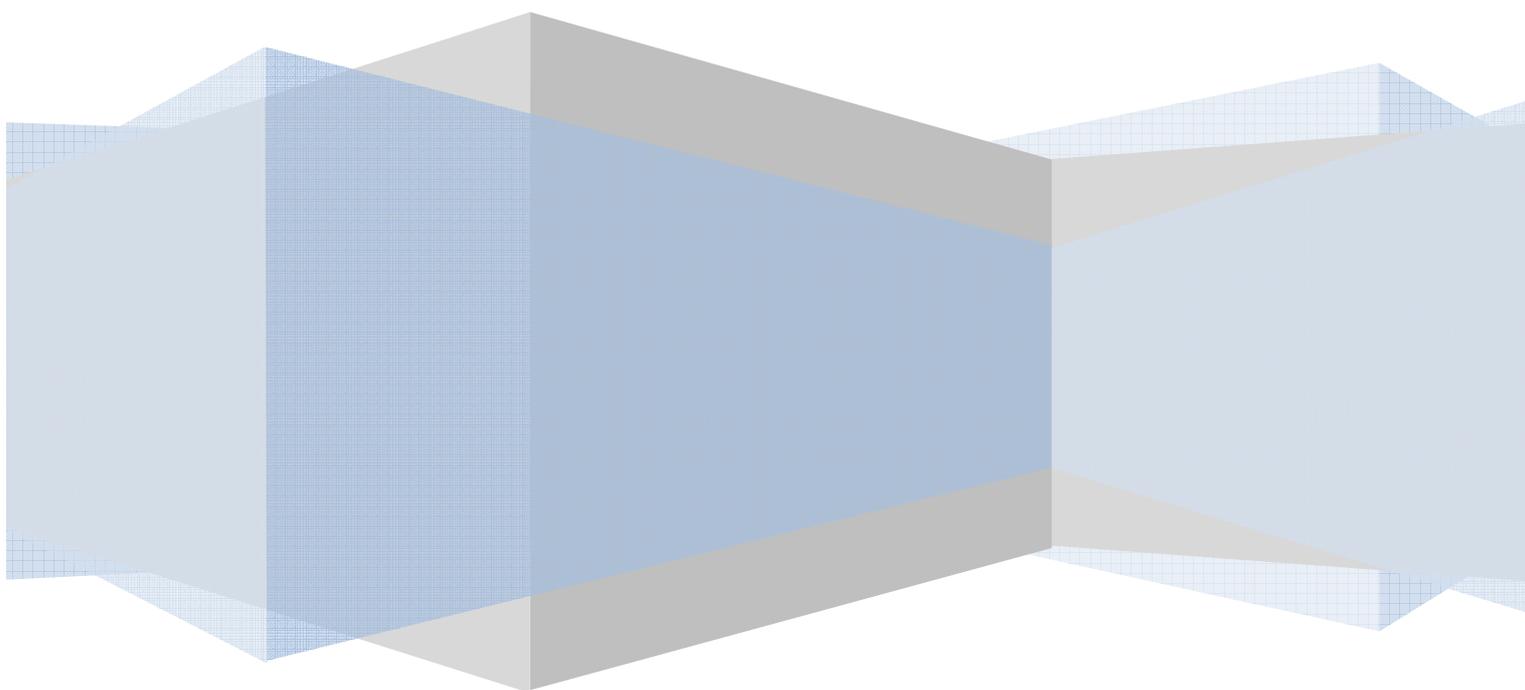


GeoGebra – Possibilidades para o Ensino de Matemática

Unidade Didática

Revelino José Petla

Orientador – Prof. Dr. Emerson Rolkouski



REVELINO JOSÉ PETLA

GEOGEBRA – POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Unidade Didática apresentada como requisito obrigatório no Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE da Secretaria Estadual de Educação – SEED em parceria com a Universidade Federal do Paraná, Departamento de Matemática, do Setor de Ciências Exatas.

Orientador – Prof. Dr. Emerson Rolkouski

União da Vitória
Dezembro 2008

“Concedei-nos Senhor, Serenidade necessária,
para aceitar as coisas que não podemos modificar,
Coragem para modificar aquelas que podemos
e Sabedoria para distinguirmos umas das outras.”

Reihold Niebuhr

Agradecimentos

Ao meu Orientador Prof. Dr. EMERSON ROLKOUSKI pelo incentivo, simpatia e presteza no auxílio às atividades e discussões sobre o andamento e normatização deste Material Didático, especialmente pelo seu espírito inovador e empreendedor na tarefa de multiplicar seus conhecimentos, pela sua disciplina nos ensinando a importância do trabalho em grupo e pela oportunidade de participação em publicações e eventos.

Aos demais, professores, coordenadores e funcionários da UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ.

A todos os professores e seus convidados pelo carinho, dedicação e entusiasmo demonstrado ao longo dos cursos.

Particularmente ao Prof^a Dr^a ANA MARIA PETRAITIS LIBLIK, por sua vocação inequívoca como educadora, com suas declarações e simpatia tão característica.

Aos colegas de curso pela espontaneidade e alegria na troca de informações e materiais numa rara demonstração de amizade e solidariedade.

Às nossas famílias pela paciência em tolerar a nossa ausência.

A Secretaria de Estado e Educação do Estado do Paraná, cujo sem o incentivo este trabalho não seria realizado.

E, finalmente, a DEUS pela oportunidade e pelo privilégio que nos foram dados em compartilhar tamanha experiência e, ao frequentar este curso, perceber e atentar para a relevância de temas que não faziam parte de nossas vidas.

Introdução

Com a intenção de melhorar nosso sistema educacional, ações dos setores envolvidos tornam-se necessárias. Com atuação efetiva do corpo docente, discente e comunidade em geral com ações fundamentadas, seguras e criativas. Considerando as melhorias institucionais nas instalações físicas e recursos materiais e humanos, transformando as escolas em organizações educacionais mais adequadas para que possam cumprir o seu papel. As melhorias nas condições de atendimento às novas gerações, por meio da adequação dos currículos e nos recursos necessários para seu desenvolvimento, num nível tal que efetivamente proporcionem ganhos substanciais na aprendizagem dos estudantes.

Ao Professor:

Com o objetivo de atender às necessidades de nós professores, o Governo do Estado do Paraná disponibilizou para as escolas diversos equipamentos, dentre eles as TV's Multimídia e computadores. Estes computadores constituem os laboratórios do Paraná Digital (PRD) onde estão disponibilizados diversos softwares educativos, sendo muitos deles na área de Matemática. Um uso adequado destes recursos pode nos auxiliar a desenvolver aulas mais interativas, proporcionando oportunidades para que nossos alunos construam conceitos, levantem conjecturas, testem suas hipóteses e demonstrem propriedades.

Esta unidade didática tem como objetivo contribuir para instrumentalizar o professor no uso de um dos softwares disponibilizados nos laboratórios do Paraná Digital. Trataremos do software de Geometria Dinâmica Geogebra, propondo atividades, encaminhamentos metodológicos e algumas considerações sobre a forma de avaliação.

Ao Aluno:

Caro aluno, este trabalho foi desenvolvido no intuito de oferecer uma forma interativa de aprender Matemática, aliando a teoria da sala de aula à prática no laboratório, aqui serão apresentadas atividades que vocês desenvolverão no ambiente computacional seja na escola ou em qualquer lugar que tenha acesso a internet.

INTRODUÇÃO	8
1 - A INFORMÁTICA SOB O PONTO DE VISTA DOCENTE	10
1.1- MATEMÁTICA X INFORMÁTICA X PROFESSOR.....	11
1.2- A INFORMÁTICA E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	13
1.3- A INFORMÁTICA E A PRÁTICA DOCENTE.....	16
2 - A DINÂMICA DA GEOMETRIA DINÂMICA	18
2.1- O QUE É GEOMETRIA DINÂMICA?	18
2.2- O GEOGEBRA.....	18
2.3- CONHECENDO O PROGRAMA:	21
2.4- CONHECENDO A BARRA DE FERRAMENTAS:	21
3- CADERNO DE ATIVIDADES:	23
3.1- ATIVIDADES DE AMBIENTAÇÃO ÀS FERRAMENTAS DO PROGRAMA	23
3.2- ATIVIDADES DE EXPLORAÇÃO DOS RECURSOS DISPONÍVEIS.....	25
3.3- COMANDOS GEOMÉTRICOS - ATIVIDADES DE APROFUNDAMENTO	27
3.3.1- Assunto: Teorema dos pontos médios.....	27
3.3.2- Assunto: Propriedade do baricentro.....	27
3.3.3- Assunto: A reta de Euler	27
3.3.4- ASSUNTO: ROSÁCEA DE QUATRO PÉTALAS	28
3.3.5- Assunto: Cissóide de Diocles.....	28
3.3.6- Assunto: As pequenas Lúnulas de Hipócrates	29
3.4- ATIVIDADES RECREATIVAS E INTERESSANTES UTILIZANDO O GEOGEBRA:	30
3.4.1- A ILHA DO TESOURO: DOIS PROBLEMAS, DUAS SOLUÇÕES	30
3.4.2- ASSUNTO: LOGÍSTICA – ONDE CONSTRUO MEU DEPÓSITO?.....	30
3.5- COMANDOS ALGÉBRICOS - UTILIZAÇÕES DO GEOGEBRA PARA CONSTRUIR GRÁFICO DE FUNÇÕES	31
3.5.1- Assunto: Função linear	31
3.5.2- Assunto: Sistemas de Equação do 1º grau	31
3.5.3- ASSUNTO: DOMÍNIO DE UMA FUNÇÃO REAL.....	31
3.5.4- ASSUNTO: FUNÇÃO COMPOSTA	32
3.5.5- ASSUNTO: FUNÇÃO AFIM.....	32
3.5.6- ASSUNTO: FUNÇÃO QUADRÁTICA	34
CONSIDERAÇÕES FINAIS	36
BIBLIOGRAFIA	37

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Página do Geogebra	20
Figura 2- Área de trabalho do Geogebra.....	21
Figura 3 – Barra de ferramentas	21
Figura 4- Opção das ferramentas.....	22
Figura 5- Opção das ferramentas.....	22

Introdução

Tanto na academia como na sociedade em geral, o uso das mídias na educação tem sido foco de várias discussões. Por um lado, há professores que vêem a informática como concorrente no processo de ensino, uma mera ferramenta que “emburrece” o aluno, o qual deixaria de produzir conhecimento tornando-se um mero “apertador de botões”. Por outro lado, percebe-se que há uma grande pressão para a sua utilização nas salas de aula, seja pela família, pela sociedade de um modo geral ou pelo grande incentivo de órgãos governamentais.

