. Com base no exposto, conclui-se que a velocidade escalar do ciclista é:

- a) 2 m/s
- b) 4 m/s
- c) 8 m/s
- d) 12 m/s
- e) 16 m/s

Resolução: Letra “C”. Como o acoplamento entre coroa e catraca é feito por uma corrente, sabemos que suas velocidades escalares são iguais.

$$v_{CATRACA} = v_{COROA}$$

Como $v = \omega \cdot R$, temos:

$$\omega_{CATRACA} \cdot R_{CATRACA} = \omega_{RODA} \cdot R_{COROA}$$

$$\omega_{CATRACA} \cdot R = 4 \cdot 4R$$

$$\omega_{CATRACA} = 16 \text{ rad/s}$$

O acoplamento da catraca com a roda é por eixo, portanto, a velocidade angular é igual, então:

$$\omega_{CATRACA} = \omega_{RODA}$$

$$16 = \frac{v_{RODA}}{R_{RODA}}$$

$$16 = \frac{v_{RODA}}{0,5}$$

$$v_{RODA} = 8 \text{ m/s}$$

Questão 3: As duas polias da Figura 21 abaixo estão acopladas por meio de uma correia e estão girando em sentido anti-horário. Sabendo que o raio da polia 2 é o dobro do raio da polia 1, marque a alternativa que mostra a relação correta entre as frequências das polias.

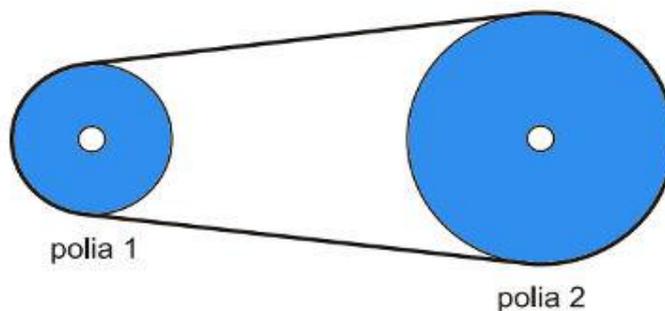


Figura 21
Fonte: Robson Conrado Bonetti.

a) $f_2 = 2.f_1$

b) $f_1 = 2,5.f_2$

c) $f_1 = 4.f_2$

d) $f_2 = 8.f_1$

e) $f_1 = 2.f_2$

Resolução: Letra “E”. Para o acoplamento por correia, as polias apresentarão as mesmas velocidades angulares, logo:

$$v_1 = v_2$$

$$\omega_1 \cdot R_1 = \omega_2 \cdot R_2$$

Como a velocidade angular pode ser dada por $\omega = 2\pi f$, em que f é a frequência de giro, temos:

$$2\pi f_1 \cdot R_1 = 2\pi f_2 \cdot R_2$$

$$f_1 \cdot R_1 = f_2 \cdot R_2$$

Sabendo que $R_2 = 2 \cdot R_1$, temos:

$$f_1 \cdot R_1 = f_2 \cdot 2R_1$$

$$f_1 = 2f_2$$

Questão 4: (ENEM) As bicicletas possuem uma corrente que liga uma coroa dentada dianteira, movimentada pelos pedais, a uma coroa localizada no eixo da roda traseira, como mostra a Figura 22(a). O número de voltas dadas pela roda traseira a cada pedalada depende do tamanho relativo destas coroas. Quando se dá uma pedalada na bicicleta da Figura 22(b) (isto é, quando a coroa acionada pelos pedais dá uma volta completa), qual é a distância aproximada percorrida pela bicicleta, sabendo-se que o comprimento de um círculo de raio R é igual a $2\pi R$, onde $\pi = 3$?

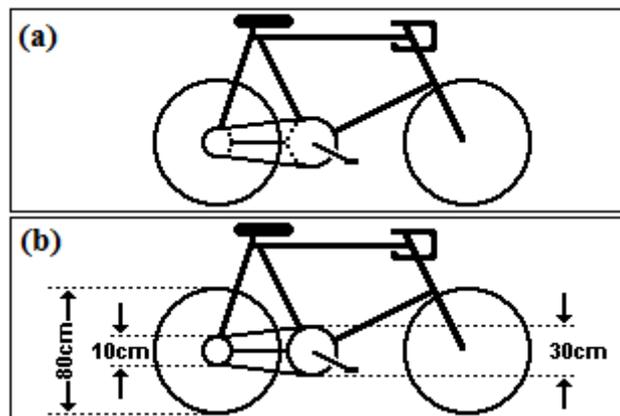


Figura 22
Fonte: ENEM / Reprodução.

