ESTADO DO PARANÁ

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO – SEED

PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL – PDE

CADERNO PEDAGÓGICO DE ANÁLISE DE ERROS

Marilei Aparecida Biscaia da Luz

2008

INTRODUÇÃO

A autora, neste caderno pedagógico, estará enfocando os erros mais comuns que os alunos cometem ao chegar a 5ª série, no que tange a resolução dos algoritmos das operações fundamentais, após quase 20 anos de observação em sua atuação em sala de aula.

Por acreditar que não se nasce professor e sim se torna professor ao longo dos anos, sendo a formação acadêmica apenas um pontapé inicial para um processo contínuo, o professor deve estar em constante (trans)formação. Um ponto importante é que, o professor deve dominar os conteúdos que ensina, aprofundando-se cada vez mais em sua área, além de também dominar as características dos processos de desenvolvimento a de aprendizagem, para somente assim acompanhar as mudanças que a educação e os educandos como um todo, sofrem ao longo do tempo.

A autora apresentará algumas situações que podem estar levando o aluno de 5ª série ao fracasso escolar, pois, após muita observação notou que determinados erros na resolução dos algoritmos das operações fundamentais repetem-se ano após ano, em alunos de escolas estaduais oriundos de diferentes níveis sócio-econômico-cultural, bem como de diferentes escolas das séries iniciais do ensino fundamental, o que motivou a autora a pesquisar tal fato.

Dessa forma, inicialmente explanará o papel do professor na análise dos erros para entender a organização das idéias dos alunos.

Em seguida, apresentará alguns motivos que levam ao erro na resolução da dos algoritmos das operações, principalmente na subtração e na divisão e apresentará atividades para análise de erros proposta para os professores.

Finalizando, discutirá o papel dos erros cometidos em Matemática na busca de compreensão da construção do conhecimento lógico-matemático do aluno, bem como uma proposta de encaminhamentos metodológicos para auxiliar o trabalho do professor de quinta-série, na resolução dos algoritmos das operações fundamentais e comentários sobre a atividade de análise de erros proposta .

O PAPEL DO PROFESSOR

Quando se fala em operações fundamentais, a discussão fica restrita à idéia de adicionar ou retirar quantidades, porém, é necessário que o professor oportunize ao aluno lidar com as situações que constituem o campo aditivo, bem como a composição e decomposição dos números dentro do sistema de numeração, para que possam construir os conceitos de adição e de subtração, e posteriormente de multiplicação e de divisão, a partir de um embasamento sobre a construção do número e também do sistema de numeração, pois muitas vezes os erros cometidos pelos alunos são freqüentemente causados pelo desconhecimento da composição aditiva de um número.

Neste sentido, a autora concorda com NUNES (1997), quando diz:

> É fácil ver que a hierarquia das unidades contidas dentro de dezenas, dezenas contidas dentro de centenas, centenas dentro de milhares, e assim por diante, exige uma compreensão da composição aditiva, e os dados que apresentamos demonstram que as crianças precisam compreender sobre composição aditiva a fim de dominar o sistema hindu-arábico que usamos para escrever os números. (p.228)

Os conceitos e modelos que os alunos constroem são baseados em situações escolares previamente programadas pelo professor e, que também ocorrem fora de sala de aula. Esse é um dos motivos pelos quais o professor deve conhecer seus alunos a fim de buscar saber como eles estão pensando, para procurar entender a organização das idéias elaboradas por eles, bem como conhecer e analisar os erros que cometem em conseqüência das visões ainda pouco desenvolvidas que possuem, pois assim estará procurando compreender como esses conceitos estão sendo formados. De certa forma, pode-se considerar que todos os acertos de um aluno não provam que suas representações e seus conceitos estejam de acordo com o que os professores aceitam como correto.

Nesse sentido, o professor deve assumir um papel de pesquisador, fazendo sempre uma análise crítica de sua prática em sala de aula, lembrando que ele pode aprender muito com o pensar de seu aluno.

De acordo com D’Ambrósio (2005), é necessário que o professor que ensina matemática, ouça a voz do aluno, de modo que ele, professor, possa construir um modelo da matemática do aluno. E, para isso é fundamental que

ele tenha um conhecimento profundo, mas não operacional dos conceitos trabalhados, pois, é muito mais complexo que isso. Deve estar atento a novas dimensões e flexível, para alterar suas próprias construções. Ela usa uma metáfora para descrever a ação do professor como o ato de “desempacotar” o seu próprio conhecimento formal da matemática para entender as construções dos alunos e, ao mesmo tempo, “desempacotar” o conhecimento destes para analisá-lo a fundo. Afirma também, que o maior dilema do professor é quando ele procura interpretar o trabalho de um aluno, pois muitos deles são aprovados nos cursos de matemática e estão convencidos de que possuem o conhecimento necessário para lecionar e, ao ter que interpretar os trabalhos dos alunos, se deparam com dificuldades, pois de fato não possuem o conhecimento profundo necessário para desempacotar a matemática formal e reconstruir, ou enriquecer, seu repertório de soluções.

O professor que assume esse papel de “desempacotador” pode perceber nitidamente que algumas crianças manejam perfeitamente bem uma atividade e mal outra, ambas exigindo um raciocínio bastante semelhante. A partir da análise será possível perceber que muitas vezes o que para a maioria dos adultos é matematicamente equivalente, para o aluno que tem uma aprendizagem ou uma concepção superficial e mecânica não é um raciocínio equivalente e muitas vezes o contrário, muito complexo. Sendo assim, como professor, deve-se prestar muita atenção aos erros e às dificuldades dos alunos.

