

RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

José Augusto Sukow*
Orientadora: Violeta Maria Estephan**

RESUMO

Este artigo apresenta o relato de uma experiência com a Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática realizada em uma turma da primeira série do Ensino Médio de um colégio público do Estado do Paraná. Testou-se a viabilidade da aplicação dessas tendências nesse nível de ensino. A Resolução de Problemas foi utilizada como fase inicial de preparação para a Modelagem Matemática, pois esta necessita de um estudante com participação ativa nas aulas. Devido à boa receptividade e demonstrações de interesses dos alunos nas atividades, conclui-se que é indicado trazer para a sala de aula de forma efetiva estas duas metodologias.

Palavras-chave: Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, Aprendizagem.

ABSTRACT

This article presents the report of an experience with Problems Solving and Mathematics Modeling made by a first grade group from a public high school in the State of Paraná. The viability of the application of these tendencies in this level of teaching was tested. The Problem Solving was used as an initial stage in preparing for Mathematics Modeling, because this needs a proactive student in the class. Due to the well receptivity and interest demonstrations from the students in the activities, it is concluded, in an effective way, that these two methodologies are worth bringing to the classroom.

Keywords: Problems Solving, Mathematics Modeling, Learning.

*Licenciado em Matemática pela PUC-PR e participante do Programa de Desenvolvimento Educacional do Governo do Estado do Paraná – profejoseaugusto@seed.pr.gov.br.

** Professora da UTFPR e Mestre em Educação pela UFPR.

INTRODUÇÃO

A busca por metodologias que atraiam o interesse dos alunos e melhorem a qualidade do ensino, deve ser uma das preocupações dos professores de matemática. Assim, a utilização de metodologias que envolvam os alunos ativamente no processo ensino-aprendizagem, contribuirá para a formação de um ambiente educativo em que a ciência matemática deixe de ser algo distante e desvinculado da realidade do educando.

Nesse sentido, a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas podem contribuir significativamente para isto, pois estas tendências incentivam a criatividade e a participação direta do aluno no seu aprendizado.

No entanto, mesmo existindo vários trabalhos a respeito destes assuntos, nota-se que tais metodologias ainda não são aplicadas na Educação Básica de forma efetiva. É necessário então, já que vários autores as defendem como uma opção para a melhoria da aprendizagem, buscar formas de trazê-las para a sala de aula.

Com a intenção de contribuir com o debate e mostrar que a aplicação das tendências citadas é viável no Ensino Médio, que se faz aqui o relato de uma experiência realizada na primeira série do Ensino Médio de uma escola pública do Estado do Paraná, por ocasião da participação do autor no Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) da Secretaria de Estado da Educação do Paraná.

A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO CENÁRIO BRASILEIRO

Um número muito grande de autores defende o uso de metodologias que privilegiem a interação entre os alunos e destes com o professor, a criatividade e o estímulo à curiosidade. A postura do professor também tem sido muito debatida. Falando sobre isto Paulo Freire reflete que a tarefa do professor é “a de ensinar e não transferir conhecimento” (FREIRE, 2008, p. 47).

Os exercícios modelos, as repetições e as memorizações como base do processo de obtenção do conhecimento matemático já não corresponde às exigências da sociedade. Mesmo o argumento de preparar para o vestibular já não pode ser usado visto que o ingresso ao ensino universitário sofre mudanças.

Dentro deste contexto, sabe-se que a mudança na prática do professor é necessária, no entanto, para que isto ocorra, não é suficiente apenas o conhecimento específico da sua disciplina. Violeta Maria Estephan afirma: "... quanto mais o professor do ensino médio é dominado pela disciplina que leciona, menos ele se interessa pela pedagogia como tal. Esta falta de interesse nesta área faz com que muitos professores atualizem o conteúdo, mas não o método" (ESTEPHAN, 2000, p. 24).

Os professores têm um desafio constante que é conseguir fazer com que os estudantes sintam a vontade de aprender, porém, é importante observar que: "Não existe apetite inato de aprender: uma coisa é reconhecer interesses e necessidades nas crianças e reorientá-las para que participem ativamente na aprendizagem, outra coisa é entregar a responsabilidade dos conteúdos à espontaneidade das crianças" (LIBÂNEO, 1990, p.108).

A sociedade não aceita mais o insucesso do aluno como sendo uma falha somente dele. Questionam-se os conteúdos trabalhados, as metodologias usadas, as avaliações e até mesmo a postura dos profissionais da educação.

Outra questão que precisa ser analisada é o erro que o professor muitas vezes comete passando a falsa idéia de que nada mais há que se fazer dentro da matemática e os conteúdos estão prontos e acabados. A matemática torna-se assim, como ressalta Beatriz D'Ambrósio, "uma disciplina fria, sem espaço para a criatividade" (D'AMBRÓSIO, 1993, p.35). Esta visão limita o aprendizado desta ciência a algumas pessoas tidas como de grande inteligência e exclui a maioria da aquisição do conhecimento. Iara Rocha critica o ensino de uma matemática "perfeita", "exata" e "infallível" e alerta que se isto provoca admiração em algumas pessoas, assusta e afastam muitas outras (ROCHA, 2001, p. 26).

Defende-se neste artigo uma "Educação Matemática Crítica" (SKOVSMOSE, 2001). Segundo este autor, tal concepção deve ser "orientada pelo interesse em emancipação" (SKOVSMOSE, 2008, p.10). As aulas de matemática não podem ser reduzidas à reprodução mecânica de algoritmos e fórmulas. Ole Skovsmose afirma que é "inaceitável que o professor (apenas) tenha um papel decisivo e prescritivo. Em vez disso, o processo educacional deve ser entendido como um diálogo" (SKOVSMOSE, 2001, p.18).

A partir desta experiência, observou-se que tanto a Modelagem Matemática quanto a Resolução de Problemas, podem contribuir na formação integral do

cidadão, pois estas duas metodologias possibilitam um ambiente de aprendizagem que tem o diálogo entre os alunos e destes com o professor como princípio básico.

