

O uso de materiais manipuláveis no ensino da trigonometria

Claudete Aparecida Almeida de Gaspari ¹
João Roberto Gerônimo ²

Resumo: Nos últimos anos a matemática tem sido muito discutida principalmente na sua forma de interiorização dos conteúdos pelos alunos. Esse trabalho objetiva propor o uso de materiais didáticos manipuláveis em sala de aula na intenção de dar significado à matemática, considerando como um meio essencial para auxiliar o professor no desenvolvimento do conteúdo, tornando a aula mais atraente e agradável e fazendo com que o aprendizado torne-se mais significativo sendo um processo gradual com quantidade e qualidade de conteúdos. O tema abordado foi a trigonometria e foram apresentados materiais didáticos manipuláveis para uso em sala de aula e algumas aplicações. O desenvolvimento desse trabalho permitiu visualizar as dificuldades do aluno em relação ao conteúdo, conceitos e até mesmo a manipulação dos materiais. No decorrer do processo de aplicação das atividades observou-se que houve maior interação entre os alunos, aumentando a socialização, vencendo dificuldades e melhorando o entendimento dos conceitos matemáticos. Nesse artigo retrata-se que a diversidade e uso de materiais manipuláveis facilitam e aprimoram o conhecimento e a aprendizagem.

Palavras-chave:

Matemática, materiais manipulativos, trigonometria.

Abstract: In the last years of math has been much discussed mainly in the form of internalization of the contents by the students. This paper aims to propose the use of materials usable in the classroom in the intention to make sense of math, taking as an essential means to help teachers in developing the content, making the class more attractive and pleasant and making the learning becomes is most significant is a gradual process with quantity and quality of contents. The topic was trigonometry and presented materials manipulated for use in the classroom and some applications. The development of this work enables to visualize the difficulties of the student in the content, concepts and even the manipulation of materials. During the process of implementing the activities observed that there was more interaction with students, increase socialization, won difficulties and improved their understanding of mathematical concepts. In this article portrays the diversity and use of manipulatives facilitate and enhance the knowledge and learning.

Keywords: mathematics; manipulaves materials; trigonometry

¹ Professora PDE da SEED-PR. E-mail: claudetegaspari@seed.pr.gov.br

² Professor Doutor da UEM. E-mail: jrgeronimo@uem.br

Introdução:

A finalidade deste trabalho é apresentar algumas formas de uso de materiais didáticos manipuláveis aplicáveis em sala de aula com o objetivo de tornar as aulas mais atraentes e motivadoras visando melhor aprendizagem dos alunos. A utilização de materiais didáticos já é antiga:

Euclides Roxo, em 1929, já chamava a atenção dos colegas para esse método. Alguns estudiosos também enfatizaram esse método, podemos citar: Piaget, Vigotski, Montessori.

Segundo Araújo (2004) o professor deve ter cuidado ao utilizar um material didático, pois deve observar que o objetivo não está no material em si, mas nas ações que são desenvolvidas através deles, ou seja, no modo que ele será explorado.

Complementando Lorenzato (2006) diz que o professor deve saber utilizar corretamente os materiais didáticos, pois estes exigem conhecimentos específicos de quem os utiliza. Não se pode deixar que o material se torne apenas um brinquedo para o aluno.

Acredita-se que experimento proporcione melhor aprendizagem fazendo com que o aluno não esqueça o que foi aprendido, além da satisfação e prazer proporciona o desenvolvimento intelectual possibilitando o enriquecimento cultural e científico.

Turrioni (2004, p.78) coloca que os materiais manipuláveis podem constituir um excelente recurso para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos, Passos (2006, p.78) complementa dizendo que os materiais didáticos servem como mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento no momento em que um saber está sendo construído.

No desenvolver do processo o professor apresenta o material deixando que os alunos manipulem, investiguem, analisem o conceito e através da atividade proposta cheguem a conclusões e descobertas que enriqueçam o conceito proposto e possam ainda estimular seu pensamento futuro.

