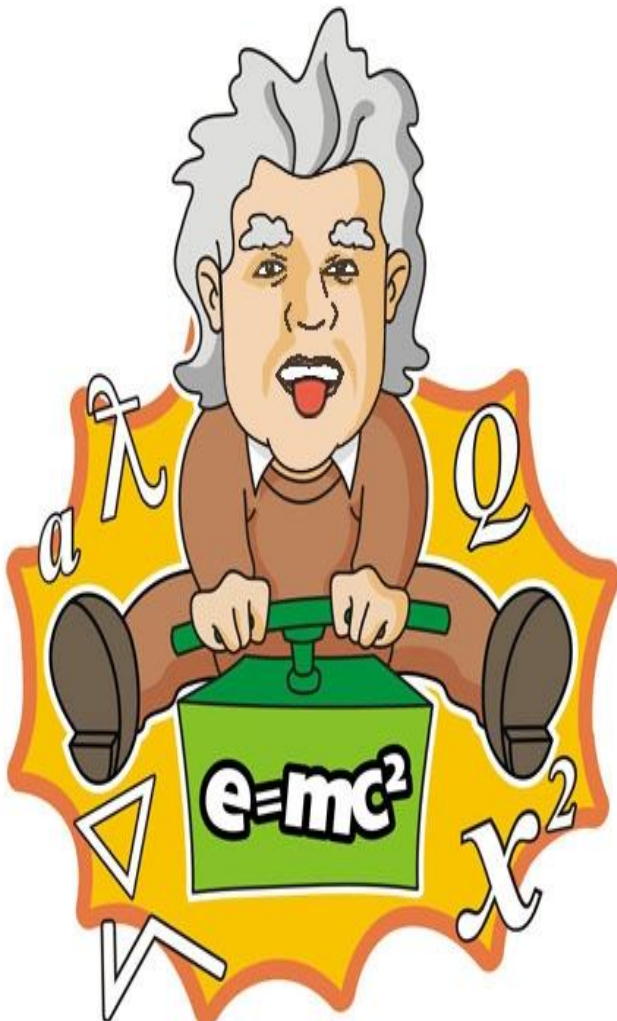


# Relatividade Restrita



**Tony Marcio Groch**

**Orientador: Prof. Dr. Arandi**

**Ginane Bezerra Junior**

**Secretaria de Estado da**

**Educação - SEED**

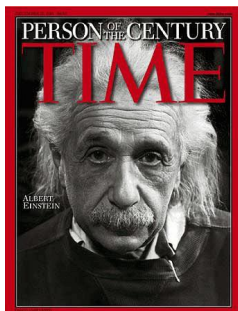
**Programa de**

**Desenvolvimento**

**Educcional -PDE**

*Este é um trabalho de inserção pedagógica do Programa de Desenvolvimento Educacional PDE, turma Física 2008, que objetiva trazer o Ensino de Física para o século XXI, ou seja, aproximá-lo do mundo tecnológico no qual os nossos queridos alunos estão inseridos, possibilitando a abordagem de aspectos fundamentais da ciência e a compreensão de equipamentos que fazem parte de seu cotidiano, como o GPS (Global Position System).*

*A Física Escolar nos manuais ainda trabalha principalmente o que conhecemos como Física Clássica (a Física até o final do século XIX), e ainda muito matematizada. Escolhi o tema de Relatividade Restrita (também conhecida como Especial), por ter sido um marco histórico. Seu autor, Albert Einstein, tornou-se o físico mais conhecido da história, XX.*



Einstein foi considerado pela revista America Time como a personalidade do século XX.

*Com este trabalho, espero contribuir para a definitiva implantação da Física Moderna (final do século XIX até a Segunda Guerra Mundial) e a Contemporânea (até nossos dias) no ensino médio.*

*A Física está, com certeza, inserida em nossas vidas (medicina, comunicações, entretenimento, etc.), portanto, temos que promover, através das experiências reais ou mentais (em um tempo onde o virtual tem lugar de destaque), a compreensão do mundo físico que nos circunda.*

*Este material será utilizado de forma tentativa de inserção de Física Moderna e Contemporânea nas aulas de física do Colégio Estadual do Paraná no primeiro semestre de 2009 para 4 turmas do primeiro ano do ensino médio, a fim de complementar a bibliografia oficial (manuais didáticos).*

**“A imaginação é tudo.  
É a antevisão das coisas que  
vamos atrair para a nossa vida.”**

**Albert Einstein**

*Ninguém possui idoneidade para fazer afirmações a respeito do espaço absoluto ou do movimento absoluto. São meras formas do espírito, construções mentais que não podem ser embasadas na experiência. Todos os princípios da mecânica resultam dos nossos conhecimentos empíricos a respeito das posições e dos movimentos relativos dos corpos.*

*Albert Einstein.*

## GEDANKENEXPERIMENT

O Experimento mental, ou Gedankenexperiment<sup>1</sup>, era muito utilizado por Einstein, já que o mesmo era um físico teórico. Por exemplo:

**Se você pudesse se deslocar a velocidade da luz, que é de 300.000.000 m/s, o que aconteceria se perseguíssemos um raio de luz com a velocidade da luz?**

**Considere um vagão com duas lâmpadas em extremidades opostas e com um observador no centro. Suponha que o observador veja as duas lâmpadas com o mesmo tamanho e mesma**

---

<sup>1</sup> Uma 'experiência ideal' (Gedanken Experiment) é um exame mental de como funcionaria uma teoria em condições extremas, que é feito em forma de uma experiência imaginária.

intensidade. Fosse uma mesa, ou tábua, onde estivessem fixas tais lâmpadas, poderia girá-los à vontade, que a intensidade ficaria inalterada (salvo durante a rotação). Ao vagão em que isso ocorra, e a todo sistema de coordenadas que a ele estiver parado, denominaremos “Sistema em Repouso”. O que ocorre, porém, num vagão dotado de velocidade não nula com relação ao citado?

## Um pouco de história

O termo relatividade está associado ao nome de Albert Einstein (1879-1955), porém a concepção de relatividade já havia sido percebida na Grécia antiga, sendo um exemplo disto a noção de vertical, considerada relativa em relação à esfericidade da Terra.

A formalização do conceito da relatividade aparece com Galileu Galilei (1564-1642), a qual é

conhecida como **Relatividade Galileiana**. Einstein toma como base inicial dos seu trabalho a introdução de mudanças fundamentais nos conceitos de tempo e espaço. Em 1905, o qual é chamado de ano miraculoso (*annus mirabilis*), em que Einstein escreve cinco artigos seminais na revista *Annalen der Physik*. O quarto artigo, intitulado "*Zur Elektrodynamik bewegter Körper*" ("Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento"), estabelece os postulados da chamada Relatividade Restrita ou Especial, que era considerado pelo próprio Einstein apenas um esboço grosseiro sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento, usando uma modificação da teoria do espaço e tempo.

Já no seu quinto artigo, "*Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?*" ("A inércia de um corpo depende da sua energia?"), ele propõe sua famosa equação  $E=mc^2$ .

Os outros artigos publicados neste ano, por Einstein são: o primeiro artigo *Über einen die Erzeugung und Umwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Standpunkt*" ("Sobre um ponto de vista heurístico concernente à geração e transformação da luz"), para Einstein este é considerado o único

revolucionário. O segundo artigo, "*Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen*" ("Sobre uma nova determinação das dimensões moleculares"), foi utilizado como tese de doutoramento na Universidade de Zurique, e o terceiro artigo, "*Über die von der molekulartheoretischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen*" ("Sobre o movimento de partículas suspensas em fluidos em repouso, como postulado pela teoria molecular do calor") que trata do movimento Browniano.