Entretanto, o uso de uma única metodologia, por mais eficiente que seja não conseguirá a motivação necessária para que o aluno sinta-se também responsável pela sua aprendizagem. Por estes motivos o professor precisa conhecer várias formas de trabalhar os conteúdos. Mesmo a aula expositiva tem o seu momento. O que não pode acontecer é a repetição de uma única metodologia, causando uma rotina cansativa para alunos e professores.

Foi pensando em todas estas questões que se planejou o ano letivo com algumas mudanças metodológicas que não causassem uma alteração brusca na forma que os alunos estavam acostumados, mas que também rompessem com um modelo de aula que já não consegue sucesso no processo de ensino-aprendizagem.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas tem sido apontada por diversos autores como a própria razão de se ensinar matemática. George Polya destaca que “resolver problemas é da própria natureza humana. Podemos caracterizar o homem como o animal que resolve problemas” (POLYA, 1997, p.2).

No entanto, muitas vezes quando os professores pensam estar trabalhando com problemas, na verdade são questões que em nada ou, quase nada, exigem a superação do aluno no sentido do desenvolvimento das suas potencialidades. São meros exercícios de repetição e memorização.

Resolução de exercícios e resolução de problemas são metodologias diferentes. Enquanto na resolução de exercícios os estudantes dispõem de mecanismos que os levam de forma imediata, à solução, na resolução de problemas isso não ocorre, pois, muitas vezes, é preciso levantar hipóteses e testá-las. (PARANÁ, 2006, p. 43)

Os alunos devem ser estimulados com “desafios” visando à superação do seu desenvolvimento e a resolução de problemas é uma das estratégias pedagógicas que favorecem ao aluno um aprendizado que “caminhe à frente do seu desenvolvimento” (VYGOTSKY, 1998, p. 129-130 apud ZUCHI, 2004, p. 54).

Para trabalhar com a metodologia em questão, é preciso permitir ao aluno, tempo suficiente para ler, entender, questionar, trocar ideias com os colegas e com o

próprio professor e, enfim, descobrir o que deve ser feito e como fazê-lo. O professor precisa estar preparado para ouvir. Ivanete Zuchi tratando sobre a comunicação nas aulas de matemática salienta “que é importante trabalhar a partir das concepções dos alunos, dialogar com eles, ajudá-los a fundamentar suas representações prévias, a incorporar novos elementos às já existentes, reorganizando-as se necessário” (ZUCHI, 2004, p. 54).

Os “problemas não são um conteúdo e sim uma forma de trabalhar os conteúdos” (PARANÁ, 1990, p. 66) e, portanto, não devem ser aplicados como a conclusão de um assunto. Eles devem fazer parte de todo o processo de desenvolvimento dos conteúdos. Entretanto, os alunos devem se familiarizar com esta metodologia. As reclamações do tipo “não entendi!” são constantes na hora de resolver problemas. Alguns alunos realmente têm dificuldades de aprendizagem, mas muitos, sequer leem o texto. Mesmo no Ensino Médio existem muitas dificuldades no uso desta metodologia. Ainda espera-se nas aulas de matemática, que o professor dê uma coleção de expressões ou equações, distribuídas em exercícios modelos do tipo calcule, resolva ou efetue.

O professor não pode desanimar com as reclamações que surgem no início do uso de uma metodologia diferente daquela que os estudantes estão acostumados. É aconselhável iniciar com problemas que apresentem textos curtos ou até mesmo com figuras ou representações gráficas. Propor um problema com um texto extenso logo no início causa um impacto negativo na maioria dos alunos e conseqüentemente eles não tentarão resolvê-lo. Uma sugestão é aumentar o tamanho do texto gradativamente. Outra atenção que o professor deve ter é quanto à forma de resolver que o aluno encontrou. Muitos alunos chegam a uma solução e não sabem explicar os caminhos seguidos. É preciso que eles se habituem a registrar os procedimentos usados.

MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática, que será denominada daqui em diante simplesmente de modelagem, tem sido objeto de estudo de diversos pesquisadores sendo que um dos pioneiros neste assunto, no Brasil é Rodnei Carlos Bassanezzi para o qual “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na

linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2004, p. 16). Acrescenta-se ainda o que dizem Maria Salete Biembengut e Nelson Hein: “A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações ou teorias” (BIEMBENGUT & HEIN, 2005, p. 13).

Para os autores citados, a modelagem tem relação direta com a realidade. Esta opinião está presente também em diversos trabalhos sobre o tema.

Contudo, quando se trata da modelagem no ensino, ainda aparecem diferentes concepções e acredita-se “que a Modelagem na escola pode ter diferentes características, de acordo com os objetivos emprestados a ela” (BARBOSA, 2008, p. 48). Este autor define a modelagem como um “ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a questionar ou investigar situações com referência na realidade por meio da Matemática” (BARBOSA, 2008, p. 48), Biembengut e Hein defendem a modelagem como um “caminho para despertar o interesse do aluno e ao mesmo tempo aprender a modelar” (BIEMBENGUT & HEIN, 2005, p.18); Bassanezzi vê a modelagem como uma “estratégia de ensino-aprendizagem” (BASSANEZZI,2004, p.177) e Ademir Caldeira acredita que a modelagem é mais do que um método de ensino, é um “sistema de aprendizagem” (CALDEIRA, 2004, p. 4).

Muitos estudos mostram as vantagens do uso da modelagem na Educação Básica, entretanto as aplicações nas escolas pouco têm acontecido. Existem vários relatos de experiências, mas o desconhecimento ou a insegurança dos professores no uso de tal metodologia faz com que ela apareça apenas como projetos isolados sem chegar à sala de aula de forma efetiva.

A concepção da modelagem como “ambiente de aprendizagem” (BARBOSA, 2008, p. 48), foi a que mais se adequou ao objetivo deste trabalho. Pois, através da investigação matemática de um problema real, foi possível provocar um interesse maior do aluno em fazer matemática. Partiu-se do princípio que “o fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria matemática” (BASSANEZZI, 2004, p. 38).

