Aplicação da Geometria Espacial em Ambientes Diversos

Viviane Aparecida Verona[1]

Maria Regina Macieira Lopes[2]

RESUMO

A Geometria, surgida na Antigüidade por necessidades da vida cotidiana, é hoje estruturada no currículo educacional na disciplina de Matemática. Como as demais ciências, reflete as leis sociais e representa um poderoso instrumento para o conhecimento do mundo e domínio da natureza. Com os objetivos de despertar no aluno o interesse pelo conhecimento geométrico, desenvolver e melhorar habilidades matemáticas relacionadas a situações do dia-a-dia, neste trabalho foi proposta uma metodologia diferenciada para o ensino-aprendizagem de Geometria no Ensino Médio utilizando como recurso a experimentação. As estratégias de ação incluíram o uso de laboratório, vídeos, instrumentos de medida e materiais manipuláveis.

PALAVRAS CHAVES: Geometria Plana, Geometria Espacial, Matemática.

ABSTRACT

The geometry, which appeared in antiquity by the needs of daily life, is nowadays structured in the educational curriculum in the Mathematics discipline. Like other sciences, it reflects the social laws and represents a powerful tool to understand the world and to mastery the nature. Aiming to awake the students interest in the geometric develop and improve mathematical skills related to day by day issues, on this work it was proposed a differentiated approach to teaching and learning of geometry in high school using experimentation as knowledge resource. Strategies for action included the use of laboratory, videos, measurement tools and manipulable materials.

INTRODUÇÃO

A Geometria é a mais antiga manifestação da atividade matemática conhecida. Ela surgiu de necessidades práticas do uso do espaço e a utilização das formas geométricas com grande riqueza e variedade percorrem a história da humanidade, em diferentes atividades, como por exemplo, no desenvolvimento de

[1] Mestre em Engenharia e Ciência de Matérias e docente da Secretaria Estadual de Educação do Estado do Paraná (SEED). vavgalera@seed.pr.gov.br

[2] Mestre em Métodos Numéricos em Engenharia e Docente do Departamento de Matemática (DEMAT) da Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO), Guarapuava,/PR

habilidade em engenharia com utilização da Geometria prática, na agricultura, na pecuária, no comércio, na arte, entre outros (REIS, 2001).

Ao agregar o conhecimento prático à sistematização de conceitos formais, criou-se modelos para as figuras e formas geométricas, provocando a partir disso, a busca de um melhor entendimento das formas espaciais.

Atualmente, inúmeras profissões utilizam a os conceitos geométricos, entre elas pode-se citar: a engenharia, a arquitetura, a astronomia, as pesquisas nas ciências exatas, as atividades de uma costureira, de um mestre de obras, de um coreógrafo, de um artista plástico, de um atleta ou técnico. Sendo assim, a importância da Geometria é inquestionável, tanto sob o ponto de vista prático quanto do aspecto instrumental na organização do pensamento.

Existem situações cotidianas no ambiente em que os alunos vivem que exigem um pensamento elaborado da Geometria para que sejam solucionados. Situações como criar um brinquedo, pintar uma parede ou montar um equipamento simples podem se transformar em um grande problema e desmotivar a própria criação do indivíduo.

Os profissionais da educação, entendem que a Geometria é uma parte importante na vida cotidiana dos alunos e que praticamente todas as ocupações usam seus princípios de uma forma ou de outra. Sabe-se também, que muitos alunos oriundos da escola pública não ingressam na Universidade e vão para o mercado de trabalho. Devido a isso, é de suma importância criar uma forma para articular o saber teórico com o fazer prático a fim de formar alunos com melhor desempenho de suas capacidades, principalmente no que diz respeito à Matemática e em especial a Geometria.

O grande desafio num mundo em que cada vez mais se fazem sentir os efeitos dos avanços tecnológicos é o preparo adequado das novas gerações e a Geometria é um componente da Matemática extremamente importante na construção desses conhecimentos científicos e tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar (KUENZER, 2005).

Diante dessa situação, vários questionamentos surgem a respeito da construção do conhecimento para esse novo tipo de aluno. De que forma ensinar os conceitos geométricos fundamentais na escola? A contextualização é a maneira mais adequada para que ocorra a aprendizagem? O uso de um

laboratório de matemática com instrumentos de medição para coletar dados e então solucionar problemas práticos pode representar uma técnica válida para construção do raciocínio lógico no ensino da Geometria?

Desse modo, o presente trabalho tem como pressuposto, centrar a atenção nas atividades que podem ser desenvolvidas na sala de aula, com a intenção de buscar alternativas adequadas para a minimização ou superação dos problemas de aprendizagem no conteúdo específico de Geometria Espacial. Especificamente, um dos objetivos é motivar o aluno por meio de atividades com uso de recursos como vídeo, laboratório e resolução de problemas práticos e contextualizados, a fim de despertar o interesse pelo conhecimento geométrico e assim, desenvolver e melhorar suas habilidades matemáticas para solucionar problemas no seu ambiente familiar ou de trabalho. Um outro objetivo é o melhoramento do processo de ensino e aprendizagem dos alunos do Ensino Médio da rede pública de ensino.

MATEMÁTICA E GEOMETRIA CONTEMPORÂNEA: CONTEXTO EDUCACIONAL DO BRASIL

A Geometria é a ciência que tem como objetivo analisar, organizar e sistematizar o conhecimento espacial (SEED, 2007). Sua importância é inquestionável tanto do ponto de vista prático quanto do aspecto instrumental na organização do pensamento lógico, como citado pelo matemático suíço, Jacques Bernoulli[3] “A geometria faz com que possamos adquirir o hábito de raciocinar, e esse hábito pode ser empregado, então, na pesquisa da verdade e ajudar-nos na vida”.