No meio deste embate está o maior interessado, o aluno, o qual encontra um dilema, viver em uma sociedade movida pela tecnologia e os mais variados recursos midiáticos e estudar em um ambiente onde as únicas tecnologias utilizadas são as do século passado.

Esta situação me incomodou como aluno, como acadêmico e agora como professor, porém ficar apenas incomodado não adianta. Tomar partido para amenizar este impasse é necessário, buscando desta forma contribuir para a difusão do uso da informática como recurso de ensino, oportunizando assim espaço para novas discussões.

“Hoje, a utilização de computadores na Educação é muito mais diversificada, interessante e desafiadora, do que simplesmente a de transmitir informação ao aprendiz. O computador pode ser também utilizado para enriquecer ambientes de aprendizagem e auxiliar o aprendiz no processo de construção do seu conhecimento.” (VALENTE, 2005).

Objetivando auxiliar o enriquecimento da prática docente, incorporando o uso do computador a serviço da construção do conhecimento elaborou-se este trabalho. Inicialmente serão abordadas algumas pesquisas realizadas sobre Educação Matemática, a utilização da informática na Educação e a implicação destes estudos na reorganização do pensamento do professor.

No segundo capítulo apresentaremos um dos softwares de Geometria Dinâmica o GeoGebra. A escolha deste software teve como ponto fundamental, sua disponibilidade nos laboratórios de informática de toda rede pública do Estado do Paraná, além de ser um software livre e de fácil acesso e utilização.

No terceiro capítulo serão propostas atividades para a utilização do software. Com atividades de ambientação ao software, aprofundamento matemático e apresentação de alguns

teoremas. Este capítulo estará subdividido em duas partes a primeira com atividades envolvendo o uso geométrico do software e a segunda o uso algébrico do mesmo.

Na última parte do trabalho constarão as considerações sobre o desenvolvimento das atividades, algumas reflexões sobre a prática docente e os anexos correspondentes.

Desta forma espera-se que o presente trabalho possa gerar novas discussões e propostas de utilização do ambiente informatizado a serviço da educação.

1 - A informática sob o ponto de vista docente

É notório que o uso da informática nos diferentes campos da atividade humana é sempre bem recebido, em função da velocidade de respostas, da interatividade entre os sujeitos da ação, da possibilidade de simulação da realidade. Por que na Educação existe certa resistência quanto ao uso desta tecnologia a serviço do aprendizado do aluno?

A utilização do computador ou de outra tecnologia em Educação denota dois campos de opiniões conflitantes, há segmentos educacionais que defendem sua utilização como ferramenta facilitadora da aprendizagem, seu uso como complemento educacional, enfatizando que não é apenas a tecnologia que fará com que o aluno aprenda, mas também uma mudança metodológica aliada a essa tecnologia.

O outro segmento vê de forma cética a utilização da tecnologia, que tal uso deixaria o aluno “preguiçoso”, apenas um operador de comandos, um repetidor de tarefas. (BORBA & PENTEADO, 2007)

Estes dois pontos de vista nos levam a uma reflexão quanto à introdução da informática no ensino da Matemática e na Educação como um todo, discussão esta que deve ser feita à luz de produções acadêmicas atualizadas que fundamentem a prática do professor.

“A introdução da Informática na Educação, segundo a proposta de mudança pedagógica, como consta no programa brasileiro, exige uma formação bastante ampla e profunda dos educadores. Não se trata de criar condições para o professor simplesmente dominar o computador ou o software, mas, sim, auxiliá-lo a desenvolver conhecimento sobre o próprio conteúdo e sobre como o computador pode ser integrado no desenvolvimento desse conteúdo. Mais uma vez, a questão da formação do professor mostra-se de fundamental importância no processo de introdução da Informática na Educação, exigindo soluções inovadoras e novas abordagens que fundamentem os cursos de formação.” (VALENTE, 2005).

Um dos argumentos mais conhecidos e usados pelos profissionais da educação é, “eu aprendi assim e dessa forma vou ensinar”. Porém cabe uma reflexão mais aprofundada, os nossos alunos vivem num mundo “midiocêntrico” rodeado de mídias e tecnologia e está sendo forçado a aprender somente com lápis e papel, o que pode ser extremamente prejudicial. (BORBA M. , 1996)

Refletindo sobre o problema acima apresentado observamos que passada mais de uma década os problemas apresentados são os mesmos. Muitos dos alunos daquela época são os professores de hoje, e a filosofia do “aprendi apenas com lápis e papel e é assim que vou ensinar”, vem se repetindo em muitos casos.

“O quadro-negro não deixa de ser uma tecnologia importante, sobretudo para o professor de Matemática, que o utiliza para interagir com a turma e o conteúdo, seja na demonstração de um teorema, ou mesmo na apresentação das soluções para as várias questões trabalhadas, mas todos deverão concordar que esse ambiente se mostra extremamente limitado na abordagem de algumas situações matemáticas.” (ROCHA, SANTIAGO, LOPES, DANTAS, & B.NETO, 2007)

Diante da problemática instaurada neste contexto, qual a melhor maneira de amenizar este abismo existente entre a tecnologia disponível e a sua utilização como ferramenta pedagógica? Como selecionar softwares que auxiliem no processo de aprendizagem? Onde buscar tais softwares? Como aprender a usá-los de maneira eficiente?

A tecnologia por si só não mudará a educação, e sim, de que forma esta ferramenta será utilizada pelo professor, o qual deverá desenvolver um espírito investigador, deixando a zona de conforto, onde se sente apto a desenvolver todas as atividades com domínio total sobre o assunto e onde sabe todas as respostas, para entrar na zona de risco onde o novo está em evidência, há uma interação maior entre os indivíduos em virtude da diversidade de situações e dúvidas geradas em um ambiente novo.

“A mudança pedagógica que todos almejam é a passagem de uma Educação totalmente baseada na transmissão da informação, na instrução, para a criação de ambientes de aprendizagem nos quais o aluno realiza atividades e constrói o seu conhecimento”. (Valente, 2005)

O desafio é grande, mudar a prática pedagógica para que, se possa criar desta forma condições para a construção do conhecimento, enfrentar um “novo” campo de trabalho desconhecido e desafiador, onde o conhecimento anda em vias de mão dupla, tornando a interação professor-aluno-conhecimento mais dinâmica.

Sob este espectro que pretende-se filtrar a nossa realidade como educadores e educandos, para que juntos possamos buscar novas discussões e, por consequência, abrir um leque de possibilidades de abordagens e aprofundamentos sobre o assunto.

1.1-Matemática X Informática X Professor

Em um processo de atualização metodológica, no qual se pretende inserir recursos de informática o embate é certo, de um lado a Matemática com seus formalismos clássicos e conjecturas aplicadas, de outro o professor com sua metodologia sacramentada, testada e

aprovada por anos de experiência coroados de sucesso, em uma zona de extremo conforto¹, ao centro temos a informática que veio para separar, atrapalhar, criar o caos, entre este casamento perfeito e duradouro. Será isso?

Ou podemos considerar a possibilidade da informática oferecer oportunidades de novas abordagens adequando o rigor matemático ao avanço tecnológico disponível na sociedade, criando assim uma nova configuração de elaboração de conhecimentos, onde, no cenário educacional passam a interagir novos personagens.

Conhecimento Matemático – Informática – Educador Matemático

Desta forma existe uma reciprocidade e uma cumplicidade quanto ao posicionamento, o trânsito de informações é mais dinâmico, andando em vias de mão dupla, não partindo apenas do professor, o qual passa a ter um papel de mediador do conhecimento e o protagonista passa a ser o conteúdo estudado e a informática a ferramenta de manipulação deste conteúdo. Situação esta que leva o educador matemático a vivenciar outro campo, definido como zona de risco²

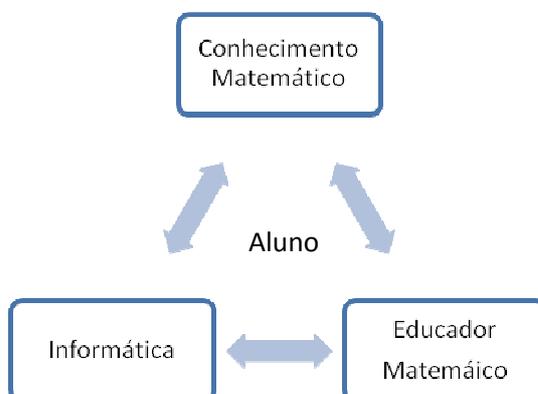


Diagrama 1 Conhecimento Matemático – Informática – Educador Matemático

No diagrama acima se observa este fluxo de informação, entre o conhecimento matemático, a informática e o educador matemático com centro de rotação do aluno, o qual passa

¹ Zona de conforto onde quase tudo é conhecido, previsível e controlado.

Borba, M. de C.; Penteado, M. G. Informática e Educação Matemática, (2007, p. 56).

²Zona de risco as variáveis não são amplamente controladas, são suscetíveis a mudanças exigindo assim uma nova postura profissional, um constante aprimoramento e adaptação a situações novas.