Muito se tem discutido sobre o funcionamento da mente e o estudo da cognição humana, assim a análise de erros passou a despertar muito interesse, pois se acredita que os erros são indicativos do funcionamento mental, permitindo a compreensão dos processos cognitivos do aluno.

Pode-se considerar os erros como estágios necessários para o desenvolvimento das idéias que fazem parte do caminhar dos alunos na formação dos conceitos, neste caso conceitos matemáticos.

Muitas vezes, os erros cometidos pelos alunos de forma sistemática são decorrentes de idéias próprias, criadas de maneira nem sempre corretas, a partir de modelos ingênuos, incorretos ou mesmo incompletos. Assim, pode-se encarar o erro como revelador das dificuldades de aprendizagem dos alunos.

No que se refere à resolução das operações fundamentais deve-se buscar, em sala de aula, meios de reverter os casos de erro em uma situação de aprendizagem e, tentar fazer com que o aluno externe a maneira de pensar

que o levou ao erro, pois se sabe que o erro contribui à formação da imagem de “mau” que ele possui na aprendizagem matemática, muitas vezes inclusive, na visão dos professores.

É muito comum deparar-se com alunos que resolvem mentalmente uma situação aditiva ou subtrativa corretamente. Porém, se esta mesma situação for proposta de forma ao aluno usar lápis e papel, esse aluno utiliza um procedimento muitas vezes errado, ou mesmo informa não saber fazer ou diz só saber fazer “de cabeça”. Neste momento, o professor pode questioná-lo sobre como raciocinou mentalmente e mostrar que a maneira de resolver o algoritmo é basicamente a mesma de seu raciocínio mental, a partir da composição e decomposição do número, bastando ele registrar a forma que pensou, passo-a-passo.

Assim, pode-se perceber que uma situação aditiva ou subtrativa, quando está inserida num contexto prático para o aluno, faz com que ele chegue à resposta certa, dando a impressão que é mais simples. Razão pela qual o professor deve buscar contextualizar os conteúdos à realidade do aluno, bem como quantificar a realidade, evitando a mecanização pura e simples das atividades aritméticas, especialmente das operações fundamentais, abolindo a presença de modelos-padrão de situações aditivas e/ou subtrativas.

ERROS NAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS: ALGUMAS VISÕES

Para Cury (1995), os erros cometidos pelos alunos são possibilidades que abrem para o sujeito a oportunidade de ser construtor do próprio conhecimento. O erro é elemento importante para a aprendizagem, uma vez que a evolução da inteligência e dos conhecimentos provém de situações perturbadoras.

Baseando-se na epistemologia genética, Macedo (1994) reforça a importância do erro no processo de desenvolvimento da criança e o seu significado para a apropriação dos conhecimentos escolares. Para ele, no contexto escolar o erro pode ser encarado de duas maneiras, uma formal e uma natural. Na formal o errado se opõe ao certo, que é uma verdade incontestável. Nesse caso o erro é visto como algo ruim, a ser evitado ou punido. Na maneira natural, o erro faz parte do processo de aprendizagem, pois "*as estruturas, os esquemas, os conceitos, as idéias, são criados, construídos, por um processo de auto-regulação*" (MACEDO, 1994, p.69) buscando a sintonia necessária para atingir um resultado positivo no que se refere à aprendizagem do aluno.

O posicionamento de diversos educadores, autores de pesquisas na área de análise de erros, complementa essas idéias, pois considera que dependendo de como o erro é visto pelo professor, pode se constituir num obstáculo emocional à aquisição de novos conceitos se a aprendizagem ocorrer forma traumática, e pode-se constatar que a matemática é considerada uma das disciplinas curriculares que mais proporciona esses sentimentos negativos na escola.

Silva e Emerique (2000) mostram que existe um círculo vicioso quanto ao erro, em matemática: o obstáculo emocional induz ao erro e, ocorrendo o erro, este desencadeia emoções como frustração, angústia, raiva, entre outras, que se tornam obstáculos para a aprendizagem.

Com relação à análise dos erros cometidos pelos alunos, ela pode ser realmente uma estratégia poderosa para a prática dos professores, uma vez que identificado o pensamento dos alunos fica mais claro o caminho que pode conduzi-los ao sucesso na aprendizagem.

Muitas vezes os erros são recorrentes para um aluno e por isso sua superação precisa ser individual, com atendimento particular do professor, impossibilitando assim o trabalho em sala de aula, quando temos muitos alunos nessa situação e/ou turmas com grande quantidade de alunos. Entretanto, o

professor tem ali o aluno e pode questioná-lo sobre o próprio desempenho, ajudando-o inclusive a refletir sobre ele, mostrar sua dificuldade de compreensão além de poder conduzí-lo de forma a superar tal dificuldade, o que seria um ganho fantástico em termos de aprendizagem e desenvolvimento, principalmente se pudermos contar com a ajuda do professor da sala de apoio (somente nas 5ª séries).