Desenvolvimento:

Como participante do programa de desenvolvimento educacional PDE tenho a oportunidade de estudar as variantes sobre as diversas áreas da educação, os autores e pensadores que norteiam os passos educacionais, os principais fatores éticos educacionais, a importância da formação dos professores e da ciência de cada um de nós como parte de um processo global em que nós, como educadores, somos a parte mais importante e que cabe a nós, demonstrarmos a aplicarmos estratégias diversas para a cada dia tornar mais eficientes o ensino e aprendizagem e com isso termos uma sociedade futura mais justa, eficiente e independente.

Dentro do cronograma participamos de vários cursos e palestras, elaborando um projeto de intervenção pedagógica, na forma de caderno pedagógico que foi também apresentado a professores da rede estadual através de curso a distância na plataforma moodle (gtr: grupo de trabalho em

rede), em seguida esse projeto foi aplicado a alunos da rede estadual (implementação de proposta na escola), onde podemos observar na prática a relevância do que foi proposto.

O objetivo deste projeto (caderno pedagógico) é desenvolver atividades em sala de aula com uso de materiais didáticos manipuláveis fazendo com que o aluno aprenda através do uso, manuseio e observações acerca do mesmo os conceitos inerentes ao material e ao conteúdo estudado e a transferência de conceitos para a realidade, compreendendo os processos e cálculos utilizados, assim como a análise do uso do mesmo em diversos outros campos, além de instigá-los à pesquisa.

De início entramos num grupo de professores PDE de matemática na UEM que desenvolveriam trabalho sobre o uso do laboratório de ensino de matemática. Fizemos estudo do livro: O laboratório de ensino de matemática na formação de professores, de Sergio Lorenzato, além de outros autores e alguns artigos e as diretrizes, sob a orientação do professor Dr. João Roberto Jerônimo. Em seguida escolhemos o tema para o desenvolvimento do trabalho e a pesquisa de materiais didáticos aplicáveis ao tema proposto, em livros, revistas, internet, cursos.

De posse de todo o material analisamos os livros didáticos relacionando tudo que já existia com uso de materiais didáticos ou não para então prepararmos nosso material (caderno pedagógico), onde definimos uma seqüência de conteúdos com a aplicação de materiais didáticos manipuláveis (ou não).

Desenvolvimento e aplicação do caderno pedagógico.

Foi proposto aos alunos que se trabalharia o conteúdo sobre trigonometria com apoio de materiais didáticos objetivando melhor aprendizado e motivação, ou seja, as aulas seriam mais atrativas provocando o pensamento crítico e uso da linguagem matemática. Os materiais apresentados seriam manipulados, testados, aplicados ao conceito trabalhado verificando sua autenticidade e enriquecendo o contexto do conteúdo. Em seguida serão propostas novas atividades, resolução de exercícios e dentro das possibilidades novas pesquisas.



As atividades ocorreram durante várias aulas como se destaca no texto a seguir, onde se coloca um resumo do que foi aplicado.

No desenvolvimento da primeira atividade medindo comprimentos usamos apenas papel sulfite, lápis e régua. O objetivo era trabalhar os conceitos de retas paralelas, perpendiculares, medidas, razões, proporções. Uma atividade simples mas que evidencia que nossos alunos não fazem uso nem de materiais simples como a régua e não tem compreensão acerca da necessidade do uso do mesmo (milímetro) numa medida mais precisa (no caso).

Os alunos fizeram desenhos utilizando retas paralelas e transversais, em seguida mediram os comprimentos dos segmentos e calcularam as razões entre os mesmos, fazendo as observações necessárias e comparando os resultados obtidos.

Introduzindo o Teorema de Tales, a atividade foi desenvolvida montando-se no geoplano um feixe de paralelas cortado por duas transversais, onde o aluno pode observar, medir, comparar, calcular. Em seguida foi proposto que se mudasse a posição das paralelas e das transversais e que fosse feito tudo novamente. No final, chegamos ao conceito do Teorema de Tales.

Em seguida utilizou-se o geoplano quadriculado com elástico, material manipulável em que o aluno propunha a colocação das retas paralelas e perpendiculares e em seguida realiza as medições notando a proporcionalidade entre as razões.



O conceito de proporcionalidade foi bem compreendido e não ocorreu simplesmente pela memorização, mas pela percepção demonstrada no uso do material. Após foram realizados exercícios práticos do livro didático e outros.

