USO DE MATERIAL DIDÁTICO MANIPULÁVEL (MATERIAL CONCRETO) NO ESTUDO DA GEOMETRIA MÉTRICA ESPACIAL

VERSA, Ilseu[1]

SOUZA, José Ricardo[2]

RESUMO: O presente artigo tem como foco o estudo da Geometria Métrica Espacial, com ênfase no uso de materiais didáticos manipuláveis, a fundamentação teórica se estabelece nas relações da História da Matemática. Este trabalho foi desenvolvido com os alunos do terceiro ano do Ensino Médio por meio de lições teóricas e práticas, proporcionando aos alunos aulas mais interessantes e agradáveis. Almejou-se assim, melhorar a apreensão dos conteúdos propostos pelos alunos. Este artigo aborda tópicos da História da Matemática, das Diretrizes Curriculares e da Teoria de Piaget acerca da conceituação de aprendizagem. Na sequência, descrevem-se as atividades práticas realizadas, mostrando os resultados obtidos durante seu desenvolvimento. Por fim, faz-se uma reflexão acerca dos resultados obtidos.

PALAVRAS-CHAVE: Geometria. Materiais manipuláveis. História da Matemática. Diretrizes. Piaget.

ABSTRACT: This paper focuses on the study of Geometry Metric Space, with emphasis on the use of didactical manipulative material, the theoretical foundation is established in the inferences of the History of Mathematics. This study was developed with the students of third grade of high school through theorical and practices lessons, providing students lessons more interesting and enjoyable. It was aspired, that way, to improve the subject matter understanding by the students. This article discusses topics of the History of Mathematics, Curriculum Guidelines and the Theory of Piaget about the learning concepts. Subsequently, they were described the practical activities realized, showing the obtained results during its development. Finally, there is a reflection about the achieved results.

KEYWORDS: Geometry. Manipulatives. History of Mathematics. Guidelines. Piaget.

1. INTRODUÇÃO

No Ensino Médio, percebe-se que os alunos apresentam dificuldades de

1 Professor Especialista em Matemática da Rede Estadual de Ensino, Cascavel, participante do PDE, (ilseuversa@hotmail.com).
2 Professor Doutor orientador da Universidade do Oeste do Paraná – UNIOESTE - Foz do Iguaçu, (rico_1012@hotmail.com).

aprendizagem nos conteúdos de Matemática historicamente ensinados neste nível de ensino, sejam de natureza geométrica e/ou algébrica. Um dos problemas que se observa diz respeito ao estudo da Geometria, pois se constata que os alunos possuem pouco conhecimento dos conceitos básicos da mesma, os quais são ensinados no Ensino Fundamental. Por meio do uso do material didático manipulável (material concreto), pretende-se que os educandos tenham uma melhor apreensão do conteúdo de geometria, tanto no que diz respeito a sua visualização, quanto na construção, mensuração e também nos cálculos algébricos.

Kaleff (2003, p.16), assim destaca a importância da visualização no contexto da geometria: "Ao visualizar objetos geométricos, o indivíduo passa a ter controle sobre o conjunto das operações básicas mentais exigidas no trato da geometria". É de importância capital que o aluno consiga diferenciar o que é uma visualização plana de uma visualização espacial de um objeto.

Através do uso do material didático manipulável (material concreto) no estudo da Geometria, além de tornar as aulas de matemática mais interessantes e agradáveis, busca-se também a melhor apreensão do conteúdo por parte dos alunos, a fim de melhorar a relação de ensino e aprendizagem. O foco despendido à História da Matemática tem a finalidade de despertar nos discentes a percepção da importância desta área do conhecimento ao longo do tempo e que os avanços tecnológicos da humanidade na contemporaneidade são resultados do conhecimento matemático historicamente acumulado. Acerca da importância que a história desempenha na educação, **D`Ambrosio (1999) aponta:**

> As práticas educativas se fundam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições e a história compreende o registro desses fundamentos. Portanto, é praticamente impossível discutir educação sem recorrer a esses registros e a interpretações dos mesmos. Isso é igualmente verdade ao se fazer o ensino das várias disciplinas. Em especial da Matemática, cujas raízes se confundem com a história da humanidade. (**D`AMBROSIO**, 1999)

O ensino da Matemática envolve procedimentos e ferramentas, que em muitos casos dificultam o entendimento dos alunos, pois na maior parte das vezes os discentes encontram dificuldades ao tentar vincular o cálculo à materialidade das situações. Um dos conteúdos em que este problema aparece é no estudo da Geometria Métrica Espacial. As formas geométricas modelam o mundo que nos cerca, contudo, tem-se a falsa ideia que a Matemática está restrita apenas a cálculos e poucos entendem sua utilidade. Entretanto, por meio da Geometria, contextualizamos situações do cotidiano. Acredita-se que os alunos melhoram o desempenho e aumentam o interesse pela Matemática devido aos aspectos relatados, advindo desta situacionalidade a decisão pela escolha da temática alusiva à geometria espacial.

Este projeto foi aplicado a alunos da 3ª série do Ensino Médio e se deu com a realização de aulas formais mescladas com aulas práticas usando materiais didáticos manipuláveis (material concreto) no estudo da Geometria, além disso, a História da Matemática aparece para fundamentar teoricamente nosso trabalho. Também foi apresentado aos alunos o software POLY, que é um programa de geometria dinâmica.

Nos relatos, serão descritas as atividades realizadas durante o período de desenvolvimento do projeto, bem como as dificuldades encontradas e sua superação com descrição dos resultados alcançados.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Breve contexto histórico da Matemática com foco na Geometria

Desde tempos remotos, ainda na aurora da espécie humana, o homem ao observar o mundo em sua volta percebe as formas espaciais que modelam o meio que habita. Nesse instante, pode-se supor que o Homo Sapiens começou a desenvolver, intuitivamente e primitivamente, uma forma de geometria que poderíamos chamar de Geometria Subconsciente. Quando nos reportamos a História da Matemática, inevitavelmente, surgem indagações sobre onde, quando e como ela surgiu. Tais perguntas não têm uma resposta cabal e definitiva, contudo se analisarmos do ponto de vista evolutivo: o Universo, a vida na Terra, a caminhada do Homem desde suas origens, talvez possamos conjecturar uma resposta.

Acerca disto Garbi (2006, p.10) menciona que "há 11000 anos (9000 a.C) a agricultura começa a ser praticada na Mesopotâmia, onde hoje está o Iraque" e que com o advento da Agricultura há um marco crucial na História da Humanidade. Com o cultivo da terra, o homem revolucionou sua maneira de viver, haja vista que era dela que provinham os alimentos que garantiria, ao menos em parte, a sua subsistência. A Agricultura não só exigiu do homem uma organização social, como também que ele dividisse além da terra o trabalho e tudo o que nela fosse produzido. Garbi (2006, p.10) conclui: “Se fizesse sentido dar uma resposta menos imprecisa sobre como e quando começou a Matemática poderíamos dizer que foi com a Revolução Agrícola, por volta de 9000 a.C.”, entretanto, é prudente considerar esta informação de maneira comedida, pois muito antes deste evento, tribos primitivas praticavam o comércio e para tanto algum conhecimento matemático devia existir. Também é difícil precisar quem foram os primeiros a produzir registros matemáticos.

De acordo com Eves (1992), em torno de 3000 a.C. na Mesopotâmia, foram encontrados tabletes de argila cozida com representações de geometria, produzidos pelos sumérios.