Constata-se, assim, a necessidade de alterar a forma de ver o erro do aluno, e não apenas no que se refere às operações fundamentais. Entretanto, apenas constatar que os alunos não dominam determinados conteúdos é pouco para mudar a nossa prática pedagógica. Para ir um pouco além é preciso analisar o que os alunos erram para que se possa ir mais diretamente ao ponto “frágil” do ensino e da aprendizagem. Os erros, por outro lado, não podem ser considerados como desempenhos definitivos nem como conhecimentos irrecuperáveis e conhecê-los é importante para proporcionar aprendizagem.

Por esses motivos, a partir da aplicação de atividades envolvendo as operações fundamentais com alunos de 5ª. séries, a autora selecionou alguns dos erros mais comuns e freqüentes, para que possamos fazer uma análise e discussão, buscando a sua transformação em situação de aprendizagem, buscando uma nova visão frente ao erro dos alunos. Algumas das situações de erros foram baseadas em oficinas aplicadas pelo professor doutor Emerson Rolkouski, professor orientador desta pesquisa.

ALGUMAS SITUAÇÕES DE ERROS NAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS PARA VOCÊ RESOLVER E REFLETIR

Situação 1: Uma criança obteve as seguintes adições[1]:

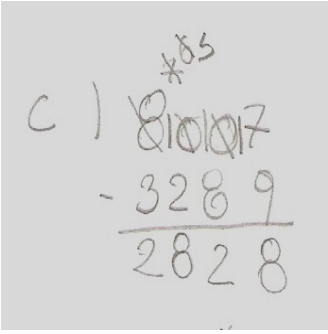
$$\begin{array}{r} \mathbf{345} \\ \mathbf{+\ \underline{959}} \\ \mathbf{1799} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \mathbf{4345} \\ \mathbf{+\ \underline{1739}} \\ \mathbf{9999} \end{array}$$

a) Procure descobrir como ela pensou e o que a professora enfatizou para que a criança tenha cometido este erro?
b) Resolva as operações **678 + 987** e **453 + 123** pelo método da criança:
c) O que essa aluna sabe sobre adição e o que ela não sabe?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com essa criança?

Situação 2: Um aluno calculou **709 + 291** e encontrou **1090**.

a) Como o aluno pensou?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que esse aluno sabe sobre adição e o que ele não sabe?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno?

Situação 3: Veja como um aluno calculou **8007 – 3289.**



a) Como você acredita que o aluno pensou?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que esse aluno sabe sobre subtração e o que ele não sabe?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno?

[1] Esse erro vem sendo utilizado pelos pesquisadores Rômulo Campos Lins, Antonio Vicente Maraffioti Garnica e Emerson Rolkouski, para exemplificar o que Lins denomina de leitura positiva, que, basicamente, se resume em procurar encontrar o que o aluno sabe sobre o que faz, ao contrário da leitura comumente realizada em sala de aula, qual seja, o que o aluno não sabe sobre o que faz.

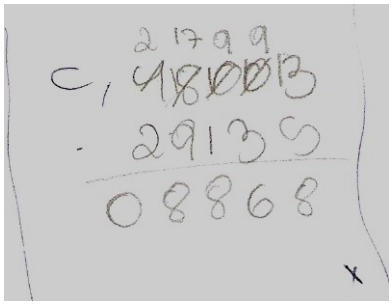
Observe como outro aluno fez a mesma operação**:**

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 5} \\ \cancel{8}\,{\scriptstyle 1}0\,{\scriptstyle 1}0\,{\scriptstyle 1}7 \\ -\,3\;\;2\;\;8\;\;9 \\ \hline 2\;\;8\;\;2\;\;8 \end{array}$$

e) O esses dois alunos têm em comum ao resolver?

f) O que pode ter sido enfatizado para que ambos errem dessa forma?

Situação 4: Um aluno calculou **48003 – 29135** e obteve **8868**.



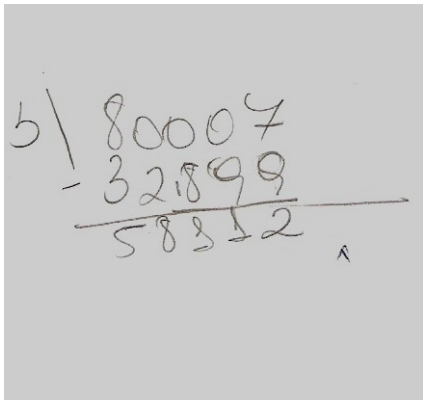
a) Como o aluno pensou?

b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?

c) O que esse aluno sabe sobre subtração e o que ele não sabe?

d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno?

Situação 5: Um aluno fez **80007 – 32899 = 58112**



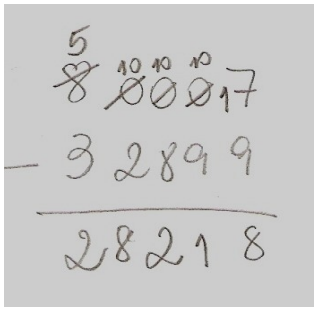
a) Descubra como ele pensou.

b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?

c) O que esse aluno não sabe sobre subtração?

d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno?

Situação 6: Observe como outro aluno fez **80007 – 32899:**



a) Como esse aluno pensou ao resolver?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) E esse aluno, o que sabe sobre subtração e o que ele não sabe?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno?

Situação 7: Um aluno resolveu a multiplicação **26 x 3** e encontrou **98**:

a) Como você acredita que o aluno pensou?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que esse aluno sabe sobre multiplicação e o que ele não sabe?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno?

