GOVERNO DO ESTADO DO PARANÁ
SECRETARIA DO ESTADO DA EDUCAÇÃO – SEED
SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO – SUED
PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL - PDE

ADRIANA QUIMENTÃO PASSOS

A prova em duas fases: uma experiência na 1ª série do Ensino Médio

IES: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA – UEL
ORIENTADORA: Profª. Drª.REGINA LUZIA CORIO DE BURIASCO
ÁREA CURRICULAR: MATEMÁTICA

Fevereiro - 2009 – LONDRINA

A prova em duas fases: uma experiência na 1ª série do Ensino Médio

The two phases test: an experience
in the 1ª grade of Secondary School

Adriana Quimentão Passos[1]

Regina Luzia Corio de Buriasco[2]

Resumo

O presente artigo foi elaborado com o objetivo de responder a questão: de que modo o professor pode efetivar o uso da avaliação como o fio condutor da prática docente, utilizando a Resolução de Problemas como estratégia metodológica? Para responder a esta questão, apresenta-se a concepção de avaliação como prática investigativa que permeia todas as etapas do processo ensino aprendizagem. Destaca-se a prova em duas fases, como um instrumento de avaliação, que favorece o levantamento de informações e pode conduzir a prática docente. Ela também pode ser utilizada como uma forma de iniciar os conteúdos por meio da Resolução de Problemas. Apresenta-se o relato de uma experiência, em uma sala da 1ª série do Ensino Médio, procurando tomar a avaliação como um instrumento que pode conduzir a prática docente. A intervenção indicou que a prova em duas fases é um instrumento de avaliação viável, que pode auxiliar o professor no exercício da sua prática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Avaliação da aprendizagem escolar. Resolução de Problemas. Prova em duas fases.

Abstract

The present article was elaborated with the objective of answering the question: in which way can the teacher make the use of assessment permanent as a linking with their teaching practice by using the Problem Solving as a methodological strategy? In order to answer this question, an evaluation concept is presented as a investigative practice that involves all the phases of the teaching-learning process. A two phases test is an assessment instrument which favors the selection of the information and can also conduct the teaching practice. It can be used as a form of starting the contents through a Problem Solving. The article is concluded with an experience report in a 1ª grade classroom of the Secondary school that tried to use the assessment as an instrument which conducts the teaching practice. The intervention indicated that the test in two phases is a assessment instrument that can help the teacher in their practice.

Key words: Mathematics Education. School Learning Assessment. Problem Solving. Two phases test.

[1] Professora da Secretaria Estadual de Educação. E-mail: adrianaqpassos@gmail.com
[2] Professora da Universidade Estadual de Londrina. E-mail: reginaburiasco@hasner.com.br

INTRODUÇÃO

O baixo desempenho dos estudantes, nos diversos níveis de ensino, indica a necessidade de reflexão sobre a prática pedagógica. Faz-se necessário refletir a respeito das estratégias de ensino, do modo como os estudantes aprendem de fato e, também, sobre como a avaliação é conduzida em sala de aula.

Na atualidade, a avaliação escolar, de modo geral, é tomada como o fim de um processo, de sorte que, ao final de cada etapa escolar, seja de uma unidade do conteúdo, de um bimestre, semestre ou ano, as dificuldades dos estudantes e os erros são detectados, mas nada é feito para superá-los. Ao encerrar-se uma dessas etapas, o conteúdo em questão é considerado dado, independente da aprendizagem dos estudantes.

No entanto, a proposta de avaliação dos órgãos governamentais e de pesquisadores como: Hadji (1994), Esteban (1999, 2000), Buriasco (2000, 2002a, 2002b, 2004), Santos (2002, 2003); Barlow (2006) entre outros, indicam a avaliação como um meio de repensar a prática pedagógica, como um recurso para buscar alternativas que possam melhorar o processo ensino-aprendizagem e também como uma forma de democratizar o ensino.

Partindo das indicações dos documentos oficiais e das reflexões proporcionadas pelos autores citados, optou-se por realizar uma experiência que teve como objetivo tomar a avaliação como fio condutor da prática pedagógica nas aulas de matemática. Essas aulas foram desenvolvidas de acordo com a estratégia metodológica da Resolução de Problemas, por ela contribuir com a formação de sujeitos capazes de pensar matematicamente.

A experiência desenvolvida em sala de aula buscou responder a seguinte questão: de que modo o professor pode efetivar o uso da avaliação como o fio condutor da prática docente, utilizando a Resolução de Problemas como estratégia metodológica?

Para fundamentar o trabalho, inicia-se com um estudo a respeito da avaliação, isto é refletindo sobre o ato de avaliar, apresentando a proposta de avaliação contida nos documentos oficiais, discutindo a avaliação como uma tarefa partilhada entre professor e estudantes e comentando a prova em duas fases.

A Resolução de Problemas também é abordada no trabalho por ser uma estratégia metodológica que favorece a elaboração do conhecimento pelo estudante e necessita de uma avaliação constante das ações dele durante a realização das tarefas, seguindo esta estratégia.

Para finalizar o artigo, é feito o relato da experiência de utilizar a avaliação, permeando todo o processo de ensino e aprendizagem.

1. A AVALIAÇÃO

Para iniciar uma reflexão a respeito da avaliação, é oportuno definir o termo. Segundo o dicionário eletrônico Houaiss (2001), avaliação é o:

> [...] ato ou efeito de avaliar(-se) **1** cálculo do valor de um bem ou de bens **2** [...] valor determinado por quem avalia [...] **3** apreciação ou conjectura sobre condições, extensão, intensidade, qualidade etc. de algo [...] **4** verificação que objetiva determinar a competência, o progresso etc. de um profissional, aluno etc. [...]

De acordo com a definição do dicionário, a avaliação tem a função de determinar a qualidade ou discriminar o conhecimento ou a habilidade e os avanços do sujeito.

Ao abordar o tema avaliação, Hadji (1994) também lança a pergunta: o que significa avaliar? Porém ele adverte que determinar o que significa este termo pode parecer uma questão ingênua, tendo em vista que arrisca-se mesmo a nunca ter uma resposta acabada. Relata ainda que, ao interrogar um grupo de professores sobre o que significa avaliar, eles relacionaram uma diversidade de verbos. Para eles a ação de avaliar pode significar: analisar, verificar, estimar, julgar, representar, dar conselho, verificar, entre outros. Partindo da compreensão dos professores, o autor salienta a multiplicidade de termos que designam a avaliação e discute o juízo de valor que é empregado no momento que o professor precisa transformar suas observações em uma nota.

Segundo Hadji (1994, p. 28), das reflexões relacionadas aos termos que definem a avaliação, emergem três palavras-chave:

> verificar, situar, julgar:
> - verificar a presença de qualquer coisa que se espera (conhecimento ou competência);
> - situar (um indivíduo, uma produção) em relação a um nível, a um alvo;
> - julgar (o valor de ...).

O sentido da palavra avaliação, como um julgamento, é o que exprime a dificuldade dessa ação. Afinal, o que confere a uma pessoa o poder de atribuir à outra um conceito, uma nota, uma classificação?

Noizet e Caverni (1978) apud Barlow (2006, p. 16) também atribuem à avaliação o caráter de julgamento. Para eles, avaliar é "o ato pelo qual, a propósito de uma ocorrência, seja de um indivíduo ou de um objeto, se emite um julgamento, remetendo-se a um ou a vários critérios independentemente de quais sejam eles e o objeto de julgamento".

A avaliação, tomada como um julgamento, colabora com a exclusão social. Segundo Bertagna (2002, p. 236), os professores utilizam "a classificação dos estudantes para legitimar a eliminação dos menos aptos". Esteban (2000, p. 14) defende que a "avaliação [...] é um elemento importante da dinâmica de inclusão e exclusão, escolar e social". A avaliação classificatória faz parte da cultura escolar. Segundo Bertagna (2002, pg. 250), "a aceitação pura e simples de ser classificado em aprovado ou reprovado, está impregnada na vida escolar como algo natural e necessário". Ainda segundo esta autora, regularmente a classificação do estudante transpõe o ambiente escolar. As atribuições dadas a ele, principalmente as que provêm da avaliação informal, são incorporadas pelo estudante, visto que eles passam a assumir os julgamentos que os outros fazem a seu respeito. A avaliação informal, que resulta das concepções que o professor tem sobre a sua disciplina e também a respeito do comportamento social, permeia o processo de avaliação de modo implícito e acaba interferindo no juízo de valor realizado por ele. Certas concepções e a visão de mundo do professor são refletidas na sua avaliação. Os estudantes que não se enquadram no estereótipo estabelecido são rotulados e, em alguns casos, reprovados pelo sistema escolar e podem até sentir-se excluídos da sociedade.

No cotidiano escolar, a avaliação ainda tem sido empregada de modo reducionista, utilizada quase sempre para a classificação de estudantes, favorecendo a inclusão de alguns estudantes e a exclusão de outros. Essa é uma função classificatória que é reflexo de uma sociedade que valoriza a competição. Nesta perspectiva, a avaliação é tomada como "o braço autoritário do professor que mais atinge o estudante" (BURIASCO, 2002a, p. 1). A autora ainda aponta que nas "nas escolas, na maioria das vezes, a avaliação tem sido usada apenas para dar nota ao estudante e como tal, parece ter se transformado em instrumento para disciplinar a turma" (BURIASCO, 2002a, p. 1). Usualmente, utiliza-se a avaliação para controlar e punir os estudantes. Ela assume a função classificatória e se desvia da função formativa.

Salientar a função formativa da avaliação e, a partir dela, repensar a prática pedagógica, tomá-la como um recurso para buscar alternativas que possam melhorar o processo ensino-aprendizagem, e também como um meio para democratizar o ensino, é a proposta contida em documentos dos órgãos governamentais e a de pesquisadores como: Barlow (2006), Buriasco (2000, 2002a, 2002b, 2004), Esteban (1999, 2000), Hadji (1994), Santos (2002, 2003), entre outros.

1.1 A avaliação de acordo com os documentos oficiais

A concepção de avaliação, como um meio para mediar o processo ensino-aprendizagem, não é recente nos documentos oficiais. A LDB n. 9394/96 (BRASIL, 1996), no artigo 2º, define as regras de organização da Educação Básica. O parágrafo V, desse artigo, atribui à avaliação um caráter de prosseguimento, ao determinar que a avaliação do desempenho do estudante deva ser contínua e cumulativa, prevalecendo os aspectos qualitativos sobre os quantitativos. Nesta perspectiva, todo o processo de ensino e aprendizagem é valorizado, e não se resume apenas ao produto final. Também a deliberação n.° 007/99 do CEE – PR (PARANÁ, 1999), no artigo n.° 1, atribui à avaliação a função de conduzir a prática docente, pois, segundo ela a

> [...] avaliação deve ser entendida como um dos aspectos do ensino pelo qual o professor estuda e interpreta os dados da aprendizagem e de seu próprio trabalho, com as finalidades de acompanhar e aperfeiçoar o processo de aprendizagem dos alunos, bem como diagnosticar seus resultados e atribuir-lhes valor.