Numa prática tradicional de ensino, a preparação das aulas resume-se, na maioria das vezes, em escolher exemplos e exercícios que serão trabalhados em sala. Ao mudar a prática usando o ambiente de modelagem, o professor poderá se deparar com a “tensão do próximo passo” pelo fato de “lidar com situações

imprevisíveis” (OLIVEIRA & BARBOSA, 2007, p. 15). Esta tensão não deve ser vista como um obstáculo na utilização da modelagem na sala de aula. A pesquisa na área, através dos relatos e da troca de experiências, permite que o professor tome consciência dos limites no uso desta tendência e dos desafios que podem surgir. Também um bom planejamento e até algumas “simulações” podem mostrar eventuais indagações e sugestões que os estudantes farão. No entanto, um professor que não se sinta a vontade em interagir com os alunos, terá mais dificuldades de obter bons resultados numa aula em que surpresas podem ocorrer.

RELATO DO TRABALHO NA ESCOLA

No início do ano letivo realizou-se uma pesquisa com 42 alunos de uma turma da primeira série do Ensino Médio com o título “1º B – Quem somos?”. Os itens pesquisados foram: gênero, idade, escola de origem, cidade em que nasceu e bairro onde reside. Levantados os dados, foi solicitado que tabulassem e representassem graficamente. A partir dos resultados, foram trabalhadas questões envolvendo os resultados obtidos como, por exemplo, distância da casa de cada aluno até a escola, tempo gasto e o percentual de alunos com relação a cada item pesquisado. Aproveitou-se a oportunidade para rever e aprofundar os conteúdos porcentagem, regra de três, operações e representação gráfica. O objetivo, além de conhecer a turma e revisar os conteúdos, foi mostrar que a matemática é uma Ciência que ajuda a compreender a sociedade por meio da análise e interpretação de dados de problemas reais.

Após a pesquisa, iniciaram-se os trabalhos com os conteúdos específicos da primeira série, usando a metodologia resolução de problemas. Entretanto, trabalhar com esta metodologia é sempre um desafio, pois exige do professor a capacidade para saber quando e quanto deve ajudar os alunos. George Polya dá uma indicação a este respeito: “...,se o professor auxilia seus alunos apenas o suficiente e discretamente, deixando-lhes alguma independência ou pelo menos alguma ilusão de independência, eles podem se inflamar e desfrutar a satisfação da descoberta” (POLYA, 1997, p. 3).

É comum o professor sentir-se tentado a elucidar os problemas dos alunos de forma rápida devido ao tempo da aula ou até mesmo pelo desinteresse da turma. Os alunos, muitas vezes, ficam esperando que o professor resolva o problema para

copiar. Mas é preciso dar ao aluno o tempo e as condições para que ele encontre as suas próprias soluções. Dar-lhe o direito de errar e também incentivar-lhe a acertar é uma tarefa que o professor que opta pela resolução de problemas não pode deixar de fazer nas suas aulas. O papel do educador é fundamental e por isto ele deve saber o momento da intervenção. Nunca cedo demais para não tornar os alunos dependentes da sua ajuda, mas também nunca tarde demais para que eles não desanimem e desistam. É sempre um desafio, porém os resultados mostraram que o interesse e a participação melhoram. Isto está ilustrado nas palavras de um aluno: “Desta matemática de “pensar” eu gosto, mas precisamos de tempo. A gente pode resolver de várias maneiras. O que eu não gosto é desse negócio de fazer “continhas” e resolver aquelas equações. Eu nunca acerto. Sempre me esqueço de alguma coisa” (F. F. S, 15 anos). Este aluno queixou-se de que sempre passou em matemática com muita dificuldade e para espanto da turma e da própria mãe, aumentou o seu interesse, melhorou o seu desempenho e conseqüentemente a sua nota também aumentou em relação aos anos anteriores. Numa conversa com a mãe, esta relatou que o filho continuava resolvendo em casa os problemas dados em sala: “Isto nunca aconteceu antes” (mãe do aluno F. F. S.).

Na maior parte das vezes, os problemas foram trabalhados em equipes e de forma colaborativa. Também se procurou criar um ambiente educativo não competitivo, pois isto desestimula os menos preparados para as atividades. Entretanto, trabalhar em equipe ainda não é uma tarefa fácil para os alunos e também para os professores. Como diz Herivelto Moreira: “Trabalhar em grupo não significa sempre trabalhar juntos, pois a organização em grupos pode se basear em uma divisão de trabalho ou em repartir tarefas e papéis, distribuindo assim as responsabilidades” (MOREIRA, 2003, p. 128).

Durante todo o período desta experiência observou-se que as atividades em equipe foram as que mais tiveram a participação dos alunos. Até os problemas de indisciplina e desinteresse eram menores durante as aulas com esta dinâmica. Em alguns momentos houve a necessidade da intervenção do professor, contudo as discussões e as falas altas eram provocadas pelo envolvimento no assunto ou em outros casos pelo autoritarismo de alguns alunos querendo impor aos demais a sua opinião. Estes problemas não podem ser vistos como indisciplina e sim como momentos de aprendizagem dos alunos frente às negociações necessárias na vida

em sociedade. O professor deve intervir e fazer com que os alunos busquem o entendimento de forma ética.

Num ambiente de aprendizagem em que o diálogo é fundamental, a relação professor/aluno não pode ser de autoritarismo de nenhum dos lados. O professor deve ocupar uma posição de mediador entre o conhecimento e os alunos e é preciso que ambos sejam os “co-autores” do processo ensino-aprendizagem (GASPARIN, 2003, p. 2).

Os livros didáticos trazem problemas nos diversos conteúdos e que podem ser adaptados com informações atualizadas tiradas de sites, jornais ou revistas. Fazer os alunos pesquisarem os dados também foi uma prática constante. Problemas relacionados às questões sociais ou que estejam sendo explorados pela mídia, podem ser mais atrativos para os estudantes.