Situação 8: Um aluno resolveu **27 x 15** assim:

$$\begin{array}{r} \mathbf{27} \\ \underline{\mathbf{x\ \ 15}} \\ \mathbf{135} \\ \underline{\mathbf{+570}} \\ \mathbf{705} \end{array}$$

a) Como o aluno pensou?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que esse aluno sabe sobre multiplicação e o que ele não sabe?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno?

Situação 9: Um aluno resolveu a operação **43 x 25** da seguinte forma:

$$\begin{array}{r} \mathbf{43} \\ \underline{\mathbf{x\ 25}} \\ \mathbf{215} \\ \underline{\mathbf{+\ \ 86}} \\ \mathbf{301} \end{array}$$

a) Como o aluno pensou?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que esse aluno sabe sobre multiplicação e o que ele não sabe?

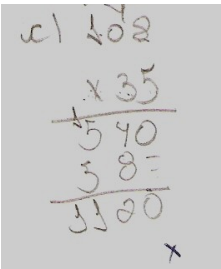
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno?

Situação 10: Um aluno resolveu a multiplicação **409 x 6** e encontrou **2704**:

$$\begin{array}{r} \mathbf{409} \\ \mathbf{x\ \ 6} \\ \hline \mathbf{2704} \end{array}$$

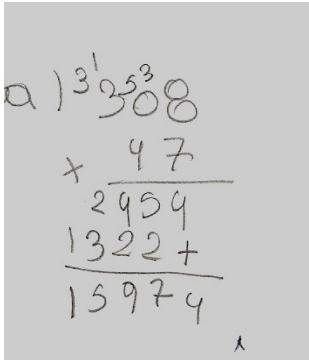
a) Como você acha que o aluno pensou?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que esse aluno sabe sobre multiplicação e o que ele não sabe?
d) Que estratégias didáticas você usaria para trabalhar com esse aluno?

Situação 11: Outro aluno resolveu a multiplicação **108 x 35** e encontrou **1120.**



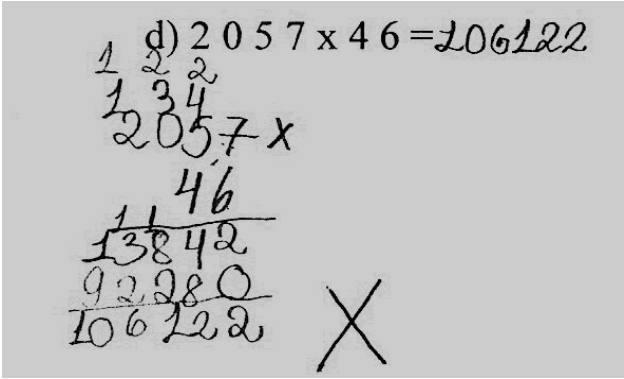
a) Qual foi a forma de pensar desse aluno?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que esse aluno sabe sobre multiplicação e o que ele não sabe?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno para sanar essa dificuldade?

Situação 12: Um aluno resolveu a multiplicação **308 x 47** assim:



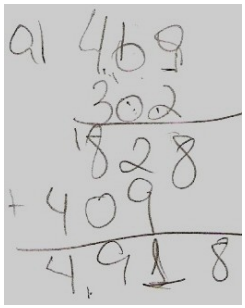
a) Qual foi a forma que esse aluno pensou ?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que falta esse aluno saber sobre multiplicação?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno para sanar essa dificuldade?

Situação 13: Um aluno resolveu a multiplicação **2057 x 46** assim:



a) Qual foi o raciocínio desse aluno?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que falta esse aluno saber sobre multiplicação?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno para sanar essa dificuldade?

Situação 14: Um aluno resolveu a multiplicação **409 x 302** e encontrou **4918**:

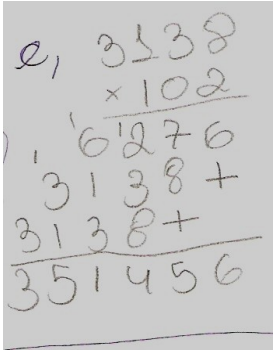


a) Como você acha que o aluno pensou?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que esse aluno sabe sobre multiplicação e o que ele não sabe?
d) Que estratégias didáticas você usaria para trabalhar com esse aluno?

Situação 15: Outro aluno resolveu a multiplicação **409 x 303** e encontrou **13497**:

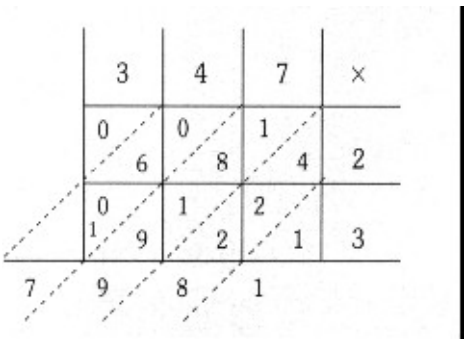
a) Qual foi a forma de pensar desse aluno?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que esse aluno sabe sobre multiplicação e o que ele não sabe?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno?

Situação 16: Outro aluno resolveu a multiplicação **3138 x 102** e encontrou **351456.**



a) Qual foi a forma de pensar desse aluno?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que esse aluno sabe sobre multiplicação e o que ele não sabe?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno?