Borba, M. de C.; Penteado, M. G. Informática e Educação Matemática, (2007, p. 56).

a ter a sua disposição o acesso aos três setores simultaneamente, na prática isto pode se refletir em uma aprendizagem mais consistente.

Na resolução de uma situação proposta o aluno pode buscar informações no conhecimento já adquirido e aplicá-lo no ambiente informatizado com ou sem o auxílio do professor, desta forma a combinação de possibilidades de interação é vasta, colocando em xeque a linearidade de raciocínio, entendendo a informática como extensão da memória desafiando os modos de pensar e se comunicar. (BORBA & PENTEADO, 2007)

Alguns paradigmas se evidenciam quando se faz o uso da tecnologia no campo educacional, *“No caso do uso educacional, a mesma tecnologia que torna possível automatizar métodos tradicionais de ensino e aprendizagem tem também ajudado a criar novos métodos e a redefinir vigentes objetivos educacionais”* (BARANAUSKAS, D’ABREU, MARTINS, & ROCHA, 2005)

Desta forma espera-se que fundamentados nestas idéias possamos, fazer da informática um aliado importante para a superação das dificuldades e com isso ampliarmos nossa capacidade de adaptação a novas situações.

1.2- A Informática e a Educação Matemática

No item anterior fizemos um breve comentário da visão do professor frente ao uso da informática na Educação, e qual o papel do educador matemático nesta visão de educação interativa. No âmbito acadêmico a discussão a respeito da inclusão desta mídia no sistema educacional é voltada mais para a utilização do software por parte do aluno, ou no desenvolvimento de ferramentas para auxiliar nesta utilização, ou ainda, o impacto do uso da tecnologia em sala de aula.

No que diz respeito à Educação Matemática não podemos limitá-la apenas a saberes matemáticos, deve-se analisar de que forma estes saberes estão relacionados direta ou indiretamente no processo de ensino e de aprendizagem em Matemática. Extrapolando assim o conceito de transmitir conteúdos apenas, mas centrar-se na prática pedagógica englobando as relações entre ensino, a aprendizagem e o conhecimento matemático, investigando de que forma o estudante compreende e se apropria de tais conteúdos matemáticos. (PARANÁ, 2008, p.15).

Embora sendo a Educação Matemática objeto de estudos do ponto de vista acadêmico, gerando discussões quanto a necessidade de mudanças conceituais do professor de matemática, a

passagem do matemático para o educador matemático. Pode-se fundamentar na Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná, que define o perfil do educador matemático quando enuncia:

...requer um professor interessado em desenvolver-se intelectual e profissionalmente e em refletir sobre sua prática para torna-se um educador matemático e um pesquisador em contínua formação. Interessa-lhe, portanto, analisar criticamente os pressupostos e as idéias centrais que articulam a pesquisa do currículo, a fim de potencializar meios para superar desafios pedagógicos. (PARANÁ, 2008, p. 15).

Sendo a proposta educacional pautada na Educação Matemática, se faz necessário adequar-se a este novo perfil profissional lançando mão dos recursos disponíveis tanto no âmbito teórico quanto instrumental. Fazendo o uso das tendências metodológicas que compõem o campo de estudo da Educação Matemática como:

- Resolução de Problemas;
- Modelagem Matemática;
- Etnomatemática;
- História da Matemática;
- Investigações Matemáticas;
- Uso de mídias tecnológicas.

Todas estas tendências tem o mesmo grau de importância na composição do campo de estudo da Educação Matemática, coexistindo lado a lado e na complementação uma das outras.

De maneira especial trataremos neste trabalho o uso de mídias tecnológicas, que permitem sua aplicabilidade nas mais diversas formas de ensinar e aprender, o uso de computadores conectados à internet possibilitando ter ao alcance dos dedos um mundo de informações, levando o professor a modificar a sua prática.

Trabalhos que pressupõe mudanças de metodologias e/ou inclusão midiática nas aulas não são bem recebidos por muitos professores, a ponto de pesquisadores terem dificuldades de conseguir levantar dados sobre a utilização de software em sala de aula, exemplo disso, é o trabalho desenvolvido por ZULATTO, (2002).

A implicação cognitiva da aprendizagem da matemática em um ambiente informatizado é bem explorada por Gravina e Santarosa (1998), sob uma perspectiva construtivista alicerçada pela teoria piagetiana “...só falaríamos de aprendizagem na medida em que um resultado (conhecimento ou

atuação) é adquirido em função da experiência, essa experiência podendo ser do tipo físico ou do tipo lógico matemático ou os dois.”(Piaget (1974) apud.Gravina e Santarosa).

Tomando com referencial tal afirmação nota-se uma preocupação com o efetivo fazer, o construir o conhecimento através das interações entre aluno/professor e a máquina, que o ambiente proporciona, aliando a experiência física, do operar os comandos e a lógica matemática e da implicação de tais comandos em um contexto matemático.

O uso do computador como mero caderno digital, não oferece oportunidade para a exploração do conceito matemático envolvido. Desta forma para que se efetive alguma mudança é necessário um repensar no fazer pedagógico, pois desenvolver uma atividade com fim nela mesma possivelmente não se constitui em aprendizagem. Tornando necessário um reelaborar no conceito do que é ensinar e do que é aprender.

A utilização das mídias informatizadas permite um feedback instantâneo da ação do aluno sobre o problema. Tomemos por exemplo a construção gráfica de uma função quadrática, onde por construção o aluno percebe a simetria da curva, seu ponto de máxima ou de mínimo, em um processo que o foco se dá no produto final e o aprendizado ocorre durante o processo, situação está que será vivenciada e tem sua real importância, sob ponto de vista operacional.

Quando o mesmo problema é tratado em ambientes informatizados que dispõe de softwares com recursos gráficos, alguns “apertar” de botões o gráfico estará da mesma forma construído. Então o objetivo foi alcançado, porém não houve o processo, como consequência, supõe-se que não houve aprendizagem, sob este aspecto é correto afirmar que a tecnologia serviria para “emburrecer” o aluno.

Utilizando um ambiente informatizado onde o processo é automatizado, o foco principal não é produtivo final, e sim a análise posterior deste produto, a discussão de suas implicações, em um contexto mais amplo exigindo assim a utilização de problema abertos, e a formulação de conjecturas.

“Neste processo de ensino-aprendizagem, o professor irá incentivar e ajudar o aluno a descobrir por si só o mundo matemático, seus conceitos e suas propriedades. As dicas e conselhos do professor devem ser tomados como valiosos preceitos que servirão como guias durante o processo de descoberta. Dessa forma, é possível estimular a curiosidade sobre a matemática, e não apenas incentivar a busca por uma resposta”. (ISOTANI, 2005).

Segundo Borba (2007), uma mídia não determina a prática pedagógica. Busca a harmonia entre a mídia com que se está trabalhando (papel, lápis, computador) e a prática pedagógica com a delimitação clara os objetivos que se pretende alcançar. Tais argumentos nos levam a uma reflexão

sobre a prática pedagógica que se aplica em sala de aula, de que modo ela se reflete na aprendizagem do aluno e se está adequada à tecnologia aplicada.

Considerando a dinâmica da sociedade e a evolução que este movimento constante gera o aprimoramento de ferramentas que facilitem o cotidiano, tendo sempre como referencial a teoria do menor esforço. Levy (1993) discorre sobre a evolução histórica das mídias onde uma técnica não extingue a anterior, a escrita não se sobrepôs à oralidade e que a informática não extinguirá as anteriores e sim criar uma nova forma de comunicação escrita, uma nova linguagem, ou seja, não se sobrepõe as tecnologias e sim se colocam lado a lado coexistindo e se completando.

1.3-A informática e a prática docente

Como se observa em qualquer setor economicamente ativo o avanço tecnológico tem como objetivo primaz, a redução de tempo de produção através da possibilidade da homogeneidade, aumento da produtividade reduzindo mão de obra e com isso a redução do custo de produção. Tal situação é vivenciada diariamente com demissões de funcionários, substituídos por maquinários computadorizados.

O fantasma do desemprego começou assombrar a área educacional imaginando-se que o computador substituiria o professor, se transformando em uma máquina de ensinar, porém macabra previsão não se confirmou. Diversos estudos foram dirigidos neste sentido e os acúmulos de experiências confirmam que além de não ser substituído, o professor ganhou um papel de destaque em ambientes informatizados.

A desconfiança da substituição agora dá lugar ao desconforto, ocasionado pela posição de destaque gerando uma situação paradigmática, antes um possível desempregado para agora ser estrela do show, pois se espera do professor a iniciativa e o uso instrumental da tecnologia em seu fazer pedagógico. *“... começa-se a perceber que a prática docente, como tradicionalmente vinha sendo desenvolvida, não poderia ficar imune a presença da tecnologia informática.” (Borba 2007, p. 56)*

Diante destas circunstâncias a zona de risco é apresentada aos docentes, os quais podem assumir algumas mudanças de metodologia, com uma abordagem que possibilite a inserção dos recursos tecnológicos como uma da possibilidade de ensino, ou a negação de sua importância e uso, no ambiente educacional ou quando muito como um caderno digital.

Tais atitudes podem ser entendidas à luz da psicologia educacional onde denota que as atitudes positivas ou negativas estão alicerçadas em suas formações, quando Brito (2005) cita Klausmeier (1977, p. 41). “... as atitudes que as pessoas aprendem por quaisquer meios influenciam seus comportamentos de aproximação-evitamento em direção às idéias é também seu pensamento sobre o mundo físico social.”

Faz-nos refletir sobre a formação do professor, que não teve implementada nem utilizada durante sua formação recursos da tecnologia informatizada, dificultando desta forma a associação deste recurso ao conteúdo a ser desenvolvido. O provérbio chinês “Se escuto esqueço; se vejo lembro; se faço aprendo “, exemplifica bem a postura do professor, desta forma se não lhe foi oportunizado a experimentação a reação razoável é o evitamento desta situação.