Foram feitas várias atividades com esta metodologia durante os quatro meses em que esta experiência foi realizada. Seguem alguns exemplos:

Os alunos fizeram uma pesquisa dos preços cobrados pelos táxis da cidade. Após a obtenção dos dados e de uma fórmula que relaciona o preço de uma corrida em função da distância percorrida, montaram uma tabela e um gráfico com todos os preços de uma corrida de 1 km até 30 km, nas bandeiras 1 e 2. Dos quarenta e dois alunos, 18 alunos usaram um editor de gráficos e os demais, fizeram em papel milimetrado.

Usando a tabela com as faixas de contribuições do Imposto de Renda, foram trabalhados com a turma, problemas envolvendo este imposto. As informações não foram dadas pelo professor. As faixas de contribuições e a fórmula para calcular o imposto devido, foram pesquisadas pelos alunos no site da Receita Federal e uma aluna pesquisou também em um escritório de contabilidade.

Com a Torre de Hanói, os alunos construíram uma tabela que mostra a quantidade de discos e a quantidade de movimentos. Em seguida, através de investigação matemática, obtiveram a fórmula que dá a quantidade mínima de movimentos em função da quantidade de discos. Em seguida fizeram a representação gráfica. Um fato importante foi a observação feita por um aluno alertando que os pontos não poderiam ser “ligados”, pois o conjunto domínio da função não era o conjunto dos números reais e sim o conjunto dos números naturais.

O crescimento do pé de feijão: cada aluno plantou cinco grãos de feijão e observou o seu crescimento, medindo e registrando em uma tabela. Posteriormente, foi feita a investigação para descobrir uma fórmula aproximada que dá a altura de uma das plantas em função do tempo de vida (em dias). Para conseguir a fórmula foi necessária a ajuda de um programa computacional e isto dificultou a conclusão desta atividade, pois nem todos os alunos dispõem de um computador em casa. Apenas dois alunos conseguiram a fórmula. Porém o objetivo que era relacionar a Matemática e as suas ferramentas (tabelas, fórmulas, medidas) com a Biologia (crescimento de uma planta) foi atingido, fazendo os alunos perceberem a interação entre as duas ciências aparentemente “distantes”.

Estes são apenas alguns dos problemas trabalhados. Em algumas vezes foram usadas situações reais e outras vezes situações de investigações Matemáticas não vinculadas a um problema real, mas que, de alguma forma, atraíssem a atenção dos estudantes.

UMA EXPERIÊNCIA COM A MODELAGEM

Levando em conta a opinião de Jonei Cerqueira Barbosa de que os “professores devem desenvolver atividades de Modelagem por si mesmo” e ainda que “é necessário a *experiência própria* e não somente leituras sobre o tema” (BARBOSA, 2004, p.7), que decidiu-se realizar uma experiência com a modelagem a qual consistiu em analisar o problema do excesso de peso das mochilas escolares. O objetivo era verificar através de ferramental matemático (tabelas, gráficos, fórmulas, medições, etc...) se realmente o problema existia e, em caso afirmativo, procurar eventuais soluções para reduzir o peso carregado pelos alunos.

O início desta atividade com a modelagem foi uma reunião com a turma para expor a situação. Houve uma conversa com os alunos e foram exibidos alguns vídeos com reportagens sobre o assunto que são muito comuns no início do ano letivo. Este foi o ponto de partida. O envolvimento dos alunos com sugestões foi algo que chamou a atenção e este “envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem” (PONTE, 2006, p.23). Foi necessário delimitar o tema para poder organizar o trabalho. No entanto, tomou-se o cuidado para não desmotivar algum aluno por não ter sido aceita a sua sugestão. Após isto, foram formadas oito equipes para realizarem as atividades.

Iniciou-se com uma pesquisa sobre “o peso das mochilas escolares”. Todas as fontes foram aceitas (revistas, jornais, internet, consulta a especialistas, etc...). O objetivo foi dar embasamento para a segunda atividade (debate). Os alunos trouxeram reportagens, artigos e até algumas leis que tratam do assunto em alguns estados, como por exemplo, Rio de Janeiro, Santa Catarina e um projeto que se encontra, atualmente, em tramitação no Congresso Nacional. Organizou-se então um debate com o tema. A turma foi dividida em dois grupos. Um dos grupos defendeu a ideia de que os “culpados” pelo excesso de peso são os alunos e o outro grupo defendeu a ideia de que a escola é a “culpada” pelo problema. O objetivo desta atividade foi envolver mais os alunos e exigir que eles argumentassem em cima de comprovações feitas através de embasamento teórico e também de pesquisas com os colegas e com os pais. Uma aluna relatou que conversou até com o motorista da sua condução escolar e este lhe disse que o peso das mochilas é um problema para ele também, pois tem que levar isto em conta antes de preencher todas as vagas, senão poderá causar excesso de peso no seu veículo.

A participação mais destacada foi do grupo que apontou os alunos como os culpados pelo peso carregado. Eles analisaram a mochila de uma das alunas. Mostraram a quantidade de materiais desnecessários para as atividades estudantis que ela carregava. O grupo foi tão convincente em seus argumentos que até os oponentes concordaram com as colocações feitas.

A importância desta atividade foi a criação de um ambiente aberto às participações de todos. O peso das mochilas passou a ser o assunto de muitos alunos até mesmo de outras turmas. Acredita-se que sem este envolvimento, o trabalho seria mais difícil.

Terminado o debate, foram levantadas diversas questões como, por exemplo:

- Os alunos realmente estão carregando mais peso do que deveriam?
- Isto ocorre em todos os dias?
- Quais seriam os motivos do excesso de peso?
- Os materiais solicitados pela escola poderiam ser modificados com vistas a diminuir o peso?

Para tentar responder estas questões, decidiu-se fazer uma pesquisa com uma das quintas-séries da escola.

A pesquisa de campo iniciou-se numa segunda-feira com a pesagem dos alunos e das mochilas. Nos dias seguintes, até sexta-feira, foram pesadas somente as mochilas. Os dados foram registrados na tabela 1.