## Relatividade galileana

A humanidade sempre buscou entender melhor a natureza, e a busca de compreender o movimento dos corpos já aparece antes de Cristo, a descrição destes em relação a outros, em Movimentos Uniformes ou em acelerados, iniciou-se com o filósofo grego Zenão, de Eléia (500 – 451 a.C.), culminando com a Teoria da Relatividade Restrita de Einstein, em 1905. (WOLF, 2005).



Aristóteles (?384 a.C. -342 a.C) buscou descrever o movimento dos corpos, sendo que suas idéias permaneceram aceitas por mais de vinte séculos. Segundo ele, a matéria era composta basicamente de quatro elementos terrestres: fogo, ar, água e terra. Estes elementos tinham posições determinadas no Universo, chamadas lugares naturais.

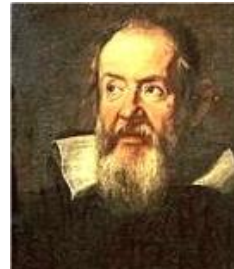
As idéias aristotélicas somente começaram a serem questionadas quando o sistema geocêntrico foi colocado em cheque, então nesta época a descrição dos movimentos passou a ser analisada de maneira mais matemática, e não apenas filosófica. Galileu levou para além da discussão do movimento planetário, contribuindo para o desenvolvimento da Mecânica, estabelecendo as leis da queda livre de um corpo e introduzindo o método experimental em Física; e determinando o princípio da relatividade dos movimentos, ou princípio da independência dos

## Transformações galileanas

movimentos, que utilizou visando a demonstração da trajetória parabólica dos projéteis.

A Relatividade Galileana, termo utilizado por Einstein, trata da descrição de movimentos em relação a um referencial inercial, ou seja, um referencial<sup>2</sup> em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme (não acelerado) em relação a outro referencial.

Um sistema de referência é a partir do qual o movimento é observado e medido. Um determinado objeto pode ter diferentes valores de velocidades em relação a diferentes sistemas de referência.



O referencial absoluto era o Éter<sup>3</sup>, seria o meio em repouso no universo que preencheria o

---

<sup>2</sup> **referencial** ponto tomado como origem de um dado sistema de coordenadas.

<sup>3</sup> **éter** fluido que preencheria completamente o espaço, permitindo que a luz nele se propagasse, servindo também de referencial absoluto; a existência do

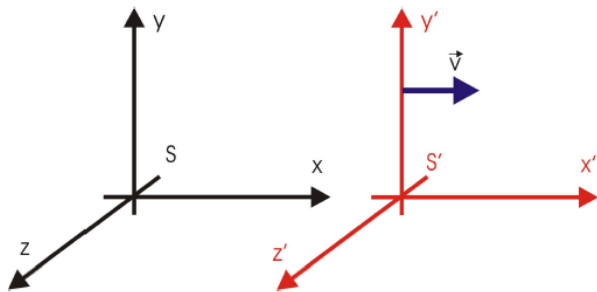
vácuo e tornando possível que as ondas eletromagnéticas se propagassem.

Consideremos dois referenciais inerciais<sup>4</sup>  $S$  e  $S'$ , formados pelos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , em repouso em relação a Terra e outro  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$ , paralelos a  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente, e com velocidade  $\mathbf{v}$  na direção do eixo  $x$  em relação ao sistema  $S$ .

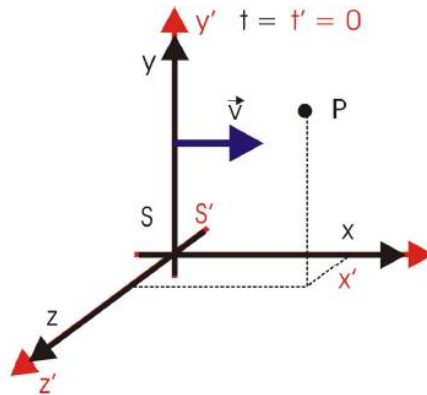
---

éter só deixou de ser considerada quando um experimento, denominado de Michelson-Morley em honra daqueles que pela primeira vez o levaram a cabo, constatou que a velocidade da luz no vácuo era a mesma, independente da direção e do sentido relatiem que se moviam fonte emissora e receptora.

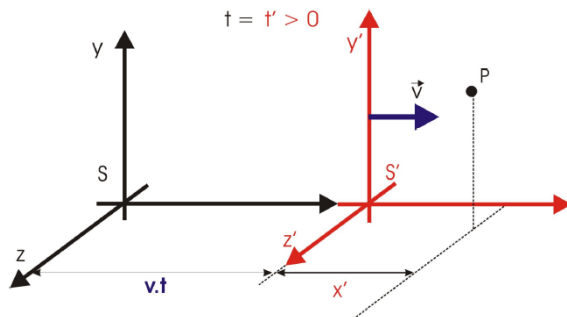
<sup>4</sup> Referencial inercial é um sistema de referência em que corpos livres (sem forças aplicadas) não têm o seu estado de movimento alterado, ou seja: corpos livres não sofrem acelerações quando não há forças sendo exercidas. Tais sistemas ou estão parados (velocidade nula) ou em movimento retilíneo uniforme uns em relação aos outros.



Ocorrendo um evento em um ponto P, identificado pelo conjunto de quatro coordenadas em cada referencial: em S ( $x, y, z$  e  $t$ ) e S' ( $x', y', z'$  e  $t'$ ), sendo que as três primeiras coordenadas de cada referencial localizam o ponto no espaço, e a quarta coordenada indica o tempo da ocorrência do evento. Ainda considerando que inicialmente os referenciais S e S' coincidem em  $t = t' = 0$ , temos que  $x_0 = x'_0$ ,  $y_0 = y'_0$  e  $z_0 = z'_0$ .



Temos agora um instante posterior  $t = t' > 0$  e o referencial  $S'$  será deslocado de uma distância  $x = v \cdot t$ , em relação ao referencial  $S$ :



As coordenadas dos dois referenciais da seguinte forma:

$$x = x' + V.t; \quad (1)$$

$$y = y'; \quad (2)$$

$$z = z'; \quad (3)$$

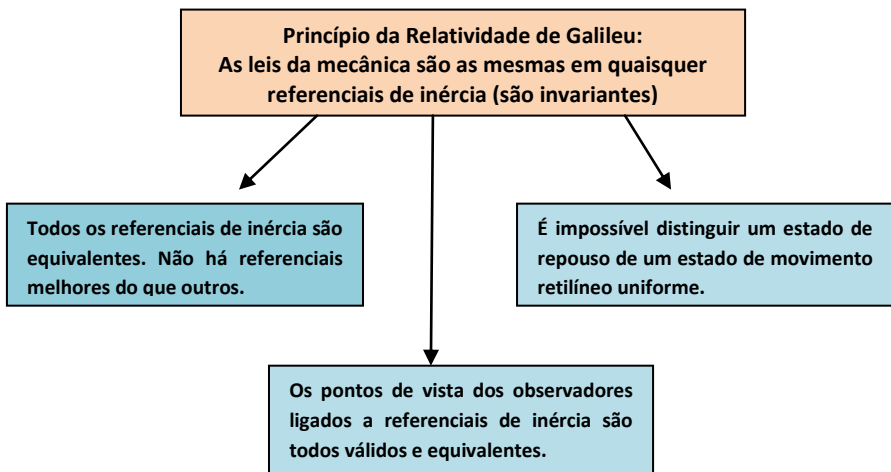
$$t = t'. \quad (4)$$

Onde  $t = t'$  (os relógios estão sincronizados). Porque para Galileu o tempo é absoluto, independente do referencial, o que chamamos de invariância do tempo, senão nós teríamos que sincronizar os nossos relógios constantemente.