Para Garbi (2006), embora não haja nenhum registro documental, devemos assinalar que no Egito antigo se evidenciaram conhecimentos aprofundados de geometria prática, que podem ser observados na construção da pirâmide de degraus, por volta de 2700 a.C., para servir de tumba ao faraó egípcio Djoser e principalmente a construção da grande pirâmide de Quéops edificada em 2650 a.C. aproximadamente. Ainda no Egito antigo a História registra dois dos mais antigos documentos que chegaram até nós, o Papiro de Moscou[3] e o Papiro de Hames (ou Rhind)[4], datados por volta de 1850 a.C. e 1650 a. C. respectivamente. Neles, estão registrados 110 problemas sendo 85 no Papiro de Hames e 25 no Papiro de Moscou. Do total, 26 problemas são de geometria.

Eves (1992, p.5) relata que “a maioria desses problemas provém de fórmulas de mensuração necessárias para calcular áreas de terras e volumes de celeiros”. É importante mencionar que embora estes problemas dos papiros apresentem instruções para resolução, não há neles qualquer demonstração ou justificação das resoluções. Não dispomos de informações suficientes para delimitar no tempo o momento exato que a Geometria Subconsciente se transformou em Geometria Científica, entretanto há fortes indícios de que o palco deste importante acontecimento tenha sido o vale do Nilo, no Egito antigo. Para Eves (1992) este ponto de vista fica evidenciado pelo grego Heródoto (o Pai da História), o qual, no

3 Este documento se encontra atualmente no Museu de Moscou de Finas Artes.
4 Este papiro foi escrito pelo escriba egípcio Ahmes em 1650 a.C. e descoberto por A. Henry Rhind, egiptólogo escocês no século XIX.

século V a.C., escrevendo sobre a História do Egito, assim se manifestou:

> Eles diziam que este rei (Sesóstris) dividia a terra entre os egípcios de modo a dar a cada um deles um lote quadrado de igual tamanho e impondo-lhes o pagamento de um tributo anual. Mas qualquer homem despojado pelo rio de uma parte de sua terra teria de ir a Sesóstris e notificar-lhe o ocorrido. Ele então mandava homens seus observarem e medirem quanto a terra se tornara menor, para que o proprietário pudesse pagar sobre o que restara, proporcionalmente ao tributo total. Dessa maneira, parece-me que a geometria teve origem, sendo mais tarde levada a Hélade (EVES, 1992, p.3).

Com o passar do tempo, mudanças econômicas e políticas provocam a decadência de algumas civilizações e a ascensão de outras, portanto após babilônios e egípcios, destacaram-se os gregos. Uma região em particular se evidenciou pela produção intelectual no campo da Filosofia e da Matemática dedutiva, a Jônia, formada por ilhas no mar Egeu da qual fazia parte Mileto, Samos e outras. Pouco se sabe sobre a geometria grega primitiva, pois não há registros que balizam eventos dessa natureza, o que sabemos são as informações relatadas em manuscritos cujos originais foram confeccionados muitos anos antes. De acordo com Eves (1992, p.7), “Nossa principal fonte de informações referente à geometria grega primitiva é o chamado Sumário eudemiano de Proclus”. Este Sumário aponta Tales de Mileto como mentor do início da geometria grega e também é considerado o primeiro a utilizar “métodos dedutivos em geometria”.

Um dos fatos marcantes da História da Geometria é registrada por meio da passagem de Tales de Mileto (c. 640 a.C. – 564 a.C.) pelo Egito, quando visitou as pirâmides na companhia do faraó Amásis. Garbi (2006, p.22) menciona que Tales ao medir “as sombras da pirâmide de Quéops e de um bastão que plantara verticalmente na areia, calculou a altura do monumento através de triângulos semelhantes”.

De acordo com Eves (1992), outra importante referência relatada no Sumário eudemiano é Pitágoras que nasceu na Jônia mais precisamente na ilha de Samos (c. 572 a.C.), mais tarde devido às perturbações políticas do local migrou para cidade de Crotona ao sul da península italiana.

Garbi (2006) reverencia que nesta cidade aproximadamente em 540 a.C., Pitágoras fundou uma escola que além da Matemática também tinha como foco o estudo da Filosofia e as Ciências Naturais. Embora os pitagóricos possuíssem um viés místico-religioso, o conhecimento matemático evoluiu de forma prodigiosa. Atribui-se a Pitágoras a demonstração do teorema que leva seu nome que trata da propriedade geral dos triângulos retângulos (já conhecida dos chineses e babilônios). Três dos cinco poliedros regulares: o tetraedro, o cubo e o dodecaedro já eram do conhecimento dos pitagóricos e posteriormente caberia a Teeteto, discípulo de Platão, a descoberta do octaedro e do icosaedro. Estes cinco poliedros regulares são denominados modernamente de poliedros de Platão, embora nenhum deles tenha sido descoberto por ele. Platão (427 a.C. – 347 a.C.) fundou em Atenas uma escola chamada de Academia de Platão em torno de 386 a.C.

É relevante assinalarmos a importância que Platão despendia a Matemática, considerando-a uma ferramenta indispensável para a compreensão do mundo em nossa volta. Da escola de Platão emergiram muitos matemáticos importantes, destacando-se entre outros, Eudóxio e Teeteto. Com o objetivo de expandir suas fronteiras, o império grego, em 332 a.C., por meio de Alexandre, o Grande, conquistou o Egito e no delta do rio Nilo fundou a cidade de Alexandria.

Para Boyer (1974), após a morte de Alexandre, o Grande, houve disputa pelo poder entre os generais de seu exército, contudo na parte egípcia do império, Ptolomeu I, em 306 a.C., solidificou-se no poder e sua grande proeza foi a construção da Escola ou Instituto conhecido também como Museu ou Biblioteca de Alexandria, visando centralizar ali o saber. Os Ptolomeus, reis gregos que governaram o Egito, incentivaram a pesquisa em todas as áreas do conhecimento e em meio a este ambiente a genialidade desabrochou.

De acordo com Venturi (1992a), nesta Escola (Biblioteca de Alexandria), presume-se que havia 700000 rolos (pergaminhos) e nela alguns matemáticos se destacaram: Euclides (c. 325 a.C. – c. 265 a.C.), que por volta de aproximadamente 300 a.C. escreveu sua principal obra, Os Elementos, composta de 13 livros(rolos de pergaminhos), compostos de 465 proposições. Ainda acerca da obra Os Elementos escrita por Euclides, nela está catalogado de forma sistemática quase todo o conhecimento de Matemática da época, Ávila (2001) comenta:

> Um equívoco que se comete com freqüência é pensar que os Elementos são uma obra somente sobre Geometria. Na verdade, há

> muito de Aritmética e Álgebra em vários livros dos Elementos. O que é verdade – e isso explica, pelo menos em parte, a origem do equívoco- é que a Matemática grega, na época que Euclides compôs a sua obra, era toda ela geometrizada (AVILA, 2001, p.2).

Segundo Venturi (1992b), também teve destaque nesta Escola: Apolônio de Perga (c. 262 a.C. – c.190 a.C.), considerado o Grande Geômetra, autor de um importante tratado conhecido como As Cônicas. Venturi (1992c) ainda destaca Arquimedes (c. 287 a.C. – 212 a.C.), cuja produção intelectual foi bastante vasta, iniciando pela Geometria Plana e Sólida, passando pela Astronomia e incursionando até pela Mecânica e Hidrostática.