Na atividade sobre semelhança foram apresentados aos alunos vários polígonos e figuras geométricas sobre uma mesa e, em grupos, eles separavam os que achavam semelhantes. Em seguida cada grupo colocou o motivo ou justificativa da escolha por escrito. Foi proposta em seguida pesquisar o que significa o termo semelhante, chegando assim a definição de semelhança.

Novamente foram apresentados sobre a mesa os polígonos e figuras geométricas e os alunos separaram novamente os que achavam semelhantes, colocando a justificativa da escolha por escrito. Após a análise das escolhas na primeira e segunda tentativas chegamos à definição final sobre semelhança e semelhança de triângulos. Em seguida, trabalhamos o conceito e os critérios da semelhança dos polígonos, e em especial, semelhança de triângulos.



Essas situações reais permitem que o aluno cresça através do erro, ou simplesmente por achar que algo é o que ele pensa. Mostra que os conceitos que determinam o significado e a aprendizagem ocorre de forma primária e sem obstáculos. O recorte de polígonos e figuras geométricas comprovou significativamente o conceito de semelhança quando o aluno verifica se após o recorte o polígono continua ou não semelhante ao original. A aprendizagem desses conceitos é de suma importância para a vida cotidiana, na escola ou fora dela.

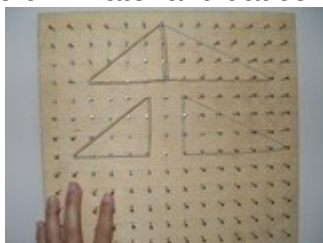
Foram desenvolvidos exercícios sobre triângulos semelhantes, destacando-se as condições de semelhança e os cálculos efetuados. Depois foram realizadas várias atividades e exercícios do livro didático e outros.

Ainda usando os conceitos de semelhança e proporcionalidade foi proposto aos alunos usar esses conceitos para calcular a altura de um poste,

na escola. Os alunos trouxeram então materiais de medição: trena, metro, e no dia determinado fomos ao pátio realizar medições. Nesse momento foi discutido que tipo de medições deveriam ser realizadas afim de determinar a altura do poste usando os conceitos de semelhança e proporcionalidade, até chegarmos à conclusão do que medir e como utilizar essas medidas. Discutimos também sobre o horário da realização das medições (por ex. se a medida é igual agora e daqui a uma hora). Concluimos então que teríamos que utilizar a sombra do poste, que projetaria com sua sombra um triângulo retângulo, que seria comparado com outro poste, nas mesmas condições e mesmo horário. Os alunos chegaram a essa conclusão após analisarmos o que deveria ser medido para encontrar a altura do poste, sem subir nele. De posse das medidas realizadas foram efetuados os cálculos e, por estimativa verificamos a autenticidade do que foi feito.



Para o estudo do triângulo retângulo utilizamos como material didático o geoplano quadriculado com elástico, onde foram demonstradas as razões trigonométricas e as relações métricas no triângulo retângulo, com base nos conceitos estudados em semelhança e proporcionalidade. A relação do teorema de Pitágoras foi demonstrada apenas com desenhos quadriculados, usando o quadrado como unidade de área, mas ficando claro que poderia ter confeccionado um material didático que o comprovasse.



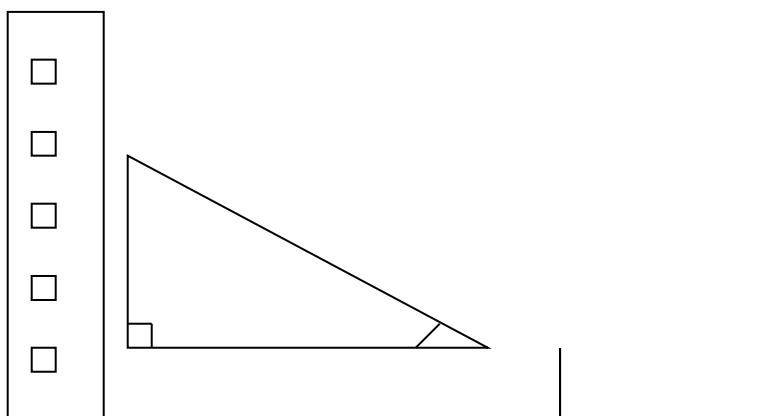
Nesse momento os alunos passam a ter uma visão mais estrutural, estabelecendo relações já adquiridas em processos anteriores. Trabalhamos as razões seno, cosseno e tangente através de atividade prática onde os alunos realizaram medições com ângulos pré-determinados, desenhando os triângulos, medindo os lados e efetuando os cálculos de seno, cosseno e tangente, conforme as razões estabelecidas anteriormente. Para isso utilizamos apenas lápis, papel, régua, transferidor e calculadora. Nesse momento introduzimos a tabela trigonométrica e sua utilidade nos cálculos do dia-a-dia.