Situação 17: Um dos motivos que levam os professores a não permitirem que seus alunos resolvam as operações de maneiras diferentes da usual é acreditarem que aquele algoritmo, aquela forma é a única. No entanto, ao percorrermos alguns livros nos deparamos com algoritmos usados na história, e outros que ainda são utilizados em outros países. É o caso do exemplo a seguir utilizado na França (gelosia) [2]:



a) Resolva 123 x 26 utilizando este método:
b) Procure explicar utilizando a idéia de valor posicional porque o método funciona:
c) Você já mostrou esse método para seus alunos?

[2] Extraído de Oficina do professor Emerson Rolkouski (2007)

Situação 18: Um aluno resolveu a divisão de **7105 por 35** assim:

```
7105  |35  x
 705   2221
 105
  05
   0
```

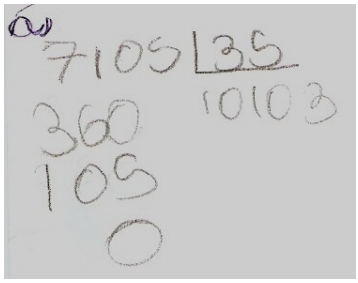
a) Como o aluno pensou?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que esse aluno sabe sobre divisão e o que ele não sabe?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno?

Situação 19: Veja como um segundo aluno resolveu a mesma divisão:

```
7105  |35  x
7000   20021
0105
  70
  35
  35
   0
```

a) Como o aluno pensou?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que faltou, para esse aluno, saber sobre divisão?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com ele?

Situação 20: Outro aluno resolveu a divisão **7105 : 35** e encontrou **10103**, veja**.**



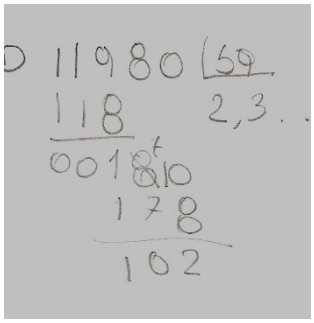
a) Qual foi a forma de pensar desse aluno?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que esse aluno sabe sobre divisão e o que ele não sabe?
d) Que relação há entre as formas de pensar dos três alunos?
e) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno?

Situação 21: Uma criança resolveu a divisão a seguir assim:

```
11980  |59  x
11800   20003
00180
  177
  017
```

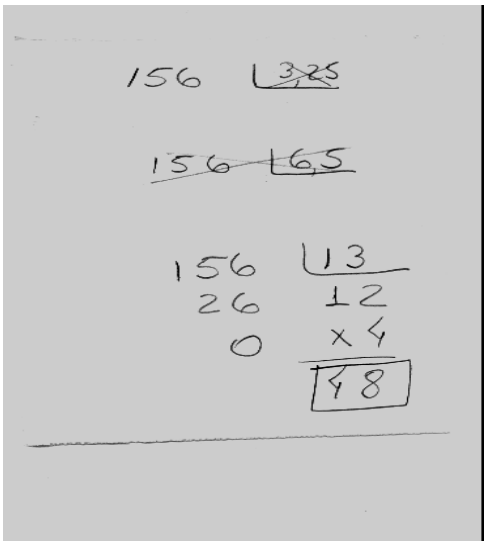
a) Como ela pensou?
b) Porque você acha que ela cometeu esse erro?
c) O que essa criança sabe sobre divisão e o que ele não sabe?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com essa criança?

Situação 22: Outro aluno resolveu a mesma divisão assim:



a) Como ele pensou?
b) Porque você acha que ele cometeu esse erro?
c) O que esse aluno sabe sobre divisão e o que ele não sabe?
d) Que estratégias didáticas você sugere para trabalhar com esse aluno?

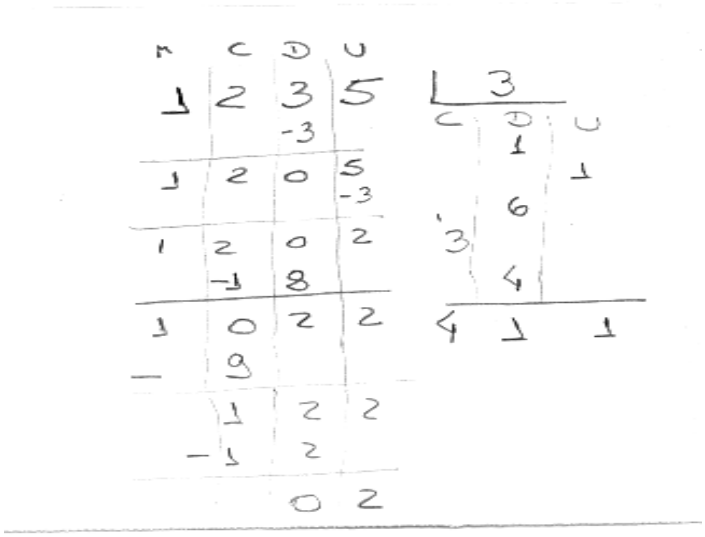
Situação 23: Observe como um aluno resolveu a divisão **156 : 3,25**. [3]



[3] Extraído de Oficina do professor Emerson Rolkouski (2007)

a) Resolva **345 : 3,5** utilizando o método do aluno
b) Utilizamos algo próximo desse método em alguma outra situação? Quando?