No entanto, depois de doze anos da promulgação da LDB o documento das Diretrizes Curriculares de Matemática para as Séries Finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio do estado do Paraná, ainda indica que "as práticas avaliativas têm sido marcadas pela pedagogia do exame em detrimento da pedagogia do ensino e da aprendizagem" (LUCKESI (2002) apud PARANÁ (2008, p.43)).

Visando superar uma prática de avaliação punitiva, as DCE (PARANÁ, 2008, p. 43) orientam que

> [...] a avaliação deve se dar ao longo do processo de ensino-aprendizagem, ancorada em encaminhamentos metodológicos que abram espaço para a interpretação e discussão, que considerem a relação do estudante com o conteúdo trabalhado, o significado desse conteúdo e a compreensão alcançada por ele.

O desenvolvimento da capacidade cognitiva dos estudantes, por meio das estratégias de ensino e da avaliação também é referenciada na LDB 9394/96, que, no artigo 36º, inciso II, determina que o currículo do Ensino Médio deve "adotar metodologias de ensino e de avaliação que estimulem a iniciativa dos estudantes" (BRASIL, 1996).

Para superar a pedagogia do exame e favorecer uma pedagogia do ensino e da aprendizagem, as DCE (PARANÁ, 2008, p. 44) recomendam que o professor considere "as noções que o estudante traz, decorrentes da sua vivência, de modo a relacioná-las com os novos conhecimentos abordados nas aulas de Matemática".

1.2 A avaliação como fio condutor da prática pedagógica

Segundo Esteban (1999), é importante repensar a avaliação de modo a

> [...] abandonar a classificação dos conhecimentos já consolidados, para buscar os processos emergentes, em construção, que anunciam novas possibilidades de aprendizagem e desenvolvimento [...] (p. 5).

Esteban (2000) propõe que os processos avaliativos desenvolvidos no cotidiano da sala de aula sejam um meio de captar o que tem de mais favorável à elaboração de conhecimentos. Nesta perspectiva, tanto o acerto quanto o erro podem fornecer indícios sobre o conhecimento do estudante, e que, a partir deles, o professor pode identificar possíveis caminhos a serem seguidos para a elaboração de novos saberes.

A avaliação assume um papel essencialmente pedagógico, deixando de ter como principal função medir informações, e passando a servir para interpretar informações recolhidas, para agir pedagogicamente sobre elas, favorecendo a reflexão a respeito da ação docente. Considerar a avaliação como uma atividade partilhada, um instrumento de análise do trabalho do professor e do estudante, um meio para realimentar a prática pedagógica e envolver estudantes e professor na busca de superação das dificuldades encontradas é tomá-la como um fio condutor da prática pedagógica.

Segundo Hadji (1994, p. 178) essencialmente o ato de avaliar constitui-se em um juízo, por meio do qual o professor se posiciona diante de uma realidade. “O avaliador não é assim nem um simples observador que diz como são as coisas, nem um simples prescritor que diz como elas deveriam ser, mas um mediador que estabelece a ligação entre um e outro”.

Tomar a avaliação no ambiente escolar como orientadora da prática pedagógica significa compreendê-la como um procedimento para recolher informações que propiciam a reflexão a respeito da situação de aprendizagem em que se encontram os estudantes e os professores durante todo o processo. Empregada de modo contínuo, ela pode subsidiar as etapas da ação pedagógica, assim como fornecer elementos que indiquem a continuidade ou não dessas mesmas etapas e procedimentos (BURIASCO, 2008).

Na avaliação como investigação da prática pedagógica pode ser utilizada a interpretação das produções dos estudantes, tomando como base critérios estabelecidos simultaneamente pelo professor e pelos estudantes e, acima de tudo, visando aperfeiçoar o ensino. Tomar a avaliação assim, implica em valorizar o caminho percorrido pelo estudante e não simplesmente observar o resultado obtido por ele. Nesta perspectiva, o professor procura indícios do que o estudante sabe e não somente do que lhe falta, como ocorre na avaliação do produto. Outro ponto relevante é a valorização dos caminhos percorridos pelo estudante na elaboração das soluções das tarefas. Desse modo, valoriza-se a diversidade de interpretações dadas pelos estudantes na solução de uma questão matemática (BURIASCO, 2008).

Ainda, segundo Buriasco (2008), ao tomar a avaliação como prática investigativa, o professor amplia a visão do seu próprio processo de aprendizagem, à medida que valoriza, analisa e discute com os estudantes as interpretações que fazem das tarefas propostas, a maneira que expressam matematicamente suas idéias.

1.3 Os instrumentos de avaliação

Existem diversas maneiras de se incorporar a avaliação como prática de investigação, porém, para isso, é necessário que o professor defina claramente as intenções que ele tem com ela e os instrumentos que serão empregados.

Segundo Hadji (1994, p. 161), um

> [...] instrumento é um utensílio manual de trabalho que serve para agir sobre uma matéria para a trabalhar ou para a transformar. Em sentido lato, o instrumento é um utensílio que facilita uma práxis, que permite apreender as coisas (o microscópio, instrumento de observação) ou agir sobre elas (o psicodrama, instrumento terapêutico). Que gênero de instrumento utiliza o avaliador? Quando se trata de avaliar os alunos, o instrumento, na maior parte das vezes, apresenta-se sob a forma de "temas" de exercícios ou de problemas com os quais serão confrontados.

Para Hadji (1994), na realidade, avaliar consiste em observar, analisar e interpretar o comportamento do sujeito, diante da situação problema proposta pelo avaliador, que tem que considerar outros instrumentos de análise e interpretação, visto que "não há um instrumento de avaliar, como há ferramentas específicas para o trabalho com madeira ou ferro. O avaliador não dispõe de instrumentos que lhe pertençam, e cuja utilização lhe garanta o sucesso de sua tarefa" (HADJI, 1994, p. 162).

Como o avaliador tem uma diversidade de instrumentos para utilizar, mas que não possui características específicas para o levantamento e análise dos dados, cabe a ele definir como as informações obtidas serão analisadas e as ações que serão desencadeadas para superar os problemas revelados pela avaliação.

Buriasco (2008) indica que a variedade de instrumentos de avaliação, em Educação Matemática, favorece o analisar a aplicação de conceitos, o uso de estratégias e procedimentos, as conjecturas elaboradas e os recursos selecionados pelos estudantes. A autora também adverte que é necessário ter claro, tanto as intenções com uma avaliação, quanto os motivos da utilização de um determinado instrumento. Depois da aplicação do instrumento de avaliação, é fundamental que o professor saiba como irá empregar as informações obtidas por meio dele.

Com a intenção de discutir o emprego da avaliação como fio condutor da prática pedagógica, sentiu-se a necessidade de selecionar um instrumento que pudesse favorecer a efetivação desta prática. Para isso, dentre os vários instrumentos de avaliação existentes, decidiu-se discutir, neste artigo a prova escrita em duas fases.

1.4 A prova escrita

A prova escrita, individual, sem consulta e com tempo limitado, ainda é o instrumento de avaliação mais utilizado na escola. Sobierajski (1992) apud Bertagna (2002) indica que este instrumento serve para legitimar o trabalho do professor e atribuir apenas ao estudante a responsabilidade pelo seu sucesso ou fracasso escolar. Contudo, esse instrumento de avaliação fornece alguma informação a respeito da aprendizagem. Porém, ele é limitado, pois não contempla aspectos como a oralidade, o poder de argumentação, a interação, a cooperação, a persistência, a capacidade de envolver-se numa investigação prolongada, a capacidade de buscar informações para resolver um problema, entre outras ações (PONTE et al., 1997, p. 10).

Para que nas provas escritas os estudantes possam demonstrar seu poder de matematizar é interessante que sejam incluídas questões de interpretação, nas quais os estudantes são convidados a refletir e a justificar suas respostas. Calculadoras e software gráficos também podem ser empregados, com o objetivo de ampliar a possibilidade de exploração das questões. Mesmo assim, apenas a sua utilização é insuficiente para contemplar uma avaliação consistente. A prova escrita em duas ou mais fases é uma alternativa que amplia as oportunidades de recolher informações, analisar e estimular o processo de elaboração do conhecimento pelo estudante.

1.5 A prova em duas fases

Alguns pesquisadores se referem à prova em duas fases como teste em duas fases. No presente artigo decidiu-se empregar o termo “prova” devido esta palavra ser utilizada com mais freqüência no Brasil.

A prova escrita em duas fases foi objeto de investigação de De Lange em 1987, na Holanda, por meio de projetos envolvendo estudantes do ensino secundário (Santos, 2004; Ponte et al., 1997; Menino, 2004).

A prova em duas fases, conforme o próprio nome indica, é realizada em duas etapas. Na primeira, a prova deve ser resolvida em um tempo limitado, individualmente e sem consulta. Depois, o professor corrige as resoluções e, com base nelas, faz questionamentos para o estudante, e tece considerações a respeito das respostas dadas. Com isso, encerra a primeira fase. A segunda fase é iniciada quando o professor devolve a prova comentada para os estudantes, combina com eles o prazo de entrega da segunda versão da prova, que deve ser feita em outra folha.

Segundo Ponte et al. (1997, p. 12), a prova em duas fases deve ser composta por questões de dois tipos: “(1) perguntas de interpretação ou pedindo justificações e problemas de resolução relativamente breve; e (2) questões abertas e problemas requerendo alguma investigação e respostas mais desenvolvidas”. Na primeira fase, pretende-se que o estudante resolva as questões do tipo (1) e comece a trabalhar com as questões do tipo (2) e na segunda fase, corrija ou melhore as primeiras questões e resolva as segundas.

Varandas (2000, p. 24) observa que a “segunda fase tem um forte componente de investigação, contribuindo de uma forma favorável, quer para a aprendizagem, quer para o desenvolvimento de capacidades, atitudes e valores dos alunos”.

Esse tipo de instrumento exige que sejam incluídas perguntas de natureza aberta que propiciem a investigação. São estas perguntas que oferecem a possibilidade de, qualquer que tenha sido a natureza das respostas da primeira fase, o estudante possa se aprofundar e desenvolver a segunda etapa (Santos, 2004).

Segundo Santos (2004, fls. 4), “um aspecto fulcral neste tipo de instrumento é a primeira fase ser comentada pelo professor”. Esta autora adverte que, para este instrumento constituir um momento de aprendizagem, é fundamental que o professor seja crítico com relação ao seu poder avaliativo e que os questionamentos feitos por ele, na segunda fase, respeitem algumas características. As perguntas elaboradas pelo professor na segunda fase devem chamar a atenção do estudante para identificar e corrigir os seus erros. Comentários de valor como: “estude mais”, “procure melhorar” não contribuem com o trabalho que o estudante deve desenvolver na segunda fase. Por outro lado, questões que

> [...] dêem pistas ao aluno para prosseguir, questionem e assinalem os pontos fortes do seu trabalho, poderão orientar o aluno no seu trabalho futuro. São exemplo de anotações deste tipo: “Experimenta para… O que podes concluir?”; “Afirmas que… Porquê? Como podes convencer alguém de que é verdade o que dizes?”; “Vai ao teu livro na página… e confirma o que afirmas” ou “Para organizares as tuas experiências utilizaste uma tabela. É uma excelente estratégia para situações deste tipo.” (Santos, 2004, fl. 6)

Segundo Santos (2004), as perguntas podem ser exploradas em direções diferentes, não permitindo definir com precisão uma única resposta correta.