Dada sua importância, o ensino da Geometria tem adquirido, nos últimos anos, lugar de destaque no cenário das reformas educacionais em todo o país. O ensino de Geometria, vem sendo proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, 1998), como fator fundamental para o desenvolvimento de habilidades e competências matemáticas a níveis do Ensino Fundamental e Médio. Aparece também, como elemento constitutivo fundamental nas Diretrizes Curriculares de Matemática (SEED, 2007) no Estado do Paraná. Nos programas

[3] www.start.com.br/matematica/

de avaliação dos diversos níveis de ensino, a abordagem da geometria é apontada como definidora da qualidade dos textos e avaliados pelos programas nacionais de livros didáticos.

Toda esta preocupação com o resgate e a revalorização do ensino de Geometria, que teve grande destaque no início do século XX, e relegada ao final dos textos didáticos até os anos 80, está amparada em pesquisa de diversos países por ter sido ela apontada como uma das grandes falhas da proposta de reforma do ensino no Brasil nas décadas de 60 e 70, conhecida como Movimento da Matemática Moderna (MMM). Entre as várias causas apontadas por pesquisadores no fracasso desse movimento destacam-se: a perda de objetividade no ensino da disciplina, que segundo Pavanello (PAVANELLO, 1993) inviabilizava o estudo da geometria trabalhar a matemática do ponto de vista das estruturas algébricas com a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos; o enfoque na teoria dos conjuntos, que para Castrucci (CASTRUCCI, 1981) exigia conceitos de transformação vetorial, conceitos esses que não eram bem compreendidos pelos professores que passaram a reduzir a atenção e o tempo destinado à Geometria; a falta de profissionais qualificados (BARBOSA, 1978) diante da demanda exigida pela obrigatoriedade do ensino público (faixa de 7 a 14 anos) garantido pela Constituição de 1967.

Diante desse quadro crítico imposto pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM), nos anos 80, as pesquisas em História da Matemática surgiram com grande força em busca de embasamento de novas abordagens do ensino da Geometria com resgate de seu valor clássico, filosófico, estético e de seu papel na cultura e na formação do espírito humano, deixando sua marca nas atuais propostas de ensino. Nos anos 90, o recurso à História da Matemática, inclusive nas abordagem da Geometria, passou a fazer parte dos textos nos livros didáticos e oficializou-se então nas propostas nacionais. Foi elencada como uma das competências a ser trabalhada no Ensino Médio, tendo em vista que saber relacionar etapas da história com a evolução da humanidade faz parte da contextualização sócio-cultural do conhecimento matemático(PCNs, 1998).

Atualmente, as tendências da Matemática Moderna, sem ênfase ao ensino de Geometria ainda perduram nas escolas, mesmo porque, muitos profissionais que atuam como professores de Matemática são oriundos da formação

acadêmica desse período e têm características essencialmente algébricas. No entanto, as críticas ao Movimento tiveram um aspecto positivo pois, provocaram um intenso processo de pesquisa nos diversos ramos da Educação Matemática, trazendo à tona os valores mais interiores do pensamento matemático, dando destaque às habilidades lógicas e espaciais próprias da Geometria. Nas universidades do país e do exterior desenvolvem-se a cada dia novas tecnologias de ensino com o intuito de formar novos professores com habilidades para ensinar Geometria, e dar chance aos docentes em exercício para voltar a aprender Geometria.

Diante do panorama educacional do país nas últimas décadas, este trabalho objetiva, a partir de situações práticas, aprofundar os conceitos da geometria espacial em um nível mais complexo de abstração para o aluno, como propõe as Diretrizes Curriculares de Matemática (SEED, 2007) e assim contribuir com a Educação Matemática que segundo Fiorentini (FIORENTINI, 2006), encontra-se em construção, está centrada na prática pedagógica e engloba relações entre o ensino, a aprendizagem e o conhecimento matemático.

ENSINO DA GEOMETRIA

As mudanças sociais e tecnológicas, as quais geram uma grande variedade de funções no mercado de trabalho, colocam a necessidade de repensar as atitudes e estratégias de aprendizado da Matemática. Para Silva (SILVA,1992) é urgente recorrer a um ensino de Matemática com articulação entre teoria e prática, conteúdo e forma a partir do resgate da questão cultural, para que haja o desenvolvimento do raciocínio lógico, da criatividade, e do espírito crítico. Ainda segundo o autor (SILVA,1992), a Matemática é um bem cultural, constituído a partir das relações do homem com a natureza sendo portanto, dinâmica e viva.

Todo o conhecimento Matemático necessário para conquistar o desenvolvimento tecnológico está muito além da sala de aula, devido às especificidades e complexidades técnicas. No entanto, as idéias fundamentais e os princípios básicos desses conhecimentos podem ser organizados, para que sejam compreensíveis aos alunos, dando-lhes a correta impressão de que os conhecimentos são produzidos na medida das necessidades de se resolverem

problemas do nosso mundo, o que por si, só, é a principal razão da existência da disciplina Matemática nos currículos país (KUENZER, 2005).