- a) 1,2 m b) 2,4 m c) 7,2 m
d) 14,4 m e) 48,0 m

Resolução: Letra “C”. A coroa acionada pelos pedais está presa à catraca traseira por uma corrente. Assim ambas possuem a mesma velocidade linear.

$$\omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$$

$$2\pi f_A \cdot R_A = 2\pi f_B \cdot R_B$$

Para uma volta $f_A = 1$ Hz, assim

$$30 \cdot 1 = 10 \cdot f_B$$

$$f_B = 3 \text{ Hz}$$

Significa que para cada pedalada a catraca traseira fará 3 voltas. Como a roda traseira está presa no mesmo eixo, também fará três voltas. Então a bicicleta andarás $3 \cdot 2\pi R$ onde R é o raio da roda de trás (40 cm = 0,4 m). Cálculo da distância $3 \cdot 2\pi R = 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 0,4 = 7,2$ m.

Questão 5: (ENEM) Com relação ao funcionamento de uma bicicleta de marchas, onde cada marcha é uma combinação de uma das coroas dianteiras com uma das coroas traseiras, são formuladas as seguintes afirmativas:

I. Numa bicicleta que tenha duas coroas dianteiras e cinco traseiras, temos um total de dez marchas possíveis onde cada marcha representa a associação de uma das coroas dianteiras com uma das traseiras.

II. Em alta velocidade, convém acionar a coroa dianteira de maior raio com a coroa traseira de maior raio também.

III. Em uma subida íngreme, convém acionar a coroa dianteira de menor raio e a coroa traseira de maior raio.

Entre as afirmações anteriores, estão corretas:

- a) I e III apenas. b) I, II e III apenas. c) I e II apenas.
d) II apenas. e) III apenas.

Resolução: Letra “A”.

I – Correta, 2 coroas dianteiras x 5 coroas traseiras=10 marchas

II – Falsa, elas estão ligadas por uma corrente cuja velocidade é a mesma que as velocidades da coroa (no pedal) e da catraca (na roda), quanto maior a coroa (no pedal) e menor a catraca (na roda), a corrente se move com velocidade maior fazendo a roda efetuar mais voltas, a bicicleta anda mais depressa e você efetua mais força no pedal.

III – Correta, quanto menor a coroa (no pedal) e maior a catraca (na roda), a corrente se move com velocidade menor fazendo a roda efetuar menos voltas, a bicicleta anda mais devagar e você efetua menos força no pedal.

Questão 6: (PUCCAMP) Em uma bicicleta que se movimenta com velocidade constante, considere um ponto A na periferia da catraca e um ponto B na periferia da roda. Analise as afirmações:

I. A velocidade escalar de A é igual à de B.

II. A velocidade angular de A é igual à de B.

III. O período de A é igual ao de B.

Está correto SOMENTE o que se afirma em:

- a) I b) II c) III
d) I e III e) II e III

Resolução: Letra “E”.

I – Falsa, o ponto B está mais afastado do centro (está na roda) assim $v_B > v_A$.

II – Correta, descrevem o mesmo ângulo no mesmo tempo e estão acoplados por eixo.

III – Correta, pois demoram o mesmo tempo para efetuar uma volta completa.

Questão 7: (UNIFESP) Pai e filho passeiam de bicicleta e andam lado a lado com a mesma velocidade. Sabe-se que o diâmetro das rodas da bicicleta do pai é o dobro do diâmetro das rodas da bicicleta do filho. Pode-se afirmar que as rodas da bicicleta do pai giram com

a) a metade da frequência e da velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.

b) a mesma frequência e velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.

c) o dobro da frequência e da velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.

d) a mesma frequência das rodas da bicicleta do filho, mas com metade da velocidade angular.

e) a mesma frequência das rodas da bicicleta do filho, mas com o dobro da velocidade angular.