O professor necessita receber formação para assumir o papel de facilitador dessa construção de conhecimento e deixar de ser o “entregador” da informação para o aprendiz. Isso significa ser formado tanto no aspecto computacional, de domínio do computador e dos diferentes softwares, quanto no aspecto da integração do computador nas atividades curriculares. Desta maneira no próximo capítulo estaremos abordando a Geometria vista sob a ótica de programas dinâmicos configurando assim a chamada Geometria Dinâmica.

2 - A DINÂMICA DA GEOMETRIA DINÂMICA

2.1- O que é Geometria Dinâmica?

A característica dinâmica aparece pela possibilidade de se passar de um desenho a outro pelo deslocamento quase contínuo dos objetos livres. Com o dinamismo, as propriedades geométricas da figura aparecem como propriedades mecânicas dos desenhos. A percepção age sobre as características dinâmicas dos desenhos geométricos.

“O nome “Geometria Dinâmica” (GD) hoje é largamente utilizado para especificar a Geometria implementada em computador, a qual permite que objetos sejam movidos mantendo-se todos os vínculos estabelecidos inicialmente na construção. Este nome pode ser melhor entendido como oposição à geometria tradicional de régua e compasso, que é “estática”, pois após o aluno realizar uma construção, se ele desejar analisá-la com alguns dos objetos em outra disposição terá que construir um novo desenho.” (ISOTANI, 2005).

“O dinamismo é obtido através de manipulação direta sobre as representações que se apresentam na tela do computador. Por exemplo: em geometria são os elementos de um desenho que são manipuláveis; no estudo de funções são objetos manipuláveis que descrevem relação de crescimento/decrescimento entre as variáveis” (GRAVINA & SANTAROSA, 1998).

Observa-se pelas definições que o consenso é a possibilidade de movimentação dos entes matemáticos sem que estes percam suas propriedades, facilitando desta forma a possibilidade de análise de situações antes nem imagináveis, apenas fazendo o uso de régua e compasso. Dentre os muitos softwares de geometria dinâmica daremos ênfase ao Geogebra.

2.2- O Geogebra

Geogebra é um programa livre de geometria dinâmica criado por Markus Hohenwarter para ser utilizado em ambiente de sala de aula, com início do projeto em 2001 na University of Salzburg e tem continuado o desenvolvimento na Florida Atlantic University.

Por ser um software livre, os colaboradores podem fazer alterações em seus códigos fontes da maneira que necessitarem, melhorando, aprimorando atualizando ferramentas nele disponível

ou acrescentando novas ferramentas, com o compromisso de disponibilizarem tais melhoramentos de maneira livre também.

No Paraná os laboratórios de informática das escolas públicas os chamados Laboratórios do Paraná Digital, rodam em suas máquinas uma versão do sistema operacional (OS) Linux, desenvolvido pela Universidade Federal do Paraná, e também a versão em português do Geogebra, como já foi citado, por ser multiplataforma ele roda tanto em Linux quanto Windows facilitando sua utilização em qualquer ambiente.

Outro recurso muito interessante é o **GeoGebra Pre-Release** onde se tem acesso ao programa on-line, desta forma o usuário pode fazer o uso do programa sem ter que instalá-lo na máquina, como ele roda em múltiplas plataformas o aluno poderá utilizá-lo tanto na escola como na sua residência, na lan-house, ou seja, em qualquer lugar que tenha acesso a um computador conectado a internet e possua a máquina virtual Java instalada, caso contrário ele pode fazer a instalação pela própria página do Geogebra.

A versão Web Start for Java 5 or 6, permite que se obtenha as atualizações do programa a cada vez que o mesmo é utilizado conectado à internet, oportunizando ao usuário usufruir de ferramentas novas, correção de problemas internos do programa, uma vez que o Geogebra é um software livre qualquer programador pode fazer sua contribuição. Caso não esteja conectado a internet a versão Pre-Release funciona perfeitamente off-line.

O site GeoGebraWiki é uma fonte de materiais educacionais livres para o aplicativo de geometria dinâmica GeoGebra. Uma pré-visualização de alguns trabalhos criados com o aplicativo podem ser encontradas na seção em português do próprio GeoGebraWiki³.

A figura abaixo mostra a página⁴ de acesso e estes recursos.

³ Fonte: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Geogebra> Acessado: 10 de setembro de 2008 15h11min.

⁴ Fonte: http://www.geogebra.org/cms/index.php?option=com_content&task=blogcategory&id=74&Itemid=59 Acessado: 22 de novembro de 2008 11h23min.



Figura 1- Página do Geogebra

O Geogebra é um programa de geometria dinâmica. Você pode realizar construções utilizando pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas bem como funções e alterar todos esses objetos dinamicamente após a construção estar finalizada, explorando a parte geométrica do software.

Ainda podem ser incluídas equações e coordenadas diretamente. Assim, o Geogebra é capaz de lidar com variáveis para números, vetores e pontos, derivar e integrar funções e ainda oferece comandos para encontrar raízes e pontos extremos de uma função.

Deste modo, o programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria, com as mais avançadas da álgebra e do cálculo. Assim tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica.

Esta possibilidade de integrar em um mesmo software ferramentas de geometria e álgebra configura ao Geogebra o local de destaque no campo de softwares educacionais aliado ainda a condição de software livre e multiplataforma. A seguir segue um pequeno inventário ferramentas disponíveis no Geogebra.

2.3- Conhecendo o Programa:

O Geogebra é um programa bastante intuitivo e auto-explicativo, adequado a usuários com conhecimentos avançados em informática ou para iniciantes, sendo que o conhecimento matemático é o ponto fundamental de sua utilização. Por ser um software livre há colaboração de vários programadores inclusive brasileiros os quais disponibilizaram uma versão totalmente em português, o que facilita muito sua utilização em nosso país.

2.4- Conhecendo a barra de ferramentas:

A janela apresentada abaixo é a tela de trabalho do Geogebra, onde podem ser observados na parte superior os botões das ferramentas disponíveis, desta forma o trabalho é desenvolvido apenas com o uso do mouse, usando desta forma o aspecto geométrico do programa. Na parte inferior temos a janela de Entrada, neste caso os comandos são dados via teclado, desta forma podem-se definir variáveis, equações, limites e outras tantas funções matemática, ou seja, a parte algébrica do software, um diferencial importante, visto que, pode-se desta forma, representar o mesmo ente matemático de duas maneiras, a geométrica e a algébrica.



Figura 2- Área de trabalho do Geogebra

A barra de ferramenta (no detalhe) possui além da função apresentada, outras funções que podem ser selecionadas via mouse, esta barra pode sofrer alterações, pois constantemente está sendo atualizado com outras ferramentas que também podem ser criadas pelo usuário.

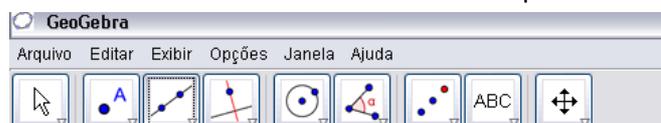


Figura 3 – Barra de ferramentas

As opções das ferramentas possuem descrições que facilitam o uso e auxiliam na fixação da definição matemática do comando, desta forma o usuário ao mesmo tempo em que constrói a figura geométrica estuda as suas propriedades.

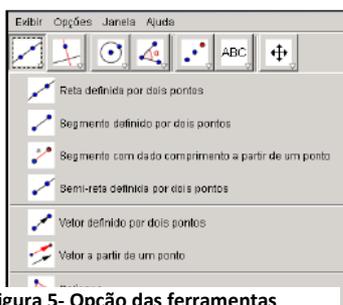


Figura 5- Opção das ferramentas



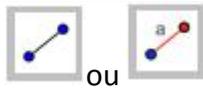
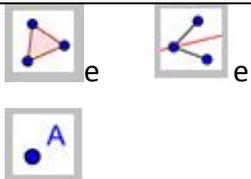
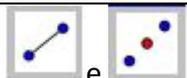
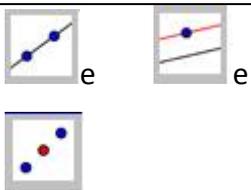
Figura 4- Opção das ferramentas

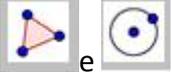
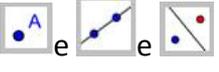
Com o objetivo de explorar estas ferramentas no capítulo 3, serão propostas atividades que servirão para aprimorar alguns conhecimentos matemáticos e ambientar-se a utilização do programa, sendo que são possibilidades de utilização do mesmo.

3- Caderno de atividades:

As atividades propostas têm o objetivo de fazer a ambientação ao programa, lembrando conceitos de geometria de posição, onde podem ser abordados alguns axiomas elementares de geometria.