Dessa forma, uma alternativa é fazer a correção final da prova em duas fases, baseada nos resultados da primeira, da segunda e também da evolução do estudante na segunda fase. Leal (1992) apud Santos (2004) sugere uma escala de classificação do tipo:

Pontos	Resolução
0	Sem resolução.
1	Tentou, mas a estratégia não é adequada.
2	Começou por esboçar uma estratégia, mas não a desenvolveu.
3	Estabeleceu uma estratégia adequada e desenvolveu-a satisfatoriamente.
4	Estabeleceu uma estratégia adequada e apresentou um nível elevado de desenvolvimento.

O estudante deverá estar ciente de que é essencial o envolvimento dele nas duas fases, independente do seu desempenho na primeira. Segundo Santos (2004, fl. 6), esta

> [...] compreensão nem sempre é conseguida numa primeira experiência deste tipo. Muitas vezes os alunos, quando são confrontados pela primeira vez com uma proposta de teste em duas fases, interpretam-na como uma estratégia criativa seguida pelo seu professor de forma a convencê-los a fazer a correcção do teste, tarefa que em geral não recebe grande aceitação por parte dos alunos.

Autores como Ponte et al. (1997) e Nunes (2004) apontam que as provas em duas fases favorecem a utilização da avaliação como fio condutor da prática pedagógica.

Segundo Ponte et al. (1997, p. 12), as provas em duas fases “permitem captar mais aspectos relevantes sobre a aprendizagem sem se perder o tipo de informação que é recolhido através das provas habituais”. Na mesma direção, Nunes (2004, p. 54) indica que a

> [...] combinação de perguntas de resposta aberta e fechada permite recolher informação mais adequada relativamente à natureza das diversas aprendizagens. Por outro lado, o facto de existirem duas fases para a sua realização, permite que haja menor pressão psicológica sobre o aluno do que no teste tradicional, que constitui uma oportunidade única de resolução das questões propostas e em tempo limitado.

2. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Resolução de Problemas é uma das estratégias de ensino que privilegia o “fazer matemática”; estimula a capacidade de reflexão, de análise e crítica; favorece a elaboração do conhecimento matemático a partir do envolvimento do sujeito com a situação de ensino e aprendizagem e, com isso, propicia a transposição dos saberes escolares para o cotidiano. Segundo Medeiros (2001, p. 32), essa estratégia é “um motor para o desenvolvimento do conhecimento matemático”, um meio de abordar o conteúdo que contempla os objetivos de uma avaliação que permeia a prática pedagógica.

Segundo Onuchic (2008, p. 8), a avaliação

> [...] é construída durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário.

Estudos sobre a estratégia metodológica da Resolução de Problemas são relativamente recentes. No começo da década de setenta, iniciou-se as investigações sistemáticas sobre a Resolução de Problemas e suas implicações curriculares. Este estudo reflete uma reação à caracterização da matemática “como um conjunto de fatos, como o domínio de procedimentos algorítmicos ou como um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental” (Onuchic, 2008, p. 6). No final da década de 70, a Resolução de Problemas ganha força no mundo inteiro.

Segundo Onuchic (2008), no final da década de oitenta, os pesquisadores em Educação Matemática começaram a pensar na Resolução de Problemas como uma estratégia de ensino, como um meio de ensinar matemática. O ensino que era centrado no professor passa a ser centrado no estudante.

No Paraná, em 1990, foi feita a primeira impressão do Currículo Básico para a escola pública. Os autores da proposta de matemática apresentaram a Resolução de Problemas como uma estratégia metodológica. Eles indicavam que é “fundamental compreendermos que os problemas não são um conteúdo e sim uma forma de trabalhar os conteúdos” (PARANÁ, 1992, p. 66).

Na década de 90, a Resolução de Problemas é destacada como uma estratégia para o ensino de Matemática, e o ensino por meio da resolução de problemas é fortemente recomendado (NCTM, 2000 apud ONUCHIC 2008).

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN para o Ensino Médio a Resolução de Problemas é a perspectiva metodológica escolhida e deve ser entendida como uma postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado (BRASIL, 1999). Também nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (2008), sugere-se que o

> [...] professor deve fazer uso de práticas metodológicas para a resolução de problemas, isso torna as aulas mais dinâmicas e não restringe o ensino de Matemática a modelos clássicos, como exposição oral e resolução de exercícios. A resolução de problemas possibilita compreender os argumentos matemáticos e ajuda a vê-los como um conhecimento passível de ser apreendido pelos sujeitos do processo de ensino e aprendizagem (SCHOENFELD, 1997 apud PARANÁ, 2008, p. 35).

De acordo com Butts (1997), estudar matemática é resolver problemas, e, conseqüentemente, cabe aos professores de matemática, em todos os níveis, ensinar a arte de resolver problemas. Para isso é necessário que o professor saiba

> [...] formular um problema com criatividade de um artista para que o resolvedor potencial:
> 1) seja motivado a resolver o problema;
> 2) entenda e retenha o conceito envolvido na solução do problema;
> 3) aprenda alguma coisa sobre a arte de resolver problemas. (BUTTS, 1997, p. 48)

D'Ambrosio (2008) afirma que, atualmente, os estudos sobre a Resolução de Problemas têm como objeto a escolha das tarefas a serem desenvolvidas em sala de aula pelo professor, pois ele é o principal responsável pela situação de ensino e aprendizagem. Segundo a autora, o professor utiliza o livro texto como fonte de pesquisa, mas geralmente decide sozinho as tarefas que os estudantes irão desenvolver. No entanto, a mesma autora alerta que "estudos revelam que não é incomum o professor "estragar" o problema, eliminando todo o desafio para o aluno" (2008, p. 6).

Neste artigo, empregaremos a estratégia metodológica da Resolução de Problemas, conforme a proposta de Buriasco (1995), a qual indica que uma aula desenvolvida por meio dessa estratégia, pode ser dividida em cinco etapas:

> 1) O professor apresenta um problema - escolhido por ele ou pelo(s) aluno(s).
> 2) Os alunos tentam resolver o problema com o conhecimento que têm.
> 3) Quando os alunos encontram algum obstáculo (falta de algum conteúdo necessário para a resolução do problema), o professor apresenta, de alguma forma, esse conteúdo.
> 4) Resolvido o problema, os alunos discutem sua solução, se necessário, com a ajuda do professor. Essa discussão envolve todos

> os aspectos da resolução do problema, inclusive os do conteúdo necessário.
> 5) O professor apresenta outro problema - escolhido por ele ou pelo(s) aluno(s) (BURIASCO, 1995, p.1).

Depois de apresentar a concepção de avaliação que permeia o trabalho e a estratégia metodológica selecionada, inicia-se o relato e uma experiência com o emprego da avaliação como fio condutor da prática pedagógica.

3. UMA EXPERIÊNCIA DO USO DA AVALIAÇÃO COMO FIO CONDUTOR DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Neste artigo, será feito o relato de uma proposta de tomar a avaliação como fio condutor da prática pedagógica. Pretende-se apontar as dificuldades encontradas, refletir sobre os instrumentos empregados, os encaminhamentos dados e os aspectos que deixaram a desejar, mas que seriam relevantes para que, de fato, a avaliação conduzisse uma prática pedagógica que favorecesse ao estudante elaborar o seu próprio conhecimento.

A intervenção foi realizada no quarto bimestre do ano letivo de 2008. No dia 09 de outubro, esta professora PDE assumiu uma turma de 1ª série do Ensino Médio, do período matutino, composta por 30 estudantes. Essa turma tinha aulas de matemática na quarta feira, no último horário e na quinta feira, nos dois primeiros horários. O comportamento dos estudantes e a relação deles com as situações de ensino e aprendizagem eram completamente distintos nestes dois dias.

Na quarta-feira, muitos iam embora, sem a autorização da equipe pedagógica e da direção. A professora da quarta aula faltava com certa freqüência e os estudantes aproveitavam para sair da escola. Durante toda a intervenção, ao terminar a aula de quarta feira, a principal reflexão que ficava era: o que o professor precisa fazer para despertar nos estudantes a vontade de estudar?

Na quinta feira, parecia ser outra turma. Os estudantes participavam, procuravam resolver os problemas propostos, levantavam questões e comentavam as estratégias que escolhiam para resolver as tarefas de sala de aula.

A primeira tarefa que os estudantes tiveram que desenvolver foi uma prova em duas fases, composta por questões de provas do PISA[3]. As questões das

[3] Programme for International Student Assessment, para mais informações consultar o site do Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP - http://www.inep.gov.br

provas do PISA, de um modo geral, são questões diferentes das encontradas nos livros didáticos e em outros materiais de apoio ao professor e, com isso, oportunizam a utilização da matemática que os estudantes aprendem na escola em situações não-rotineiras.

A questão

- “Caminhando” foi selecionada por favorecer a discussão de conceitos relacionados à função polinomial do 1º grau;
- “Maçãs” porque permite explorar conceitos de uma função polinomial do 2º grau;
- “Concentração de medicamentos” que pode servir para o estudo da função exponencial.

Com as primeiras, pretendia-se observar o que os estudantes aprenderam sobre esses conceitos, e com a última, iniciar o estudo da função exponencial, por meio da estratégia metodológica da Resolução de Problemas.

Na primeira fase, estavam presentes apenas 24 estudantes. Mesmo os que não fizeram a prova participaram das outras etapas.

Inicialmente, a prova foi resolvida individualmente e sem consulta. A professora corrigiu as questões dadas pelos estudantes e, para cada uma, registrou em uma planilha:

- se o estudante apresentou alguma resolução correta, incorreta ou parcialmente correta;
- se deu alguma resposta correta, incorreta ou parcialmente correta;
- o modo como resolveu.

Na aula seguinte, para responder as perguntas colocadas pela professora, os estudantes juntaram-se livremente formando grupos de quatro. Pretendia-se que os grupos fossem formados por ela, de modo que em cada um ficassem estudantes que resolveram as questões da prova de diferentes maneiras, com a intenção de oportunizar a troca de informações. No entanto, eles pediram para escolher os parceiros. O pedido foi aceito para não criar atritos desnecessários com um grupo que a professora estava tendo contato pela segunda vez. Na aula seguinte, foi retomada cada uma das questões com toda a sala.

As diferentes resoluções dos estudantes foram apresentadas no quadro de giz e, para distingui-las foram numeradas, de modo que a resolução 1 refere-se ao estudante 1, a resolução 2 ao estudante 2 e assim por diante.