Ainda sobre a Biblioteca (Museu) de Alexandria, de acordo com Sagan (1982), é oportuno mencionar que o último cientista, que por lá esteve desenvolvendo pesquisas, foi uma mulher de nome Hipácia, que se ocupou com Matemática, Física e Astronomia. Nascida em Alexandria, no ano de 370, teve fim trágico em 415, quando foi brutalmente assassinada por um grupo de fanáticos religiosos comandados por Cirilo, Patriarca de Alexandria. Chegava o fim de uma época gloriosa de produção do saber.

Eves (1992) descreve sobre a época denominada alta Idade Média europeia, iniciada com a queda do Império Romano na metade do século V prolongada até o século XI. Nesta lacuna do tempo, houve uma degradação na civilização da Europa ocidental, inclusive com o ensino quase inexistente. Neste período de trevas, na Europa, é importante destacar que a geometria hindu deixou sua contribuição com um trabalho de Brahmagupta (c. 628), que abordava os quadriláteros cíclicos. Também houve alguma contribuição de matemáticos árabes.

> Em geometria pode-se mencionar o trabalho feito por Abu'l-Wefa (940 – 998) com compassos "enferrujados", ou compassos de abertura fixa, a solução geométricas das equações cúbicas dadas por Omar Khayyam (c. 1044 – c. 1123) e as pesquisas de Nasir Edin (c. 1250) sobre o postulado das paralelas de Euclides (EVES, 1992, p.13).

Já no final do século XI, os conhecimentos preservados pelos árabes, por meio de traduções latinas, foram reintroduzidos na Europa. O século XIII, por sua vez, viu o nascimento das universidades de Paris, Oxford, Pádua e Nápoles, estes acontecimentos potencializaram o estudo da Matemática e foi nesta época que Johanes Campanus (c. 260) traduziu para o latim a obra os Elementos de Euclides.

O século XIV foi marcado por dois eventos importantes na História: um deles foi a peste que dizimou considerável parte da população e o outro foi a Guerra dos Cem Anos. Em meio a este panorama nada de relevante se produziu em termos de matemática, contudo no século XV, com o surgimento do renascimento, a arte e o saber se destacaram e em termos da matemática o foco foi a álgebra, aritmética e a trigonometria. No século XVI, o fato relevante para a geometria também foi a tradução dos Elementos de Euclides, a partir do grego, realizada desta vez por Federigo Commandino (1572), que serviu de base para outras traduções feitas posteriormente.

Em 1639, Gérard Desargues publicou um trabalho sobre secções cônicas relacionado à ideia de projeção, dando os primeiros sinais da geometria projetiva. Contudo, somente no final do século XVIII, este assunto foi retomado por Gaspard Monge e, finalmente, a geometria projetiva teve suas bases solidificadas com um notável trabalho de Poncelet (1788 – 1867), que embora preso "e, sem dispor de um só livro ou de material de trabalho, concebeu um tratado de Geometria Projetiva" (Garbi, 2006, p.216). Após ser libertado da prisão na Rússia e já estando de volta à cidade de Metz, iniciou seu *Traité des Proprietés Projectives des Figures,* o qual foi publicado em 1822. Embora não haja consenso entre os historiadores da matemática acerca da origem da geometria analítica, a contribuição de Descartes parece ser a mais provável. Seu trabalho de 1637, intitulado, o tratado filosófico sobre a ciência natural faz, no terceiro apêndice, *lá geometrie*, uma abordagem à geometria analítica. Acerca da geometria diferencial, Eves (1992, p.19) menciona que "provavelmente é correto dizer que a geometria diferencial, pelo menos em sua roupagem moderna, começou no início do século XVIII, com as inter-aplicações do cálculo e da geometria analítica". Muitos matemáticos ao longo do tempo questionaram o 5º postulado de Euclides (postulado das paralelas), o qual resultou no surgimento das Geometrias Não-Euclidianas. De acordo com Eves (1992, p.22), "em 1871, Klein deu as três geometrias – de Bolyai e Lobachevsky, de Euclides e de Riemann - os nomes Geometria Hiperbólica, Geometria Parabólica e Geometria Elíptica".

Garbi (2006) cita que por meio das bases estabelecidas na geometria de Riemann, desenvolveu-se o Cálculo Tensioral usado por Albert Einstein, no início de século XX, para a formulação da Teoria da Relatividade Geral.

Atualmente, o estudo da Geometria é referenciado na Matemática Escolar com os nomes de Geometria Plana, Geometria Métrica Espacial e Geometria Analítica, contudo as Diretrizes Curriculares de Matemática para as séries finais do Ensino Fundamental e Médio do Estado do Paraná (2008, p.55), ao mencionarem o conteúdo estruturante "Geometrias" desdobram-no da seguinte forma: "geometria plana, geometria espacial, geometria analítica e noções básicas de geometrias não-euclidianas".

2.2 Diretrizes Curriculares de Matemática para as séries iniciais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio

De acordo com as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (2008), que balizam o ensino da Matemática, deve-se refletir acerca do discurso matemático não só sob a ótica do caráter cognitivo, mas também sobre a importância social do ensino desta disciplina.

Através da Educação Matemática, o professor pode direcionar sua ação docente criticamente, para que veja a Matemática sob o ponto de vista de algo que está em construção, assim como outras atividades humanas.

Ao aluno vislumbra um ensino que torne possível a apreensão do conteúdo de forma crítica e, que por meio de análises e conjecturas, possa ir além do senso comum.

As Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica da Rede Pública Estadual propõem os seguintes conteúdos estruturantes:

> ♦Números e Álgebra;
> ♦Grandezas e Medidas;
> ♦Geometrias;
> ♦Funções;
> ♦Tratamento da Informação.
> (Diretrizes Curriculares, 2008, p.49)

Enfatizando especificamente a Geometria, tema de estudo desta pesquisa, as Diretrizes Curriculares para a Educação Básica da Rede Pública Estadual mencionam que no Ensino Médio, ao aluno seja proporcionado um estudo mais aprofundado em nível de abstração e complexidade dos conceitos de Geometria

Plana e também de Geometria Espacial. Ainda acerca da Geometria as diretrizes citam:

> Assim, é necessário conhecer as demonstrações das fórmulas, teoremas, conhecer e aplicar as regras e convenções matemáticas, tanto no estudo da geometria de posição como no cálculo de área de figuras geométricas planas e espaciais e de volume de sólidos geométricos, em especial de prismas, pirâmides (tetraedro), cilindro, cone e esfera. (Diretrizes Curriculares, 2008, p.56)

As Diretrizes também recomendam que o ensino da Geometria deva estar ligado à Aritmética e à Álgebra, pois muitos conteúdos quando atrelados à Geometria são melhor assimilados pelos alunos.

A importância da História da Matemática é outro tópico importante mencionado nas Diretrizes. É de importância capital que os alunos percebam como os conhecimentos matemáticos que ora desfrutamos se acumularam de forma lenta e gradual ao longo do tempo, portanto a tecnologia de ponta que o homem dispõe na atualidade não existiria sem as descobertas da Matemática.

2.3 Breve revisão acerca das Teorias da Aprendizagem

De acordo com Fiorentini e Miorim (1990), até o século XVI havia uma crença que a criança tinha um poder de assimilação semelhante ao adulto, a diferença estaria no grau de desenvolvimento. Na época, a aprendizagem tinha como foco a memorização de fórmulas ou então de regras e outros procedimentos. O professor desta época era um mero expositor e transmissor de um conhecimento que estava devidamente pronto e lapidado. Considerava-se perda de tempo usar outros materiais ou objetos para auxiliar na aprendizagem.