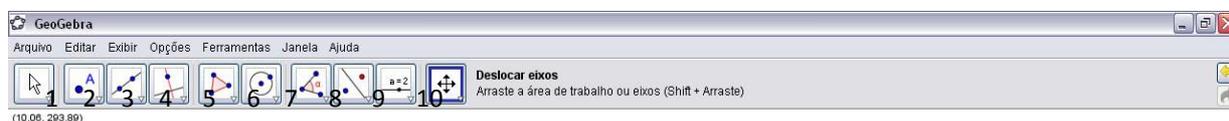
3.1- Atividades de ambientação às ferramentas do programa

<p>Atividade 1.1</p> <p>Trace uma reta que passa pelos pontos A e B.</p>	
<p>Atividade 1.2</p> <p>Construa um segmento de reta determinado por dois pontos cuja medida é de 10 unidades.</p>	
<p>Atividade 1.3</p> <p>Construa um hexágono (polígono com seis lados), identificando seus ângulos.</p>	
<p>Atividade 1.4</p> <p>Construa um triângulo e identifique seu incentro denominando-o de P.</p> <p>Nota: Incentro é o ponto de encontro das bissetrizes de um triângulo.</p> <p>Movimente os vértices e verifique a manutenção da propriedade.</p>	
<p>Atividade 1.5</p> <p>Construa um segmento AB e seu ponto médio M.</p>	
<p>Atividade 1.6</p> <p>Construa duas retas r e s paralelas. Construa agora uma reta t paralela e eqüidistante às retas r e s.</p>	

<p>Atividade</p> <p>Construa um quadrilátero inscrito em uma circunferência.</p> <p>Movimentando os vértices do quadrilátero, quando ele se torna um quadrado.</p>	1.7	
<p>Atividade</p> <p>Construa um triângulo circunscrito a uma circunferência.</p>	1.8	
<p>Atividade</p> <p>Construa duas circunferências a e b, de tal forma que uma seja tangente interna da outra no ponto P.</p>	1.9	
<p>Atividade</p> <p>Faça a reflexão de um ponto através de uma reta.</p>	1.10	

3.2- Atividades de exploração dos recursos disponíveis

As atividades que seguem abaixo objetivam a exploração das potencialidades do software para dar início à prática de elaborar conjecturas e demonstrações.

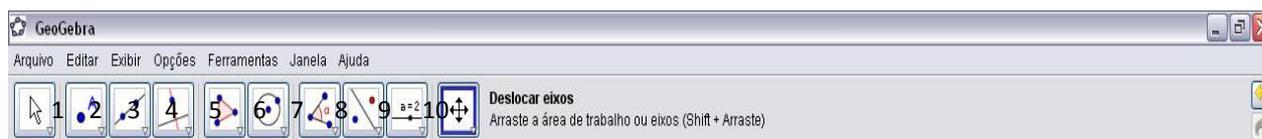


Atividade 2

1. Utilizando o botão 2(novo ponto) marcar 3 pontos A,B e C.
2. Utilizando o botão 3(reta definida por dois pontos) traçar retas passando por AB, BC e AC;
3. Traçar uma reta perpendicular ao segmento AB passando por C, utilizando o botão 4 (reta perpendicular);
4. Construir o triângulo ABC fazendo uso do botão 4 (polígono);
5. Movimentar os vértices do triângulo usando a ferramenta mover (botão 1);
6. Medir os ângulos internos do triângulo usando a ferramenta ângulo (botão 7);
7. Qual é o valor da soma destes ângulos?(utilizando a janela de entrada montando uma expressão algébrica para efetivar a soma).
8. Movimente novamente os vértices e observe o resultado da soma.
9. Que se pode concluir com isso?



Anotações:



Atividade 3

1. Construa um polígono regular (B5) de 4 lados;
2. Clicando com o botão direito, sobre a figura, entre em propriedades e altere a cor para azul;
3. Determine as bissetrizes dos ângulos \hat{A} e B (B4);
4. Marque o ponto de intersecção entre as bissetrizes (B2);
5. Inscreva este quadrado em uma circunferência com centro no ponto E (B6);
6. Abra a janela de Álgebra (se for o caso) na barra de ferramentas exibir;
7. Determine a área do círculo e do quadrado usando a ferramenta área (B7) clicando sobre o círculo depois sobre o quadrado;
8. Determinar a área entre o círculo e o quadrado;
 - a) Observe que na janela de álgebra está escrito área_g e poly_1 ;
 - b) No campo entrada digite $\text{área}_g - \text{poly}_1$
 - c) Na janela de álgebra aparecerá o número h ;
 - d) Selecione a ferramenta de texto (B7) clicando em qualquer ponto da tela;
 - e) Na janela aberta escreva $\text{Área_excedente} =$
 - f) Depois clique sobre o número h , acione a opção fórmula LaTeX e aplicar
9. Movimente os vértices e observe o que acontece.



Anotações:

3.3- Comandos Geométricos - Atividades de aprofundamento

Objetiva-se com essas atividades a apresentação de alguns teoremas e aprofundar conceitos matemáticos por intermédio do processo investigativo levando o aluno a elaborar conjecturas.

3.3.1- Assunto: Teorema dos pontos médios

Teorema é um termo introduzido por Euclides, em Elementos, para significar "afirmação que pode ser provada". Desta forma o teorema dos pontos médios permite que façamos uma afirmação por meio de uma comprovação, que segue abaixo: Qual seria esta afirmação?

- Crie um triângulo ABC (menu criação-triângulo)
- Obtenha o ponto médio do lado AB (menu construção-ponto médio). Nomeá-lo de M
- Obtenha o ponto médio de AC. Nomeá-lo de N.
- Crie o segmento MN e a seguir meça-o. Meça o lado BC do triângulo.
- Movimente A, B ou C e observe as medidas de MN e de BC.
- Descubra uma relação entre as medidas dos lados MN e BC.

3.3.2- Assunto: Propriedade do baricentro

Todo corpo é formado por um grande número de minúsculas partículas. Cada partícula está submetida ao seu peso, que atua na vertical para baixo. A resultante de todas essas forças é o peso total do corpo, e o ponto de aplicação de uma força para equilibrar essa resultante chama-se centro de gravidade (c.d.g.). Este ponto também é chamado de baricentro. A seqüência abaixo permite que você encontre o centro de gravidade de um triângulo, que possui uma propriedade especial, demonstre qual é?

- Construa um triângulo ABC.
- Construa as medianas BM e CN. Nomeie de G o baricentro do triângulo.
- Construa a mediana AP.
- Crie os segmentos AG e GP e meça-os.
- Movimente A, B ou C para investigar a razão AG/GP

3.3.3- Assunto: A reta de Euler

Leonhard Paul Euler (Basileia, 15 de Abril de 1707 - São Petersburgo, 18 de Setembro de 1783) foi um matemático e físico suíço de língua alemã que passou a maior parte de sua vida na Rússia e na Alemanha. Euler fez importantes descobertas em campos variados nos Cálculos e muitas contribuições para a matemática moderna no campo da terminologia e notação, em especial para as análises matemáticas, como

a noção de uma função matemática. Além disso, ficou famoso por seus trabalhos em mecânica, óptica, e astronomia. Euler é considerado o proeminente matemático do século XVIII.

Dentre muitas descobertas e contribuições está a reta de Euler cuja construção segue a seguir:

- a) Construa um triângulo MNP
- b) Construa duas medianas para encontrar o baricentro B do triângulo.
- c) Esconda as medianas deixando apenas o ponto C. (opção mostrar/esconder objetos)
- d) Construa duas alturas para encontrar o ortocentro O do triângulo.
- e) Esconda as medianas deixando apenas o ponto O. (opção mostrar/esconder objetos)
- f) Construa duas mediatrizes para encontrar o circuncentro C.
- g) Esconda as medianas deixando apenas o ponto C. (opção mostrar/esconder objetos)
- h) Movimente um dos vértices M, N ou P e investigue a posição relativa dos pontos B, O e C.
- i) Crie os segmentos OB e OC e meça-os. Investigue a razão OB/OC.
- j) Movimente os pontos M, N ou P de modo que o baricentro, o ortocentro e o circuncentro coincidam.
- k) Qual relação pode ser observada entre os pontos B, O e C, quando estes pontos são coincidentes

3.3.4- Assunto: Rosácea de quatro pétalas

A Rosácea é a figura simétrica resultante da união entre um número de circunferências, todas elas de raios iguais à distância entre dois centros de duas circunferências e que revela uma analogia com a rosa. Então podemos construir uma rosa com quatro pétalas. É possível fazer com mais pétalas?

- a) Construa um sistema de coordenadas ortogonais de origem O.
- b) Crie, a seguir, um segmento AB paralelo ao eixo x.
- c) Transporte AB de modo que uma extremidade pertença ao eixo y e a outra extremidade ao eixo x.
- d) Nomeie de M a extremidade que intercepta ao eixo y e de N a extremidade que intercepta o eixo x.
- e) Seja P o pé da perpendicular traçada de O ao segmento MN.
- f) O lugar geométrico de P quando N se desloca sobre o eixo x é uma curva chamada "**rosácea de quatro pétalas**".

3.3.5- Assunto: Cissóide de Diocles

Cissóide é o nome dado por Geminus (séc. I a.C.), nos seus comentários ao livro de Arquimedes "Sobre a Esfera e o Cilindro". Geminus atribui a Diocles a invenção desta curva como contribuição para a resolução do problema clássico da Duplicação do Cubo. Com esta curva, é possível determinar dois meios proporcionais entre dois segmentos dados, e esta determinação, como foi demonstrado por Hipócrates de Quios (c.470-c. 410 a.C.), é suficiente para obter a duplicação do cubo. Ficou curioso para saber como é?

Segue abaixo a seqüência para a construção desta curva e muito interessante o seu formato

- a) Construa um sistema de coordenadas ortogonais de origem O.
- b) Construa uma circunferência de raio r e centro $(r,0)$.
- c) Pelo ponto $A(2r,0)$ construa uma reta t tangente à circunferência.
- d) Seja S um ponto da reta t . O segmento OS interceptará a circunferência num ponto B .
- e) Obtenha um ponto P no segmento OB tal que $OP=SB$.
- f) O lugar geométrico de P quando S se move sobre a reta t é uma curva chamada

“Cissóide de Diocles”.

3.3.6- Assunto: As pequenas Lúnulas de Hipócrates

A demonstração do teorema de Pitágoras fazendo o uso de quadrados é muito comum, porém existem outras formas de fazer tal demonstração, as Luas de Hipócrates é uma destas formas, construindo semicírculos cujo diâmetros correspondam aos catetos e a hipotenusa de um triângulo retângulo, onde a soma dos quadrados das áreas dos semicírculos menores é igual ao quadrado da área do semicírculo maior.