3.1 A questão "Caminhando"

<u>QUESTÃO 1</u>. Caminhando[4]

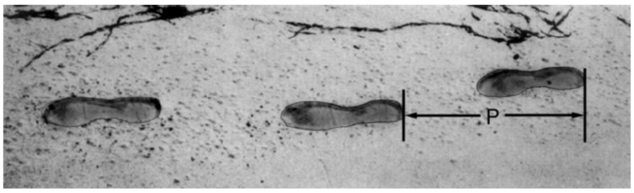


Figura 1: Pegadas

A figura mostra a pegada de um homem caminhando. O comprimento do passo *P* é a distância entre a parte posterior de duas pegadas consecutivas. Para homens, a fórmula, $\frac{n}{P} = 140$, dá uma relação aproximada entre *n e P* onde,

n = número de passos por minuto, e
P = comprimento do passo em metros

ITEM 1
Se a fórmula se aplica ao andar de Heitor e ele anda 70 passos por minuto, qual é o comprimento do passo de Heitor?

ITEM 2
Beto anda 80 passos por minuto. O comprimento de seu passo é de 56 cm.
Joel anda 74 passos por minuto. O comprimento de seu passo é de 50 cm.

A fórmula, $\frac{n}{P} = 140$ é uma melhor aproximação para os passos do Beto ou para os passos de Joel?

ITEM 3
Bernardo sabe que o comprimento do seu passo é de 0.80 metros. A fórmula se aplica ao andar de Bernardo.
Calcule a velocidade do andar de Bernardo em metros por minuto e em quilômetros por hora.

ITEM 4
Para cada uma das afirmativas abaixo, faça um círculo ao redor de Sim ou Não para indicar se a afirmação é compatível com a fórmula $\frac{n}{P} = 140$.

sim/não	À medida que o número de passos por minuto aumenta, o comprimento do passo diminui.
sim/não	O número de passos por minuto é proporcional ao comprimento do passo.
sim/não	O comprimento do passo de um homem correndo é maior do que o comprimento de seu passo quando está caminhando.

[4] Disponível em http://www.inep.gov.br/download/internacional/pisa/Itens_Liberados_Matematica.pdf

Com relação a questão 1, no presente artigo, será explorado na integra apenas o encaminhamento dado ao item 1, para os demais itens destaca-se apenas os aspectos considerados de maior relevância pela professora PDE.

Na questão 1 item 1, os estudantes precisavam compreender como aplicar uma fórmula corretamente. Uma estratégia para resolver a questão é utilizar a equação:

$$\frac{n}{P} = 140.$$

Nessa equação o número de passos por minuto (n) é igual a 70. Para determinar o comprimento do passo de Heitor, em metros, substitui-se n por 70

$$\frac{70}{P} = 140.$$

Efetuando os cálculos obtém-se que o comprimento do passo de Heitor é de $0{,}5m$ ou $50cm$. Na questão 1 item 1 os estudantes apresentaram, na primeira e na segunda fase, as seguintes respostas:

1ª fase da prova	Pergunta da professora	2ª fase da prova
Dez estudantes (6, 9, 11, 16, 19, 20, 22, 23, 24 e 26) escreveram e resolveram corretamente a equação: $\frac{70}{p} = 140$, obtendo que o comprimento dos passos de Heitor é de 0,5 metros ou 50 centímetros.	Por que você substituiu n por 70?	Três estudantes (19, 20 e 22) refizeram a equação apresentada na 1ª fase e acrescentaram a resposta *"o tamanho do passo de Heitor é de 0,5 m (meio metro)".* Cinco estudantes (6, 11, 23, 24 e 26) responderam que é *"porque 70 é o número de passos por minuto".* O estudante 16 escreveu: *"porque 70 e n são os números de passos por minutos"* e o estudante 9 *"porque n é o número de passos por minuto e 70 é o número de passos por minuto dados por Heitor".*
O estudante 30 escreveu: "$\frac{70}{140} = 0{,}5$".	Por que você efetuou esta divisão?	*"Porque substitui os valores $\frac{n}{P} = 140 = \frac{70}{140} = 0{,}5$".*
Dois estudantes (10 e 17) dividiram 140, a relação aproximada entre n e P, por 70, número de passos	Dois metros? Isso é possível?	O estudante 10 não compareceu na 2ª fase. O estudante 17 repetiu o mesmo procedimento.

por minuto de Heitor. Eles encontraram que o comprimento do passo de Heitor é de 2 metros.		
O estudante 5 escreveu: "$\frac{n}{P} = 140$" "$\frac{70}{P} = \frac{140}{70}$" e "$P = 2$".	Por que p é igual a 2? Quantos passos ele dá por minuto?	*"Porque P não é igual a 2 é igual a 0,50".* Ele apenas escreveu, não apresentou cálculos.
O estudante 7 escreveu: "$\frac{70}{P} \div 140 = 2$"	Qual é a fórmula dada na questão 1 item 1? Você usou a fórmula?	*"A fórmula é $\frac{n}{P} = 140$. Eu usei a fórmula, mais não terminei".*
O estudante 3 escreveu: "$\frac{n}{P} 140 \times 70 = 9800p$".	Você não acha que 9800 é um número inadequado?	*"Acho".*
O estudante 18 utilizou a fórmula e resolveu a equação corretamente. Na resolução escrita ele acrescentou o produto de 140 por 70 obtendo corretamente 9800.	Para o resultado 9800 a professora perguntou: O que significa este valor?	Depois de responder corretamente a pergunta sobre a resolução da equação ele escreveu: *"aquele valor é uma conta nada a ver".*
O estudante 1 efetuou incorretamente a divisão de 140 por 70 obtendo 20 e escreveu: *"o comprimento é de 20 cm".*	20 cm não é muito pouco? Quantos passos ele dá por minuto?	O estudante 1 não compareceu na 2ª fase.
O estudante 2 dividiu corretamente 140 por 70 obtendo como resultado 2. Escreveu que "$\frac{70}{2} = 35$". Multiplicou corretamente 35 por 2 obtendo como resultado 70. Escreveu a caneta: "$\frac{70}{70} = 140$" *"70⇒ passos por minuto".*	O número de passos é igual ao comprimento dos passos?	Dividiu 140 por 2 e escreveu: *"o comprimento dos passos de Heitor é de 2 metros".*
O estudante 8 apenas escreveu: *"2 metros".*	É possível uma pessoa dar um passo de 2 metros?	*"Não é possível".*
O estudante 15 indicou a divisão de 70 por 60 e escreveu: *"R=1,16".*	Por que dividir 70 por 60?	O estudante 15 não compareceu na 2ª fase.
Os estudantes 13 e 14 apenas escreveram: "$\frac{70}{P} = 140$". O estudante 14 apagou o seu registro, mas foi possível vê-lo.	Por que você não resolveu a equação?	O estudante 13 resolveu a equação corretamente e para a pergunta da professora escreveu: *"porque eu achava que tava errado o meu calculo".* O estudante 14 apenas resolveu a equação.

Os estudantes 4 e 12 não apresentaram nenhuma resolução escrita.	Quantos passos ele dá por minuto? Com esta informação procure descobrir o comprimento do passo dele.	O estudante 4 não compareceu na 2ª fase. O estudante 12 resolveu a equação corretamente.

No momento em que a questão 1 item 1 foi retomada com o grupo todo foi possível observar que os estudantes compreenderam a resolução facilmente. Eles já haviam refletido sobre a questão individualmente e em pequenos grupos. Na discussão no grande grupo eles já estavam familiarizados.

A análise de questão 1 item 1 indica que uma das maiores dificuldades encontradas, por esta professora PDE, foi elaborar perguntas que chamassem a atenção dos estudantes para identificar e corrigir os seus erros favorecendo a elaboração do conhecimento matemático. Santos (2004) sugere que as perguntas dêem pistas aos estudantes para prosseguir, questionar e assimilar os pontos fortes do trabalho e oriente-os no trabalho futuro.

A dificuldade da professora fica evidenciada quando analisamos principalmente as respostas dadas pelos estudantes: 17, que repetiu o procedimento da 1ª fase; 3, que simplesmente escreveu “acho” e 8 que escreveu apenas “não é possível”. As respostas destes estudantes indicam que a pergunta feita pela professora não contribuiu para a elaboração do conhecimento. Elas indicam a necessidade de ser realizada uma nova fase, que neste caso foi substituída pela discussão da resolução com o grupo todo.

A elaboração da pergunta para os estudantes que resolveram a questão corretamente gerou incertezas. Com a pergunta: por que você substituiu n por 70? Pretendia-se verificar se eles, de fato, tinham compreendido a questão 1 item 1 e se sabiam explicar o procedimento adotado. A resposta dos estudantes 19, 20 e 22, que refizeram o procedimento adotado na 1ª fase, indica que, para eles, a intenção da professora não ficou clara.

Na questão 1 item 2, os estudantes tinham que verificar se a fórmula $\frac{n}{P} = 140$ é uma aproximação melhor para os passos de Beto ou de Joel sabendo que:

- Beto anda 80 passos por minuto e o comprimento de seu passo é de 56 cm.

- Joel anda 74 passos por minuto e o comprimento de seu passo é de 50 cm.

Uma estratégia para responder corretamente a questão era:

- para os passos de Beto, substituir n por 80 passos e P por 0,56 metros obtendo que:

$$\frac{80}{0{,}56} = 142{,}8571;$$

- para os passos de Joel, substituir n por 74 passos e P por 0,50 metros obtendo que:

$$\frac{74}{0{,}50} = 148.$$

Comparando com a fórmula dada é possível concluir que ela é uma melhor aproximação para os passos de Beto.

1ª fase da prova	Pergunta da professora	2ª fase da prova
Apenas o estudante 6 resolveu a questão corretamente.	Por que a fórmula é uma melhor aproximação para Beto?	*"Porque, segundo a fórmula, o normal seria 140, bem próximo de Beto, que deu 142."*

Os estudantes, de modo geral, têm dificuldade de explicar o que fizeram, por isso é importante que o professor aproveite todas as oportunidades que tem para incentivá-los a explicar. No caso do estudante 6, a explicação que ele apresentou é correta, demonstrando que, de fato, ele compreendeu a questão.

Foi possível observar que na questão 1 item 2, os estudantes apresentaram dificuldade para:

- aplicar a fórmula (o principal objetivo da questão 1 item 2);

- observar que deveriam converter o comprimento dos passos de centímetros para metros.

- comparar os resultados obtidos.

Durante a realização da segunda fase, a professora passou pelos grupos, fazendo perguntas para auxiliá-los no encaminhamento da resolução do problema.

Na fase de discussão com o grupo todo, observou-se que o número de passos por minuto pode ser expresso em função do comprimento do passo em metros.

Partindo da fórmula $\frac{n}{P} = 140$, do enunciado da questão 1 e das razões dos passos de Joel e de Beto a professora chamou a atenção dos estudantes para o fato que a razão entre o número de passos pelo comprimento do passo é uma constante. Quanto maior o valor da constante, mais passos serão dados por minuto.