Já no século XIX, Johann Heinrich Pestalozzi (1746 – 1827), educador suíço, adepto da educação pública, defendia a introdução de novos recursos metodológicos e já mencionava que a educação deveria começar com a percepção de objetos concretos, realizando ações materiais com experimentação.

Uma pesquisa mais elaborada no campo da inteligência infantil foi desencadeada pelo pesquisador suíço Jean Piaget (1896 –1980). De acordo com Richmond (1981), Piaget dividiu o processo de desenvolvimento intelectual da criança em estágios e períodos, cuja delimitação se dá por meio da idade cronológica. É importante ressaltar que as idades referenciadas devem ser consideradas como linhas balizadoras, pois crianças podem atingir determinado estado desenvolvimental, mais cedo ou mais tarde que as outras.

O primeiro período considerado se refere aos dois primeiros anos de vida da criança, nesta fase há uma coordenação de seus sistemas sensório-motores, pois ao manipular objetos, executam-se experiências mentais. Nesta fase, o progresso intelectual é estritamente limitado, uma vez que se restringe a observação das propriedades dos objetos e das ações com eles relacionados.

O próximo estágio considerado se delimita aproximadamente de um ano e meio aos cinco anos de idade. Nesta fase, aflora o pensamento simbólico e surge a representação sensório-motora. A função simbólica possibilita o aparecimento da linguagem.

No intervalo aproximado de quatro anos até oito anos o progresso das estruturas mentais é potencializado através da união da interação social com a linguagem. Com o aumento do relacionamento social e o uso da linguagem em sua atividade, seu modelo mental do ambiente é redirigido. Nesta fase, ainda não são da compreensão da criança, no sentido abstrato, os conceitos de espaço e tempo.

Na faixa etária aproximada dos sete aos doze anos emerge o pensamento operacional concreto, oriundo das ações mentais emergidas de ações físicas que para a mente foram internalizadas.

Dos nove aos doze anos aproximadamente há um progresso das operações concretas. Conforme o período destas operações avança, os registros feitos pelas crianças são cada vez mais precisos, tanto do ponto de vista daquilo que veem quanto em relação aos resultados de suas experiências. A partir dos doze anos em diante, as operações concretas evoluem para operações formais.

3. PRODUÇÃO E EXECUÇÃO DO PROJETO

3.1 Introdução

O tema proposto para este projeto se refere à Geometria Métrica Espacial, que é um conteúdo relevante, cuja abordagem auxilia na interpretação do mundo visual que nos cerca, haja vista que as formas geométricas estão presentes em tudo na natureza e também favorece a interpretação e resolução de problemas que tragam em seu contexto referências aos entes geométricos.

Este projeto foi desenvolvido com os alunos do terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual São Cristóvão de Cascavel e teve como alicerce o uso de materiais manipuláveis (material concreto) no estudo da geometria métrica espacial, as atividades práticas foram mescladas com as aulas formais.

3.2 Descrição das atividades

3.2.1 Atividade 01

Aula Prática - Construção de poliedros a partir de sua planificação

Dividiu-se a classe do terceiro ano do Ensino Médio em grupos de quatro alunos.

Materiais utilizados:

i) cartolina

ii) tesoura

iii) cola

iv) régua

v) compasso

vi) transferidor.

Nesta atividade, inicialmente os alunos desenharam a planificação do poliedro sobre a cartolina. Nesta fase dos trabalhos, apareceram algumas dificuldades em desenhar um triângulo equilátero ou um hexágono regular, que foram superadas com o uso do transferidor e/ou do compasso. Após a planificação fizeram-se recortes, dobras e colagens, concluindo assim a construção. Os poliedros construídos foram: os cinco poliedros regulares e os prismas: triangular, quadrangular e hexagonal. Os trabalhos se desenvolveram de forma satisfatória, com boa participação dos alunos.

Essa atividade desenvolveu-se na sala de aula no dia 16/03/09. Pôde-se observar que os alunos mostraram boa desenvoltura no manuseio de materiais, trabalhando de forma descontraída e com bastante interesse pela atividade. É relevante também que façamos uma reflexão acerca de alguns comentários feitos pelos alunos durante o desenvolvimento desta atividade, conforme seguem:

i) "Esta atividade foi legal porque não tinha cálculos";

ii) "Deveria ter mais aulas assim";

iii) "É bom relacionar a teoria com a prática";

iv) "Gostei da aula porque foi descontraída".

Tais comentários dos alunos asseveram a importância de se integrar e interagir conhecimento teórico com conhecimento prático. Demonstram ainda que os educandos entendem como uma boa aula àquela em que eles se descontraem, isto é, em que haja o lúdico instaurado no processo de ensino-aprendizagem.

A importância do lúdico neste processo é destacada por Giancaterino (2009, p.109), quando menciona que "por meio de atividades lúdicas, que proporcionem prazer e participação, o aluno é motivado a desenvolver suas próprias ações, ou seja, agir diante de novas circunstâncias, o que representa um estado de autocontrole e aprendizagem".

3.2.2 Atividade 02

Aula Prática - Análise de sólidos de madeira (paralelepípedos)

Dividiu-se a classe do terceiro ano do Ensino Médio em grupos de quatro alunos.

Materiais utilizados:

i) Pedaços de tábuas de diversos tamanhos (paralelepípedo retângulo);

ii) Fita métrica;

iii) Calculadora.

Procedimentos:

1. Meça as dimensões do sólido geométrico.

2. Faça um desenho esquemático do mesmo indicando as medidas.

3. Se este pedaço de tábua fosse revestido com papel, quantos cm^2 seriam necessários?

4. Calcule o volume deste sólido em cm^3.

5. Calcule o volume deste sólido em m^3.

6. Calcule o volume em m^3 de uma tábua de 3 m de comprimento e com mesma largura e espessura daquela que vocês mensuraram no item 2. Faça um novo desenho esquemático indicando as medidas.

7. Calcule quantas tábuas de 3 m de comprimento, mencionadas no item 6, são necessárias para completar 1 m^3 de madeira.

8. Sabe-se que 1 m^3 desta madeira custa em torno de R$ 643,00. Calcule o valor de 1 m linear desta tábua.

9. Supondo que alguém comprasse 20 destas tábuas de 3 m, pagando pelo m^3 R$ 643,00 e que o comerciante lhe desse um desconto de 8%, no pagamento à vista. Qual seria o valor desta compra?

10. Acerca da compra mencionada no item 9. Se o pagamento fosse feito 30 dias após a compra, de uma só vez, com um acréscimo de 5%, de quanto seria o valor deste pagamento?

Esta atividade foi realizada no dia 31/03/09, em duas aulas na sala de aula, com os alunos do 3º ano do Ensino Médio. Nessa atividade, os alunos apresentaram dificuldades iniciais no manejo da fita métrica e também da calculadora, que foram sanadas de forma satisfatória no decorrer dos trabalhos. Percebeu-se que até aquele momento alguns alunos apresentavam algumas dificuldades no entendimento acerca das áreas do prisma (Ab, $A\ell$, At). Na questão 03, quando se mencionou o revestimento do pedaço de tábua com papel, tiveram uma melhor compreensão sobre o que deveriam calcular, neste caso, a área total do objeto (paralelepípedo retângulo).