Uma consequência direta da invariância do tempo, segundo as transformações galileanas, é a invariância do comprimento. Ou seja, concluímos que o comprimento, assim como o tempo, é absoluto, independentemente do referencial em que for medido. Além disso, não podemos saber se um referencial estava parado ou em movimento uniforme, realizando uma experiência mecânica em

seu interior. Com esta afirmação, podemos concluir que as leis da Mecânica são invariantes (não mudam) perante uma transformação de Galileu.

## Consequências das Transformações de Galileu



## Revisando as idéias

- ✓ A posição de uma partícula é diferente quando medida em diferentes referenciais de inércia;

- ✓ A velocidade de uma partícula é diferente quando medida em diferentes referenciais de inércia;
- ✓ A aceleração de uma partícula é igual quando medida em diferentes referenciais de inércia;
- ✓ O intervalo de tempo entre dois acontecimentos é igual quando medido em diferentes referenciais de inércia;
- ✓ A massa de um corpo é a mesma medida em diferentes referenciais de inércia;
- ✓ O comprimento de um corpo – módulo da diferença entre duas coordenadas num dado referencial – é igual em diferentes referenciais de inércia.



**O tempo acaba o ano, o mês e a hora,  
a força, a arte, a manha, a fortaleza;  
o tempo acaba a fama e a riqueza,  
o tempo o mesmo tempo de si chora.**

*Luís de Camões*

## GEDANKENEXPERIMENT

**Você está em um avião que está se movendo a velocidade da luz, então você decide até o banheiro do avião para colocar a sua lente de contato... mas sem ver o seu reflexo no espelho não consegue colocar a mesma. Então, será possível executar esta tarefa?**

## Experimento de Michelson-Morley

Acreditava-se até o fim do século XIX, que todas as formas de movimento ondulatório necessitavam de um meio, através do qual se propagariam as ondas. Como é o caso de uma onda sonora, que consiste de uma série de compressões e rarefações do ar, que se sucedem alternadamente, propaga-se através da transferência de energia de

uma molécula de ar para uma próxima, na direção do movimento da onda através do ar.

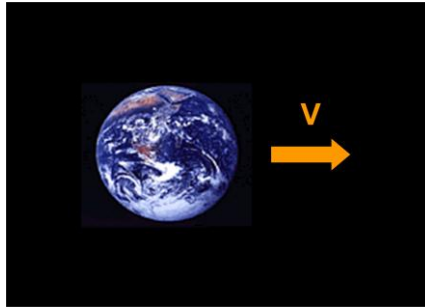
Quando Maxwell (1831 - 1879) mostrou, em 1864, que a luz era um fenômeno eletromagnético ondulatório, pensou-se num meio, a que se chamou o "éter<sup>5</sup>", que suportaria a propagação dessas ondas.

Em 1881, numa experiência célebre, realizada por A. A. Michelson (1852 - 1931) e, mais tarde, em 1887, por Edward Morley (1838-1923), tentou medir-se a velocidade do movimento relativo da terra relativamente ao éter - o referido meio imaterial hipotético, através do qual se propagariam as ondas

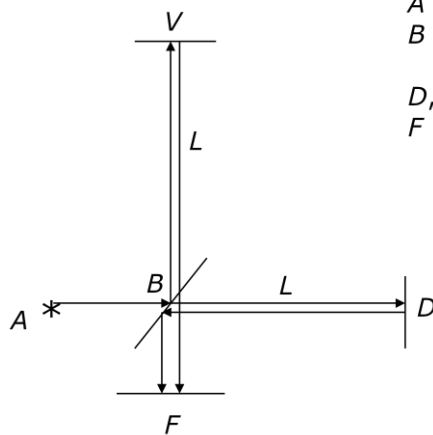
---

<sup>5</sup> **éter** fluido que preencheria completamente o espaço, permitindo que a luz nele se propagasse , servindo também de referencial absoluto; a existência do éter só deixou de ser considerada quando um experimento, denominado de Michelson-Morley em honra daqueles que pela primeira vez o levaram a cabo, constatou que a velocidade da luz no vácuo era a mesma, independente da direção e do sentido relatiem que se moviam fonte emissora e receptora.

eletromagnéticas (luz). Baseia-se no princípio usual da adição de velocidades.



Esquema do experimento de Michelson-Morley



$A$  = fonte luminosa  
 $B$  = espelho semitransparente  
 $D, V$  = espelhos  
 $F$  = tela fotossensível

$$L = |BV| = |BD|$$

Se o laboratório está em repouso no éter, as franjas de interferência são as esperadas.

Caso o mesmo tenha velocidade absoluta  $\vec{v}$  na direção de A para B, os tempos de percurso diferentes são,

$$t(B \rightarrow D) = \frac{L}{c - v} \quad \rightarrow \text{de B para D a velocidade}$$

absoluta  $\vec{v}$  subtrai da velocidade da luz.

$$t(D \rightarrow B) = \frac{L}{c + v}, \quad \rightarrow \text{de D para B a velocidade}$$

absoluta  $\vec{v}$  soma-se a velocidade da luz.

$$t(B \rightarrow V) = t(V \rightarrow B) = \frac{L}{\sqrt{c^2 - v^2}}.$$

Diferença de tempo dos percursos ABDBF e ABVBF, com  $\beta = v/c$ :

$$\begin{aligned} \Delta T &= \left[ (B \rightarrow D) + t(D \rightarrow B) \right] - \left[ (B \rightarrow V) + t(V \rightarrow B) \right] \\ &= \frac{L}{c} \left( \frac{1}{1-\beta} + \frac{1}{1+\beta} \right) - \frac{2L}{c\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{2L}{c} \left( \frac{1}{1-\beta^2} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) \\ &\cong \frac{2L}{c} \left[ +\beta^2 \right] - \left[ +\frac{1}{2}\beta^2 \right] = \frac{L\beta^2}{c}. \end{aligned}$$

Para a luz de frequência  $f = c/\lambda$ , temos uma diferença de fase  $\Delta\varphi = 2\pi f \Delta T = 2\pi L \beta^2 / \lambda$ , que produziria uma mudança no padrão de interferência.

**Porém nenhuma mudança nesse padrão foi observada!**

## Algumas tentativas para o resultado negativo de Michelson&Morley

1) A explicação mais simples é que (descartando a rotação diária) a Terra estaria em repouso absoluto na ocasião da experiência.

Mas isso implica que o sistema solar tinha velocidade absoluta igual e oposta à velocidade orbital da Terra naquele momento.

Então foi repetida a experiência seis meses depois, quando nossa velocidade com relação ao éter seria de 60 km/s – com o mesmo resultado negativo.

2) O éter seria arrastado junto com o movimento da Terra – assim como o ar dentro de um avião – e portanto a velocidade da luz seria sempre  $c$ . Isso é inconsistente com a chamada **aberração** anual das posições de estrelas no céu, que não aconteceria nesse caso.

3) FitzGerald e Lorentz postularam que todo corpo movendo-se com velocidade  $\mathbf{v}$  em relação ao éter sofreria uma **contração** na proporção na direção do movimento. Assim, teríamos:

$$|BD| = L\sqrt{1-\beta^2} \quad \therefore \Delta T = \frac{2}{c} \left( \frac{L\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta^2} - \frac{L}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) = 0,$$

Portanto, o resultado negativo de Michelson&Morley seria o esperado. Mas essa hipótese, levava a outras dificuldades para a consistência geral da Física.