Outro material utilizado foi o **teodolito elementar**, que permitiu ao aluno calcular alturas inacessíveis: altura de torre, de poste, etc.

O teodolito elementar foi confeccionado usando como materiais: transferidor, canudinho e um barbante com peso. É um material que permite verificar o ângulo de visão de um determinado objeto que esteja acima do nosso ângulo de visão. Na prática, calculamos a altura de uma torre.



Nesse momento foi colocado para o aluno a importância da utilização do ângulo, sua necessidade e sua aplicação no cotidiano. Para medir o ângulo houve a necessidade da ajuda do professor, levando em consideração que as medidas seriam aproximadas, mas deveriam ser precisas ao máximo. Discutimos ainda que além da medida do ângulo deveríamos ter outra medida (a distância da torre até a pessoa, o mais preciso possível), além de discutir sobre a altura da pessoa, que deve ser levada em consideração.



Com essa atividade observamos a aplicabilidade dos conceitos anteriores, em especial, os ângulos.

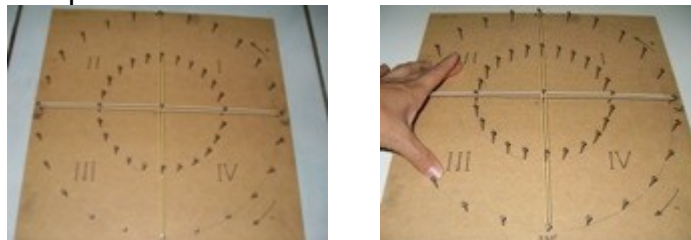
Os conceitos até aqui trabalhados levam o aluno ao pensamento formal e significativo que foi se formando ao longo do desenvolvimento da proposta. As aulas tornaram-se mais atraentes deixando os alunos curiosos e às vezes até ansiosos demais, o que pode acabar prejudicando a aula se o professor não tiver em mente o objetivo proposto com o uso do material. As atividades avaliativas foram satisfatórias.

Com o uso de transferidor, régua, lápis e papel os alunos desenharam triângulos retângulos (de qualquer medida), com o ângulo determinado pelo professor. Em seguida, cada aluno calculou seno, cosseno e tangente do ângulo dado, na sua figura, com suas medidas. No final da atividade foram confrontados os valores encontrados para seno, cosseno e tangente, discutindo-se sobre o assunto. A atividade foi repetida com outro ângulo para verificar e validar o conceito trabalhado.

A trigonometria na circunferência é um conteúdo que exige a aprendizagem de muitos conceitos que fogem da realidade de nossos alunos, por isso deve ser bem fundamentada. O entendimento de alguns conceitos básicos determina o desenvolvimento de todo processo de conhecimento acerca do conteúdo. O material utilizado, o ábaco trigonométrico, permite trabalhar todos os conceitos relacionados a trigonometria, na parte de

visualização, medição, manipulação. É um material simples, mas de suma importância para a definição dos conceitos.

No **ábaco trigonométrico** demonstramos os conceitos de arco, ângulo central, quadrantes, arcos côngruos. Para isso utilizou-se elástico para fazer as movimentações necessárias ao entendimento. Em grupos, os alunos manipularam o ábaco com elástico percebendo cada conceito. As definições dos conceitos foram escritas em conjunto diante das observações feita sob questionamento do professor.



Para o estudo das funções trigonométricas seno, cosseno e tangente utilizamos o material didático: **circunferência trigonométrica interativa**, o qual permite a manipulação e visualização das funções, seus ângulos, sinais e relações.