Resolução: Letra “A”. As velocidades escalares das periferias das rodas das bicicletas do pai e do filho são as mesmas.

$$v_{pai} = v_{filho}$$

$$f_{pai} \cdot R_{pai} = f_{filho} \cdot R_{filho}$$

Como $R_{pai} = 2 \cdot R_{filho}$ temos

$$f_{pai} \cdot 2R_{filho} = f_{filho} \cdot R_{filho}$$

$$f_{pai} = \frac{f_{filho}}{2}$$

Na sequência providenciar a Figura 23 e distribuir para os alunos da turma para construírem a rede conceitual da bicicleta com conceitos relacionados ao movimento circular apreendidos anteriormente.

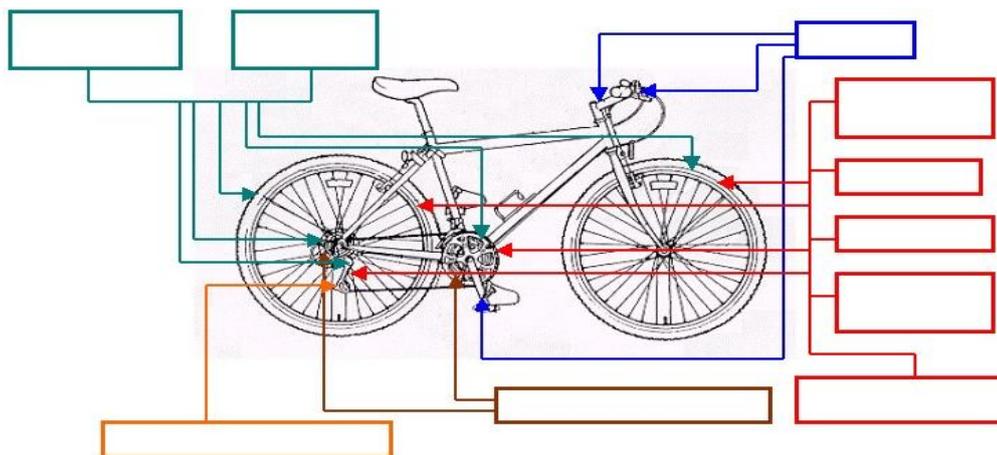


Figura 23: Rede conceitual no contexto da bicicleta.

Fonte: http://www.princeton.edu/~humcomp/bikes/design/desi_5.html

Espera-se que os resultados aproximem-se com o da Figura 24 abaixo, que serão amplamente discutidos como fechamento da temática.

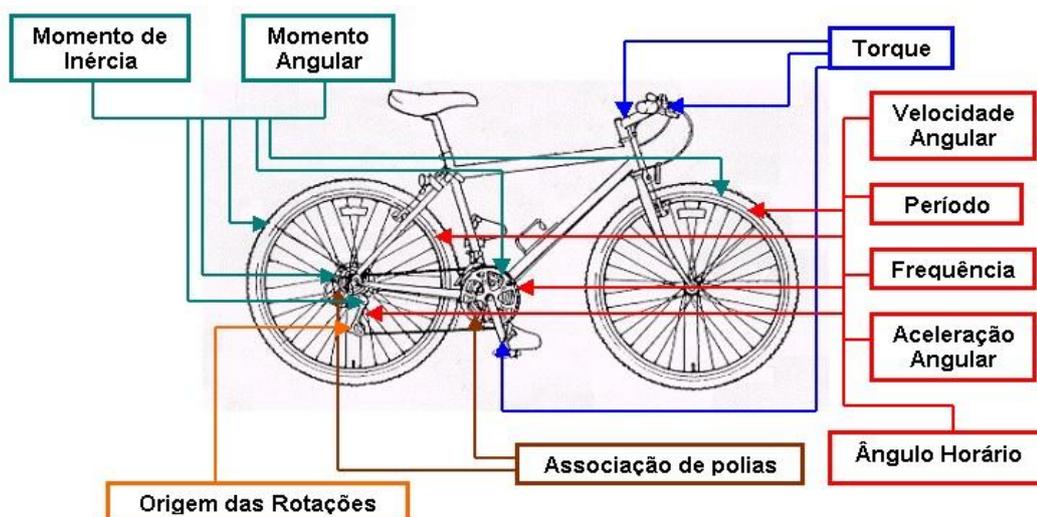


Figura 24: Resultado esperado da rede conceitual no contexto da bicicleta.