No comentário dos alunos, alguns confidenciaram que “por meio deste tipo de aula, utilizando material concreto, conseguimos entender melhor o conteúdo”. Outro aluno ainda se manifestou dizendo, “pela primeira vez consegui entender algo de Matemática”.

Acerca da importância de atividades experimentais concretas, Kaleff (2003, p.188) destaca: “Em nossa prática temos ainda observado que muitos alunos que não se interessavam pelo estudo da Matemática, após algumas atividades experimentais concretas em Geometria também se motivaram para o estudo de outras áreas da matemática". Percebe-se assim, uma necessidade cada vez maior de vincular os conteúdos da Matemática com situações reais da vida dos alunos, mas devemos ficar atentos para que os conteúdos da Matemática Formal não sejam relegados um plano secundário.

3.2.3 Atividade 03

Aula Prática - Medição do volume e da densidade de corpos (poliedros) irregulares (aquário)

Dividiu-se a classe do terceiro ano do Ensino Médio em grupos de quatro alunos.

Materiais utilizados:

i) Corpo(objeto) poliédrico que mergulhe totalmente na água;

ii) Fita métrica e/ou régua;

iii) Calculadora;

iv) Aquário de vidro (paralelepípedo retângulo) parcialmente cheio d'água.

Procedimentos:

1. Meça as dimensões internas do aquário.

2. Utilizando-se uma balança meça a massa em kg do corpo (objeto).

3. Mergulhe o corpo totalmente na água.

4. Faça um desenho esquemático do aquário e o corpo mergulhado mostrando o deslocamento da coluna d'água e indicando as medidas.

5. Calcule o volume deste objeto (corpo) que é igual ao volume de água deslocada.

6. Calcule a densidade do corpo. Utilize a fórmula $d = \frac{m}{V}$.

Nessa atividade, que aconteceu no dia 07/04/09, em duas aulas na sala de aula, os alunos não apresentaram dificuldades no manejo dos materiais envolvidos. Os poliedros e/ou corpos que os alunos trouxeram para análise foram fragmentos de pedras de formato irregular, tijolos de 6 furos, dentre outros. Notou-se ainda uma melhora no manejo da calculadora bem como no uso da escala métrica.

Os alunos acharam essa atividade interessante, pois lembraram que a grandeza densidade já havia sido utilizada nas aulas de Física e também nas de Química. Fica evidenciado que quando os conteúdos são apresentados do ponto de vista interdisciplinar são mais significativos para os alunos e nesse aspecto ao tratarem da interdisciplinaridade, as Diretrizes Curriculares da Educação Básica de Matemática (2008, p.27) destacam: “Ao tratar do objeto de estudo de uma disciplina, buscam-se nos quadros conceituais de outras disciplinas referenciais teóricos que possibilitem uma abordagem mais abrangente desse objeto”.

Uma dificuldade percebida durante os trabalhos deveu-se ao fato que alguns alunos ao manusearem a fórmula $d = \frac{m}{V}$, esqueceram de transformar a massa de “kg” para “g”, o que resultou num valor menor do que 1 (um) para a densidade, pois o volume calculado estava em cm^3, quando o resultado deveria ser maior do que 1 (um), pois o corpo afundara totalmente na água.

3.2.4 Atividade 04

Aula Formal - Resolução de problemas: atividades da Unidade Didática

Dividiu-se a classe do terceiro ano do Ensino Médio em duplas.
Materiais utilizados:
i) Apostila contendo a Unidade Didática;
ii) Calculadora.

Procedimentos

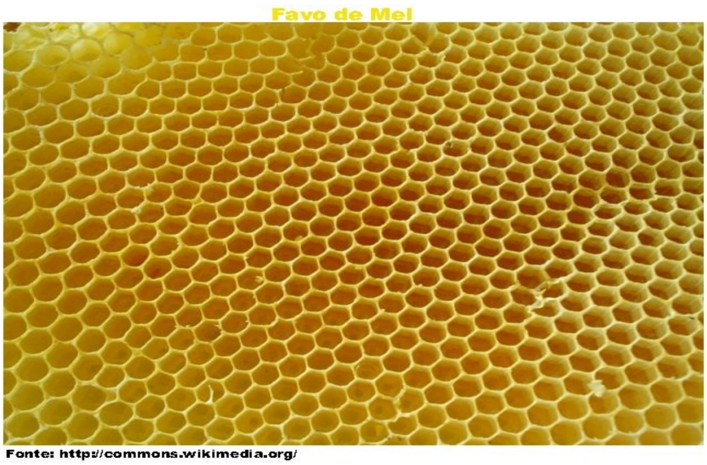
Esta atividade foi realizada no dia 13/04/09 na sala de aula, a partir das propostas concernentes às páginas 18, 19, 20, 21 e 22 da apostila contendo a Unidade Didática[5]. Solicitou-se aos alunos, que se agrupassem em duplas e resolvessem as

5 A Unidade Didática faz parte da Produção Didático-Pedagógica do professor PDE 2008, Ilseu Versa, a qual foi confeccionada no segundo período do programa, isto é, no segundo semestre de

seguintes proposições: i) Manifestações da Natureza; ii) Contextualização do Cotidiano; iii) Relações com a Física; iv) Outros Problemas.

i) Manifestações da Natureza

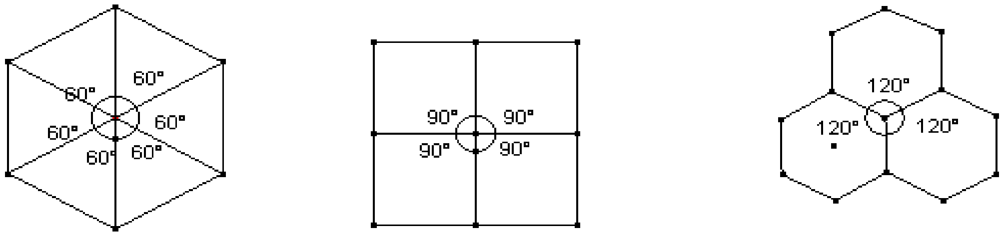
As abelhas europeias depositam o mel nos alvéolos, os quais têm formato poliédrico semelhantes a prismas hexagonais com encaixe perfeito, sem interstícios entre um alvéolo e outro, formando desta maneira o favo de mel, conforme observamos na figura abaixo a qual está disponível no site www.diaadia.pr.gov.br.



Fonte: Disponível em: <u><</u>http://www.diaadia.pr.gov.br/ tvpendrive/arquivos/ Image/ conteudos/imagens/matematica /favomela.jpg>, acesso em 29/09/2008.

Levadas por um instinto natural, as abelhas procuram um formato para seus alvéolos que comporte maior volume com menor gasto de material (cera). Na construção do favo, cada parede de um alvéolo também serve de parede do alvéolo vizinho. Nesta perspectiva o formato do alvéolo não pode ser cilíndrico, pois neste caso haveria considerável perda de material. A forma mais adequada para o alvéolo é a prismática. Dentre os prismas regulares que podem ser justapostos com encaixe perfeito são: o triangular, o quadrangular e o hexagonal.

2008, com o título: Poliedros e Prismas: um passeio pela sua história e algumas aplicações.