Situação 24: Observe esse algoritmo de divisão e observe como ele funciona.[4]



a) Qual sua opinião sobre ele?
b) Resolva a divisão **2345 : 6** utilizando esse método:
c) Esse método guarda alguma semelhança com o algoritmo usual da divisão?

Situação 25: Ao Ed (um aluno do segundo ano), foi dado o seguinte problema durante uma entrevista: "Quanto é quarenta e dois dividido por sete?".[5]

Ed respondeu: **"Quarenta dividido por dez são quatro; três mais três mais três mais três são doze; doze mais dois são quatorze; quatorze dividido por dois são sete; dois mais quatro são seis".**

Para garantir que a resposta do Ed não havia sido acidental, e para tentar elucidar maiores informações sobre o seu método, a professora colocou outra pergunta ao Ed: "**Quanto é setenta e dois dividido por oito?**"

Ed respondeu: **"Setenta dividido por dez são sete; sete vezes dois são quatorze; quatorze mais dois são dezesseis; dezesseis dividido por dois são oito; dois mais sete são nove. A resposta é nove".**

[4] Extraído de Oficina do professor Emerson Rolkouski (2007)

[5] Extraído de D'Ambrósio (2005) p.26.

a) Como você justificaria o pensamento do Ed?
b) Resolva outra divisão usando a estratégia do Ed.
c) O que Ed entende sobre a divisão?

Situação 26: O seguinte problema foi dado para algumas crianças: [6]

"Três piratas, não muito espertos, encontraram um pequeno tesouro. Eles levaram o tesouro para seu acampamento. Já era tarde, e resolveram dormir, dividindo o tesouro na manhã seguinte. Um dos piratas, temendo que seus colegas não entendessem muito de matemática, levantou-se no meio da noite, pegou um terço do tesouro e fugiu. Mais tarde, o segundo pirata acordou e percebeu que já faltava parte do tesouro. Levantou-se correndo, pegou um terço do tesouro e também fugiu. O terceiro pirata acordou e viu que os outros haviam fugido e que várias moedas estavam faltando. Acreditando na honestidade de seus amigos, o pirata levou o restante do tesouro consigo. Será que os três piratas ficaram com uma mesma parte do tesouro?"

a) Resolva o problema.
b) Uma criança ofereceu a seguinte resposta:

" Nós estamos resolvendo um problema na aula de matemática que pergunta qual dos três piratas acabou ficando com a maior parte do tesouro. Bem, o primeiro ficou com a quantidade certa, pois havia três piratas e ele pegou um terço do tesouro. O segundo pirata pegou somente um terço do que restou, portanto ele não pegou a quantidade certa. Ele deveria ter pegado ½ do que restou. Então, o terceiro pirata ficou com mais tesouro. Portanto, para refrescar sua memória, o primeiro pegou a parte correta do tesouro, o segundo pegou menos, e o terceiro acabou pegando mais tesouro que os outros."

Reflita sobre a solução da criança. Está correta?

Situação 27: Um aluno elaborou a seguinte resolução da expressão numérica:[7]

20 – (3 x 4 + 2 x 0,5) =

20 – (3 x 6 x 0,5) =

20 – 9 = 11

Em outra ocasião a professora passou o seguinte problema:

[6] Extraído de D'Ambrósio (2005) p.28.
[7] Extraído de Oficina do professor Emerson Rolkouski (2007)

“João foi à feira com R$ 20,00, comprou três quilos de carne a R$ 4,00 o quilo e dois quilos de tomate a R$ 0,50 o quilo, quanto recebeu de troco?”

O mesmo aluno pensou e começou a falar: **“ dois quilos de tomate a R$ 0,50 cada dá R$1,00, três quilos de carne a R$ 4,00 dá R$ 12,00, então gastei ao todo R$ 13,00. Conta nos dedos: 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Sobrou R$ 7,00 de troco”.**

a) Compare as duas propostas e o encaminhamento dado pelo aluno.
b) Reflita sobre o que ocorreu na segunda situação.
c) Que estratégias didáticas esse tipo de situação sugere?

Situação 28: Observe a resolução dada por alunos a dois problemas:[8]

I) “Um barco pode transportar, no máximo, 10 passageiros. Há 35 pessoas para atravessar o rio. Quantas viagens, no mínimo, deverão ser feitas?”

O aluno respondeu 3,5.

II) “Existem 315 pacotes de bolacha para serem embalados em três caixas. Quantos pacotes serão colocados em cada caixa?”

Cinco alunos responderam 15 e ao perguntarmos por que, responderam “3 por 3 dá 1 e 1 por 3 não dá, então 15 por 3 dá 5”.

a) Elabore estratégias para evitar esse tipo de resposta.
b) Elabore hipóteses sobre o porquê ocorrem esses erros.
c) Como você abordaria essa situação em sala de aula?
d) Elabore estratégias para diminuir a incidência desse tipo de erro.

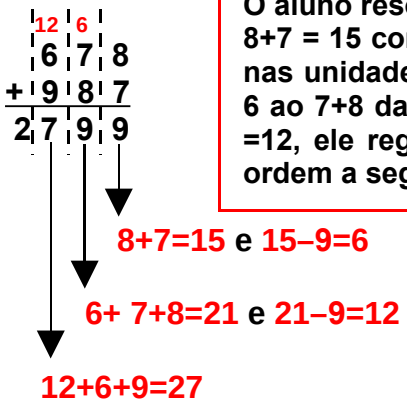
[8] Extraídos da Oficina do professor Emerson Rolkouski.