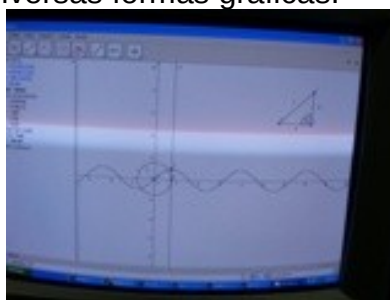
As atividades desenvolvidas com o material didático permitem o entendimento mais específico das funções, não só em matemática, mas também na física.

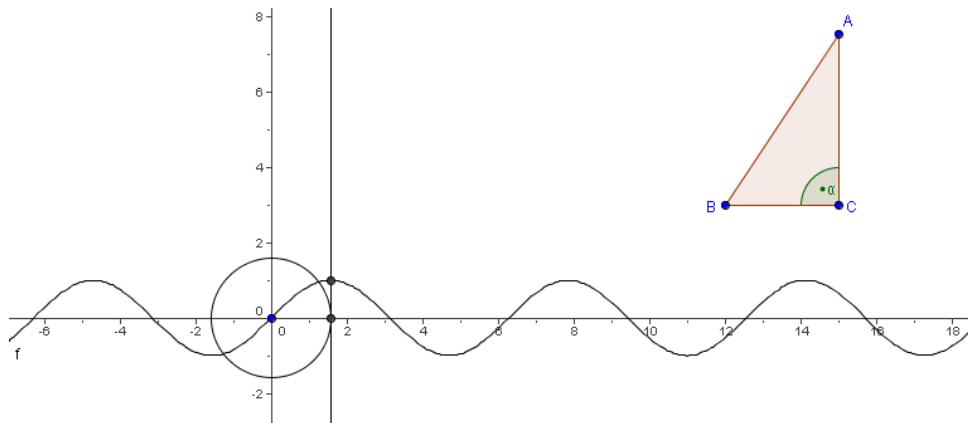


A circunferência interativa permite o manuseio, a observação e a veracidade das funções, além do discernimento da tabela trigonométrica, onde o aluno pode comprovar os valores estabelecidos e o porquê de sua aplicação.

O relato de uma aluna foi muito interessante, quando disse que naquele momento ela entendeu a matéria de física, pois não sabia o significado das funções seno, cosseno e tangente.

A construção dos gráficos das funções trigonométricas foi trabalhada com o uso do software geogebra, onde foram colocados alguns comandos de forma que os alunos cheguem à construção dos gráficos. Após isso houve análise e discussão das diversas formas gráficas.





O desenvolvimento do projeto permitiu visualizar as dificuldades do aluno em relação ao conteúdo, conceitos e até mesmo a manipulação dos materiais. No decorrer do processo de aplicação das atividades do caderno pedagógico proposto observou-se que os alunos venceram dificuldades e melhoraram o entendimento de conceitos matemáticos envolvidos.

Resultados e conclusão

No início da apresentação desse artigo propomos apresentar alguns materiais didáticos manipuláveis (ou não) e sua relação com o ensino aprendizagem, verificando sua aplicabilidade, aceitação pelos alunos, e analisando se seu uso traz algum benefício para a aprendizagem dos conceitos trigonométricos. Na realidade a aplicação e uso de materiais didáticos nos permitem identificar algumas carências de conceitos básicos na formação dos alunos, que interferem nos resultados em se tratando de cálculos, medições e aplicação de regras ou fórmulas.

Os resultados obtidos não nos parecem reveladores ou determinantes do conhecimento formal, mas nos levam a refletir sobre a importância de se saber o que está fazendo, não só fazer cálculo por cálculo, mas calcular aquilo que se percebe da realidade, ou seja, saber o que está fazendo.

Nesse sentido, acreditamos que o uso de materiais didáticos manipuláveis desde as séries iniciais levem o aluno a desenvolver o senso crítico, o que propicia análises, investigações, resolução de problemas mais complexos, argumentações, compreensão da realidade.