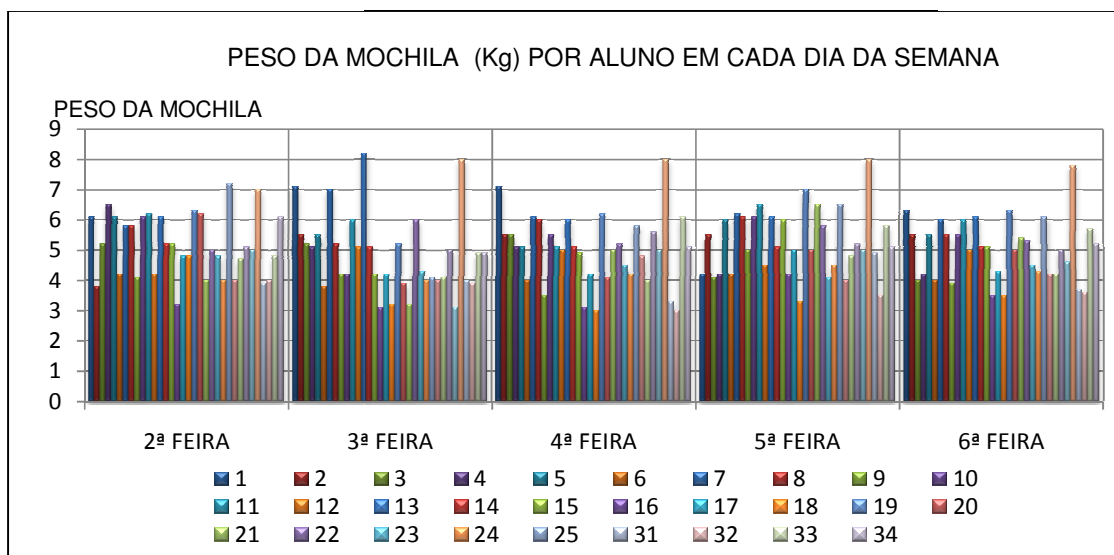
TABELA 1: PESQUISA REALIZADA NA 5ª SÉRIE

PESO DOS ALUNOS E DAS MOCHILAS						
PESQUISA REALIZADA NO PERÍODO: 30/03/2009 a 03/04/2009						
nº	Peso do aluno	PESO DA MOCHILA				
		2ª feira	3ª feira	4ª feira	5ª feira	6ª feira
01	47	6,1	7,1	7,1	4,2	6,3
02	38	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5
03	45	5,2	5,2	5,5	4,1	4,0
04	30	6,5	5,1	5,1	4,2	4,2
...

Tendo em mãos os resultados da pesquisa, as equipes voltaram a se reunir para análise da tabela.

Em seguida, os alunos fizeram a representação gráfica que mostra o peso da mochila de cada aluno em cada dia da semana. Todas as equipes fizeram o esboço dos gráficos em sala e na aula seguinte trouxeram o gráfico feito em papel milimetrado. Apenas duas equipes apresentaram o mesmo gráfico feito num programa computacional (figura 1).

FIGURA 1: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA TABELA 1



Com esta representação gráfica foi possível observar os alunos que carregam mais peso e também os dias em que o peso das mochilas é maior.

Fazendo pesquisas sobre o assunto, os alunos descobriram que, segundo alguns especialistas, o peso máximo que uma pessoa pode transportar, em curtas distâncias, não deve ultrapassar 10% do seu peso corporal. Levando em conta essa recomendação, discutiu-se como fazer para mostrar aos alunos pesquisados qual deveria ser o peso máximo carregado por eles. A sugestão foi montar uma tabela que mostrasse o peso máximo ideal da mochila de um aluno em função do seu peso.

TABELA 2: PESO DO ALUNO E PESO MÁXIMO DA MOCHILA

PESO EM KG DO ALUNO (x)	PESO MÁXIMO EM KG DA MOCHILA (y)
29	2,9
30	3,0
31	3,1
32	3,2
33	3,3
...	...

Os alunos foram orientados a procurarem regularidades entre as duas colunas. O objetivo foi que eles descobrissem a relação que existe entre a coluna “peso do aluno” (x) e a coluna “peso da mochila” (y) e descobrissem a “lei de formação” dessa função. Algumas leis encontradas:

- $y = 10\%.x$
- $y = 0,1.x$
- $y = 0,10.x$
- $y = x/10$

Com a fórmula, os alunos representaram graficamente os dados. Primeiro o esboço feito manualmente em sala e depois o gráfico feito no papel milimetrado (figura 2) ou num programa computacional (figura 3).