Fonte: http://www.princeton.edu/~humcomp/bikes/design/desi_5.html

3. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAMO, P. **Como está a escola pública hoje? Como transformá-la?** In: ESTRUTURA E FUNCIONAMENTO DO ENSINO DE 1º GRAU. São Paulo: Ática, 1983.

BIGELLI, K. **História da bicicleta.** Revista Bike Magazine, 2011. Disponível em: <http://www.bikemagazine.com.br/2011/03/historia-da-bicicleta/>, acessado no dia 19 de setembro de 2016.

DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A. **Metodologia do Ensino de Ciências.** São Paulo: Cortez, 1992.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983.

http://efisica.if.usp.br/mecanica/basico/corpos_rigidos/cotidiano/

http://efisica.if.usp.br/mecanica/basico/corpos_rigidos/rotacoes/

<http://www.escoladebicicleta.com.br/historiadabicicleta.html>

<http://www.folclore-online.com/jogos/jogos-regras/piao/index2.html>

<http://marcosginasio.blogspot.com.br/2010/11/bicicleta-antiga.html>

http://www.princeton.edu/~humcomp/bikes/design/desi_5.html

<http://sampabikers.com.br/dicas-e-curiosidades/historia-da-bicicleta/>

<https://sites.google.com/site/sed695b3/projects/discrepant-events/angular-momentum-bike-tire---katie-flanagan>

MEDEIROS, E. B.; BASTOS, R. O. **O movimento da bicicleta aplicado no ensino de física no 1º ano do ensino médio**. Em “O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense – produção didático pedagógica.” Volume II, 2009.

MELLO, J. L. P. **A matemática da bicicleta**. Folha de São Paulo, caderno FOVEST 24 de outubro 2002. Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/folha/educacao/ult305u11134.shtml>. Acesso em 10 de outubro de 2016.

MION, R. A.; SAITO, C. H. **Investigação–Ação: Mudando o trabalho de formar professores**. In: MION, R. A.; BASTOS, F. P. *Investigação-Ação e a Concepção de Cidadania Ativa*. Ponta Grossa: Gráfico Planeta, p. 30-31, 2001.

NETTO, L. F. **Roda de bicicleta e cadeira giratória: conservação do momento angular**. Feira de Ciências, O imperdível mundo da física clássica, 2011. Disponível em: http://www.feiradeciencias.com.br/sala05/05_78.asp. Acesso em 17 de outubro de 2016.

SANTOS, T. M. **Noções de prática de ensino**. 6 ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1961.

SEED, **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Física**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008.

VÍDEO. **Experiência de Ciências – Cadeira Giratória**. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=xUKTziAesl8>. Acesso em 17 de outubro de 2016.

VÍDEO. **História da bicicleta.** Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=62hlggoTXAo>. Acesso em 19 de setembro de 2016.

VÍDEO. **Como se joga pião.** Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=j2-ZDVTh5GQ>. Acesso em 20 de setembro de 2016.

VÍDEO. **Período e Frequência na bicicleta.** Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=FEPJiFi_Y-M. Acesso em 05 de outubro de 2016.

VÍDEO. **Pontociência – um momento na cadeira.** Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=KaSHiXmeabs>. Acesso em 17 de outubro de 2016.

VÍDEO. **Vetores no movimento circular.** Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=DKyt9pOyAAM>. Acesso em 29 de setembro de 2016.

VIGOTSKY, L. S. **Teoria e método em psicologia.** Tradução Claudia Berliner. 3 ed. São Paulo, 2004.

VILLARE, A. M.; HIGA, I.; TYCHANOWICZ, S. D. **Didática e Avaliação em Física.** São Paulo: Saraiva, p. 166, 2009.

ZAMBERLAN, S. M. M.; LIMA, D. **As Ciências da Natureza através da Modelação Matemática em Ambientes Informatizados.** Em “O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense – produção didático pedagógica.” Volume II, 2009.