Essa comparação foi feita por meio do registro das relações:

- $n = 140P$, da fórmula geral,
- $n = 142{,}86P$, dos passos de Beto e
- $n = 148P$, dos passos de Joel.

Como os estudantes já haviam estudado a função polinomial do primeiro grau, relacionou-se essa relação a uma função que expressa o número de passos por minuto em função do comprimento do passo. Na qual a constante é o coeficiente angular da reta. Quanto maior essa constante, maior é número de passos por minuto.

Na questão 1 item 3, informava-se que o comprimento do passo de Bernardo é de 0,80 metros e que a fórmula se aplicava ao andar dele. Partindo dessa informação os estudantes deveriam calcular a velocidade do andar de Bernardo em metros por minuto e em quilômetros por hora.

Para resolver a questão 1 item 3 os estudantes deveriam observar que para a fórmula $\frac{n}{P} = 140$, $P = 0{,}80m$. Substituindo os valores eles obteriam:

$$\frac{n}{0{,}80} = 140$$

$$n = 140 \times 0{,}80$$

$$n = 112 \text{ passos por minuto.}$$

Para obter o resultado em metros por minuto:

$$n = 112 \times 0{,}80 = 89{,}60 \text{ m/m}$$

Para transformar em metros por hora:

$$n = 89{,}60 \times 60 = 5376 \text{ m/h}$$

Para transformar em quilômetros por hora:

$$n = 5{,}376 \text{ Km/h}$$

1ª fase da prova	Pergunta da professora	2ª fase da prova
Apenas o estudante 6 resolveu a questão corretamente.	Explique o que você fez.	*“Primeiro, resolvi a fórmula* $\frac{n}{p} = 140$*, multiplicando cruzado: com isso, achei a distância percorrida em 1 minuto.”*
O estudante 23 escreveu: “ $\frac{n}{0{,}80} = 140$” e $n = 112 Km/h$. Ele também armou e resolveu corretamente a multiplicação de 0,80 por 140.	O 112 é em Km/h? Por quê?	*“Sim, porque o enunciado pede que seja em Km/h.”*
Doze estudantes não apresentaram resolução escrita.	O que é velocidade?	O estudante 13 respondeu: “ $\frac{distância}{tempo}$” e resolveu a equação “$\frac{n}{0{,}80} = 140$” “$n = 112$” “$n = 112 \times 0{,}80 = 89{,}6 m/s$” e “$89{,}6 \div 3{,}6 = 24{,}88 Km/h$”. Este estudante não observou que o tempo era dado em minutos e por isso vez a transformação de m/s para Km/h. O estudante 16 fez um procedimento análogo e também encontrou como resposta $24{,}88 Km/h$.
Dez estudantes fizeram registros que não serão explorados neste artigo.		

A pergunta: “o que é velocidade?” foi escolhida em virtude dos comentários dos estudantes. Durante a primeira fase eles perguntaram mais de uma vez o que é a velocidade. Indagaram também o procedimento para transformar m/s para Km/h. A observação da professora na primeira fase revelou que a compreensão desse conceito era uma fator essencial para a resolução da questão 1 item 3.

Na discussão com o grupo todo foi explorado o conceito de velocidade e as regras de transformação de m/s para Km/h assim como de m/m para Km/h, por meio da equivalência entre as medidas. Os estudantes puderam compreender que, para resolver esse item, era necessário encontrar o número de passos por minuto, multiplicando 140, constante que indica a relação aproximada entre número de passos por minuto e o comprimento do passo em metros por 0,80 metros obtendo-se 112 passos por minuto. Para transformar os 112 passos em metros, eles multiplicaram o 112 por 0,80 metros, obtendo 89,6 metros, que, para ser transformado em quilômetros por hora deveria ser multiplicado por 60 minutos e dividido por 1000 metros, obtendo-se 5,38 ou 5,4 km/h.

Na questão 1 item 4, os estudantes deveriam analisar a relação entre as afirmações: “à medida que o número de passos por minuto aumenta, o comprimento do passo diminui”; “o número de passos por minuto é proporcional ao comprimento do passo” e “o comprimento do passo de um homem correndo é maior do que o comprimento de seu passo quando está caminhando” são compatíveis com a fórmula $\frac{n}{P} = 140$. Na correção da primeira fase, não foi indicado se os estudantes haviam acertado ou errado as alternativas. Na segunda fase, todos eles deveriam comparar as próprias respostas com as dos parceiros, independente de estarem certas ou erradas. Foi apenas indicado para comparar as respostas com os parceiros para oportunizar uma nova reflexão. Na discussão no grande grupo eles concluíram que a primeira afirmação é incorreta, e a segunda e a terceira são corretas.

3.2 A questão “maçãs”

QUESTÃO 2. Maçãs[5]
Um fazendeiro planta macieiras em uma área quadrada. Para protegê-las contra o vento, ele planta coníferas[6] ao redor do pomar.
O diagrama abaixo mostra essa situação, na qual se pode ver as macieiras e as coníferas, para um número (*n*) de filas de macieiras.

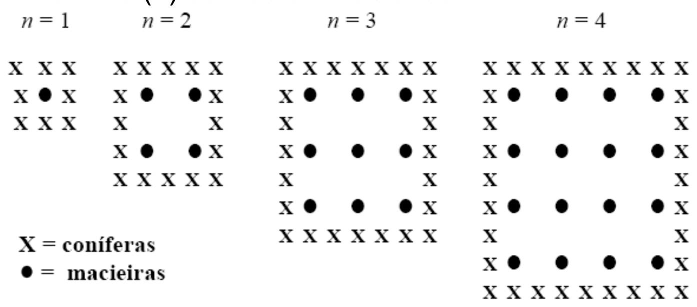


Figura 2: Maçãs e Coníferas

[5] http://www.inep.gov.br/download/internacional/pisa/Itens_Liberados_Matematica.pdf
[6] As coníferas mais conhecidas são os pinheiros da europa, os abetos, as sequóias, os cedros, os ciprestes, as araucárias (pinheiros-do-paraná ou pinheiro-brasileiro).

ITEM 1
Complete a tabela abaixo:

n=	Número de macieiras	Número de coníferas
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

ITEM 2
Existem duas fórmulas que você pode usar para calcular o número de macieiras e o número de coníferas no padrão descrito acima:
Número de macieiras = n^2
Número de coníferas = $8n$
onde *n* é o número de fileiras de macieiras.
Existe um valor *n* para o qual o número de macieiras é igual ao número de coníferas. Encontre o valor de *n*, mostrando o método usado para fazer os cálculos.

ITEM 3
Suponha que o fazendeiro queira fazer um pomar muito maior com muitas fileiras de árvores. À medida que o fazendeiro aumenta o pomar o que crescerá mais rápido: o número de macieiras ou o número de coníferas? Explique como você encontrou a sua resposta.

A prova foi muito extensa. A partir da segunda questão o envolvimento dos estudantes na resolução da 1ª e 2ª fases diminui consideravelmente.

Para resolver a questão 2 item 1, na primeira fase da prova, os estudantes deveriam apenas preencher a tabela com o número de macieiras e coníferas, segundo o número de fileiras.

1ª fase da prova	Pergunta da professora	2ª fase da prova
Os estudantes 1, 3, 5, 6, 9, 11, 14, 16, 17, 21, 20, 22 e 24 preencheram a tabela corretamente.	Qual é a regularidade?	O estudante 5 escreveu: *"que a cada fileira aumenta o número lateralmente e verticalmente".* O estudante 3 escreveu: "que as coníferas almentam em 8 em 8". O Estudante 24 escreveu: "$n = \sqrt{x}.8$". O estudante 17 escreveu: "aumentando 8 em 8 nas coníferas chegamos ao resultado 40". Os demais não apresentaram registro escrito.
Os estudantes 4, 7, 10, 15 e 19 preencheram a tabela até a 4ª linha.	O que falta para preencher a última linha?	O estudante 7 escreveu: *"a última linha é 25 e 40".* Os demais não apresentaram registro escrito.

Os estudantes 2, 8, 12, 13 e 18 perceberam a regularidade com relação ao número de macieiras, mas equivocaram-se ao registrar o aumento do número de coníferas.	O número de coníferas está correto?	O estudante 18 refez a tabela acrescentando com o número de coníferas e macieiras correto. O estudante 23 retomou o número de coníferas na tabela e respondeu: *"porque tem a relação de* $n = \sqrt{x}.8$*"*.

Vale observar que na questão, a figura ilustra apenas o que ocorre até a linha n=4. Possivelmente por isso, cinco estudantes preencheram corretamente apenas até a 4ª linha.

A questão 2 item 1 permite incentivar os estudantes a encontrarem uma regularidade, em relação ao número de macieiras e o número de coníferas que deveriam ser plantadas. O número de macieiras a serem plantadas pode ser expresso por meio de uma função polinomial de 2º grau, e, o número de coníferas, por meio de uma função polinomial do 1º grau. Na segunda fase, foi solicitado que todos os estudantes procurassem essa regularidade, mas nenhum deles escreveu a regularidade esperada. Apenas na discussão com o grande grupo foi possível escrever que:

- o número de macieiras é dado por: $m(f) = f^2$, em que m é o número de macieiras e f o número de fileiras.
- o número de coníferas é dado por: $c(f) = 8.f$, em que c é o número de coníferas e f o número de fileiras.

Na questão 2 item 2 a tarefa dos estudantes era encontrar um valor *n* para o qual o número de macieiras é igual ao número de coníferas. No enunciado da questão havia a informação que o número de macieiras é igual a n^2 e o número de coníferas igual a $8n$.

Uma das estratégias para determinar o valor *n* é resolver a equação $n^2 = 8n$ que tem como raízes 0 e 8, dessa forma poderiam verificar que a quantidade de macieiras e coníferas serão iguais quando o fazendeiro plantar 8 fileiras de macieiras.

1ª fase da prova	Pergunta da professora	2ª fase da prova
Quinze estudantes não apresentaram resolução escrita e resposta.	Procure fazer por tentativa e erro.	Os quinze estudantes continuaram sem apresentar resolução escrita e resposta.

Os estudantes 16 e 22 resolveram a questão calculando o número de macieiras e coníferas para algumas fileiras.	Existe outra forma de resolver este item?	Os estudantes não apresentaram resolução escrita e resposta.
O estudante 6 escreveu: " $n^2 = 8^2 = 64$" "$8n = 8.8 = 64$" "*a potencia nada mais é que um número multiplicado por si mesmo. A única situação possível é* 8×8 *, pois o número de coníferas é* $8\times$ *maior que o número de fileiras.*	Existe outra forma de resolver este item?	O estudante não apresentou resolução escrita e resposta.
Os estudantes 1 e 23 escreveram "$n = \sqrt{x}.8$"	Como você encontrou o 8.	Os dois estudantes responderam: *"por causa do número de coníferas".*
Os estudantes 7, 12, 13 e 18 recorreram a outras estratégias que não serão discutidas nesse artigo.		