- a) Determine uma reta que passe por dois pontos
- b) Construa um semicírculo dado dois pontos (semicírculo maior);
- c) Sobre o semicírculo maior construir dois semicírculos menores de forma que os pontos extremos coincidam;
- d) Unir os pontos formando um triângulo;
- e) Determinar a área de cada semicírculo (ferramenta área)
- f) Verificar a propriedade movimentando os pontos

3.4- Atividades recreativas e interessantes utilizando o Geogebra:

3.4.1- A Ilha do Tesouro: Dois Problemas, Duas Soluções

Jesús A. P. Sánchez

Mérida, Venezuela

José Paulo Q. Carneiro

Comitê Editorial da RPM

Problema 1 - *Jesús A. P. Sánchez*

O problema a seguir foi inspirado numa história do livro *Um, dois, três, ..., infinito* de George Gamow.

Era uma vez dois irmãos aventureiros que encontraram, no baú das lembranças de seu bisavô, o mapa de um tesouro, juntamente com as instruções para localizá-lo.

O tesouro estava numa ilha, cuja localização estava descrita de forma clara; encontrada a ilha, deveriam procurar um campo aberto com um grande espaço arenoso, perfeitamente circular. No exterior do dito círculo encontrariam numerosas palmeiras alinhadas ao longo de uma reta. Deveriam, então, procurar a palmeira com um desenho geométrico no seu tronco e, partindo de sua base, traçar as tangentes à pista circular, chamando de T_1 e T_2 os pontos de tangência. A seguir, deveria traçar também o diâmetro, AM , da circunferência fronteira da clareira, perpendicular à reta das palmeiras.

Encontrariam o tesouro enterrado exatamente no ponto de intersecção de AM com $T_1 T_2$.

Os jovens viajaram muito contentes até a ilha, levando cordas e outras ferramentas necessárias.

Lá estavam à formosa planície, a grande clareira circular e a comprida fila de belas palmeiras. Mas todas as palmeiras apresentavam figuras geométricas nos seus grossos troncos!

Esse inesperado fato derrubou todos os planos. Não sabia qual era o ponto inicial e, sem ele, imaginaram que o trabalho seria gigantesco ou impossível. Dessa forma tiveram de voltar com as mãos vazias...

Entretanto, se aqueles aventureiros soubessem um pouco de Geometria, teriam escolhido uma palmeira qualquer da fila, como ponto inicial, e teriam encontrado o tesouro. Por quê?

Fonte: RPM- Revista do Professor de Matemática, Ed. 47

3.4.2- Assunto: Logística – Onde construo meu depósito?

Uma empresa possui três pontos de vendas em locais diferentes, ela deve construir um depósito em um ponto que se situe a mesma distância dos pontos de venda. Para que possa transportar o produto de maneira mais econômica, visto que o preço final do produto leva em consideração o frete entre o depósito e o ponto de venda em função da quilometragem. Qual deve ser a posição do depósito para que o preço final seja o mesmo entre os três pontos de venda?

3.5- Comandos algébricos - Utilizações do Geogebra para construir gráfico de funções

Para confeccionar gráfico de funções é necessário que se utilize a ferramenta visualizar eixos, para tornar possível a interpretação dos resultados obtidos, também é aconselhável que a janela de álgebra seja acionada para que se possa acompanhar as funções e pontos que estão sendo formados.

Atividades para a ambientação dos comandos algébricos:

3.5.1- Assunto: Função linear

Chama-se **função polinomial do 1º grau**, ou **função afim**, a qualquer função f de \mathbb{R} em \mathbb{R} dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais dados e $a \neq 0$. Na função $f(x) = ax + b$, o número a é chamado de coeficiente de x e o número b é chamado termo constante.

- Acione as ferramentas exibir eixos e janela de álgebra;
- Insira dois seletores a e b
- Na janela de entrada defina a função $f(x)=a*x+b$ (enter)
- Será construído o gráfico da função, movimente os seletores e observe o aspecto da reta;
- Faça uma análise das principais modificações ocorridas em função da movimentação dos valores
- Em que circunstâncias a reta f ficará paralela ao eixo x .

3.5.2- Assunto: Sistemas de Equação do 1º grau

Uma equação do primeiro grau, é aquela em que todas as incógnitas estão elevadas à potência 1. Este tipo de equação poderá ter mais do que uma incógnita. Um sistema de equações do primeiro grau em duas incógnitas x e y , é um conjunto formado por duas equações do primeiro grau nessas duas incógnitas.

A solução geométrica de um sistema é dado pela intersecção das retas

- Na janela de entrada defina os valores de $a=1$ e $b=-2$
- Defina a função $f(x)=a x+b$
- Na janela de entrada defina os valores de $p=0,2$ e $m=2$
- Defina a função $g(x)= p x+m$
- Determine x para que $f(x)=g(x)$

3.5.3- Assunto: Domínio de uma função real

Dada a lei da função matemática consideramos o domínio A e o contradomínio $B=\mathbb{R}$ de forma que $A \subset \mathbb{R}$ e $f: A \rightarrow \mathbb{R}$.

Assim para verificar a existência de uma função podemos fazer o uso do Geogebra para que através da construção gráfica possa se verificar tal existência. Para isso fazemos o uso da janela de Álgebra e da caixa de Entrada

Verificar o domínio das seguintes funções:

a) $f(x) = 1/(x-6)$

b) $h(x) = (x+1)/x$

c) $g(x) = \sqrt{x-7}$

d) fazendo as construções gráficas, o que pode ser observado.

3.5.4- Assunto: Função Composta

É possível determinar o valor numérico de uma função composta fazendo o uso da janela de entrada definindo as funções e depois as composições. Deve-se digitar na janela de entrada as expressões como é escrita normalmente. Cada parêntese aberto deve ser fechado.

Sejam as funções $f(x) = x^2 - 2x + 1$ e $g(x) = 2x + 1$ determinar:

a) $f(g(1))$

b) $g(f(2))$

Para fazer a composição das funções digita-se a composição que o programa criará o gráfico correspondente.

3.5.5- Assunto: Função Afim

A utilização do programa no auxílio da resolução de problemas envolvendo funções afins permite a possibilidade de análise de resultados e o teste das hipóteses, sendo o ponto forte a visualização da construção gráfica.

a) Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções A e B.

- O plano A cobra R\$ 100,00 de inscrição e R\$ 50,00 por consulta em certo período.

- O plano B cobra R\$ 180,00 de inscrição e R\$ 40,00 por consulta no mesmo período.

O gasto total de cada plano é dado em função do número x de consultas, considerando isso é possível determinar em quais condições pode-se afirmar que o plano A é mais econômico, e em qual situação eles são equivalentes.

b) (Unicamp-SP) Três planos de telefonia celular são apresentados na tabela abaixo:

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por minuto
A	R\$ 35,00	R\$ 0,50
B	R\$ 20,00	R\$ 0,80
C	R\$ 0,00	R\$ 1,20

Fazendo a análise dos planos e seus respectivos custos, qual seria o plano mais econômico para uma pessoa que tem em média um consumo de 25 minutos ao mês? Elabore um estudo levando-se em conta o plano mais econômico para um consumo de x minutos.

3.5.6- Assunto: Função Quadrática

O Geogebra permite que se determinem as raízes de uma função, seja ela quadrática ou de um grau maior, para isso utiliza-se o comando Raiz [função] anteriormente definida

Construir e analisar o gráfico da função $f(x)=ax^2+bx+c$ onde a , b e c são números reais e $a \neq 0$.

Roteiro da atividade utilizando o programa GEOGEBRA:

Obs: Considera-se (B#) botão número #

1. No **campo de entrada** de os valores $a=1$, $b=2$ e $c=3$;
2. Clique com o botão direito sobre **a** e marque exibir objeto, e faça o mesmo para **b** e **c**;
3. Crie um novo ponto sobre o eixo x, (B2) que vai receber o nome de A;
4. No **campo de entrada** digite $d= a*x(A)^2+b*x(A)+c$, digite enter;
5. Transferir o valor de d para o eixo y. No **campo de entrada** digite (0,d);
6. Use a opção reta perpendicular (B4), traçando uma reta perpendicular ao eixo y passando por B e outra passando por A e perpendicular ao eixo x;
7. Selecione a opção intersecção de dois objetos (B2), marcando a intersecção entre as perpendiculares;
8. Selecione segmento definido por dois pontos (B3), a seguir una os pontos A até C e B até C;
9. Esconda as retas perpendiculares selecionando a opção exibir/esconder objetos clicando sobre elas;
10. Selecione a opção mover (B1), clique com o botão direito sobre o segmento h e em propriedades mude o estilo do traço para pontilhado faça isso também no segmento g;
11. Clique com o botão direito sobre o ponto C e selecione habilitar rastro;
12. Movimente o ponto A sobre o eixo x:
 - O que você observa?
 - Qual é o nome desta curva?
13. Desabilite habilitar rastro e selecione a opção lugar geométrico (B6), clique sobre C e depois sobre A nesta ordem;
14. No **campo de entrada** digite $a*x^2+b*x+c$, digitando enter, então será construído o gráfico da função $f(x)=ax^2+bx+c$;
15. Selecione mover (B1) e movimente os pontos a, b e c que estão na tela, vale lembrar que eles são os coeficientes da função quadrática;
 - O que acontece quando $a=0$?

- Qual é o aspecto da parábola quando $a > 0$?
- Se valor de $b=0$ qual a característica principal da curva?
- No caso do valor do $c=0$ o que acontece?
- “Gora e prá cabá” se $b=0$ e $c=0$ que acontece? (usando a linguagem do aluno).

Considerações finais

Desenvolver um trabalho com o objetivo de possibilitar um aprendizado efetivo, um despertar no aluno à beleza da Matemática de suas demonstrações, darem significado a conceitos que parecem coisas do outro mundo, desenvolver o gosto pela geometria, é muita pretensão. Porém espera-se que este trabalho possa dar início a novas discussões e reflexões.