Enquanto essa possibilidade era ainda objeto de estudos, surgiu em 1905 a teoria de A. Einstein, que **modificou radicalmente os conceitos de espaço e tempo.**

*... não apenas na mecânica, mas também na eletrodinâmica, os fenômenos não têm nenhuma propriedade associada ao conceito de repouso absoluto...*  
*Albert Einstein*  
*Eletrodinâmica dos Corpos em Movimento (1905)*

## Relatividade de Einstein

Para a Relatividade Especial de Einstein, o conceito de tempo deixou de ser absoluto e passou a ser relativo. Eventos simultâneos, em um

determinado referencial inercial, não serão necessariamente simultâneos em outro referencial inercial. Assim, a noção de simultaneidade também é relativa.

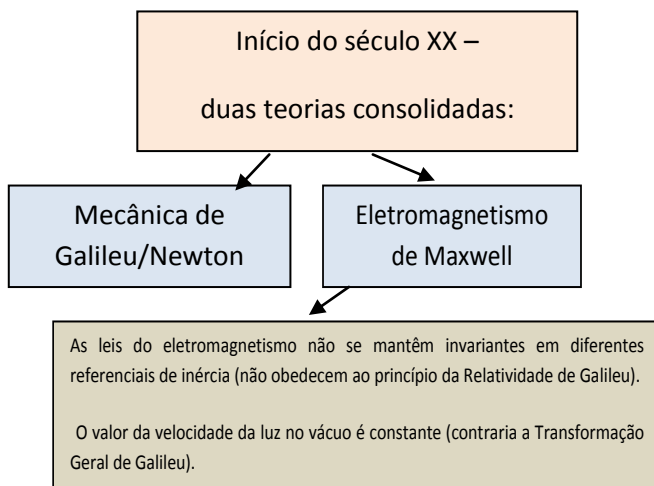
## Postulados

O movimento absoluto não pode ser detectado

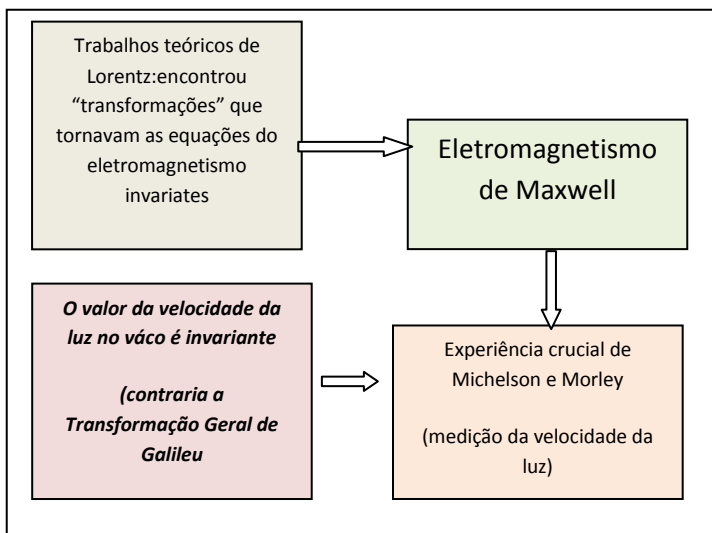
Princípio da invariância da velocidade da luz: o valor da velocidade da luz no vácuo é o mesmo em todos os referenciais de inércia.



## Revisando as idéias



## Consequências



- **O eletromagnetismo está correto.**
- **A mecânica deve ser reformulada.**
- **O valor da velocidade da luz no vácuo é constante.**
- **O Princípio da Relatividade deve ser generalizado a todas as leis da física: a transformação Geral de Galileu é substituída pelas Transformações de Lorentz.**

A distinção entre passado, presente e futuro  
é apenas uma ilusão, ainda que persistente.

*A. Einstein*

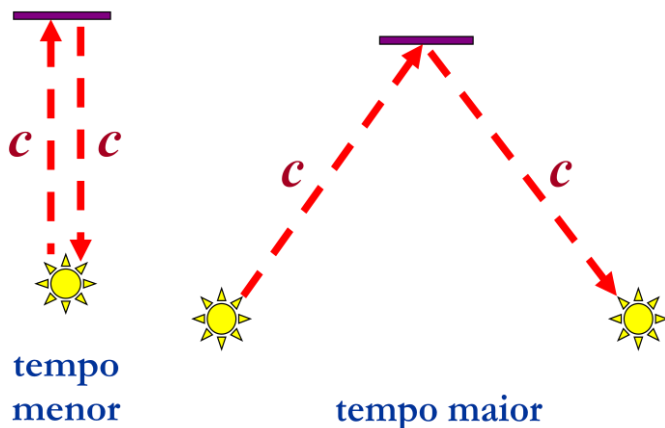
## GEDANKENEXPERIMENT

**Dois gêmeos fazem a seguinte experiência: um deles parte da Terra numa astronave, com destino a uma estrela distante, enquanto o outro permanece na Terra. Ao retornar, o viajante encontra-se com o gêmeo que permaneceu na Terra e observando que este está alguns anos mais velho do que ele. Como se explica isso?**

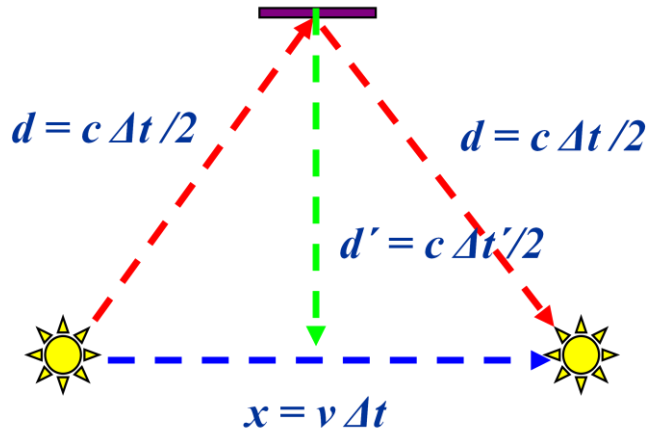
## Dilatação do tempo

Uma das conseqüências da luz se propagar em todas as direções com a mesma rapidez é que as medidas de tempo não são mais absolutas, como consideravam Galileu e Newton, ou seja, as medidas

de tempo irão depender do referencial inercial em que o tempo é medido.



Vendo as duas figuras acima, imagine-se dentro de um avião e um colega com um espelho no outro avião. Você está de posse de uma “caneta laser” e projeta seu pulso em direção ao outro avião, mirando no espelho do colega. Como você e o colega irão “ver” a trajetória? Com certeza na como a situação da esquerda, porém se o professor estivesse em baixo, veria um V, conforme indica a figura da direita acima.