Durante a realização da primeira fase da prova, foi interessante observar o desenvolvimento da resolução do estudante 16. Ele percebeu que, em algum momento, os dois números seriam iguais e ficou testando valores. Ele sabia que havia um modo algébrico de resolver, mas não conseguia representar a situação algebricamente.

Enquanto os estudantes realizavam a segunda fase, a professora passava pelos grupos, procurando indicar que, para resolver a questão, eles deveriam encontrar o número de fileiras no qual o número de macieiras e coníferas seria igual. A segunda fase da prova escrita foi desenvolvida por pouquíssimos estudantes.

Na questão 2 item 2 a correção com a sala toda foi o momento de melhor aproveitamento. Durante a discussão da questão 2 item 2 a professora chamou a atenção dos estudantes sobre a resolução por tentativa e erro desenvolvida por alguns estudantes e na sequência explorou a resolução algébrica, valorizando a suposição do estudante 16 de que havia a possibilidade de representar e resolver a questão algebricamente. A resposta foi encontrada por meio da resolução da equação $n^2 = 8n$.

Para resolver a questão 2 item 3, os estudantes deveriam comparar o crescimento do número de coníferas com o número de macieiras. Para isso, seria preciso perceber que a quantidade de macieiras era determinada por uma função polinomial do 2º grau e a de coníferas, por uma função polinomial do 1º grau. Isso significa que o número de macieiras crescia muito mais rápido.

1ª fase da prova	Pergunta da professora	2ª fase da prova
Os estudantes 6, 18, 21 e 22 responderam que é o número de macieiras. O estudante 6 escreveu: "*[...] número de macieiras. O fazendeiro sempre aumenta duas fileiras de seu pomar, deixando sempre o número de macieiras sempre possível de fazer a raiz quadrada. Já as coníferas aumentam conforme o número de fileiras das macieiras, sempre haverá mais coníferas que o número de fileiras, mas esse cálculo uma hora irá ser superado pelos cálculos das macieiras."* O estudante 18 escreveu: *"macierias purque cresce mais rapido".* O estudante 22 escreveu *"macierias pois conífera almentam de 8 em 8 e as macieiras são $n \times n$."* e o estudante 21: *"macieiras".*	Como você chegou a essa conclusão?	Apenas o estudante 18 escreveu: *"o número de coníferas é maior que o número de macieiras até o 8 depois do 8 o número de macieiras é maior".* Os demais estudantes não apresentaram resolução escrita na 2ª fase da prova.
O estudante 16 escreveu: *"os dois são iguais".*	Iguais?	Não apresentou resolução escrita na 2ª fase.
Dez estudantes responderam que é o número de coníferas. O estudante 7 escreveu: *"de coníferas. Eu encontrei pelo desenho da questão 2, porque conto [quanto] mais macieiras mais coníferas tem".* O estudante 17 escreveu: *"coníferas, porque como as coníferas 'protegem' as macieiras, por isso elas crescem mais".* O estudante 24 escreveu: *"coníferas. Porque o nª de coníferas será sempre maior do que o de maçãs para 1 maçã 8 coníferas e assim*	Sempre? Pense sobre isso.	O estudante 7 escreveu: *"porque, por causa da relação ela faz que aumente".* O estudante 24 escreveu: *"conclui que para cada maçã 8 coníferas".* O estudante 17 escreveu: *"as coníferas sempre porque como as coníferas 'protegem' as macieiras ela crescem mais".* Os demais estudantes não apresentaram resolução e resposta escrita.

por diante." As respostas dos demais estudantes não serão transcritas, elas tem teor semelhante as já transcritas.		
Nove estudantes não apresentaram resolução e resposta escrita.	Teste alguns valores.	Os nove estudantes continuaram sem apresentar resolução e resposta escrita.

Observando o relato é possível verificar que o estudante 6 foi o único que apresentou respostas mais elaboradas, que procurou usar conceitos matemáticos adequados, para resolver e, principalmente, para explicar sua resolução.

A simples comparação das respostas dos estudantes 26 e 40 com a do estudante 6 revela o cuidado com que o estudante 6 respondeu as questões. Os estudantes 26 e 40 apresentaram erros ortográficos primários, e as justificativas são mais simples que a do estudante 26.

Na questão 2 item 3 as discussões mais importantes ocorreram na correção com a sala toda. Nesse momento a professora sugeriu que os estudantes representassem por meio de uma função tanto o número de macieiras, quanto o número de coníferas. Partindo dessas funções e dos valores da tabela, os estudantes também construíram um gráfico para observar como o número de macieiras cresce mais rápido quando o número de fileiras é maior que 8.

Essa questão também foi explorada em Portugal por Paiva, Brocardo e Pires (2005). Essas autoras convidaram alunos do 9º ano e do 10º de escolaridade para resolver a questão das maçãs. De modo análogo aos dados encontrados durante a intervenção elas observaram que todos:

> [...] eles compreenderam com relativa facilidade quer o padrão geométrico quer o padrão numérico a ele associado, sendo capazes de fazer previsões para as figuras seguintes. Os processos de contagem foram, no entanto diversificados, e nem todos foram capazes de chegar sozinhos a uma expressão algébrica que traduzisse a regularidade identificada (PAIVA, BROCARDO e PIRES, 2005, p. 52).

Pode-se dizer que os estudantes que participaram da intervenção, que resultou no presente relato, também compreenderam com certa facilidade os padrões numérico e geométrico. Muitos deles resolveram o primeiro item corretamente, no entanto, nos itens que exigiam a compreensão do padrão algébrico, eles apresentaram mais dificuldade.

Com as questões 1 e 2 pretendia-se verificar se os estudantes conseguiam transpor os conhecimentos escolares relacionados as funções polinomiais de 1º e 2º graus para situações diferentes das trabalhadas regularmente na sala de aula. O relato das tarefas desenvolvidas pelos estudantes indica que eles têm certa dificuldade para identificar a relação entre os conteúdos trabalhados na escola com situações não rotineiras no ambiente escolar. Na correção com a sala toda a professora aproveitou a oportunidade para relacionar os conteúdos já trabalhado as questões exploradas.

Outro aspecto relevante é a socialização do conhecimento. Ao explorar as diversas estratégias de resolução os alunos conhecem procedimentos diferentes que resolvem um mesmo problema.

Com a questão 3 pretendia-se dar início ao estudo da função exponencial.

3.2 A questão “concentração de medicamentos”

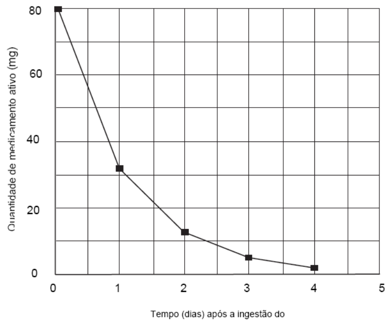
Questão 3. CONCENTRAÇÃO DE MEDICAMENTOS[7]

ITEM 1: Uma mulher hospitalizada recebe uma injeção de penicilina. A penicilina é decomposta progressivamente, de modo que, uma hora após a injeção, somente 60% da penicilina estará ativa.
Este padrão se repete: ao final de cada hora, somente 60% da penicilina que estava presente no final da hora anterior permanece ativa.
Suponha que seja administrada, a esta mulher, uma dose de 300 miligramas de penicilina, às 8 horas da manhã.
Complete a tabela abaixo mostrando a quantidade de penicilina que permanecerá ativa no sangue da mulher em intervalos de uma hora, no período das 8h às 11h da manhã.

Horário	8h	9h	10h	11h
Penicilina (mg)	300			

ITEM 2: CONCENTRAÇÃO DE MEDICAMENTOS
Pedro precisa tomar 80 mg de um medicamento para controlar a sua pressão arterial. O gráfico a seguir mostra a quantidade inicial do medicamento e a quantidade que permanece ativa no sangue de Pedro após um, dois, três e quatro dias.

7 http://www.inep.gov.br/download/internacional/pisa/Itens_Liberados_Matematica.pdf



Qual é a quantidade de medicamento que permanece ativa ao fim do primeiro dia?
a) 6 mg.
b) 12 mg.
c) 26 mg.
d) 32 mg.

ITEM 3: CONCENTRAÇÃO DE MEDICAMENTOS
A partir do gráfico apresentado na questão anterior, pode-se observar que todos os dias, a proporção do medicamento, que permanece ativa no sangue de Pedro em relação ao dia anterior, é quase a mesma.
Ao fim de cada dia, qual das opções a seguir corresponde à porcentagem aproximada do medicamento do dia anterior que permanece ativa?
a) 20%.
b) 30%.
c) 40%.
d) 80%.

Na questão 3 item 1, os estudantes deveriam completar a tabela sabendo que, após a injeção, o padrão: "ao final de cada hora, somente 60% da penicilina que estava presente no final da hora anterior permanece ativa" se repete. Partindo de 300 mg de remédio, eles deveriam calcular quantos miligramas estariam ativos às 9 horas, às 10 horas e às 11 horas. Desse modo, eles deveriam calcular 60% de 300 obtendo 180 mg de remédio, depois, 60% de 180 obtendo 108 mg de remédio, depois, 60% de 108 obtendo 64,8 mg de remédio ativo.