COMENTÁRIOS SOBRE AS QUESTÕES PROPOSTAS

Situação 1:

Neste tipo de erro o aluno não domina a formação do Sistema de Numeração Decimal e conseqüentemente o valor posicional de cada algarismo que forma o número. Ao resolver as adições o aluno acredita que algarismo e número seja a mesma coisa, por isso ele soma cada ordem até no máximo 9, o que passa de 9 ele acrescenta à ordem seguinte e assim faz em todas as ordens, por isso só pode passar de 9 a maior ordem da soma, sem considerar o seu valor posicional na parcela.

Para esse aluno, **678+987** seria resolvido assim:



O aluno resolveria dessa forma:
8+7 = 15 como passou de 9, fez 15-9 = 6, então ele registra o 9 nas unidades, pois acredita que não pode passar de 9, e soma 6 ao 7+8 da ordem a seguir, assim 7 + 8 + 6 = 21, como 21 – 9 =12, ele registra o 9 nas dezenas e o 12 que passou, soma a ordem a seguir, ficando 12 + 6 + 9 = 27

Com esse aluno há a necessidade de voltar a trabalhar a composição do número, fazendo agrupamentos de 10 em 10 usando material dourado, pode-se também usar o quadro valor lugar, dramatizações usando as próprias crianças sendo as diferentes ordens, usar dinheiro fazendo trocas e trocos, usar dinheiro em situações do tipo trocar certa quantidade de cédulas pelo maior número de cédulas possível, sempre buscando enfatizar que número representa quantidade e algarismos são os símbolos usados para representar essa quantidade.

Assim como com qualquer material estruturado, deve-se tomar muito cuidado no uso de dinheiro nestes casos, pois, muitas vezes encontramos crianças que usam o dinheiro com grande maestria, mas não trazem esse conhecimento para a formação do sistema de numeração decimal, desvinculando seu conhecimento do cotidiano com o conhecimento usado na escola, assim como bem trata Caraher (1998) em seu livro “Na vida dez, na escola zero”.

A criança que comete esse tipo de erro, sabe muito sobre adição, porém, não ficou bem fundamentado para ela a diferença entre número e algarismo, valor posicional de cada algarismo ou mesmo a diferença entre as ordens que formam o número. Há a necessidade de usar o que ele sabe para, a partir daí reconstruir o algoritmo da adição, usando a composição e decomposição do número, somente trabalhar algoritmo após bem fundamentada a construção do número. É bem provável que o professor no decorrer do processo de construção do algoritmo tenha enfatizado algo como: “Em cada ordem, só podemos escrever no máximo 9” e o aluno com uma compreensão superficial do valor posicional generalizou erradamente, considerando a quantidade nove ao invés do algarismo nove, desconsiderando o número como um todo.

Sugiro para o professor, a leitura dos livros:

CARAHER, T., Caraher, D. e Schliemann, A. Na Vida Dez, Na Escola Zero, SP: Ed.Cortez, 1998.

NUNES, T.; BRYANT, P. Crianças fazendo matemática. Tradução: S. Costa. Porto. Alegre: Artes Médicas, 1997. RÊGO, R. G.; SILVA, A. C.

Situação 2:

O aluno não adicionou a dezena que foi formada pelo 9+1=10 na ordem da dezena, pois acredita que o zero não tem valor, por esse motivo somou ao 7, algarismo da centena. Esse é um tipo de erro comum, onde o aluno acredita que zero sendo nulo não precisa usá-lo na adição, por esse motivo ele o acrescentou à centena e não à dezena. Ele sabe muito de adição, mas precisa ser retomado com ele que o valor posicional dos algarismos e das ordens que compõem o número independem do algarismo, além de que o zero é um algarismo, um símbolo gráfico, que está naquele número representando que não há grupos de 10 (dezenas) sozinho, pois todos foram agrupados formando centenas. Novamente sugiro trabalho de formação do algoritmo usando a decomposição a partir do valor posicional dos algarismos, assim:

709 + 291= 700 + 9 + 200 + 90 + 1 ⟶

$$\begin{array}{r} 700 \\ 9 \\ +200 \\ 90 \\ 1 \\ \hline 1000 \end{array}$$

Situação 3:

Em ambos os casos estes alunos não dominam também a composição do número, assim como valor posicional de cada algarismo que o formam, embora saibam que há a necessidade de decompor o número quando o algarismo do minuendo é menor que o algarismo do subtraendo (atualmente chamados de 1º. e 2º. termos), mas não dominam o fato de que o que ocorre são decomposições consecutivas, por isso ambos consideram os valores que foram acrescentando aos zeros e ao 7 como sendo todos de igual valor (1,1 e 1 ao invés de 10,100 e 1000) por isso somaram 1+1+1= 3 e fizeram 8 – 3= 5 ao invés de 800 dezenas menos 1 dezena igual a 799 dezenas. Estes alunos sabem o que é subtrair, dominam o conceito, mas não compreendem as decomposições, que ainda muitos professores chamam de empréstimos.