Aplicando o Teorema de Pitágoras em um dos triângulos retângulos, temos:

$$d^2 = (d')^2 + \left[ \frac{v \cdot (\Delta t)}{2} \right]^2$$

$$\text{ou: } \left[ \frac{c \cdot (\Delta t)}{2} \right]^2 = \left[ \frac{c \cdot (\Delta t')}{2} \right]^2 + \left[ \frac{v \cdot (\Delta t)}{2} \right]^2$$

$$c^2 (\Delta t)^2 - v^2 (\Delta t)^2 = c^2 (\Delta t')^2$$

Colocando  $(\Delta t)^2$  em evidência:

$$(c^2 - v^2)(\Delta t)^2 = c^2(\Delta t')^2$$

Isolando  $(\Delta t)^2$

$$(\Delta t)^2 = \frac{c^2(\Delta t')^2}{c^2 - v^2}$$

Colocando  $c^2$  em evidência no segundo membro e simplificando,

$$(\Delta t)^2 = \frac{(\Delta t')^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

***Na Relatividade Especial, relógios em movimento***

***batem mais devagar!***

$$\Delta t (\text{movimento}) = \frac{\Delta t (\text{repouso})}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

## Contração do comprimento

Se um corpo C tem velocidade  $v$  em relação ao laboratório, o tempo registrado por um relógio fixo em C é o chamado tempo próprio de C. Um intervalo de tempo próprio  $\Delta\tau$  corresponde a um intervalo  $\Delta t$  no laboratório, com  $\Delta t' = \Delta\tau$ :

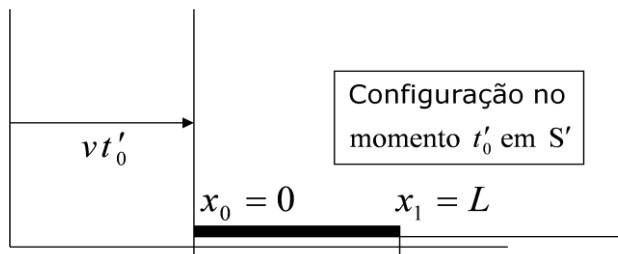
$$\Delta t = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

*O comprimento de uma barra movendo-se (ou em particular fixa) ao longo do eixo das abcissas (0x) de um sistema S é definido por*

$$L \equiv x_1 - x_0,$$

*Onde  $x_0$  e  $x_1$  são as coordenadas dos dois extremos da barra num mesmo instante  $t_0$  e  $t_1$ .*

A figura abaixo representa as coordenadas  $x_0'$  e  $x_1'$  os extremos da barra em  $S'$ , no momento  $t'_0$  e  $t'_1$ . Da definição acima, e da Transformação de Lorentz (TL) x,



$$\begin{aligned} L(S) &= x_1 - x_0 = \gamma(x'_1 + vt'_0) - \gamma(x'_0 + vt'_0) \\ &= \gamma(x'_1 - x'_0) = \gamma L(S'). \end{aligned}$$

Portanto  $L(S') = L(S)/\gamma$ , ou seja,

$$(\text{com } \Delta t' = 0) \quad L' = L/\gamma = L\sqrt{1 - \beta^2}$$

Vale a recíproca da equação acima, se a mesma barra está fixa em  $S'$  seu comprimento em  $S$  é

$$(\text{com } \Delta t' = 0) \quad L = L'/\gamma = L'\sqrt{1 - \beta^2}$$

**Esta é a contração de Lorentz, que é uma propriedade do espaço-tempo relativista, para dois**



sistemas inerciais quaisquer com velocidade relativa  $v$ .

## GEDANKENEXPERIMENT

Começemos por pensar em uma situação, vista em três cenas, que acontece corriqueiramente, principalmente nas grandes cidades: as pessoas estão com pressa. Para facilitar nossa “experiência mental”, criamos João, personagem central de nossa estória e José, o coadjuvante.

**Cena 1:**

Em uma das grandes avenidas de sua cidade, João dirige seu carro turbinado e, é claro, está com muita pressa. Resolve ultrapassar o primeiro veículo à sua frente, quando percebe que se encontra a exatamente 80 km/h; João acelera e o ultrapassa tranqüilamente numa velocidade de mais ou menos 120km/h.

**Cena 2:**

Usando o mesmo contexto da cena 1, João tem a sua frente José num carro supersônico (1224 km/h, é a velocidade do som) a mais ou menos 1800 km/h. Tudo bem, João acelera e o ultrapassa atingindo uns 2000 km/h.

Como é uma “experiência mental”, inventada e que não pode ser realizada na prática, pelos menos nos dias atuais, vamos continuar aumentando a velocidade de José.

**Cena 3:**

Agora, se esforce muito para imaginar que o tamanho de José e seu carro seja muito pequeno quando comparado às dimensões espaciais, de modo que podemos considerar o conjunto (José mais carro) como uma partícula e, portanto, muito pequena e principalmente, muito veloz; digamos que atinja uma velocidade próxima à velocidade da

luz (um bilhão e oitenta milhões de quilômetros por hora, ou seja, 1 080 000 000 km/h ou 300 000 Km/s é a velocidade da luz). Então vamos lá, empregando o mesmo raciocínio da dimensão de José e seu carro ao João, que ainda viaja em seu carro turbinado, e que novamente quer ultrapassar José, que se encontra a mais ou menos setecentos milhões de quilômetros por hora (700 000 000 km/h). O carro de João está devidamente preparado para atingir velocidades tão altas como essa do carro de José. Mas, ao acelerar, e bota aceleração nisso, João percebe algo estranho: quanto maior sua velocidade, maior a dificuldade para aumentá-la, ou seja, à medida que a velocidade se torna maior, também se torna maior o “esforço do motor” para conseguir progredindo a velocidades maiores; João sente que o carro se torna cada vez mais “pesado” e questiona: será que conseguirei ultrapassar José?

## Qual deve ser a potência do motor de meu carro para que isso ocorra?

*Sérgio Choiti Yamazaki / Sandro Márcio Lima / Luis Humberto da Cunha Andrade*

# Energia Relativística

A quantidade de movimento ou momento, de uma partícula de massa  $m$  e velocidade  $u$  é:

$$q = mu$$

Na colisão elástica de duas partículas, ocorre a conservação da quantidade de movimento (momento) total se conserva:

$$\mathbf{P}_i \equiv \mathbf{p}_{1i} + \mathbf{p}_{2i} = \mathbf{p}_{1f} + \mathbf{p}_{2f} \equiv \mathbf{P}_f .$$

Sendo válida para qualquer sistema inercial newtoninano, isto é,

$$\text{se } \mathbf{x} = \mathbf{x}' - \mathbf{v}t, \text{ então } q_i = q'_f$$

Porém ainda não é uma transformação de Lorentz e para que continue sendo válida para a teoria de Einstein, devemos segui-la utilizando o Princípio da Correspondência.

Princípio de Correspondência (PC): *Uma nova teoria deve corresponder à teoria substituída no limite de validade desta – em nosso caso para  $|u/c| \ll 1$ .*

*Ficando*

$$\mathbf{q} \equiv \frac{m\mathbf{u}}{\sqrt{1-u^2/c^2}}.$$

De maneira análoga temos que a energia

$$E \equiv \frac{mc^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}.$$

Obtemos:

$$E^2 - q^2 c^2 = \frac{m^2 c^4 - m^2 u^2 c^2}{1 - u^2/c^2} = \frac{m^2 c^4 \left(1 - u^2/c^2\right)}{1 - u^2/c^2},$$

$$E^2 - q^2 c^2 = m^2 c^4.$$

Para  $u=0$ , temos:

$$E_0 = mc^2,$$

Chamamos de energia de massa.

**Dies war der erste Streich und ... (Esta foi a primeira travessura...)**

## Atividades

1. O segundo postulado é um pouco difícil de ser aceito. Ele garante que a luz não obedece aos princípios que estamos acostumados.

a) Se você estiver parado e um feixe de luz passar por você, você o verá com a velocidade de  $3 \times 10^8$  m/s

b) Se você estiver correndo para direita com 2 m/s e um feixe de luz passar por você, no mesmo sentido, você o verá com a velocidade de  $3 \times 10^8$  m/s (segundo a relatividade antiga a velocidade do feixe de luz deveria ser de  $3 \times 10^8 - 2$ ).

c) Se você estiver correndo para direita com 2 m/s e um feixe de luz passar por você, em sentido contrário, você o verá com a velocidade de  $3 \times 10^8$  m/s (segundo a relatividade antiga a velocidade do feixe de luz deveria ser de  $3 \times 10^8 + 2$ ).