Por que as abelhas optaram construir os favos num formato semelhante a um prisma hexagonal regular? Por que não um prisma triangular regular?Tente explicar este fenômeno do ponto de vista matemático, usando a álgebra e a geometria.

ii) Contextualização do Cotidiano

Certa vez, dialogando com um morador do mesmo bairro que resido, relatava-me este as etapas da construção de sua nova casa. Contava-me ele que era importante pesquisar preços, objetivando minimizar o custo final da obra. Naqueles dias, este morador comprara madeira, a qual, além de servir de caixarias para concretagem das vigas, também seria utilizada para o madeiramento do telhado. Relatou-me que comprara uma ponta de estoque, a qual estava com preço promocional. O preço do m^3 da madeira era de R$ 800,00 e o valor total da compra foi de R$ 1152,00. As dimensões das tábuas eram de 40 cm de largura, 1” (2,54 cm) de espessura e os comprimentos variáveis. Ao fazer a conferência da entrega do material, o morador observou as seguintes quantidades:

Comprimento das tábuas	Quantidade de tábuas
2 m	10
2,1 m	8
2,2 m	12
2,3 m	6
2,5 m	14
3 m	10

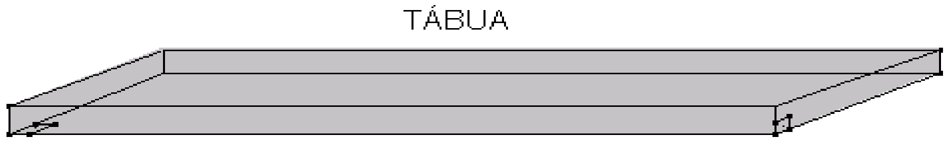
Este cidadão fez-me as seguintes indagações:

a) Quantos m^3 de madeira havia comprado?

b) O preço de R$ 1152,00 que ele havia pagado, era compatível com o valor do m^3

anunciado (R$ 800,00)?

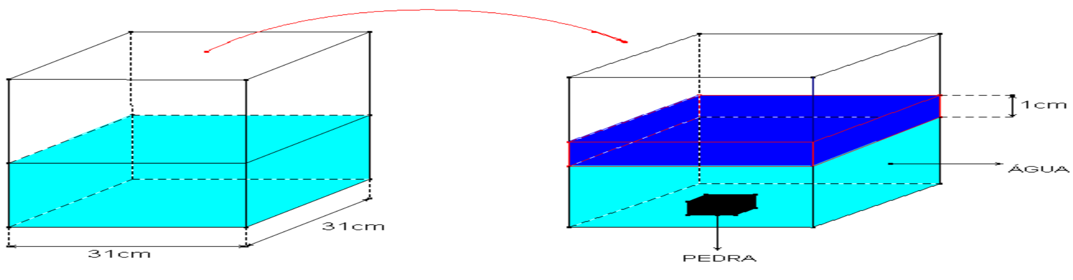
c) Se ele tivesse pagado rigorosamente de acordo com o valor do m³ anunciado (R$ 800,00), o valor da compra seria maior, menor ou igual a R$ 1152,00?



iii) Relações com a Física

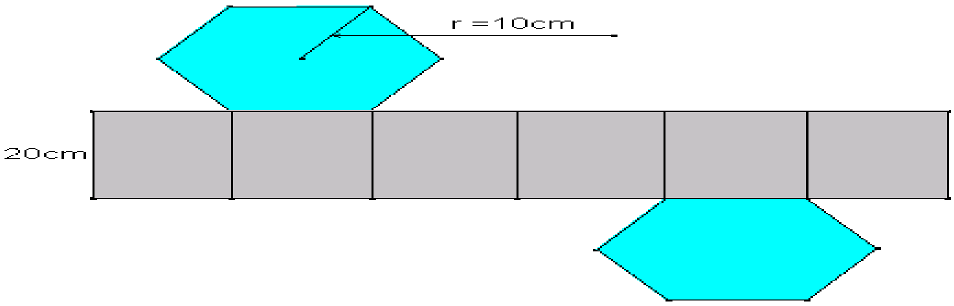
Denomina-se densidade de um corpo (d) a razão entre a massa (m) e o volume (V) por ele ocupado, ou seja, $d = \frac{m}{V}$. No Sistema Internacional de medidas, a unidade usada para densidade é kg/m³, mas também se pode usar g/cm³ ou até kg/L. Tomando-se como referência a densidade da água que é de 1 g/cm³, conclui-se que todos os corpos que ao serem colocados em contato com a água afundarem totalmente, terão densidade maior do que 1 g/cm³, os que flutuarem terão densidade menor do que1 g/cm³.

·Um aquário de vidro tem formato de paralelepípedo retângulo cujas dimensões internas são: 31 cm por 31 cm de base por 30 cm de altura e está parcialmente ocupado com água. Uma pedra de formato poliédrico irregular de massa 2,92 kg, foi mergulhada e fez o nível da água subir 1 cm. Calcular o volume e a densidade da pedra.



iv) Outros Problemas

1. Calcule o volume do prisma hexagonal regular, observando sua planificação no desenho abaixo.



2. Um agricultor construiu uma caixa d'água em formato de paralelepípedo retângulo, para armazenar água em sua propriedade. Após sua conclusão as dimensões internas acusaram as seguintes medidas: 2 m de comprimento, 2,2 m de largura e 1,5 m de profundidade.

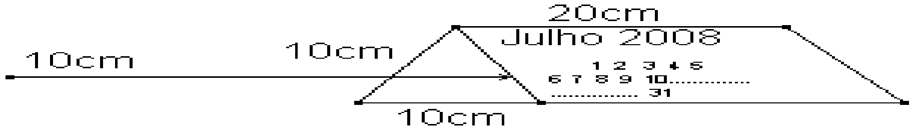
a) Se esta caixa estiver totalmente cheia, quantos litros de água pode conter?

b) Num certo dia, o agricultor mediu a profundidade da água e esta acusou 90 cm. Quantos litros de água havia na caixa naquele momento?

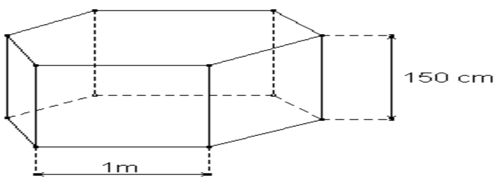
c) Que % do volume da caixa não estava ocupado com água no momento da medição do item b?

3. Nossa sala de aula tem forma de um paralelepípedo retângulo cuja altura é de 2,8 m. Usando uma fita métrica, meça as dimensões da base e em seguida calcule a medida da diagonal da sala de aula.

4. Um calendário, em forma de prisma triangular regular, foi confeccionado em madeira e posteriormente revestido de papel. Quantos metros quadrados de papel, aproximadamente, são necessários para revestir 1000 desses calendários?



5. Na construção de uma ponte, fundiram-se sapatas de concreto que serviam de base para a sustentação das colunas. Seu formato geométrico era de um prisma hexagonal regular conforme indicações da figura abaixo. Calcule o volume de material utilizado para a construção de uma delas.



6. (UFPB) Um bloco cúbico de concreto de aresta medindo 2 m tem massa m = 56 t. Calcule em g/cm^3, a densidade média do bloco.

7. Se colocarmos 1 litro de água e um litro de gasolina numa balança de equilíbrio, o que acontece com a balança? Fica equilibrada ou desequilibrada, explique o por quê? obs. Considere a densidade da gasolina , d = 0,7 g/cm^3.