Para Lorenzato e Vila (LORENZATO & VILA, 1993) é imprescindível que o estudante se aproprie do conhecimento matemático de forma que compreenda seus conceitos e princípios, raciocine claramente e comunique idéias matemáticas para que reconheça suas aplicações e as aborde com segurança. Nessa ação reflexiva é que as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (SEED, 2007) propõem que a Matemática não seja ensinada apenas por sua beleza ou pela consistência de suas teorias, mas que a apropriação do conhecimento matemático pelos alunos contribua para o desenvolvimento da sociedade.

A Matemática reveste-se de significado quando utiliza conceitos aplicáveis na vida diária e ainda como suporte para as várias ciências como engenharia, arquitetura, física, medicina entre outra. A Geometria é um componente da Matemática extremamente importante na construção desses conhecimentos científicos e tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar.

As recentes revisões do currículo de Matemática dos Ensinos Fundamental e Médio (SEED, 2007) devolvem à Geometria a importância que esta disciplina tem na aprendizagem de Matemática no nível elementar, pois permite resolver problemas do cotidiano e interfere fortemente na estruturação do pensamento, levando à construção do conhecimento.

O aprendizado de Geometria é baseado na construção e interpretação das propriedades dos objetos geométricos. A solução da maior parte dos problemas em geometria depende de observar e compreender as relações entre os objetos em estudo, sugerir uma construção para ele e, a partir dela, criar uma demonstração formal da validade do resultado. No entanto, obter um resultado efetivo dessa aprendizagem é um tanto complexo, não somente por parte do aluno, mas por todo um conjunto representado pelo próprio universo da escola e seu papel na formação do educando. Os caminhos a seguir para conduzir de forma equilibrada o processo ensino-aprendizagem da Matemática e em especial à geometria, apresenta aspectos conflitivos entre muitos elementos contrastantes, como: o concreto e o abstrato, o particular e o geral, o formal e o informal, o útil e o inútil, o teórico e o prático, entre outros.

As orientações metodológicas constantes dos programas, deixam espaço a uma certa variação de parâmetros na abordagem dos conteúdos, cabendo ao professor sistematizá-los, superando uma perspectiva utilitarista, sem perder o caráter científico da disciplina.

Para os educadores, o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.

Adentrando nessa problemática, cabe ao professor apontar soluções em busca de um ensino pleno, que vise o desenvolvimento integral do ser humano. Nesse sentido, a criatividade do docente se faz necessário na valorização de estratégias que auxiliam a compreensão do aluno.

Uma ação inovadora referindo-se ao aprendizado de geometria, tema deste trabalho, encontra-se na organização curricular proposta pela Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - DCNEM (MEC, 1999), a qual salienta a importância de “estimular todos os procedimentos e atividades que permitam ao aluno reconstruir ou reinventar o conhecimento didaticamente transposto para a sala de aula, entre eles a experimentação, a execução de projetos, o protagonismo em situações sociais”. Fiorentini e Miorim (FIORENTINI & MIORIM,1990) afirmam que, existe, subjacente ao uso de material, uma proposta pedagógica que o justifica pois, “Na verdade, por trás de cada material, se esconde uma visão de educação, de Matemática, do homem e de mundo.

Para isso o professor deve estar ciente que o aluno não é uma máquina de pensar, arquivar na memória e, mecanicamente, seguir passos, mas que ele pode e deve desenvolver seu próprio raciocínio naturalmente e adquirir habilidades para pensar com independência. Para Panizza (PANIZZA, 2006), o aluno deve ser capaz não somente de repetir ou refazer, mas também de ressignificar, em situações novas, de adaptar, de transferir seus conhecimentos para resolver problemas novos. Serrazina et al. (2002, p. 42) destacam a importância de apresentar aos alunos um conjunto de propostas de trabalho interessantes, que envolvam conceitos matemáticos fundamentais e onde os alunos tenham oportunidade para experimentar, discutir, formular, conjecturar, provar, generalizar, comunicar as suas idéias e tomar decisões. Para isso, é necessário que o professor traga para a sala de aula os fatos que ocorrem fora da escola, ou

seja, fatos que rodeiam a vida cotidiana e do trabalho do aluno e a geometria deverá estar contextualizada nestes fatos.

O professor, ao trabalhar os conteúdos com seus alunos busca através de situações problemas que os alunos construam o saber matemático destes conteúdos. Espera-se, que o aluno interagindo com a situação problema, com os colegas e com o professor, levando em consideração as crenças e o conhecimento do professor associado à interação dos alunos com a atividade proposta alcancem a construção significativa do conhecimento no conteúdo proposto. “Aprendizagem considerada como uma modificação do conhecimento que o aluno deve produzir por si mesmo e que o professor deve somente provocar” (BROUSSEAU, 1986).

A geometria apesar de ser uma matéria de caráter abstrato, os seus conceitos e resultados têm origem no mundo real e encontram muitas aplicações em outras ciências e em inúmeros aspectos práticos da vida diária: na indústria, no comércio e na área tecnológica (BRITO &FILHO, 2006). Cabe portanto, ao educador fazer a conexão entre atividades práticas e a construção do conhecimento científico.

A exploração de diferentes tipos de investigações geométricas pode também contribuir para concretizar a relação entre situações da realidade e situações geométricas, além de desenvolver capacidades, tais como a visualização espacial e o uso de diferentes formas de representação além de evidenciar conexões geométricas com outras ciências.