<table>
<tr><th>1ª fase da prova</th><th>Pergunta da professora</th><th>2ª fase da prova</th></tr>
<tr><td>Os estudantes 3, 5, 6 e 22 completaram a tabela corretamente:
<table><tr><td>Horário</td><td>8h</td><td>9h</td><td>10h</td><td>11h</td></tr><tr><td>Penicilina (mg)</td><td>300</td><td>180</td><td>108</td><td>64,8</td></tr></table></td><td>Explique o que você pensou.</td><td>Nenhum dos estudantes apresentou resposta escrita na 2ª fase.</td></tr>
<tr><td>O estudante 12 escreveu:
<table><tr><td>Horário</td><td>8h</td><td>9h</td><td>10h</td><td>11h</td></tr><tr><td>Penicilina (mg)</td><td>300</td><td>180</td><td>108</td><td>60</td></tr></table></td><td>Explique o que você pensou.</td><td>O estudante não apresentou resposta escrita na 2ª fase.</td></tr>
<tr><td>Os estudantes 8, 10 e 16 escreveram:
<table><tr><td>Horário</td><td>8h</td><td>9h</td><td>10h</td><td>11h</td></tr><tr><td>Penicilina (mg)</td><td>300</td><td>240</td><td>180</td><td>120</td></tr></table></td><td>O que você pensou? E a %?</td><td>Nenhum dos estudantes apresentou resposta escrita na 2ª fase.</td></tr>
<tr><td>Os estudantes 2 e 13 escreveram:</td><td>A dose aumenta?</td><td>Nenhum dos estudantes apresentou resposta escrita</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td><table><tr><td>Horário</td><td>8h</td><td>9h</td><td>10h</td><td>11h</td></tr><tr><td>Penicilina (mg)</td><td>300</td><td>400</td><td>500</td><td>600</td></tr></table></td><td></td><td>na 2ª fase.</td></tr>
<tr><td>Os estudantes 7, 23 e 24 escreveram:<table><tr><td>Horário</td><td>8h</td><td>9h</td><td>10h</td><td>11h</td></tr><tr><td>Penicilina (mg)</td><td>300</td><td>600</td><td>900</td><td>1200</td></tr></table></td><td>A dose aumenta?</td><td>O estudante 7 escreveu: “aumenta cada 1 hora”. O estudante 23 escreveu: “sim, porque a cada hora aumenta 300 miligramas”. O estudante 24 escreveu: “aumenta, para cada 1 hora 300 mg”.</td></tr>
<tr><td>O estudante 21 escreveu:<table><tr><td>Horário</td><td>8h</td><td>9h</td><td>10h</td><td>11h</td></tr><tr><td>Penicilina (mg)</td><td>300</td><td>600</td><td>1800</td><td>7200</td></tr></table></td><td>A dose aumenta?</td><td>O estudante não apresentou resposta escrita na 2ª fase.</td></tr>
<tr><td>O estudante 9 escreveu:<table><tr><td>Horário</td><td>8h</td><td>9h</td><td>10h</td><td>11h</td></tr><tr><td>Penicilina (mg)</td><td>300</td><td>240</td><td>144</td><td>164</td></tr></table></td><td>Como calcula a %?</td><td>O estudante não apresentou resposta escrita na 2ª fase.</td></tr>
<tr><td>O estudante 14 escreveu:<table><tr><td>Horário</td><td>8h</td><td>9h</td><td>10h</td><td>11h</td></tr><tr><td>Penicilina (mg)</td><td>300</td><td>480</td><td>588</td><td>625,8</td></tr></table></td><td>A dose aumenta?</td><td>O estudante não apresentou resposta escrita na 2ª fase.</td></tr>
<tr><td>O estudante 20 escreveu:<table><tr><td>Horário</td><td>8h</td><td>9h</td><td>10h</td><td>11h</td></tr><tr><td>Penicilina (mg)</td><td>300</td><td>120</td><td>48</td><td>19</td></tr></table></td><td>O que você pensou?</td><td>O estudante não apresentou resposta escrita na 2ª fase.</td></tr>
<tr><td>O estudante 20 escreveu:<table><tr><td>Horário</td><td>8h</td><td>9h</td><td>10h</td><td>11h</td></tr><tr><td>Penicilina (mg)</td><td>300</td><td>180</td><td>1,8</td><td></td></tr></table>e deixou o registro do cálculo de 60% de 300, por meio da regra de três e 60% de 180, no obteve como resposta 1,8.</td><td>Verifique o seu cálculo</td><td>O estudante não apresentou resposta escrita na 2ª fase.</td></tr>
<tr><td>Seis estudantes não apresentaram resolução e resposta escrita na 1ª fase.</td><td>Como calcula a %?</td><td>Nenhum dos estudantes apresentou resposta escrita na 2ª fase.</td></tr>
</table>

Depois de resolvida em grupo, a questão 3 item 1 foi explorada com a turma toda, com o objetivo de iniciar o estudo de funções exponenciais. Primeiro, foi necessário retomar o conteúdo de porcentagem. A partir disso, os estudantes concluíram que 60% de um valor podem ser calculado a partir do produto do valor por 0,6; pois:

$$60\% = \frac{60}{100} = 0{,}6$$

Para iniciar o estudo das funções exponenciais, que é a generalização de uma situação que pode ser expressa como o produto sucessivo de um fator por ele mesmo, era importante que eles percebessem que para determinar a quantidade de penicilina ativa ao final de uma hora era necessário calcular 60% da quantidade de penicilina ativa na hora anterior, ou multiplicar a quantidade de penicilina ativa na hora anterior por 0,6; conforme já havia sido discutido quando explorou-se o cálculo da porcentagem. O estudante 18 registrou no quadro o cálculo da quantidade de penicilina ativa às 9h, às 10h e às 11h. Partindo do registro do estudante 18 a professora destacou como foi obtida a quantidade de penicilina ativa, a cada hora, por meio de uma multiplicação:

$$8h \Rightarrow 300ml$$
$$9h \Rightarrow 300ml \times 0{,}6 = 180ml$$
$$10h \Rightarrow 180ml \times 0{,}6 = 108ml$$
$$11h \Rightarrow 108ml \times 0{,}6 = 64{,}8ml$$

A professora ainda destacou que:

$$8h \Rightarrow 300ml$$
$$9h \Rightarrow 300ml \times 0{,}6 = 180ml$$
$$10h \Rightarrow 300ml \times 0{,}6 \times 0{,}6 = 108ml$$
$$11h \Rightarrow 300ml \times 0{,}6 \times 0{,}6 \times 0{,}6 = 64{,}8ml$$

Com a intenção de chamar a atenção dos estudantes que a cada hora que passava a quantidade de penicilina ativa era multiplicada pelo fator 0,6. Esse registro poderia ser reescrito como:

$$8h \Rightarrow 300ml$$
$$9h \Rightarrow 300ml \times 0{,}6 = 180ml$$
$$10h \Rightarrow 300ml \times 0{,}6^2 = 108ml$$
$$11h \Rightarrow 300ml \times 0{,}6^3 = 64{,}8ml$$

Dessa forma os estudantes puderem observar que, para determinar a quantidade de penicilina que permanecia ativa ao final de cada hora, era possível generalizar e representar essa generalização por meio da função:

$$p(h) = 300 \times (0{,}6)^h,$$

com h igual ao número de horas depois da aplicação.

Para encerrar a discussão sobre as questões da prova em duas fases ainda foram retomadas as resoluções da questão 3 item 2 e questão 3 item 3.

Para resolver a questão 3 item 2 os estudantes precisavam apenas ler as informações apresentadas no gráfico.

1ª fase da prova	Pergunta da professora	2ª fase da prova
Doze estudantes assinalaram corretamente a	Explique.	Nenhum dos estudantes apresentou resposta escrita

<table>
<tr><td>alternativa d (32 mg). O estudante 14 escreveu a tabela:
<table><tr><td>x</td><td>y</td></tr><tr><td>0</td><td>80</td></tr><tr><td>1</td><td>32</td></tr><tr><td>2</td><td>12</td></tr><tr><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>4</td><td>2</td></tr><tr><td>5</td><td>0</td></tr></table>E o estudante 22 escreveu:
<table><tr><td>D</td><td>A</td></tr><tr><td>0</td><td>80</td></tr><tr><td>1</td><td>32</td></tr><tr><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>4</td><td>2</td></tr></table>e fez o produto de 80 por 40.</td><td></td><td>na 2ª fase.</td></tr>
<tr><td>Cinco estudantes assinalaram a alternativa c (26 mg.)</td><td>Explique.</td><td>Nenhum dos estudantes apresentou resposta escrita na 2ª fase.</td></tr>
<tr><td>Dois estudantes assinalaram a alternativa b (12 mg.)</td><td>Explique.</td><td>Nenhum dos estudantes apresentou resposta escrita na 2ª fase.</td></tr>
<tr><td>Quatro estudantes não apresentaram registro escrito da resolução do item.</td><td>Observe o gráfico.</td><td>Nenhum dos estudantes apresentou resposta escrita na 2ª fase.</td></tr>
</table>

A exploração da questão 3 item 2 foi facilmente desenvolvida com a sala toda. Eles demonstraram muita facilidade para compreender que a quantidade de medicamento que permanece ativa ao fim do primeiro dia é de 32 mg. Possivelmente na 1ª e na 2ª fases os estudantes já estavam cansados, por isso não deram a devida atenção a resolução do item.

Na questão 3 item 3, os estudantes deveriam ler as informações do gráfico e identificar que a cada dia permanecem ativos apenas 40% do medicamento do dia anterior.

1ª fase da prova	**Pergunta da professora**	**2ª fase da prova**
Quatro estudantes assinalaram a alternativa c (40%). Apenas o estudante 22 apresentou o registro escrito do produto de 80 por 40.	Explique.	Nenhum dos estudantes apresentou resposta escrita na 2ª fase.
Dez estudantes assinalaram a alternativa a (20%).	Explique.	Nenhum dos estudantes apresentou resposta escrita na 2ª fase.
Cinco estudantes assinalaram a alternativa b (30%).	Explique.	Nenhum dos estudantes apresentou resposta escrita na 2ª fase.

Um estudante assinalou a alternativa d (80%).	Explique.	O estudante não apresentou resposta escrita na 2ª fase.
Quatro estudantes não apresentaram registro escrito da resolução do item.	Observe o gráfico.	Nenhum dos estudantes apresentou resposta escrita na 2ª fase.

Na correção com o grupo todo, a professora retomou a regularidade, buscando novamente representar a quantidade de medicamento que permanece ativa por meio de uma função exponencial.

3.4 Reflexões sobre a primeira prova em duas fases

Ao encerrar o relato do trabalho desenvolvido a partir dessa primeira prova, é possível afirmar que:

a) como observa Santos (2004, fl. 6), numa primeira experiência desse tipo, os estudantes não apresentam uma grande aceitação da tarefa. Eles resolveram a segunda fase, mas não de acordo com o esperado. Muitas perguntas foram deixadas sem registro escrito;

b) foi possível constatar que a prova foi muito extensa. Para explorar essas questões adequadamente, deveriam ter sido feitas três provas, desse modo os estudantes não iriam cansar e os conceitos relevantes poderiam ser mais bem explorados;

c) os estudantes tiveram certa dificuldade para adaptar-se a mudança de professor no final do ano letivo;

d) outra dificuldade encontrada pelos estudantes foi a mudança da estratégia metodológica. Parecia que eles esperavam resolver exercícios rotineiros de sala de aula. Era como se desenvolver tarefas de Resolução de Problemas fosse uma perda de tempo. Alguns estudantes perguntaram quando iríamos resolver exercícios.

Mesmo diante da resistência de poucos estudantes a professora continuou com a proposta de trabalhar com a prova em duas fases e a estratégia metodológica da Resolução de Problemas. Os conteúdos básicos função exponencial e função logarítmica foram trabalhados durante o 4º bimestre partindo-se sempre de um problema, que a partir dele o conteúdo poderia ser desenvolvido. Para o estudo das exponenciais e dos logaritmos também houve a necessidade de resolver exercícios rotineiros para exercitar a aplicação desses conceitos.

Durante a intervenção, a preocupação maior era a análise do que os estudantes estavam fazendo, para dar os encaminhamentos ao conteúdo. No entanto no final de todo o processo a produção teve de ser convertida em nota, por conta do sistema adotado nas escolas públicas paranaenses. Nesta turma as notas foram assim distribuídas:

a) 30 pontos – foi considerado o desempenho dos estudantes nas duas fases da 1ª prova;

b) 10 pontos – de um exercício em grupo;

c) 10 pontos – de atividades extraclasse; (Não foi discutida no artigo.)

d) 10 pontos – da 2ª prova em duas fases;

e) 10 pontos – pela participação;

f) 30 pontos – da 3ª prova em duas fases.