8. (UNIOESTE). Em uma caixa d'água cúbica, de 1 m de lado, inicialmente vazia, é despejada água à razão de 20 litros por minuto. Após 30 minutos, o nível da água na caixa, com relação ao fundo, será, em centímetros, igual a: Resp............

9. (CEFET-RJ). Uma piscina com formato de paralelepípedo retângulo com 5m de largura, 10 m de comprimento e 1,60 m de profundidade deverá ser azulejada. Sabendo que o m^2 do azulejo custa R$ 20,00 e que deverão ser comprados 10% a mais para as quebras, então o gasto total em reais será de:

a) 1760,00

b) 1960,00

c) 2156,00

d) 2960,00

e) 3256,00

Os problemas relativos às atividades ii e iii foram resolvidos de forma satisfatória, contudo, na resolução da atividade i se verificou que os alunos não têm muita familiaridade no manuseio de fórmulas algébricas, neste caso específico teve-se que provar que usando mesmo perímetro da base e mesma altura, o prisma hexagonal regular é aquele que apresenta maior volume em relação ao prisma quadrangular regular e o prisma triangular regular.

Durante o desenvolvimento desta atividade, percebeu-se que alguns alunos conseguem interpretar um problema, fazer o levantamento de dados e encaminhar a resolução algébrica de forma satisfatória. Contudo outros alunos disseram: "Nós não conseguimos interpretar os problemas" e um outro aluno relatou : "Eu e muitos de meus colegas, temos muitas dificuldades em interpretar textos de qualquer Matéria". É relevante que se faça uma reflexão acerca desta problemática, pois as avaliações oficiais apontam as disciplinas de Matemática e Português com rendimentos insatisfatórios.

3.2.5 Atividade 05

Aula no Laboratório de Informática - Pesquisa sobre os faraós egípcios e suas pirâmides

Dividiu-se a classe do terceiro ano do Ensino Médio em grupos de quatro alunos.

Materiais utilizados:

Faça uma pesquisa por meio da internet sobre os faraós egípcios e suas pirâmides. Pesquise sobre a vida dos faraós e sobre os detalhes das pirâmides a eles vinculadas. Pesquise sobre os faraós:

i) Quéops e sua pirâmide;

ii) Quéfren e sua pirâmide;

iii) Miquerinos e sua pirâmide;

iv) Djoser e sua pirâmide.

Cada grupo deverá sintetizar as informações pesquisadas e redigir um texto acerca daquilo que é mais relevante.

Nessa atividade, que aconteceu no dia 11/05/09, em duas aulas no Laboratório de Informática, os alunos mostraram boa desenvoltura no contato com o computador. Contudo, percebeu-se que a maioria deles tem enormes dificuldades em redigir o texto com suas palavras, isto é, fazem cópia literal do texto, este fato requer que se faça uma reflexão, pois para alunos que estão concluindo o Ensino Médio, espera-se a autonomia quanto à produção e interpretação de textos.

3.2.6 Atividade 06

Aula Prática - Análise de sólidos corpos redondos (de revolução). Cilindro: medição, cálculos de áreas e volume.

Dividiu-se a classe do terceiro ano do Ensino Médio em grupos de quatro alunos.

Materiais utilizados:

i) Embalagem de formato cilíndrico (lata de óleo vegetal, de extrato de tomate e outras);

ii) Fita métrica ou régua;
iii) Calculadora.

Procedimentos:

1. Meça as dimensões do sólido geométrico.
2. Faça um desenho esquemático do mesmo indicando as medidas.
3. Calcule em centímetros quadrados, a área de material necessário para fabricar este sólido.
4. Calcule o volume máximo que este sólido pode conter em **mL** e em **L**.
5. Num reservatório existiam 180000 cm^3 de óleo vegetal, o qual seria embalado em latas cilíndricas com 0,9 litros cada. Quantas destas latas seriam necessárias para embalar este volume?
O dono de uma mercearia comprou num atacado 50 caixas de extrato de tomate, contendo 12 latas cada caixa. Pagou por cada lata R$ 1,80. A lata tem formato cilíndrico medindo internamente: 8,1 cm de profundidade e 7,2 cm de diâmetro da base. O conteúdo de extrato indicado na lata é de 340 gramas. Com base neste enunciado resolva as questões 6, 7, 8, 9 e 10.
6. Calcule o volume da lata em cm^3.
7.Calcule a densidade do extrato de tomate desta lata. Use a formula: $d = \frac{m}{V}$.
8. Calcule o valor da compra deste comerciante.
9.Qual seria o valor da compra se o atacado tivesse lhe dado um desconto de 5%?
10. Sabendo que este comerciante venderá as latas com um acréscimo de 20% em relação ao preço que pagou ao atacado, calcule o valor de cada lata.

Esta atividade foi realizada em sala de aula dia 18/05/09, com os alunos do terceiro ano do Ensino Médio. Fez-se a análise de áreas e volume de embalagens de formato cilíndrico, tais como latas de óleo vegetal, de massa de tomate, entre outras. Nesta atividade, os alunos mostraram boa desenvoltura, tanto nas medições quanto nos cálculos, evidenciando um crescimento em relação às primeiras atividades realizadas.

3.2.7 Atividade 07

Apresentação do SOFTWARE POLY - Visualização de poliedros: planificações e disposição espacial

O SOFTWARE POLY é um programa de Geometria dinâmica, o qual permite a visualização de poliedros por meio de imagens, tanto planificados como dispostos espacialmente, sendo possível colocá-los em movimento, permitindo sua visualização gráfica sob diversos ângulos. Além dos sólidos usualmente estudados, o programa fornece a visualização de outros sólidos de formatos mais exóticos. Os sólidos disponíveis são:

i) Sólidos de Platão;
ii) Sólidos de Arquimedes;
iii) Prismas e Antiprismas;
iv) Sólidos de Johnson;
v) Sólidos de Catalan;
vi) Dipirâmides e Deltoedros;
vii) Esferas e domos geométricos.

Esta atividade foi realizada dia 19/05/09, com os alunos do terceiro ano do Ensino Médio, em sala de aula, por meio da utilização de um computador. Os alunos acharam a atividade interessante e houve bom interesse por parte de todos. Os alunos comentaram que é interessante esta abordagem porque facilita a compreensão das figuras geométricas, pois conseguem vê-las em movimento. É necessário destacar a importância das mídias tecnológicas, pois "a incorporação das novas tecnologias da informação e da comunicação no campo de ensino tem conseqüências tanto para a prática docente como para os processos de aprendizagem" (LIGUORI, 1997, p.78). Desta forma, a utilização do SOFTWARE POLY despertou o interesse dos alunos, fato este possibilitador do sucesso da situação interacional do Ensino e da Aprendizagem.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática apresenta dificuldades tanto para os alunos quanto para os professores. Os alunos muitas vezes argumentam que não entendem os conteúdos e não veem utilidade dos mesmos no cotidiano de suas vidas. Os professores de sua parte relatam que os alunos são desinteressados e que demonstram pouca vontade para o estudo. Este panorama provoca uma angústia aos docentes, pois é cada vez maior o número de alunos que são promovidos às séries seguintes e não conseguem acompanhar os conteúdos ora abordados.

Com o desenvolvimento deste projeto, tentou-se resgatar o interesse do aluno no estudo da Geometria e para isto procurou-se ir além dos métodos tradicionais, buscando nas aulas práticas com materiais manipuláveis (materiais concretos), uma participação mais efetiva da parte dos alunos. Privilegiou-se também um pouco da História da Matemática, procurando atrelar fatos históricos aos conteúdos estudados, tendo a Geometria como foco principal.