Em geral, o que podemos perceber é que os alunos sentiram-se mais motivados e com vontade de aprender. Nas atividades desenvolvidas proporcionalidade e semelhança notamos o envolvimento dos alunos, a participação nos grupos, a cooperação e a facilidade para entender o porquê dos cálculos. A avaliação foi satisfatória, pois vimos que os alunos lembravam as fórmulas relacionando-as com o material utilizado. Quando trabalhamos o triângulo retângulo, as relações métricas, as razões seno, cosseno e tangente, o uso do teodolito para calcular alturas inacessíveis, também percebemos o entendimento dos alunos quando questionados pelo professor sobre determinados conceitos. Os próprios alunos perceberam a veracidade dos cálculos utilizados, pois podiam fazer estimativas e depois fazer o cálculo para comprovação. Trabalhando com a circunferência, e de posse de alguns conceitos básicos já aprendidos, os resultados foram surpreendentes. O uso do ábaco foi muito bom, pois com ele os alunos percebiam nitidamente o conceito de cada definição. O uso da circunferência interativa proporcionou momentos

de grande movimentação e questionamentos, assim como de verificações e sistematizações, onde os alunos percebiam através do material utilizado os valores da tabela trigonométrica e sua importância nos cálculos do cotidiano. Finalizando o projeto, trabalhamos as formas gráficas das funções seno, cosseno e tangente com o uso do software geogebra, onde cada aluno pôde verificar a relação entre a variação do ângulo do triângulo retângulo e o gráfico da função estudada.

Concluimos assim que o uso de materiais didáticos manipuláveis proporciona vantagens no desenvolvimento cognitivo dos alunos, assim como no campo afetivo e psicomotor. As atividades desenvolvidas permitem mais autoconfiança e autosegurança, e a matemática torna-se mais prazerosa, com isso justifica-se o uso de materiais didáticos mesmo que esse não atenda os requisitos matemáticos com o rigor das definições encontradas nos livros.

. Acreditamos que o uso de materiais didáticos manipuláveis desde as séries iniciais levem o aluno a desenvolver o senso crítico, o que propicia análises, investigações, resolução de problemas mais complexos, argumentações, compreensão da realidade.

Referências

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Editora Gradiva Publicações, Ida. 6º Ed. 2005.

GIOVANNI, José Ruy/José Roberto Bonjorno. **Matemática completa**.-2.ed.renov.-São Paulo:FTD,2005.

GIOVANNI, José Ruy. **Matemática Fundamental**, 2º grau: volume único / José Ruy Giovanni, José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Jr. São Paulo: FTD, 1994.

GRUPO C2DF. **Transformando o ensino da matemática através de novas tecnologias**. Disponível em:

< <http://grupoc2dfatividade.blogspot.com/2008/07/comprendendo-o-geogebra.html> >. acesso em 10/12/2008.

GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática: Dando Corda na Trigonometria**. São Paulo, SP: Editora Ática, 2003.

IMENES, Luís Márcio Pereira/ Marcelo Cestari Lellis. **Matemática** / Imenes e Lellis. São Paulo: Scipione, 1997.

LOPES, Jairo de Araújo. **O Laboratório de Ensino de Matemática: Implicações na Formação de Professores**. ZETETIKÉ – CEMPEM – FE/UNICAMP – v.15, n.27, jan/jun de 2007.

LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

MAIA, Lícia de Souza Leão. **O Que Há de Concreto no Ensino da Matemática?** ZETETIKÉ – CEMPEM – FE/UNICAMP – v.9 – n.15/16, jan/dez. de 2001.

PAIVA, Manoel. **Matemática**, volume único.1. ed. São Paulo: Moderna, 2005.

PASSOS, C.L.B. **Materiais Manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática.** In: LORENZATO,S. (org): O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores associados.2006.

PARANÁ, **Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado.** Curitiba, PR: Seed, 2006.

ROCHA, Luiz Mauro. **Pitágoras: O que sonhou primeiro/** Luiz Mauro Rocha. 2 ed. São José dos Campos: Univap, 2001.

SEED, I Encontro de Área em Curitiba, maio/2008. Oficinas: materiais didáticos manipuláveis trigonométricos; geoplanos: construção e aplicação. Professor: Antônio Amílcar Levandoski.

TURRIONI, Ana Maria Silveira. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores.** Dissertação de mestrado. Unesp, Rio Claro. 2004.