GEOMETRIA ESPACIAL NUMA PERSPECTIVA CONTEXTUALIZADA

De um modo geral o estudo da Geometria, enfatiza a compreensão da relação com o espaço e as atividades geométricas percebidas favorecem:

a) ***o desenvolvimento da noção de espaço*****:** percepção espacial diz respeito à habilidade de orientar-se no espaço, coordenar diferentes ângulos de observação e de objetos no espaço. Essas habilidades contribuem para o melhor desempenho do indivíduo em suas ocupações cotidianas. São exigidas em maior grau em atividades como cristalografia, bioquímica, cirurgia, aviação, escultura, arquitetura,

coreografia, decoração, etc.;

b) ***o desenvolvimento da habilidade de observação do espaço tridimensional e da elaboração de meios de se comunicar a respeito desse espaço*****:** isso é importante num mundo onde as fontes de informação utilizam predominantemente a imagem (cinema, televisão, cartazes, etc). Modos de representação tais como perspectiva, planificações, cortes, projeções e outros são fundamentais para a interpretação das mensagens;

c) ***o desenvolvimento de uma atitude positiva em relação ao estudo da Matemática***: a escrita dos números envolve a noção de posição. Para efetuar medições, devemos comparar figuras. Assim, dificuldades de percepção espacial poderão tornar os alunos tensos diante de suas tarefas. Atividades de Geometria poderão prevenir essas dificuldades. Atividades com material manipulativo estimulam a participação e ajudam o desenvolvimento de atitudes positivas em relação à Geometria e por extensão à Matemática.

d) ***a integração com outras áreas:*** informações relativas a várias áreas do conhecimento são dadas por medidas que utilizam gráficos, tabelas, desenho em escala, mapas. O estudo da órbita dos planetas, cortes em caules, disposição de flores e folhas nas plantas, decodificar formas da natureza, projetar sólidos de revolução de menor área e maior volume, proporcionam momentos de integração da Geometria com as outras áreas. O estudo da Geometria enriquece o referencial e observação com o qual apreciamos e analisamos um quadro, azulejos, tapeçarias e edifícios (BRITO &FILHO, 2006).

A geometria apesar de ser uma matéria de caráter abstrato, os seus conceitos e resultados tem origem no mundo real e encontram muitas aplicações em outras ciências e em inúmeros aspectos práticos da vida diária: na indústria tecnológica, no comércio, na saúde, na agricultura entre outras áreas.

Santos et al (SANTOS, 2002) aplicaram o estudo de telhados integrados às construções arquitetônicas como metodologia para o ensino da Geometria no ensino básico e concluíram que o uso de modelos concretos facilitam a visualização dos elementos geométricos, pois aproximam a aprendizagem das necessárias relações com o mundo real, tendo obtido excelentes resultados na proposta de trabalho.

Um outro trabalho relacionado ao cotidiano do aluno e aplicado a estudantes do ensino médio foi realizado por Fillos (FILLOS, 2000) Utilizando

embalagens de produtos comerciais em atividades práticas, como planificações, classificação e estudo das formas, foi concluído que houve uma melhoria do desempenho dos alunos pois se sentiam estimulados a aprender Matemática.

È necessário, portanto, trazer para a sala de aula situações problemas que justifique o uso da Geometria e da Matemática no cotidiano. Cita-se aqui alguns exemplos de aplicações práticas da Geometria Espacial que podem ser utilizado dentro de uma perspectiva de contextualização do conteúdo.

- ***Geometria Espacial Aplicada a Tecnologia Industrial:*** nas indústrias de moldados existem alguns dos exemplos mais comuns da aplicação dessa geometria. São usados moldes para fabricar todos os utensílios de plástico que são utilizados em nossas casas. Artigos tais, como recipientes, copos, lentes, caixas de computadores, armários de televisores, aparelhos,. partes de automóveis e jogos são somente alguns dos produtos moldados de plástico. A geometria espacial é útil para determinar a quantidade de plástico necessária para preencher qualquer molde. Se calculada com precisão a quantidade de plástico necessária para fazer uma certa peça, pode-se encher o molde completamente, sem sobras e manter o custo de produção o mais baixo possível.
- ***Geometria Espacial Aplicada ao Comercio:*** Freqüentemente a indústria de embalagens exigem habilidades relativas à geometria espacial. Esta indústria é uma das indústrias modernas que está crescendo rapidamente. Praticamente tudo o que usamos nos chega dentro de algum tipo de embalagem. Jogos, aparelhos eletrônicos, produtos de beleza, produtos para o cuidado da saúde, produtos para uma fazenda, pinturas, adesivos, materiais de construção, alimentos e equipamentos esportivos, são apenas alguns exemplos de artigos embalados por este tipo de indústria. Todo artigo em três dimensões, deve ser embalado de forma eficaz e econômica. O material de embalagem, tal como o papelão, custa dinheiro. Perde-se dinheiro, quando se usa mais material de embalagem do que o necessário. Por isso, os desenhistas de embalagens sempre tratam de enviar a maior quantidade possível de produtos nos recipientes menores possíveis. A geometria espacial ajuda a resolver esse tipo de problema.