FIGURA 2: ESBOÇO DO GRÁFICO DA TABELA 2 FEITO POR UMA EQUIPE

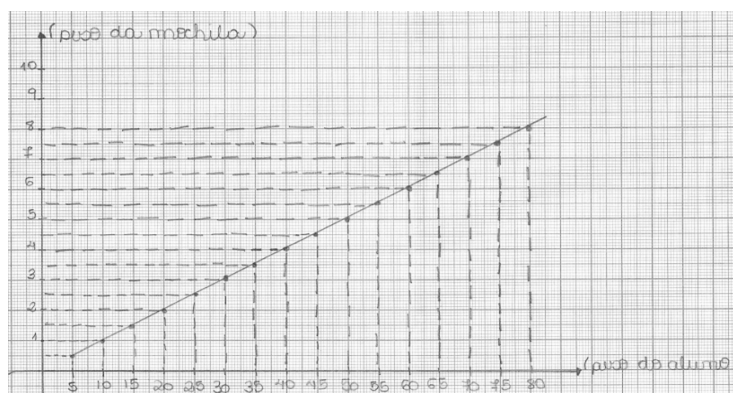
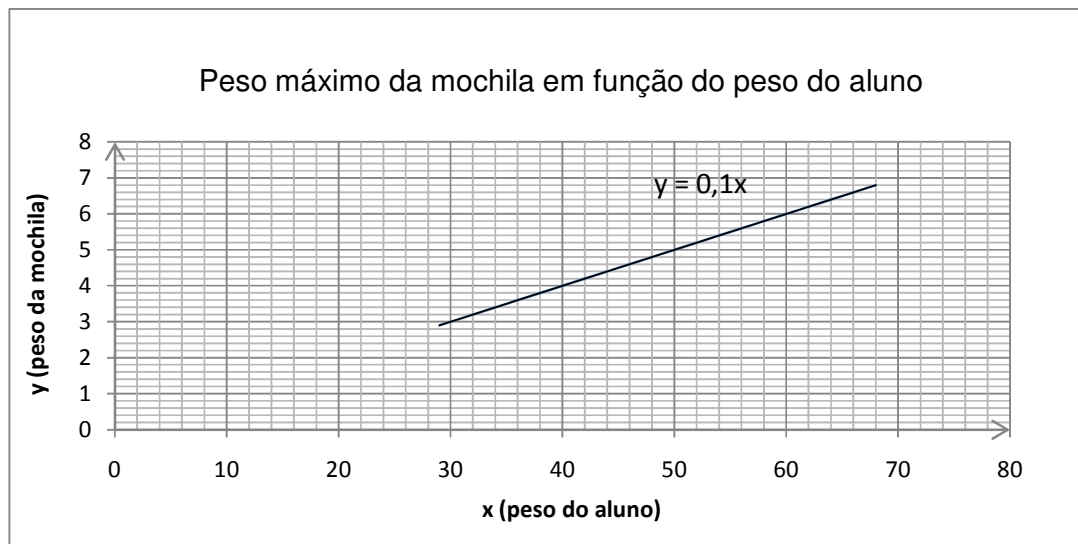


FIGURA 3: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA TABELA 2



Com esta representação gráfica foram trabalhados os conceitos de função, relação de dependência, função crescente e decrescente, domínio e imagem da função e os coeficientes linear e angular.

Após esta atividade, foram apresentadas aos alunos mais algumas tabelas relacionadas a outros problemas reais, para que eles achassem as fórmulas.

No decorrer da atividade anterior, uma aluna fez uma observação: “além do peso carregado pelos alunos, também tem o ‘peso’ para pagar os materiais no início do ano!” (R. S. G, 14 anos). Esta aluna chamou a atenção para o custo que os materiais escolares representam para as famílias. Foi sugerido então que os alunos modelassem este problema. Uma das dúvidas foi quais seriam os parâmetros para comparar a porcentagem que o custo dos materiais escolares representa para uma família. Uma aluna sugere que fosse usado o salário mínimo. Outro aluno alertou que no Paraná existe o salário mínimo regional e o nacional: “Qual será usado?” (D. A. R., 16 anos). A turma decidiu usar os dois salários. Outra dúvida foi como resolver o problema? Como poderia ser representado?

A modelagem propicia o surgimento de dúvidas, dando ao professor e aos alunos, o “motivo” para estudar determinado conteúdo. Após algumas discussões e sugestões, uma equipe apresentou uma proposta: “podemos classificar as rendas familiares em quantidade de salários mínimos e calcular o percentual usado na compra dos materiais”. Com a concordância de todos, iniciou-se a pesquisa dos preços e a construção dos gráficos.

TABELA 3: LISTA DOS MATERIAIS COM OS RESPECTIVOS PREÇOS

MATERIAIS SOLICITADOS PARA A 5ª SÉRIE			
Produto	Valor unitário (R\$)	Quant.	Valor total(R\$)
Caderno quadriculado 100 fls.	0,70	1	0,70
Caderno 50 fls.	0,65	3	1,95
Caderno de desenho	3,10	1	3,10
Lápis de cor	7,80	1	2,10
Giz de cera	1,90	1	1,90
Lápis preto	0,45	2	0,90
Caneta esferográfica	0,50	2	1,00
Cola branca	0,80	1	0,80
Tesoura	2,10	1	2,10
Apontador	0,15	1	0,15
Borracha	0,15	1	0,15
Régua	0,70	1	0,70
Papel sulfite	2,49	500	12,45
Mini dicionário – português	16,30	1	16,30
Mini dicionário – inglês	16,30	1	16,30
Livro de Inglês	37,00	1	37,00
TOTAL			R\$ 156,83

TABELA 4: PORCENTAGEM DA RENDA FAMILIAR UTILIZADA NA COMPRA DOS MATERIAIS

Salário Mínimo Nacional: R\$ 465,00*		
Quantidade de salários	Renda familiar (R\$)	% da renda usada na compra dos materiais
1	465,00	33,7
2	930,00	16,8
3	1395,00	11,2
4	1880,00	8,3
5	2325,00	6,7
6	2790,00	5,6
7	3255,00	4,8
8	3720,00	4,2
9	4185,00	3,7
10	4650,00	3,4

*Fonte: Diário Oficial da União de 30/01/2009 - seção 1 - p. 1.

TABELA 5: PORCENTAGEM DA RENDA FAMILIAR UTILIZADA NA COMPRA DOS MATERIAIS

Salário Mínimo Estadual*: R\$ 610,12**		
Quantidade de salários	Renda familiar (R\$)	% da renda usada na compra dos materiais
1	610,12	25,7
2	1220,24	12,8
3	1830,36	8,5
4	2440,48	6,4
5	3050,60	5,1
6	3660,72	4,3
7	4270,84	3,7
8	4880,96	3,2
9	5491,08	2,8
10	6101,20	2,6

*Para trabalhadores da categoria 5 (classificação brasileira de ocupações).