2. **(UFRN)** Inácio, um observador inercial, observa um objeto em repouso devido às ações de duas forças opostas exercidas pela vizinhança desse

objeto. No mesmo instante, Ingrid e Acelino, observando o mesmo objeto, a partir de referenciais diferentes do referencial de Inácio, chegam às seguintes conclusões: para Ingrid, o objeto se move com momento linear constante, e, para Acelino, o objeto se move com aceleração constante.

Face ao exposto, é correto afirmar que:

- a) Ingrid está num referencial não inercial com velocidade constante;
- b) Ingrid e Acelino estão, ambos, em referenciais não inerciais;
- c) Acelino está num referencial não inercial com aceleração constante;
- d) Acelino e Ingrid estão, ambos, em referenciais inerciais.

**03. (PRISE)** Após uma aula sobre relatividade, dois estudantes mantêm o seguinte diálogo:



“Estudante A: Se um veículo se movimenta a 90% da velocidade da luz em relação a um observador parado, a luz emitida pelo seu farol deve ter velocidade de 1,9 vezes a velocidade da luz para o observador em repouso, enquanto para o piloto do veículo a luz do farol tem velocidade igual à velocidade da luz no vácuo. Esta situação claramente viola a afirmação de que nada pode atingir velocidades superiores à da luz no vácuo”.

“Estudante B: Agora você me pegou! Mas o professor faz a gente decorar na sala que o resultado é que os dois percebem a luz se propagando com a mesma velocidade, igual a tal da velocidade da luz no vácuo”. Considerando o diálogo acima, analise as seguintes afirmações:

I – A afirmação do estudante A está baseada na relatividade galileana

II – A afirmação do estudante B é o postulado da invariância da velocidade da luz, da relatividade especial de Einstein.

III – A relatividade especial de Einstein só é válida em referenciais inerciais.

Está(ão) correta(s) somente a(s) afirmação(ões):

- a) II
- b) I e II
- c) II e III
- d) I e III
- e) I, II e III

04. Um objeto de massa  $m = 2$  kg move-se numa mesa com atrito. A velocidade inicial do corpo é  $v^{\circ} = 2$  m/s, e a desaceleração ao causada pelo atrito é de  $0,5$  m/s<sup>2</sup>. O movimento do objeto é descrito por um observador fixo á Terra. Calcule a variação ao na energia cinética do corpo entre o instante inicial e o instante em que o objeto pára. Calcule o trabalho da

força resultante sobre o corpo entre os dois instantes. Compare os dois valores.

05. O movimento do objeto do exercício anterior agora está sendo descrito por um observador que move-se com a velocidade que o objeto tinha no instante inicial (2 m/s). Desenhe a situação observada por este novo observador (do instante inicial do problema anterior ao instante final). Calcule a variação na energia cinética do corpo entre o instante inicial e o instante final. Calcule o trabalho da força resultante sobre o corpo entre os dois instantes. Compare os dois valores.

**06.** Nosso senso comum é de que se dois acontecimentos são simultâneos em um referencial inercial, em qualquer outro referencial inercial estes mesmos acontecimentos também serão simultâneos.

Mas isto está em desacordo com a Relatividade Especial. Por que acontecimentos simultâneos em um referencial inercial não serão necessariamente simultâneos em outro referencial inercial? Isto é consequência de qual postulado?

07. Se um evento A ocorre antes de um evento B em um referencial inercial, é possível que em outro referencial inercial o evento B ocorra antes do evento A?

08. Consideremos que uma pessoa esteja viajando em uma nave com velocidade constante de 60% da velocidade da luz, em relação à Terra, e verifica que um determinado processo dentro da nave leva, para sua ocorrência, um intervalo de tempo de 1 minuto. Para um observador que ficou em um referencial inercial em repouso em relação à Terra, qual será o

intervalo de tempo para a ocorrência do mesmo processo?

09. O efeito do movimento sobre o tempo já foi bastante usado em filmes de ficção científica, como em *O Planeta dos Macacos*, em que a tripulação de uma nave espacial fica em missão durante três anos, medido no relógio da nave. Quando ela regressa à Terra, verifica que aqui se passaram cinquenta anos! Calcule, para esta situação:

- a) o fator de Lorentz;
- b) a rapidez da nave.

10. José encontra-se em um referencial inercial  $S'$  em movimento em relação a outro referencial inercial  $S$ , onde está Carlos. José realiza uma experiência, em  $S'$ , e mede sua duração  $\Delta t_{\text{José}}$  (tempo próprio). Carlos, de

S, vê a experiência durar  $\Delta t_{\text{Carlos}}$  (tempo dilatado). Foi constatado que  $\Delta t_{\text{Carlos}} = 2 \Delta t_{\text{José}}$ . Com este resultado é possível estimar que a rapidez relativa entre os referenciais é aproximadamente:

11. Uma espaçonave viaja com rapidez  $V = 0,80c$ . Supondo que se possa desprezar os tempos de aceleração e desaceleração da nave durante uma jornada de ida e volta que leva 12 anos, medidos por um astronauta a bordo, pode-se afirmar que um observador que permaneceu na Terra terá envelhecido, em anos:

12. Desejamos fazer uma viagem, de ida e volta, viajando em uma espaçonave com velocidade constante em linha reta, durante seis meses e, então, retornar com a mesma rapidez.

Desejamos, além disso, ao retornar, encontrar a Terra como ela será 1000 anos depois, contados do início da viagem. Determine:

- a) Com que rapidez devemos viajar?
- b) Importa, ou não, que a viagem se faça em linha reta ou em círculo?

14. Uma nave desloca-se com velocidade de 85% da velocidade da luz ( $0,85.c$ ), e um astronauta em seu interior mede seu comprimento e encontra um valor de 12 m. Para um observador que se encontra na Terra, qual o tamanho da nave?

15. Uma barra mantém-se paralela ao eixo x de um referencial S, movendo-se ao longo deste eixo com velocidade de  $0,70.c$ . O seu comprimento de repouso é de 2,0 m. Qual será seu comprimento em S?

16. Uma nave espacial, com um comprimento de repouso de 150 m, passa por uma estação de observação com velocidade de  $0,85c$ . Determine:

- a) Qual o comprimento da nave medido por um observador na estação?
- b) Qual o intervalo de tempo registrado pelo monitor da estação entre as passagens, por um mesmo ponto, da parte da frente e da parte traseira da nave?

17. Um avião, cujo comprimento de repouso é de 50 m, está se movendo, em relação à Terra, com uma velocidade constante de 630 m/s. Em que fração do seu comprimento de repouso parecerá encurtado para um observador na Terra?

18. Uma barra mantém-se paralela ao eixo  $x$  de um referencial  $S$ , movendo-se ao longo deste eixo com velocidade de  $0,70c$ . O seu comprimento de repouso é de 2,0 m. Qual será seu comprimento em  $S$ ?



19. Uma nave espacial, com um comprimento de repouso de 150 m, passa por uma estação de observação com velocidade de  $0,85c$ . Determine:

a) Qual o comprimento da nave medido por um observador na estação?

b) Qual o intervalo de tempo registrado pelo monitor da estação entre as passagens, por um mesmo ponto, da parte da frente e da parte traseira da nave?