- ***Geometria Espacial Aplicada a Saúde:*** os tratamentos e procedimentos nas terapias respiratórias (pulmões), terapias cardíacas (coração) e terapias renais, usam volumes de fluídos. Freqüentemente, o cálculo da velocidade de fluxo[4] é crítico no tratamento apropriado dos pacientes. Os rins processam os fluídos do corpo permanentemente. Quando os rins deixam de trabalhar corretamente, o consumo de líquidos é maior que sua eliminação. Por isso o corpo incha e ocorrem graves problemas de saúde. *As máquinas de diálise* ajudam os rins doentes a filtrar os fluídos do corpo. Essa máquina funciona da seguinte maneira: em uma pessoa sadia, os rins processam e expelem aproximadamente 1500 cm^3 de fluído de excreção para cada 2000 cm^3 de fluído ingerido, em um certo tempo. Porém, se uma pessoa tem problemas com os rins e ingere 2000 cm^3, na pior das situações, os rins expelem somente 200 cm^3, e, aproximadamente 1300 cm^3 foram "armazenados". Tal retenção causa forte inchaço do corpo e aumento de peso. Para eliminar o fluído em excesso, uma pessoa pode estar conectada a uma máquina de diálise dos rins. A máquina faz o sangue do corpo circular continuamente através da máquina e o devolve ao corpo. Este processo purifica o sangue (retira as impurezas) e expele o fluído de excreção, da mesma forma que os rins saudáveis fariam. A máquina retira bastante líquido para manter um peso estável. Para manter o equilíbrio entre o consumo de líquido e a eliminação, um paciente deve usar uma máquina de diálise cada 2 ou 3 dias. Cada seção com a máquina dura de 3 a 4 horas.
- ***Geometria Espacial Aplicada a Agricultura:***a agricultura e negócios relacionados, usam a geometria espacial para determinar o volume (capacidade) de silos ou depósitos de armazenamento – para grãos, feno, palha, etc. Quando chega o tempo de colheita, devem conhecer a capacidade de armazenamento de silos e celeiros, além da capacidade de carga de caminhões e vagões dos trens. Quando chega o tempo de semear, o volume

---

4 Vetor que indica a velocidade e direção de um fluído (sangue) através da secção unitária de um tubo (veia ou artéria). Como os fluidos são essencialmente incompressíveis, a capacidade está diretamente relacionada com a velocidade do líquido no tubo. Esta relação é dada por : Q = 449xVxA onde Q é a capacidade , V é a velocidade e A e a área da secção transversal do tubo

ou peso da semente disponível se relaciona com a área a ser semeada (CORD,2001).

Trabalhar a Geometria com os problemas relacionados a estes tipos de atividades, entre outras, permitem ao docente uma concepção social que o mesmo poderá contextualizar no universo da sala de aula. Partindo desse princípio, o aluno cria uma abstração de um mundo que faz parte de sua realidade.

O DESENVOLVIMENTO DO PROJETO E DISCUSSÕES

O projeto teve como objetivo contribuir para a melhoria da prática pedagógica, utilizando como método, o estudo contextualizado da geometria, com uso de laboratório e materiais manipuláveis, ou seja, o uso da experimentação como um recurso com a finalidade de desenvolver nos alunos a capacidade de melhorar o entendimento da Geometria Espacial. Foram sujeitos os alunos do 2° ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Professor Agostinho Pereira na cidade de Pato Branco, PR.

O procedimento metodológico na implementação do projeto é mostrado na figura 1.

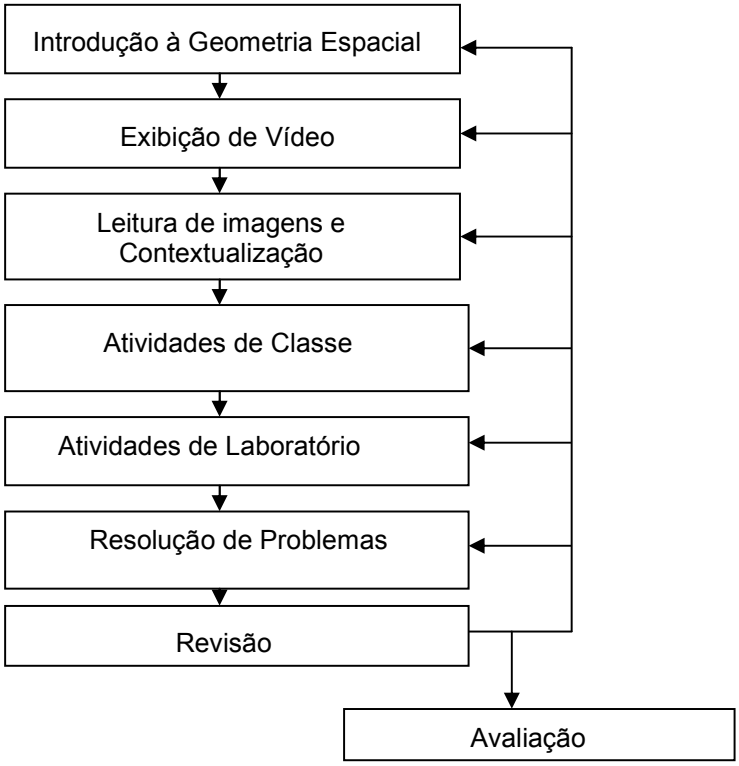

Figura 1 – Atividades desenvolvidas com os alunos

Na primeira etapa "I*ntrodução à Geometria Espacial"*, foi abordado inicialmente a Geometria Plana com uso de formas quadradas, retangulares, triangulares e circulares desenhados em uma folha de papel. De forma investigativa, procurou-se descobrir os conhecimentos que os alunos já haviam adquirido ao longo de seus estudos sobre essas formas. Nessa investigação, constatou-se que grande maioria dos alunos reconhece as formas poligonais e não poligonais e sabem relacioná-las quanto ao número de seus lados e ângulos. A partir daí, foi apresentado aos alunos alguns objetos de formas variadas como cubos, prismas, pirâmides, cilindros e esferas. Ao fazer a transição para as formas tridimensionais, verificou-se que os alunos, em sua grande maioria, reconhecem alguns sólidos pela sua aparência física, mas apresentam dificuldades em conceituá-los por suas partes ou propriedades, inclusive pelos seus nomes. Algumas formas eram chamadas de dado, bloco, caixa, bola. Esta etapa introdutória foi apenas um trabalho investigativo com duração de uma aula, e pela análise do protocolo percebeu-se que os alunos não conhecem conceitos básicos de Geometria Espacial, como retas paralelas, planos paralelos, no entanto, apresentam noção de profundidade.