**Fonte: Diário Oficial do Paraná, nº. 7962 de 4 de Maio de 2009, p. 3.

FIGURA 4: ESBOÇO DA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS TABELAS 4 E 5

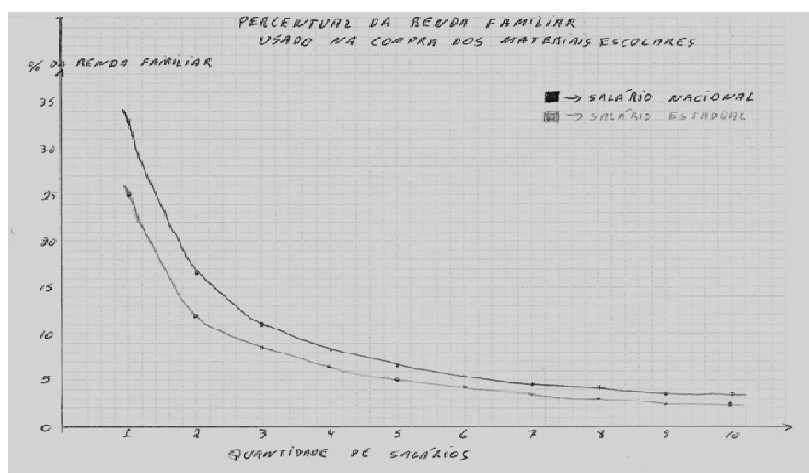
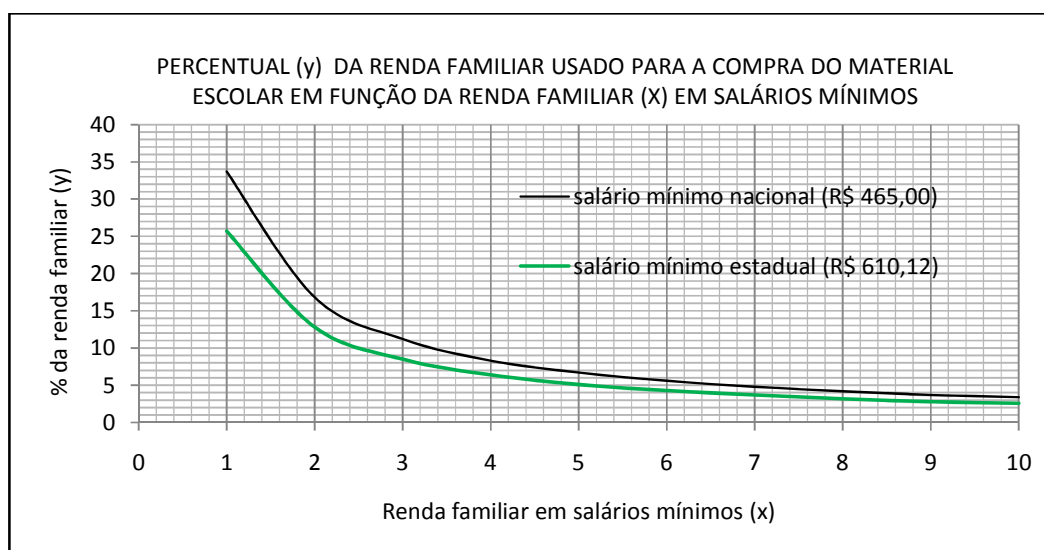


FIGURA 5: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS TABELAS 4 E 5



Não foi pedido aos alunos que encontrassem uma fórmula relacionada a este problema, isto exigiria mais tempo e poderia desmotivar as equipes, pois a turma já havia se afastado da proposta inicial, mas foi interessante este “desvio”, pois vários conteúdos puderam ser trabalhados ou revisados nesta fase.

As equipes retornaram então para a pesquisa sobre o peso das mochilas. Como já tinham as informações de qual era o peso de cada aluno e o peso carregado por ele, precisavam agora saber qual seria o peso se o aluno carregasse somente o que a escola solicitou para cada disciplina. Para isto precisavam saber o peso dos materiais usados e a distribuição das aulas (tabelas 6 e 7):

TABELA 6: DESCRIÇÃO DOS MATERIAIS E OS RESPECTIVOS PESOS

DISCIPLINA	MATERIAIS	PESO
Artes	1 caderno	0,4Kg
Português	1 caderno, 1 livro e 1 dicionário	1,6Kg
Inglês	1 caderno, 1 livro e 1 dicionário	1,2Kg
Matemática	1 caderno e 1 livro	1,2Kg
Ciências	1 caderno	1,0Kg
Geografia	1 caderno e 1 livro	1,0Kg
História	1 caderno e 1 livro	1,0Kg
Ed. Física	1 caderno	0,4Kg
Ens. Religioso	1 caderno	0,4Kg
Materiais diversos	Mochila, agenda, estojo, lápis, canetas, lápis de cor, cola, etc...	1,5Kg

TABELA 7: DISTRIBUIÇÃO DAS AULAS

2ª feira	3ª feira	4ª feira	5ª feira	6ª feira
Artes	Ciências	Ciências	Ciências	História
Português	Geografia	Geografia	Artes	Ens. Religioso
Português	Matemática	Geografia	Português	História
Inglês	Inglês	História	Matemática	Ed. Física
Matemática	Matemática	Inglês	Ed. Física	Português

Tendo todas estas informações, eles calcularam o peso que realmente o aluno precisava carregar em cada dia. Discutiu-se como poderia ser uma tabela que fornecesse várias informações e de maneira objetiva para encaminhar a cada pesquisado. Chegou-se ao modelo a seguir:

TABELA 8: PESO CARREGADO PELOS ALUNOS/PESO IDEAL/PESO NECESSÁRIO

Aluno: XXXXXXXXXXXX	nº: 08		Peso: 28kg		Série: 5ª
DIA	2ª FEIRA	3ª FEIRA	4ª FEIRA	5ª FEIRA	6ª FEIRA
Peso máximo*	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8
Peso real**	5,8	5,2	6,0	6,1	5,5
Peso necessário***	5,9	5,9	5,7	6,1	4,9

* O peso máximo recomendado é 10% do peso do aluno.
 ** Peso que o aluno estava carregando no período de 30/03/2009 a 03/04/2009.
 ***Peso dos materiais usados pelas disciplinas do dia.

A análise desta tabela mostrou que o peso dos materiais solicitados pela escola ultrapassa o peso máximo recomendado para o aluno em questão e observou-se também que isto acontece com a maioria dos pesquisados. Isto será discutido na elaboração da próxima lista de materiais da escola.