20. Um avião, cujo comprimento de repouso é de 50 m, está se movendo, em relação à Terra, com uma velocidade constante de 630 m/s. Em que fração do seu comprimento de repouso parecerá encurtado para um observador na Terra?

21. Considere uma maçã de massa igual a 150 g, que seja transformada integralmente em energia utilizada para acender uma lâmpada de 100 W. Por quanto

tempo permanecerá acesa esta lâmpada?  
(Teoricamente isto é possível, mas não há perspectiva próxima para sua realização.)

22. Consideremos uma reação nuclear, onde a massa final após a reação seja menor em um grama do que a massa inicial. Determine a equivalência em energia para esta variação de massa.

23. Considere uma maçã de massa igual a 150 g, que seja transformada integralmente em energia utilizada para acender uma lâmpada de 100 W. Por quanto tempo permanecerá acesa esta lâmpada?  
(Teoricamente isto é possível, mas não há perspectiva próxima para sua realização.)

24. A energia consumida por uma casa comum, por mês, é da ordem de 300 kWh (quilowatt hora). Deste

modo, lembrando que  $1\text{kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \times \text{joules}$ , esta energia equivale, em quilogramas, a aproximadamente:

25. Qual o erro percentual que se comete quando se calcula a energia cinética por  $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$  em vez de  $(\gamma - 1) \cdot m \cdot c^2$ , para uma partícula com velocidade:

- a)  $0,1 \cdot c$ ?
- b)  $\frac{2}{3} \cdot c$ ?

26. Qual a velocidade de um próton que possui energia total igual a  $1.800 \text{ MeV}$ ? Considere  $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , e a massa do próton igual a  $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

27. A partir da relação da energia relativística, prove que um corpo jamais poderá chegar à velocidade da luz. Por que não é possível atingir a velocidade da luz?

## Referências

BACHELARD, G. **O novo espírito científico**. 3 ed., Tempo Brasileiro, Rio de Janeiro, 2000.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica, Brasília, Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. 1999.

BRAZ JUNIOR, D. **Física Moderna**. Editora Companhia da Escola, Campinas, São Paulo, 2002.

GUERRA, A. et al. **Teoria da relatividade restrita e geral no programa de mecânica do ensino médio: uma possível abordagem**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 29, n. 4, p. 575-583, (2007).

KARAM, R.A.S. **Relatividade restrita no início do ensino médio: elaboração e análise de uma proposta.** Dissertação de mestrado, UFSC, 2005.

KARAM, R.A.S. et al. **Tempo relativístico no início do Ensino Médio.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 28, n. 3, p. 373-386, 2006.

\_\_\_\_\_. **Relatividades no ensino médio: o debate em sala de aula.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 29, n. 1, p. 105-114, (2007).

OSTERMANN, F. RICCI, T. F. **Relatividade restrita no ensino médio: contração de Lorentz-Fitzgerald e aparência visual de objetos relativísticos em livros didáticos de física.** Cad. Bras. Ens. Fís., v. 19, n.2: p. 176-190, ago. 2002.

OSTERMANN, F. MOREIRA, M. A. **atualização do currículo de física na escola de nível médio: um estudo dessa problemática na perspectiva de uma experiência em sala de aula e da formação inicial de professore.** Cad.Cat.Ens.Fís., v. 18, n. 2: p. 135-151, ago. 2001.

PAIS, L. C. . **Transposição Didática.** In: Silvia Dias Alcântara Machado. (Org.). Educação Matemática: Uma Introdução. 02 ed. São Paulo: EDUC -Editora da PUC-SP, 2002, v. 01, p. 09-42.

\_\_\_\_\_. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa.** Autêntica, Belo Horizonte, 2001.

REZENDE JUNIOR, M. F. **Fenômenos e a introdução de física moderna e contemporânea no ensino médio.** Dissertação de Mestrado UFSC, Florianópolis, 2001.

SCHULZ, P.A. **Duas nuvens ainda fazem sobra na reputação de Lorde Kelvin.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v.29, n.4, p.-509-512, 2007.

YAMAZAKI, S.C. et al. **A Massa Variável de Einstein.**

Disponível em:

<http://fisica.uems.br/noticias/nfver.php?ArtID=60&page=2> Acesso em 20/02/2009.

VILLANI, A. **Idéias espontâneas e ensino de física.**

Revista de Ensino de Física, v.17, p.130-147, dezembro 1989.

Wolff, J.F.S. **Relatividade : a passagem do enfoque galileano para a visão de Einstein** / Jeferson Fernando de Souza Wolff, Paulo Machado Mors. – 68 p. *In* Textos de apoio ao professor de física / Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física; editores Marco

Antonio Moreira, Eliane Angela Veit - Vol. 16, n. 5  
(2005).



# Anexos

## Instrumento utilizado para levantar as concepções espontâneas dos estudantes (KARAM 2005)



Colégio Estadual do Paraná - Ensino Fundamental, Médio e Profissional

Aluno(a): \_\_\_\_\_ nº \_\_\_\_\_ Série \_\_\_\_\_ Turno \_\_\_\_\_ Turma \_\_\_\_\_

Professor(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_ Valor:  Nota:

Disciplina: \_\_\_\_\_

*“Tempo, tempo, mas não volta, falta um tanto ainda eu sei, pra você correr mais...”*

*Pato Fu*

### QUESTÃO 1

Santo Agostinho, famoso teólogo que viveu no século V, disse certa vez: “Sei muito bem o que é o tempo - até que alguém me pergunte”.

Longe de buscarmos uma definição precisa sobre o conceito de tempo, e apesar de utilizarmos a palavra tempo em nosso dia-a-dia, pedimos que você leia atentamente as frases que seguem e marque com um X a(s) que mais se aproxima(m) da idéia de tempo que você tem.

( ) “Nossa, que aula chata! Parece que o tempo não passa”.

- ( ) “Sabe quanto tempo eu levei para voltar da praia no domingo? Duas horas!”
- ( ) “Desculpe-me, mas hoje estou sem tempo”.
- ( ) “O tempo passa, não temos como impedir”.
- ( ) “Qual é a previsão do tempo para o final de semana?”
- ( ) “O fim dos tempos está próximo”.
- ( ) “É tempo de paz entre os povos”.
- ( ) “Tempo é dinheiro”.
- ( ) “Todas as luzes da praça acenderam ao mesmo tempo”.

Explique por que você escolheu esta(s) frase(s).



Colégio Estadual do Paraná - Ensino Fundamental, Médio e Profissional

Aluno(a): \_\_\_\_\_ nº \_\_\_\_\_ Série \_\_\_\_\_ Turno \_\_\_\_\_ Turma \_\_\_\_\_

Professor(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

Disciplina: \_\_\_\_\_

Valor:

Nota:

*Eu vejo o futuro repetir o passado  
Eu vejo um museu de grandes novidades  
O tempo não pára  
Não pára, não, não pára"*

*Cazuza*

## QUESTÃO 2

Quando você olha para o espelho pela manhã, para fazer a barba ou a maquiagem, sente que o tempo está passando. Você pode pensar um pouco no assunto olhando para sua própria imagem, mas logo outros pensamentos vão distrair sua atenção. O mundo lá fora te chama. O despertador toca. Acabou o tempo, você deve sair logo senão chegará atrasado na escola. Cazuza já dizia que “o tempo não pára”. Quem ainda poderia duvidar disso?

2.1 Sendo assim, se a passagem do tempo é uma característica da percepção humana, pois sentimos que o tempo flui, podemos comparar esse mesmo fluxo ao vôo de uma flecha ou ao movimento eterno

das águas de um rio. Essa comparação é válida? Podemos afirmar que o tempo flui do passado para o futuro? Qual a sua opinião sobre isto?