Para inserir o conteúdo proposto passou-se então para a etapa seguinte: "*Exibição de Vídeo"* e "*Leitura de imagens e Contextualização".* Nesta etapa foi utilizado um filme de animação, que mostra o funcionamento de um motor quatro tempos (admissão, compressão, combustão e escape). Após a exibição do vídeo, foi aberto um espaço onde os alunos tiveram oportunidade de questionar e argumentar sobre seus conhecimentos práticos. É importante salientar, que mesmo numa situação onde se abre espaço para comentários, alguns alunos só contribuem se forem instigados e solicitados a fazer algum comentário. Entretanto, alguns alunos contribuíram muito com suas experiências de trabalho, outros comentaram que já haviam participado de cursos de mecânica e por isso tinham conhecimento sobre a situação mostrada no vídeo. Por meio dessa atividade, foi possível constatar que o potencial educativo proporcionado pelo vídeo é muito interessante para fins de discussão e representa uma forma de estabelecer correlação entre o conteúdo do tema a ser abordado, as imagens veiculadas e a realidade.

Nesta etapa ainda, aproveitando o enfoque das aplicações práticas e sem fornecer qualquer informação adicional, foi solicitado aos alunos que, em grupos, construíssem uma torre, a mais alta possível, com 30 canudinhos de refrigerante, os quais deveriam ser somente encaixados. Este tipo de atividade conduz o aluno a fazer um planejamento prévio da construção, pois exige conhecimento das formas geométricas e requer habilidade motora para manusear os materiais. O trabalho além de recreativo, foi muito motivador e pedagógico, pois em vários momentos os grupos discutiram a forma como deveria ter essa torre e o que deveriam fazer para que ela permanecesse rígida. No relatório prestado sobre a atividade alguns grupos escreveram:

"*Encontramos muita dificuldade, não conseguimos fazer uma torre sustentável, pois não conseguimos fazer uma base que a deixasse em pé".*

"*Nosso principal problema foi em fazer a base, a qual é a principal forma de fazer que a pirâmide fique em pé. Depois que fizemos a base quadrada conseguimos concretizar a estrutura da pirâmide".*

"Fizemos um ótimo trabalho, pois usamos uma base triangular, a sustenção triangular se fez mais reforçada do que uma base quadrada, suportando uma altura superior".

Pelo relato dos grupos, percebeu-se que houve um planejamento e interação entre os alunos para executar a tarefa e também que houve uma preocupação em utilizar alguns fundamentos da Geometria, porém sem formalização. Enfatiza-se aqui, que este tipo de atividade cria um ambiente dinâmico na sala de aula e a participação dos alunos é efetiva, porém requer muita atenção no sentido de direcionar o trabalho para o conteúdo que se pretende explorar.

Na etapa *"Atividade de Classe",* procurou-se inserir conhecimentos científicos e formais da Geometria Espacial. Para isso foram utilizadas formas tridimensionais de uso comum dos alunos, como por exemplo, embalagens de produtos com formatos diversos tais como cilindros, cones e prismas. Em cada forma utilizou-se a planificação para mostrar a relação dos sólidos geométricos com as figuras planas e posteriormente foram feitas as reconstruções. Foi a etapa mais complexa do projeto. Constatou-se nesta etapa, que existe uma grande dificuldade para o aluno em analisar o que aprendeu em partes para formar uma

visão geral dos objetos e suas relações. Alguns alunos comentaram que já haviam aprendido alguns desses conceitos no Ensino Fundamental, que achavam importante estudar Geometria, mas que não gostavam da matéria porque não viam utilidade desse estudo. Em relação às fórmulas de área lateral, área total e volume, a grande maioria dos alunos mencionou que era fácil entender a fórmula, mas que apresentavam dificuldade em aplicá-las no contexto de um problema é só entendiam o problema quando resolvido juntamente com o professor. Com esses relatos, pode-se verificar que os alunos realmente não têm uma visão geral do poliedro, não conseguem identificar as variáveis da formulação além de apresentarem dificuldades em interpretar as informações dos problemas. A alternativa encontrada para sanar essas dificuldades foi elaborar questionamentos de interpretação dos problemas antes de efetuar os cálculos. Diante desta realidade, conclui-se que, solucionar um problema da forma como são abordados nos livros didáticos não é uma tarefa fácil para os alunos.