Após concluírem que de fato existe o problema do excesso de peso carregado pelos alunos e de que isso é prejudicial à saúde, as equipes fizeram as suas sugestões para cada segmento envolvido no assunto, objetivando reduzir a carga excessiva das mochilas. Cada equipe debateu os resultados e apresentou sugestões para diminuir o problema, as quais foram selecionadas pela turma e serão divulgadas à comunidade escolar.

TABELA 9: SUGESTÕES DOS ALUNOS PARA REDUZIR O PESO DAS MOCHILAS

Para a escola	<ul style="list-style-type: none"> • Ter um local para deixar os livros na escola e só levar para casa quando for necessário; • Melhorar a distribuição das aulas de modo que o horário seja elaborado considerando o peso dos materiais que os alunos devem carregar em cada dia; • Fazer listas de materiais por períodos (bimestre, trimestre ou semestre) e não listas anuais para evitar que as famílias se obriguem a comprar todo o material a ser usado no início do ano.
Para os professores	<ul style="list-style-type: none"> • Quando não for usar algum material, como o livro, por exemplo, avisar antecipadamente; • Levar em conta, <u>sem prejuízo da qualidade</u>, o peso do livro didático no momento da escolha.
Para a família	<ul style="list-style-type: none"> • Escolher os materiais adequados na hora da compra lembrando-se do peso que eles podem representar; • Observar diariamente as mochilas para certificarem-se de que os filhos não estão carregando materiais desnecessários; • Não comprar cadernos para o ano todo. Dar preferência aos cadernos com menos folhas e sem capa dura; • Comprar mochilas mais leves.
Para os alunos	<ul style="list-style-type: none"> • Carregar somente o necessário para as aulas; • Verificar o horário e organizar a mochila somente com os materiais que serão usados naquele dia; • Não se deixar levar pelo consumismo e comprar os materiais que realmente precisa; • Pedir aos professores que avisem quando não serão utilizados determinados materiais;

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com esta experiência observaram-se algumas ocorrências relatadas por professores que já aplicaram a modelagem na sala de aula. Um exemplo disto é a já citada neste artigo, “tensão do próximo passo” pelo fato de “lidar com situações imprevisíveis” (OLIVEIRA & BARBOSA, 2007, p. 15). Os alunos fazem colocações que nem sempre têm respostas imediatas. Contudo, o professor deve prever que isto pode acontecer quando usa uma metodologia aberta à investigação e ao diálogo e deve enfrentar isto com naturalidade. O uso da Resolução de Problemas e as atividades em equipes foram importantes na fase preparatória para a modelagem, a qual exige um aluno participativo e disposto a investigar.

Uma das dificuldades que existe na aplicação da modelagem na sala de aula é o tempo. É difícil conciliar uma atividade de modelagem com o tempo escolar. A interrupção causa um “esfriamento” no interesse dos estudantes e o professor precisa retomar o que foi feito e reanimar a turma em cada aula. Além disso, as faltas dos alunos também atrapalham. Houve um dia em que uma das equipes estava com apenas um componente. O que fazer neste caso? Isto exige uma decisão rápida do professor.

Conclui-se dizendo que, apesar de ocorrerem alguns problemas quando se muda para uma metodologia que privilegia a participação ativa do aluno, que esta experiência foi bem sucedida e deu o estímulo para continuar a pesquisa no sentido de inovar a prática na sala de aula com estas e outras metodologias. Se for esperada uma mudança no comportamento do aluno é necessário que o professor também tenha outro tipo de comportamento e que, acima de tudo, haja o compromisso com uma educação que além do desenvolvimento da autonomia intelectual do aluno, também promova a tolerância e a cooperação.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. As relações dos professores com a Modelagem Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife: SBEM, 2004. 1 CD-ROM.

_____. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. **Acta scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Canoas, v. 10, n. 1, p. 47-58, 2008.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, M.S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 3ª ed. São Paulo: Contexto, 2005.

CALDEIRA, A. D. Modelagem matemática: produção e dissolução da realidade. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Pernambuco. Anais... Pernambuco 2004.1. CD ROM.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o Grande Desafio. **Pró-Posições**. V. 4, n. 1 [10], p. 35 – 41, 1993.

ESTEPHAN, Violeta Maria. **Perspectivas e limites do uso de material didático manipulável na visão do professor de matemática do Ensino Médio**. Dissertação apresentada sob orientação da Doutora Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: 2000.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa**. 37. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2008.

GASPARIN, João Luiz. **Uma Didática para a Pedagogia Histórico-Crítica**. 2ª ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2003.

LIBÂNEO, José Carlos. **Democratização da escola pública: a pedagogia crítico social dos conteúdos**. São Paulo: Loyola, 1985.

MOREIRA, Herivelto. A formação continuada do professor: as limitações dos modelos atuais. **Caderno do Programa de Pós-Graduação em Educação**. Ano 10. N. 1, p. 123-133. Comunicações (Piracicaba), jun. 2003.

OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. A primeira experiência de modelagem matemática e a tensão do "próximo passo". In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, Belo Horizonte. Anais... Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 CD ROM.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Currículo básico para a escola pública do Paraná**. Curitiba: SEED/DEPG, 1990.

_____. Secretaria de Estado da Educação – Seed. **Diretrizes curriculares de matemática para a educação básica**. Curitiba: SEED, 2006.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, S. E REYS, R. E. (org). **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo, Atual Editora, 1997. p. 1-3.

PONTE, J. P.; BROCCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ROCHA, Iara Cristina Bazan da. Formação para a Exclusão ou para a Cidadania? **Educação Matemática em Revista**, Recife, n. 9, p. 22 – 31, 2001.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica**: a questão da democracia. Campinas, São Paulo: Papyrus. 2001.

_____. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papyrus, 2008. (Coleção perspectivas em educação matemática).

ZUCHI, Ivanete. A importância da linguagem no ensino de matemática. **Educação Matemática em Revista**, Recife, n. 16, p. 49 – 55, 2004.