2.2 Quando olhamos para o céu, durante uma noite estrelada, estamos observando o:

Passado

Presente

Futuro

Por quê?

2.3 Observando essa mesma bela noite estrelada, você percebe que duas estrelas se apagam ao mesmo tempo. Podemos afirmar que todos os observadores, em qualquer lugar do universo, verão essas mesmas duas estrelas se apagando ao mesmo tempo? Justifique sua resposta.



Colégio Estadual do Paraná - Ensino Fundamental, Médio e Profissional

Aluno(a): \_\_\_\_\_ nº \_\_\_\_\_ Série \_\_\_\_\_ Turno \_\_\_\_\_ Turma \_\_\_\_\_

Professor(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Disciplina: \_\_\_\_\_

Valor:

Nota:

*"Meu relógio para  
 Desistir para sempre de ser  
 Anáclastro, 22 rubis*

*Eu dei corda e pensei  
 Que o relógio iria viver  
 Para dizer a hora de você chegar"*

*Mutações*

### QUESTÃO 3

O tempo é medido pelo relógio através de processos físicos que envolvem a repetição.

A própria sucessão de dias e noites já nos dá uma forma de medirmos o tempo. A precisão na medida do tempo foi aumentando de acordo com as necessidades sociais.

Os egípcios criaram os primeiros calendários para prever a duração das estações e, conseqüentemente, as cheias do Rio Nilo, que afetavam diretamente sua agricultura. Os relógios foram sendo aprimorados: de relógios solares, ampulhetas e relógios de água,

passando por relógios que envolvem processos mecânicos, como os de pêndulo, até os atuais e superprecisos relógios atômicos.

3.1 Dois relógios idênticos são utilizados para medir o tempo gasto por Felipe Massa para completar uma volta do Grande Prêmio do Brasil em Interlagos. Um dos relógios está com uma pessoa que está parada na linha de chegada e o outro está no interior do carro de Felipe Massa. Você acha que estes dois relógios marcarão o mesmo tempo para a volta? Justifique.

3.2 Imagine que você esteja assistindo, em sua casa, à final do campeonato estadual de futebol. Um jogador de seu time cobra uma falta com extrema precisão e coloca a bola “no ângulo”, fazendo um golaço. Podemos dizer que você começa a comemorar o gol no mesmo instante que a torcida que está presente no estádio? Justifique.

## QUESTÃO 4

4.1 Numa tempestade ouvimos o som do trovão só algum tempo depois de vermos o relâmpago. Como você pode explicar essa afirmação?

4.2 Em uma festa de comemoração do ano novo, dois amigos, Rafael e Fábio, observam um maravilhoso espetáculo de fogos de artifício. Os dois notam que a luz emitida pela explosão é percebida antes do som produzido pela mesma. Será que a luz é transmitida imediatamente do ponto onde ocorreu a explosão aos nossos olhos? Os dois têm opiniões distintas para esta questão. Observe o diálogo entre os amigos:

**Rafael:** *Qual será o valor da velocidade da luz? Será finita ou infinita? Será que podemos fazer uma experiência para medir a velocidade da luz?*

**Fábio:** *Pô Rafa, que história é essa? É fácil perceber que a propagação da luz é instantânea. Quando vemos, à distância, a explosão do foguete, a*

*claridade chega aos nossos olhos imediatamente, o que não ocorre com o som, que chega aos nossos ouvidos um pouco depois.*

**Rafael:** *Calma lá Fábio! Isso só prova que o som chega aos nossos ouvidos num tempo maior que aquele gasto pela luz. Porém, não garante que o movimento da luz seja instantâneo. Assim, penso que a luz gasta também um certo tempo para chegar aos nossos olhos, mas é tão pequeno que não conseguimos perceber.*

No desenrolar da conversa, os amigos apresentaram opiniões diferentes sobre a velocidade da luz. Qual a sua opinião a esse respeito? Você concorda com algum dos amigos? Justifique.





Colégio Estadual do Paraná - Ensino Fundamental, Médio e Profissional

Aluno(a): \_\_\_\_\_ nº \_\_\_\_\_ Série \_\_\_\_\_ Turno \_\_\_\_\_ Turma \_\_\_\_\_

Professor(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

Disciplina: \_\_\_\_\_

Valor:

Nota:

*“Quando conseguiremos voltar*

*A um estado sólido*

*É sempre transparente*

*Um ônibus espacial*

*A paisagem surreal*

*Palácios fontes nós”*

*Eduardo Toledo*

## QUESTÃO 5

Imagine agora a seguinte situação: Rafael está parado em relação ao solo e observa um ônibus que se desloca em movimento retilíneo e uniforme em relação a ele. No interior desse ônibus, sentado em uma poltrona, se encontra Fábio. Suponha que o ônibus seja totalmente transparente, de tal forma que Rafael consiga ver tudo o que acontece em seu interior.

5.1 Os dois amigos observam uma determinada poltrona do ônibus. Para Rafael esta poltrona está em movimento ou em repouso? E para Fábio? Justifique sua resposta.

5.2 Uma lâmpada se desprende do teto do ônibus em direção ao chão. Qual é a forma da trajetória descrita pela lâmpada durante a sua queda vista por Fábio? E por Rafael? Justifique sua resposta fazendo um desenho que representa a trajetória da lâmpada vista por Fábio e por Rafael. Considere desprezível a resistência do ar.

5.3 Quando anoitece, o motorista decide acender as luzes do interior do ônibus. Para Fábio, todas as luzes são acesas ao mesmo tempo? Rafael terá essa mesma impressão? Justifique.

5.4 Se as cortinas do ônibus fossem todas fechadas e se o mesmo não emitisse nenhum barulho, Fábio teria como se certificar que o ônibus está em movimento? Se não, por quê? Se sim, de que maneira?

5.5 Suponha que o ônibus se desloque em relação ao solo com uma velocidade de 10 km/h. Se Fábio se deslocar com uma velocidade de 2 km/h em relação ao ônibus, qual será sua velocidade quando observado por Rafael? Justifique.



Colégio Estadual do Paraná - Ensino Fundamental, Médio e Profissional

Aluno(a): \_\_\_\_\_ nº \_\_\_\_\_ Série \_\_\_\_\_ Turno \_\_\_\_\_ Turma \_\_\_\_\_

Professor(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Disciplina: \_\_\_\_\_

Valor:

Nota:

*"Meu relógio parou  
 Desistiu para sempre de ser  
 Antimagnético, 22 rubis*

*Eu dei corda e pensei  
 Que o relógio iria viver  
 Pra dizer a hora de você chegar"*

*Mutantes*

## QUESTÃO 6

Os dois irmãos da foto (Fig. 1), Brad à esquerda, e Pitt, à direita, são entrevistados por um repórter:

- Vocês são irmãos gêmeos? - perguntou o repórter.

Eles prontamente respondem:

- Sim!

O repórter, com certa desconfiança, indaga:

- Mas, sinceramente, não parece. Diga pra nós Brad, qual é o seu segredo?

E ele responde:

Exercícios diários, alimentação saudável e viagens em altíssima velocidade!

Qual a sua opinião sobre a justificativa de Brad?



Figura 1 - Paradoxo do tempo: um dos irmãos gêmeos envelhece ao ritmo normal enquanto o tempo passa mais lentamente para o outro.

Adaptado de KARAM, R.A.S. et al. **Tempo relativístico no Ensino Médio**. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 28, n. 3, p. 373-386, (2006)