Na etapa seguinte, “Atividade de Laboratório”, foi proposto atividades em grupos. Uma das atividades realizados foi o de verificar experimentalmente, a capacidade de um copo descartável de 200 ml (volume de um cone truncado). O material utilizado para o desenvolvimento desta atividade foi copos descartáveis de 200 ml, barbante (60cm), régua e paquímetro (calibrador Vernier). A partir de um procedimento por escrito e da figura 1, os alunos montaram o experimento e com auxílio de uma tabela anotaram os valores obtidos dos diâmetros, alturas, eixo central e linhas auxiliares da seguinte maneira:

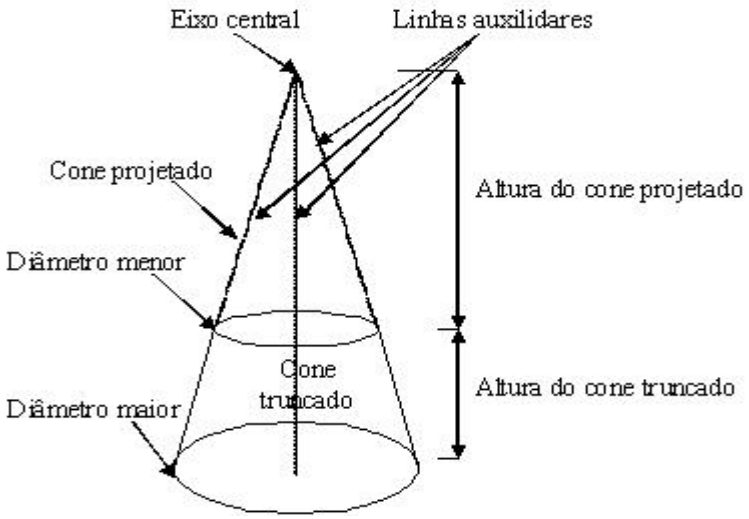

Figura 1 – Esquema do procedimento adotado pelos alunos para obter o volume do cone truncado (copo plástico).

- Os diâmetros maior, diâmetro menor e altura do cone truncado foi utilizado o paquímetro.
- No centro do diâmetro menor, foi feito um orifício e passado o barbante por dentro do copo. O barbante era preso dentro do copo por um nó e na outra extremidade foi colocado um peso formando assim um “fio de prumo”.
- Com auxílio de uma régua posicionada na lateral do copo (linha auxiliar), foi projetada uma linha imaginária que interseccionava o “fio de prumo” formando uma linha lateral do cone projetado.
- Com o paquímetro, mediu-se o eixo central a partir do diâmetro menor até a intersecção feita no barbante.

Com essas informações, foi possível calcular experimentalmente o volume do copo plástico. Primeiramente foi calculado, através da fórmula $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$, o volume do cone inteiro (cone truncado mais o cone projetado). Depois foi calculado o volume do cone projetado. A diferença entre o cone inteiro e o cone projetado, representa o volume do cone truncado.

Esta atividade foi feita com muito empenho e participação dos alunos, porém, mesmo com o procedimento, houve necessidade de acompanhá-los no desenvolvimento. Todos os grupos conseguiram realizar os cálculos e os resultados obtidos para o volume do copo chegaram muito próximos do real (200 cm^3, ou ml). Questionados sobre esta atividades, alguns grupos escreveram:

“A gente acha que fazendo aula na prática, aprende bem mais, porque vai colocando à prova o que nós aprendemos. Na nossa opinião, esse tipo de atividade foi muito boa, conseguimos aprender o conteúdo bem melhor”.

“Além de aprender na teoria podemos aprender melhor na prática, não fica só restrito na sala de aula e é mais interessante fazer aulas práticas. Sugiro que continue assim”.

“É legal pois a gente não faz só na teoria mas na prática isso fica mais fácil, é algo mais”.

Nesses relatos, percebe-se a motivação por aulas práticas e isso torna o aprendizado muito mais satisfatório, pois os alunos tentam refazer as atividades para tentar aproximar o máximo possível do resultado real. Observou-se também

que, ao passar por situações de experimentação, a qual não estavam acostumados, houve muita criatividade nas explorações matemáticas e consequentemente, ganhos qualitativos no sentido de melhoramento da percepção visual na solução de um problema.

Na etapa *"Resolução de Problemas"*, para os alunos em grupos, foram propostas situações problemas de uso nas diferentes áreas como comércio, agricultura, tecnologia, etc, os quais exigiam interpretações para que fossem então utilizados os conceitos formais da geometria e da matemática para solucioná-los. Sendo já constatado em etapas anteriores, a dificuldade apresentada pelos alunos em compreender o enunciado do problema, tomou-se o cuidado de elaborar previamente a cada problema, questões de interpretação e análise do tipo: qual a forma geométrica envolvida no problema; quais informações os problema fornece;o que esses dados representam na forma espacial; o que precisamos saber; qual a solução exigida pelo problema; de que forma podemos chegar ao resultado, etc. Propondo esses questionamentos de forma interativa foi possível constatar que este tipo de ação prepara o aluno a buscar soluções ao mesmo tempo que aproveita o raciocínio apresentado por ele. Percebeu-se que, após a resolução de alguns problemas com essa forma de abordagem, a interatividade ocorria entre os colegas do grupo e isso efetivamente melhorou o desempenho dos alunos em solucionar problemas. Diante dessa constatação foi possível verificar que a intervenção do professor no momento de abordar um problema, representa um aspecto decisivo no processo da resolução desses problemas e que a abstração ocorre de forma gradual na aprendizagem do aluno.

Nas última etapas, *"Revisão"* e *"Avaliação",* foi retomado todo o conteúdo, ocorrida em uma aula e em seguida aplicação de uma prova escrita que continha problemas de aplicações práticas e também uma questão de auto-avaliação da aprendizagem.