Observa-se que em todas as referências existe uma unanimidade no que diz respeito à mudança de postura do professor, na sua necessidade de atualização, de adequação à realidade do aluno. Aluno este que está cercado, pelas mais diferentes formas de interação e equipamentos eletroeletrônicos (celular, computador, games, MP3, MP4, MP5, MP9... MP sabe Deus o quê).

Uma sociedade que cobra resultados, que vê a escola como ponto crucial no desenvolvimento intelecto-social do cidadão, escola que assume responsabilidades que muitas vezes a deixa desconfigurada do seu papel principal, que é de formar o cidadão crítico sim, mais com conhecimento científico.

No interior desta escola temos o professor, visto como protagonista deste espetáculo de transformação da sociedade, do qual se espera tudo, sem dar nada em troca, acuado e desafiado, muitas vezes com uma formação deficitária, porém com a intenção de melhorar, de enfrentar novos desafios sejam eles técnicos ou sociais, a capacitação o desprendimento e a vontade de progredir são os aliados nesta empreitada.

Este trabalho não tem o objetivo de ser um manual de utilização de um software, com atividades e possíveis avaliações, e sim, objeto de análise, servindo como marco para uma reflexão sobre a prática pedagógica e de que forma podemos inserir a utilização pedagógica as tecnologias em nossa prática docente.

É possível em uma breve análise que o universo de aplicação do ambiente informatizado na área educacional é vasto, e merece uma exploração com novos trabalhos. Conteúdos como funções trigonométricas, exponenciais, logarítmicas na área algébrica e as geometrias espaciais, fractal euclidiana ou não - euclidiana também podem ser abordadas com o uso do Geogebra, para exemplificar apenas alguns itens que podem ser trabalhados, desta forma concluí-se que este trabalho é apenas um prefácio do que pode ser estudado.

Bibliografia

ANTUNES, C. (s.d.). *Como desenvolver conteúdos explorando as inteligências múltiplas*. Acesso em 20 de julho de 2008, disponível em http://pt.wikipedia.org/wiki/Intelig%C3%A2ncias_m%C3%BAlt:www.wikipedia.org

ARAÚJO, I. B. (2007). Uma abordagem para a prova com construções com o Cabri-Géomètre. *Dissertação de mestrado em Educação Matemática*. São Paulo: Universidade Pontífica Católica-PUC.

ARMSTRONG, T. (2001). *Inteligências múltiplas na sala de aula*. Porto Alegre: ARTMED Editora.

BARANAUSKAS, C. C., D'ABREU, J. V., MARTINS, M. C., & ROCHA, H. V. (2005). Uma taxonomia para ambientes de aprendizado baseados no computador. In: J. A. Valente, *O Computador na sociedade do conhecimento* (pp. 45-69). Brasília: Estação Palavras-USP.

BORBA, M. d., & PENTEADO, M. (2007). *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.

BORBA, M. (1996). Informática trará mudanças na educação brasileira? *Zetétike*, IV, 123-134.

BRANDÃO, E. J. (s.d.). *Informática e Educação Matemática*. Acesso em julho de 2008, disponível em <<http://usuarios.upf.br/~brandao/artigo6.html>>.

DANTE, L. R. (2005). *Matemática vol. único - livro do professor*. São Paulo: Ática.

FIORENTINI, D., & LORENZATO, S. (2007). *Investigação em Educação Matemática: precursos teóricos e metodológicos* (2ª edição ed.). Campinas: Autores Associados.

GRAVINA, M. A., & SANTAROSA, L. M. (1998). A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. *IV Congresso RIBIE*. Brasília.

ISOTANI, S. (2005). Desenvolvimento de ferramentas no IGEON: utilizando a Geometria Dinâmica no ensino presencial e a distância. *Dissertação de mestrado*. São Paulo: Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo.

MAIA, D. (2007). Função Quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional. *Dissertação de Mestrado em Educação Matemática*. São Paulo: Pontífica Universidade Católica - PUC.

NÓBRIGA, J. C., & ARAÚJO, L. C. (2007). *Aprendendo matemática com o Geogebra*. em fase de editoração.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. (2008). *Diretrizes curriculares de matemática para as séries finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio*. Curitiba: SEED/DEPG.

RICHIT, A., & MALTEMPI, M. V. (s.d.). *Geometria Analítica que utilizam software de Geometria Dinâmica: uma proposta*. Acesso em julho de 2008, disponível em Site da UNESP: <http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/Publicacao/Richit-Maltempi-ciem.pdf>

ROCHA, E. M., SANTIAGO, L. M., LOPES, J. O., DANTAS, D. M., & B.NETO, H. (julho de 2007). Uso da informática nas aulas de Matemática: Obstáculo que precisa ser superado pelo professor, o aluno e

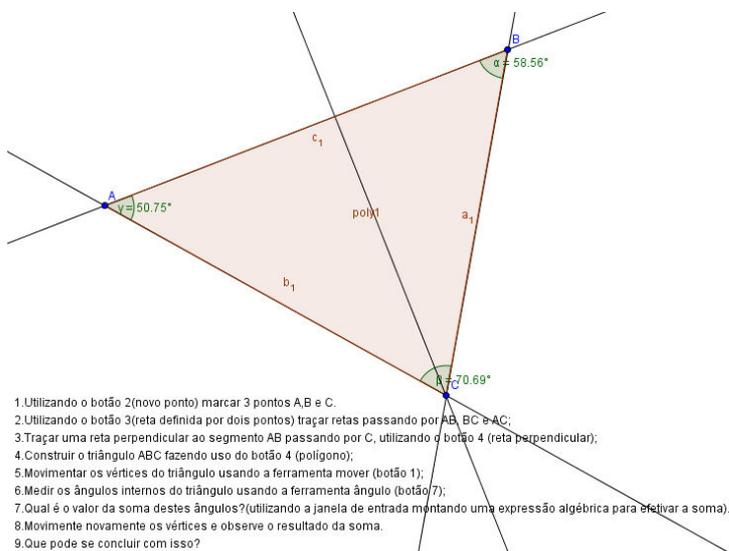
a escola. *Anais do XXVII Congresso da SBC XIII Workshop sobre informática na escola* . Rio de Janeiro, RJ.

VALENTE, J. A. (2005). *O computador na sociedade do conhecimento*. Brasília: Estação Palavra - USP.

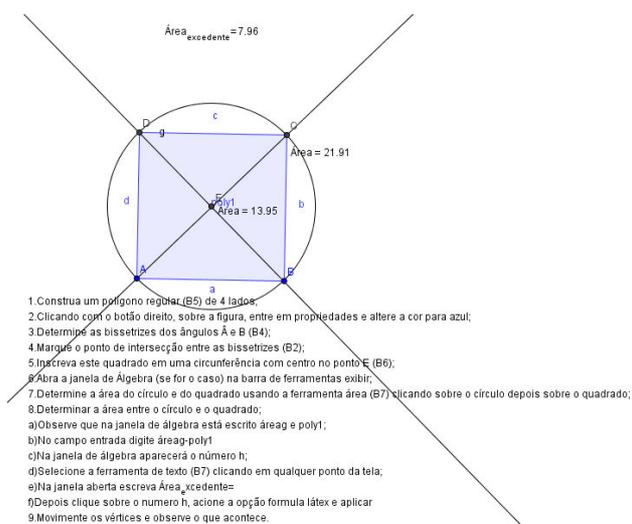
ZULATTO, R. B. (2002). Professores de Matemática que utilizam software de Geometria Dinâmica: suas características e perspectivas. *Dissertação de Mestrado* . Rio Claro, SP: Universidade Estadual Paulista.

Anexos- Imagens gráficas dos exercícios

Atividade 2

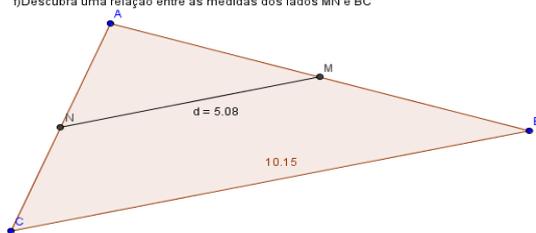


Atividade 3

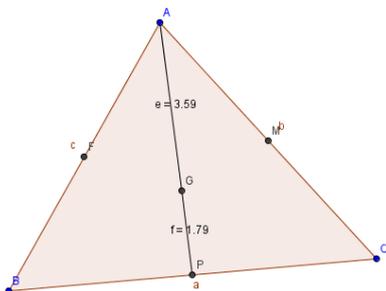


Atividade 4

- Atividade 4
 Assunto: Teorema dos pontos médios
 a) Crie um triângulo ABC (menu criação-triângulo).
 b) Obtenha o ponto médio do lado AB (menu construção-ponto médio). Nomeá-lo de M.
 c) Obtenha o ponto médio de AC. Nomeá-lo de N.
 d) Crie o segmento MN e a seguir meça-o. Meça o lado BC do triângulo.
 e) Movimente A, B ou C e observe as medidas de MN e de BC.
 f) Descubra uma relação entre as medidas dos lados MN e BC.