A intervenção indicou alguma dificuldade dos estudantes em envolver-se em situações de Resolução de Problemas. Essa dificuldade pode ser o motivo de professores que, na tentativa de evitar o desânimo do estudante, procuram facilitar os problemas e em muitos casos, nem ao menos utilizam problemas. Empregam apenas a prática da resolução de exercícios. Eles não se dão conta de que as

> [...] conseqüências desses atos para a aprendizagem podem ser devastadoras pois muitas vezes resultam na atitude de “espera que alguém acaba me mostrando”…. “Ou se eu tiver dificuldade o professor acaba fazendo para mim”…. Ou…” o professor não deve achar que eu sou capaz de fazer sozinho, pois sempre me diz o que fazer para resolver o problema… assim que eu começo a vacilar ele intervêm.” Todas essas atitudes são debilitantes para o aluno de matemática e interferem na aprendizagem e no seu desenvolvimento com o pensamento matemático. (D’Ambrosio, 2008, p. 6)

Isso pode ser observado na fala do estudante 4, que questionou a aplicabilidade do conteúdo que estava sendo trabalhado, mesmo diante de problemas que indicavam situações da vida cotidiana e que envolviam o conceito de exponencial e logaritmo como: a concentração de medicamentos, crescimento de uma planta, taxa de juros e tamanho da população de animais.

A pouca participação de alguns estudantes e os comentários que indicavam que eles queriam resolver exercícios também revelam que mesmo depois de mais de vinte anos de indicação da estratégia metodológica da Resolução de Problemas para as aulas de matemática, ela ainda não tem sido utilizada de fato.

4. CONCLUSÃO

A reflexão com relação ao emprego da prova em duas fases indica que este é um instrumento de avaliação que pode ser empregado na perspectiva de tomar a avaliação como fio condutor da prática pedagógica, pois ela pode ser um instrumento de avaliação diagnóstica e contínua. Esse tipo de prova também pode ser utilizado para dar início a um conteúdo novo por meio da Resolução de Problemas, pois os estudantes podem começar a trabalhar com um assunto a partir do conhecimento que possuem e depois buscar os conhecimentos que lhes faltam para resolver os problemas com seus pares, nos livros, com o professor, na internet, entre outros.

Mesmo diante das dificuldades encontradas foi possível verificar que na 1ª fase da prova os estudantes têm o primeiro contato com o conhecimento que será elaborado. Na correção da 1ª fase da prova o professor toma conhecimento do que os alunos sabem e como eles lidam com o conhecimento matemático. Na segunda fase os estudantes podem refletir sobre as estratégias adotadas e verificar como seus pares resolveram os problemas propostos. Na correção da 2ª fase o professor tem a oportunidade de observar se o aluno conseguiu elaborar o conhecimento matemático em questão. Se a prova tiver outras fases amplia-se o processo de reflexão e elaboração do conhecimento. A discussão com o grande grupo é um momento de socialização, de valorização das estratégias adotadas pelos estudantes e de sistematização dos conhecimentos explorados.

A reflexão sobre as falhas ocorridas foi uma oportunidade de aprendizagem, neste caso, mais para a professora do que para os estudantes, pois indicou a necessidade de melhorar o registro da observação dos estudantes. Essa experiência indicou a necessidade de um instrumento para o registro das observações. Seria adequada uma ficha com os principais tópicos a serem observados para registrar as impressões da professora com relação aos estudantes. Nessa ficha, podem ser listadas questões como: o envolvimento do estudante nas situações de ensino e aprendizagem, a capacidade de defender suas idéias, de aceitar a idéia do outro, de envolver-se em situações de Resolução de Problemas, a criatividade, entre outros.

A conversão da prova em duas fases em nota foi mais uma das dificuldades encontradas. Essa é uma questão que ainda ficará em aberto neste artigo. Se todo o processo é importante, se tanto o acerto quanto o erro indicam a elaboração do conhecimento, que é individual. Como é possível mensurar a aprendizagem? Quem garante que os estudantes que não apresentaram registros escritos aprenderam menos que os que apresentaram?

A leitura do relato oportunizou refletir se de fato foi trabalhada a estratégia metodológica da Resolução de Problemas. Se as perguntas elaboradas a partir dos registros escritos dos alunos foram adequadas para oportunizar a busca de novos conhecimentos e despertar o interesse pela Resolução de Problemas. De acordo com Santos (2004), esse tipo de instrumento exige que sejam incluídas perguntas de natureza aberta que propiciem a investigação. São estas perguntas que oferecem a possibilidade de, qualquer que tenha sido a natureza das respostas da primeira fase, o estudante possa se aprofundar e desenvolver a segunda etapa. A análise das perguntas elaboradas pela professora PDE, nesta intervenção, indica que ela foi insuficiente para alcançar os objetivos propostos, pois muitos estudantes não se envolveram na resolução da 2ª fase.

Um fator que ficou evidente foi que para viabilizar a aplicação da prova em duas fases no cotidiano escolar, ela não pode ser extensa, para que o professor possa elaborar questões de fato relevantes, que favoreçam a elaboração do conhecimento e despertem no estudante o interesse necessário para pensar sobre as questões colocadas pelo professor e consequentemente favoreçam a elaboração do conhecimento.

REFERÊNCIAS

BARLOW, M. **Avaliação escolar:** mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BERTAGNA, R. H. O formal e o informal em avaliação. In. FREITAS, L. C. de (Org.). **Avaliação: construindo o campo e a crítica**. Florianópolis: Insular, 2002. p. 231-263.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação**. 1996. Disponível em <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>. Acesso em: 20 jul. 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais+:** Ensino Médio. Ciências da Natureza Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEF, 1999. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 11 ago. 2008.

BURIASCO, R. L. C. de. Sobre a resolução de problemas. **Nosso Fazer**, Londrina, v. 1, n. 5, p.1, 1995.

______. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Estudos em Avaliação Educacional,** São Paulo, n. 22, p.155 – 178, jul- dez, 2000.

______. Sobre avaliação e educação matemática. Conferência de Abertura. In: ENCONTRO PERNAMBUCANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., Garanhuns. **Anais...** Garanhuns: SBEM, 2002a.

______. Sobre avaliação em matemática: uma reflexão. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p. 255-264, dez. 2002b.

______. Análise da produção escrita: a busca do conhecimento escondido. In: ROMANOWSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.; JUNQUEIRA, S. A. (Org). **Conhecimento local e conhecimento universal:** a aula e os campos do conhecimento. Curitiba: Champagnat, 2004, p.243-251.

______. Análise da produção escrita em matemática uma parceria entre avaliação e prática de investigação. In: ENCONTRO BRASILIENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EBREM, 4., Brasília. **Anais...** Brasília: SBEM. 2008. p. 29-32.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.;REYS, R.E. **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. São Paulo: Atual, 1997. p. 32 – 48.

D'AMBROSIO, B. S. A evolução da resolução de problemas no currículo matemático. In: SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, 1., Rio Claro. **Anais...** Rio Claro: UNESP 2008. Disponível em: < http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo1.pdf> Acesso em: 12 nov. 2008.

ESTEBAN, M. T. Desafios escolares para a avaliação. **Revista Presença Pedagógica.** Belo Horizonte: Dimensão. 1999**.** Disponível em: <http://www.editoradimensao.com.br> Acesso em: 16 out. 2006.

______. **Avaliar:** ato tecido pelas imprecisões do cotidiano, 2000. Disponível em: <http://168.96.200.17/ar/libros/anped/0611T.PDF> Acesso em: 16 jul. 2008.

HADJI, C. **A avaliação regras do jogo:** das intenções aos instrumentos. 4. ed. Porto: Porto, 1994.

HOUAISS, A. **Dicionário eletrônico Houaiss da Língua portuguesa 1.0.** Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. CDROM.

MEDEIROS, K. M. O contrato didático e a Resolução de Problemas matemáticos em sala de aula. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 9/10, p. 32-39, 2001.

MENINO, H. SANTOS, L. Instrumentos de avaliação das aprendizagens em matemática. O uso do relatório escrito, do teste em duas fases e do portefólio no 2º ciclo do ensino básico. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 15º. Lisboa, 2004. **Actas...** Lisboa: APM, 2004. p. 271-291.

NUNES, C. C. **A avaliação como regulação do processo de ensino-aprendizagem da matemática**: um estudo com alunos do 3º ciclo do ensino básico. 2004. Tese (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa. Disponível em: <http://ia.fc.ul.pt/textos/cnunes>. Acesso em: 30 out. 2008.

ONUCHIC, L. R.. Uma história da resolução de problemas no Brasil e no mundo. In: SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, 1., Rio Claro. **Anais...** Rio Claro: UNESP 2008. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf> Acesso em: 12 nov. 2008.

PARANÁ, Conselho Estadual de Educação. **Deliberação n.º 007/99**. Curitiba, 1999.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Currículo Básico para a escola pública do Paraná.** Curitiba, 1992.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para Educação Básica.** Curitiba, 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/livro_e_diretrizes/diretrizes/diretrizesmatematica72008.pdf>. Acesso em: 23 set. 2008.

PAIVA, A. L.; BROCARDO, J.; PIRES, M. Dos números para a Álgebra: por onde vão os alunos? **Revista Educação e Matemática**, nº 85, p. 52-53, nov./dez. 2005.

PINTO, J. A. da P.. **Teste em duas Fases.** 2000. Disponível em: < http://membros.aveiro-digital.net/adam/oficina/Trabalhos/FINAIS/Pinto/Pinto.doc.> Acesso em: 20 set. 2008.

PONTE, J. P. et al. **Didáctica da matemática**. Lisboa: DES do ME, 1997. Disponível em < http://www.dgidc.min-edu.pt/mat-no-sec/> Acesso em: 15 ago. 2008.

SANTOS, L. Auto-avaliação regulada: porquê, o quê e como? In: ABRANTES, Paulo; ARAÚJO, Filomena (Org.). **Avaliação das aprendizagens**: das concepções às práticas. Lisboa: Ministério da educação, Departamento do Ensino Básico, 2002. p. 75-84. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/msantos/textos/DEBfinal.pdf>. Acesso em: 23 ago. 2008.

______. Avaliar competências: uma tarefa impossível? **Educação e Matemática**, Lisboa, 74, p. 16-21, 2003. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/msantos/Comp.pdf>. Acesso: 23 ago. 2008.

______. As actuais orientações curriculares no ensino e aprendizagem da Matemática: a avaliação e os seus desafios. 2004. Disponível em: <http://laurabandarra.googlepages.com/rm.pdf> Acesso em: 29 set. 2008

VARANDAS, J. M. **Avaliação de investigações matemáticas: uma experiência**. 2000. Tese (Mestrado) - Universidade de Lisboa, Lisboa. Disponível em: < http://ia.fc.ul.pt/textos/jvarandas/index.htm>. Acesso em: 01 nov. 2008.

YOUSSEF, A. N.; SOARES, E.; FERNANDEZ, V. P. **Matemática:** volume único para o Ensino Médio. São Paulo: Scipione, 2004.