Durante o período de implementação do projeto, foram desenvolvidas atividades, descritas no item 3.2. Nelas, percebem-se alguns comentários dos alunos que merecem uma reflexão. Na atividade 01: construção de poliedros a partir de sua planificação, alguns alunos se expressaram mencionando o que segue:

i) "Esta atividade foi legal porque não tinha cálculos";
ii) "Deveria ter mais aulas assim";
iii) "É bom relacionar a teoria com a prática";
iv) "Gostei da aula porque foi descontraída".

Quando o aluno diz que gostou da atividade porque não tinha cálculos, não significa que ele não queira fazer cálculos, mas certamente almeja que usemos outros procedimentos metodológicos que não sejam somente atrelados a cálculos. Percebe-se que os alunos gostam de aulas práticas, indicando que quando mesclamos aulas formais com aulas desta modalidade e o discente manipula certos materiais se tem um maior interesse por parte dos educandos.

Pode-se concluir também que o estudo da geometria por meio de materiais manipuláveis em aulas práticas, além de aumentar o interesse dos alunos, melhora a aprendizagem. Isto fica evidenciado em comentários redigidos pelos alunos no final do estudo da geometria, como seguem:

"O ensino teórico e prático da Geometria contribuiu muito para o bom êxito do ensino. O estudo da Geometria é muito interessante em todos os aspectos, desde o início do ano as aulas práticas têm ajudado na minha aprendizagem”.

“As aulas práticas foram muito importantes, pois ajudou muito na compreensão dos sólidos. Achei muito importante quando trabalhamos com sólidos que trouxemos de casa e também quando fizemos uma aula no Laboratório de Informática”.

“As aulas práticas são muito importantes, elas ajudam a entender melhor o assunto, se ficar apenas na teoria acaba virando uma coisa meio vaga”.

Infere-se nos comentários dos alunos que estudar os conteúdos usando materiais manipuláveis, atrelando-os a situações do seu cotidiano, dão mais significado ao estudo. Numa reflexão acerca do ensino da geometria, usando de materiais didáticos, Pais (2000, p.15) assim se refere: “devemos sempre estimular um constante vínculo entre manipulação de materiais e situações significativas para o aluno”.

Embora no meio acadêmico ocorra uma discussão contra e a favor do uso de materiais manipuláveis no ensino da Matemática, deve-se ressaltar que este procedimento metodológico é mais um recurso didático o qual os professores podem utilizar. Jamais se pode preconizar que a utilização deste procedimento exclua outras formalidades da Matemática, tais como demonstrações e outras conjecturas.

No desenvolvimento deste projeto, mesclaram-se as aulas teóricas com as aulas práticas de geometria procurando contextualizar sempre que possível. Este procedimento metodológico produziu bons resultados, como se pode observar no comentário redigido por um aluno: “A maneira como o conteúdo é abordado, nos faz deduzir fórmulas, raciocinar e não simplesmente decorar. Aulas práticas e teóricas são excelentes, assim o estudo não se torna enfadonho e podemos ver em quais situações da vida a Geometria está presente”. Giancaterino (2009, p.77) ao fazer alusão das situações cotidianas aplicadas à Matemática, comenta:

> Os alunos devem ser encorajados a considerar situações do dia-a-dia, transferindo-as para representações matemáticas (gráficos, tabelas, diagramas, expressões matemáticas, etc.), resolvê-las e interpretar os resultados à luz da situação inicial. Precisam ver não só como a Matemática é aplicada ao mundo real mas também como se desenvolve a partir do mundo que os rodeia (GIANCATERINO, 2009, p.77).

É importante ressaltar que a preparação de atividades diferenciadas requer do professor um tempo significativo fora da sala de aula, pois com tempo de preparo e reflexão há uma melhora no trabalho, o que justifica uma ampliação da hora-atividade atual.

5. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Arthur C.; CORRÊA, Francisco J. S. de A. Papiro de Rhind e as frações unitárias. *In:* **Revista o Professor de Matemática 35**, pp.2-8, Rio de JANEIRO, 1997.

AVILA, Geraldo. Euclides geometria e fundamentos. *In:* **Revista o Professor de Matemática 45**, pp.1-9, Rio de Janeiro: 2001.

BONJORNO, José R; BONJORNO Regina A; BONJORNO Walter; RAMOS, Clinton M. **Física Fundamental**. V. único, São Paulo: FTD, 1999.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática.** Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 1974.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações**. São Paulo: Ática, 2002.

D`AMBROSIO, Ubiratan. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. 1999. Disponível em: <http://vello.sites.uol.com.br/unesp.htm>, acesso em 16/07/2009.

EVES, Howard. História da geometria / Howard Eves; trad.Hygino H. Domingues -**Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula.** v.3. São Paulo: Atual,1992.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. **Uma reflexão sobre o uso de materiais**

concretos e jogos no Ensino de Matemática. Boletim SBEM – SP, Ano 4, nº 7 (1990). Disponível em: <http://www.matematicahoje.com.br/telas/sala/didaticos/_ recursos_didaticos.asp?aux=C>, acesso em 13/07/2009.

GARBI, Gilberto G. **A Rainha das Ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática .** São Paulo: Livraria da Física, 2006.

GIANCATERINO, Roberto. **A Matemática sem rituais.** Rio de Janeiro: Wak Ed., 2009.

KALEFF, Ana Maria M. R. **Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos**. Niterói: Editora da Universidade Federal Fluminense, 2003.

LIGUORI, Laura M. As Novas Tecnologias da Informação e da Comunicação no Campo dos Velhos Problemas e Desafios Educacionais. *In*: LITWIN, Edith (org.). **Tecnologia Educacional:** política, histórias e propostas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PAIS, Luiz Carlos. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria**. Reunião, Caxambu, 2000. Disponível em: < http://www.anped.org.br/reunioes/23/textos/1919t.PDF>, acesso em 13/07/2009.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares de Matemática para as séries finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio. SEED.** Curitiba, 2008. Disponível em: <http:// www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/diretrizes_2009/2_edicao/matematica.pdf?>, acesso em 06/07/2009.

RICHMOND, Peter Graham. **Piaget: teoria e prática**. Tradução de Aydano Arruda, 2ª edição. São Paulo: IBRASA, 1981.

SAGAN, Carl. **Cosmos**. Tradução de Ângela do Nascimento Machado, 3ª edição. Rio de Janeiro: F. Alves, 1982.

TAHAN, Malba. **As maravilhas da Matemática.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Bloch Editores S.A, 1973.

VENTURI, Jacir J. **Euclides: não há estrada real para a Geometria**. 1992a. Disponível em: <http://www.geometriaanalitica.com.br/artigos/br_index.html>, acesso em 12/08/2009.

_______________. **Apolônio de Perga “O Grande Geômetra”**. 1992b. Disponível em: <http://www.geometriaanalitica.com.br/artigos/br_index.html>, acesso em 12/08/2009.

_______________. **Arquimedes: eureka, eureka**. 1992c. Disponível em: <http://www.geometriaanalitica.com.br/artigos/br_index.html>, acesso em 12/08/2009.

ZACHARIAS, V. L. C. **Pestalozzi**. 2007. Disponível em: <http://www.centrorefeducacional.com.br/pestal.html>, acesso em 28/06/09.