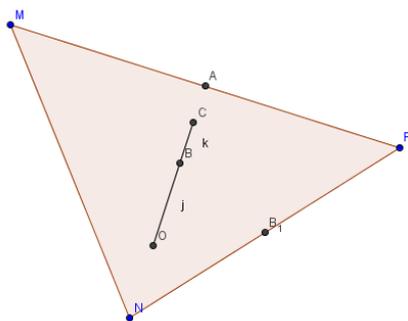


Atividade 5



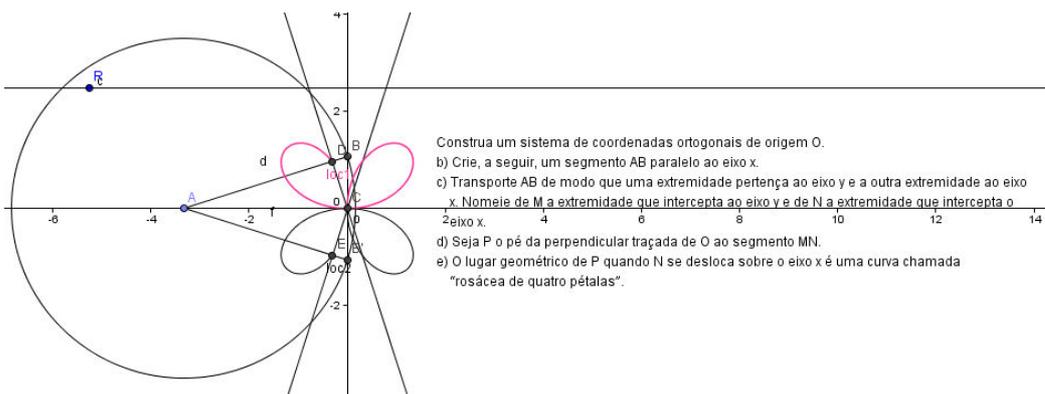
- Atividade 5
 Assunto: Propriedade do baricentro
 a) Construa um triângulo ABC.
 b) Construa as medianas BM e CN. Nomeie de G o baricentro do triângulo.
 c) Construa a mediana AP.
 d) Crie os segmentos AG e GP e meça-os.
 e) Movimente A, B ou C para investigar a razão AG/GP

Atividade 6



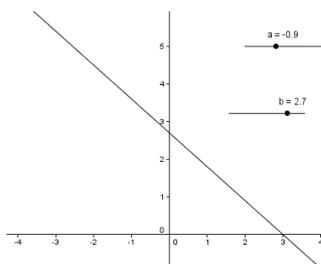
- Atividade 6
 Assunto: A reta de Euler
 a) Construa um triângulo MNP
 b) Construa duas medianas para encontrar o baricentro B do triângulo.
 c) Esconda as medianas deixando apenas o ponto B. (opção mostrar/esconder objetos)
 e) Construa duas alturas para encontrar o ortocentro O do triângulo.
 f) Esconda as medianas deixando apenas o ponto O. (opção mostrar/esconder objetos)
 g) Construa duas mediatrizes para encontrar o circuncentro C.
 h) Esconda as medianas deixando apenas o ponto C. (opção mostrar/esconder objetos)
 i) Movimente um dos vértices M, N ou P e investigue a posição relativa dos pontos B, O e C.
 j) Crie os segmentos OB e OC e meça-os. Investigue a razão OB/OC.
 k) Movimente os pontos M, N ou P de modo que o baricentro, o ortocentro e o circuncentro coincidam.
 l) Qual relação pode ser observada entre os pontos B, O e C, quando estes pontos são coincidentes

Atividade 7

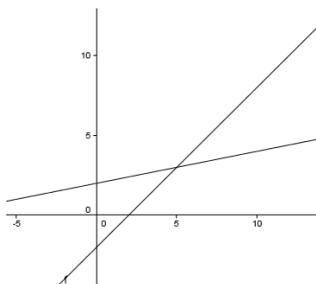


- Construa um sistema de coordenadas ortogonais de origem O.
 b) Crie, a seguir, um segmento AB paralelo ao eixo x.
 c) Transporte AB de modo que uma extremidade pertença ao eixo y e a outra extremidade ao eixo x. Nomeie de M a extremidade que intercepta ao eixo y e de N a extremidade que intercepta o eixo x.
 d) Seja P o pé da perpendicular traçada de O ao segmento MN.
 e) O lugar geométrico de P quando N se desloca sobre o eixo x é uma curva chamada "rosácea de quatro pétalas".

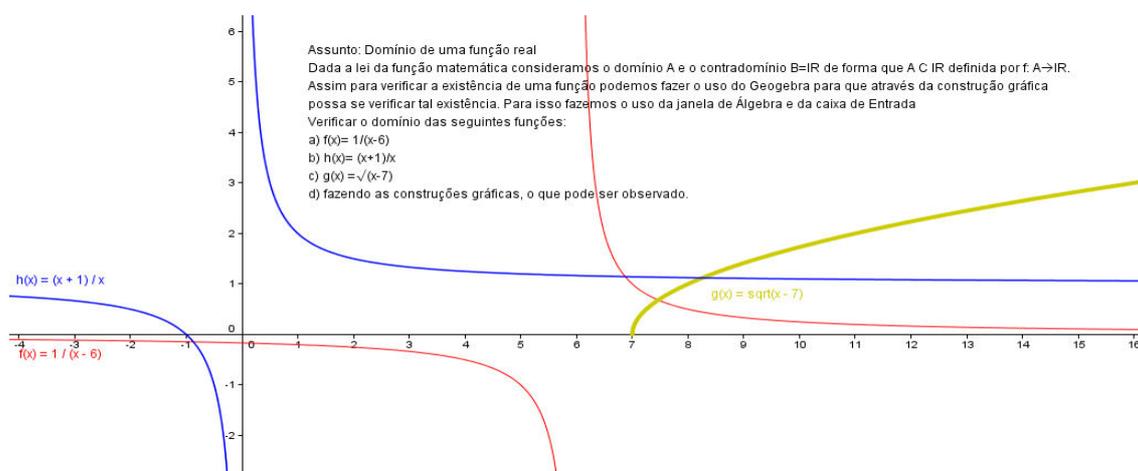
Atividade 8



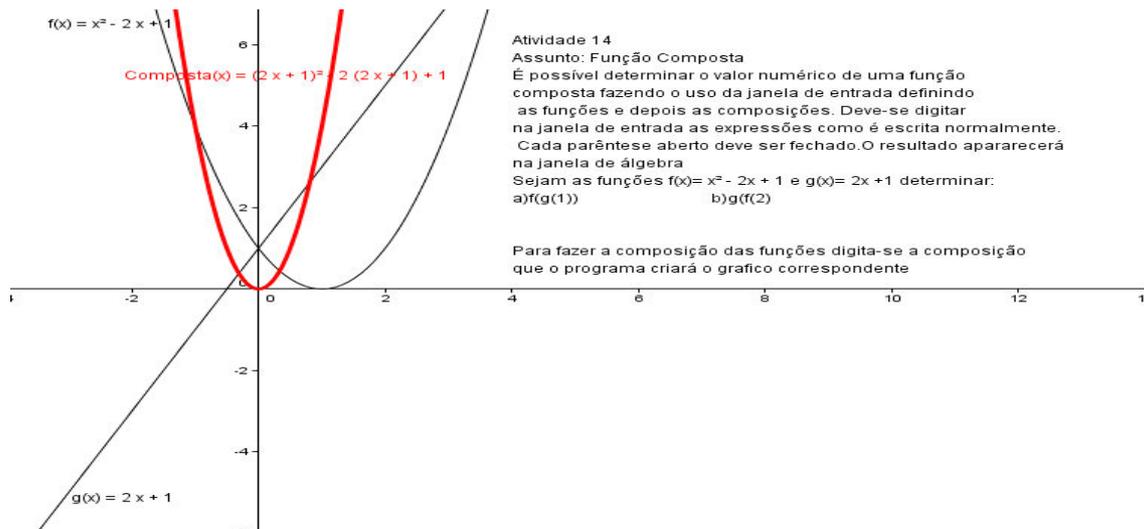
Atividade 12



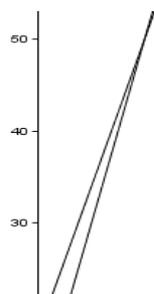
Atividade 13



Atividade 14

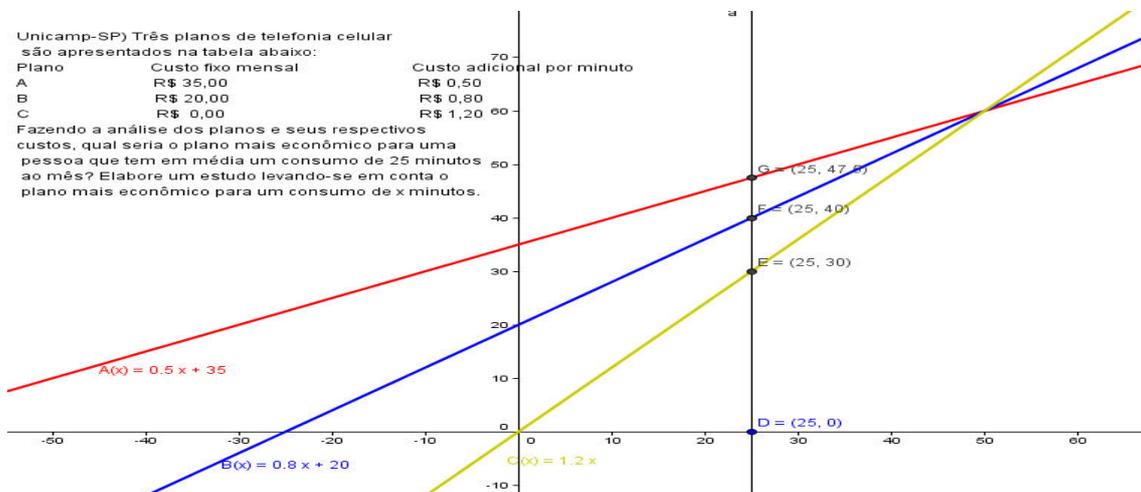


Atividade 15a



a) Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções A e B.
 - O plano A cobra R\$ 100,00 de inscrição e R\$ 50,00 por consulta em certo período.
 - O plano B cobra R\$ 180,00 de inscrição e R\$ 40,00 por consulta no mesmo período.
 O gasto total de cada plano é dado em função do número x de consultas, considerando isso é possível determinar em quais condições pode-se afirmar que o plano A é mais econômico, e em qual situação eles são equivalentes.
 Para efeito visual divida os valores por 10

Atividade 15b



Função Quadrática