Em relação aos registros da avaliação feita pelos alunos, não foi verificado uma melhora significativa em termos quantitativos, porém, percebeu-se uma disposição em solucionar o problema a partir de esquemas e desenhos, demonstrando capacidade de análise. O fato de não haver uma melhora significativa pode ser justificada no pouco tempo destinado à realização do

projeto. No entanto, foi possível constatar que a forma de conduzir as atividades, por meio de recursos visuais, experimentação e resolução de problemas contextualizados provoca mudança na postura dos alunos, ocorrendo uma maior motivação e participação, o que representa um envolvimento maior dos alunos em relação aos conteúdos da Geometria.

Da auto-avaliação destacam-se alguns registros:

" Aprendi bastante, algumas coisas tive que perguntar várias vezes, mas aprendi. Eu acho que pra nós foi muito produtivo".

"Não tivemos muita dificuldade, porque eram coisas fáceis de imaginar, sendo que na prática é bem mais fácil de aprender".

"Bom, nós participamos mas temos um pouco de dificuldade para entender mas entendemos muito bem"

"Nós gostamos porque a forma de ensinar fez com que a gente entendesse mais rápido e fácil o conteúdo".

Pelos depoimentos aqui retratados, fica evidente a importância da atividade desenvolvida no sentido de propor aulas mais motivadoras, trazendo a realidade para a sala de aula e trabalhando com a experimentação. Esse tipo de metodologia apresenta ações possíveis de serem concretizadas no ambiente escolar. A experimentação e a aproximação da teoria geométrica ao cotidiano contribui nas atividades educativas, levando os alunos a se interessar mais pelo aprendizado da Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O projeto realizado evidencia que a incorporação de atividades que favoreçam a interação social, a cooperação e a experimentação em sala de aula, pode fazer a diferença no ambiente escolar, pois ocorre participação ativa em todo o processo de construção do conhecimento. Lorenzato (2006) afirma que: *Dar aula é diferente de ensinar. Ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento. Vale salientar a concepção de que há ensino somente quando, em decorrência dele, houver aprendizagem*. Assim, a aprendizagem significa dar sentido ao que se aprende na escola, sendo necessário então, que a geometria e a matemática levem o aluno a uma melhor compreensão da teoria e da aplicabilidade dos conhecimentos científicos.

Ressalta-se também que trabalhar os conceitos geométricos a partir da realidade do meio em que os alunos vivem, passa a ser mais interessante e significativo, servindo como uma alternativa para o ensino de Geometria.

Acredita-se que o projeto em si é viável como metodologia de trabalho quando preparada previamente e oferece potencial pela simplicidade apresentada em seu desenvolvimento, contribuindo assim no processo de ensino-aprendizagem da Geometria e da Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, Ane Mae T. B. A Arte e Educação no Brasil. São Paulo: Perspectiva, 1978.

BRITO, Kleisy L.V., FILHO, Joaquim B. O Aprendizado da Geometria Contextualizada no Ensino Médio. (monografia), 2006.

BROUSSEAU,G. Fondements et Methodes de la Didactique des Mathématiques – Rcherches des Didactique de Mathématiques,7,2,1986.

CASTRUCCI, Benedito. Desenho e os Fundamentos Matemáticos. In: II Congresso Nacional de Desenho, Florianópolis: 1981.

Center for Occupational Research and Development – CORD. Capacitação de professores em Matemática Contextualizada – Geometria no Local de Trabalho - 1, Waco,Texas, EUA, 2001.

Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM)– Parecer CEB nº 15/98. Disponível em http://www.cefetce.br/Ensino/Cursos/Medio/parecerCEB15.htm. Acesso em 15 de ago 2008.

FILLOS, Leoni M. Embalagens: um apoio ao ensino de Geometria Espacial (monografia), Pós Graduação em Ensino Matemática, Universidade Estadual do Centro Oeste – UNICENTRO, Guarapuava, 2000.

FIORENTINI, D.;LORENZATO, S. O profissional em educação matemática. Disponível em: <http;//sites.unisanta.br/teiadosaber/apostila/matemática> Acesso em 18 jul.2008.

FIORENTINI, D. & MIORIM, A.. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. In Boletim SBEMSP Ano 4 nº 7, Julho – agosto/1990.

KUENZER, Acácia. Ensino Médio: Construindo uma proposta para os que vivem do trabalho, 4° ed, São Paulo: Cortez, 2005.

LORENZATO VILA, M.C. Século XXI: qual matemática é recomendável? Revista Zetetiké. Campinas, ano 1, n° 1, p 41-49. 1993.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (MEC). Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 1999.

PANIZZA, Mabel. (org.). Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais. Porto Alegre/RS: Artmed, 2006.

PAVANELLO, Regina Maria. Geometria e Educação Matemática. Maringá, 1993. 6 p.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática. Brasília, 1998.

SERRAZINA, Lurdes; VALE, Isabel; FONSECA, Helena; PIMENTEL, Teresa. O papel das investigações matemáticas e profissionais na formação inicial de professores. In: PONTE, J. P. da et al. (Orgs.) Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores. Lisboa: SEM-SPCE, 2002, p. 41-58.

SANTOS, Josenildo; ALMEIDA, I.A.C; CORREIA, A.M.A Interpretando a Geometria Euclidiana através do Estudo de telhados in XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica Santander, España , junho de 2002.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO DO PARANÁ. Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica. Curitiba, 2007.

SILVA, Tomaz T. O que Produz e o que Reproduz em Educação. Porto Alegre: Artmed, 1992.