Neste caso novamente voltamos ao problema de formação do conceito de subtrair, que depende muito da decomposição. Aconselho nestes casos, trabalhar com material de contagem como sugerido na situação 1, buscando enfatizar o vocabulário correto ao falar das ordens e das decomposições. No exemplo poderia dizer: há 800 dezenas e 7 unidades, preciso transformar uma dezena em unidades, ficando com 17 unidades e 799 dezenas. Dessa forma evitamos os “empréstimos sucessivos” decompondo somente uma vez.

$$\begin{array}{r} 7\ 9\ 9\ 17 \\ \cancel{8\ 0\ 0\ 7} \\ -\ 3\ 2\ 8\ 9 \\ \hline 4\ 7\ 1\ 8 \end{array}$$

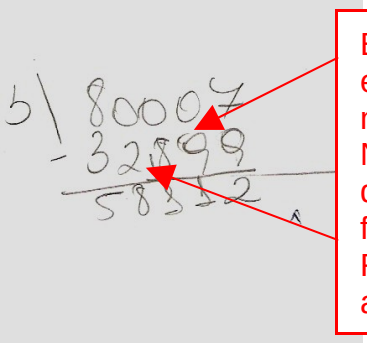
Situação 4:

Este aluno cometeu erro que na maioria das vezes atribuímos a falta de atenção ao decompor o número, mas ele domina perfeitamente o conceito de subtração e suas decomposições consecutivas

Situação 5:

Este aluno sabe o que é subtrair mas, pode ter sido dado muita ênfase ao fato de que “**subtrair é tirar o menor número do maior**” e na sua frágil concepção ele considerou essa situação como regra para cada algarismo (cada ordem) e não para o número como um todo, por isso ele fez 9 - 7 nas unidades ao invés de decompor o 8000 dezenas como 7999 dezenas + 17 unidades. Mas

ao mesmo tempo ele fez a decomposição ao subtrair as dezenas e as centenas, voltando a esquecer nas unidades e dezenas de milhar. Assim pode-se concluir que pela forma de seu registro ele deve ter sido ensinado a subtrair de diversas formas ao longo de seus anos escolares, pois podemos perceber através dos algarismos 1 que ele coloca ao lado da dezena e da centena do 2º. termo da subtração, forma que se ensinava na década de 70 ainda, logo há uma grande mistura em sua cabecinha sobre o algoritmo da subtração. Com este aluno há a necessidade de reconstruir o algoritmo usando a decomposição, buscando usar sempre o vocabulário matemático correto para uma compreensão correta do mecanismo do algoritmo.



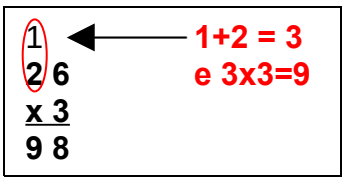
Estes traços representam o 1 que havia sido emprestado para o zero, como era ensinado na década de 70 e início da década de 80.
Nada comum para crianças de 10 a 11 anos, que foram alfabetizados matematicamente no final da década de 90.
Reafirmação de que o professor ensina como aprendeu.

Situação 6:

Este aluno cometeu o mesmo tipo de erro dos alunos da situação 3, com o diferencial de ter feito quatro decomposições , mas ter subtraído somente 3 delas da dezena de milhar. Quando fui questioná-lo sobre esse fato ele me alegou ter se esquecido de 1, que deveria ser na verdade 4, ficando assim 18218 o resultado correto. Aliado a falta de atenção temos aqui as mesmas dificuldades da situação 3, por isso o encaminhamento deve ser o mesmo.

Situação 7:

Este aluno não tem bem claro a construção do algoritmo da multiplicação com reserva, pois o que ele fez foi acrescentar a dezena do produto das unidades antes de multiplicar.



É necessário neste caso trabalhar a multiplicação a partir da decomposição, para somente depois introduzir o algoritmo prático.

20 + 6 x 3 60+18 78	**depois assim** →	2 6 x 3 6 0 + 1 8 7 8

Situação 8:

Este aluno cometeu um erro ao multiplicar 10 por 27, fazendo 570 ao invés de 270. Apesar deste erro ele domina perfeitamente o conceito de multiplicação e a construção de seu algoritmo, basta uma maior atenção na resolução.

Situação 9:

Ele cometeu um erro ao pensar no algarismo 2 do segundo fator como sendo 2 ao invés de ser 20. Este problema será facilmente resolvido ao professor mostrar que 25 vale 20+5 e por isso ao construir o algoritmo ele pode colocar um zero na ordem das unidades pois, quando multiplicamos por 10 ou seus múltiplos o resultado sempre terminará em zero, porque representa o número de dezenas que haverá nele. Assim não há aquela história de pular casas ou colocar o sinal de + na casa vaga, que geralmente leva ao erro quando multiplicamos por centenas, milhares , etc. Assim:

40+ 3 x 20+ 5 15 200 + 60 800 1075	→	4 3 x 2 5 2 1 5 8 6 0 1 0 7 5

Situação 10:

Este aluno tem grande dificuldade na compreensão do algoritmo da multiplicação, ele não acrescentou o algarismo 5 das dezenas do 6x9 ao zero

que representava dezenas, e sim ao 4 que era centenas, além de fazer 6x4+5=27 ao invés de 29.

Com este aluno há a necessidade de construir todo o conceito de multiplicação para depois mostrar o algoritmo pelo processo prático, além de ter que reforçar o conceito de valor posicional dos algarismos no número.

Situação 11:

Este aluno sabe multiplicar por unidade mas não sabe por dezena, o que o leva a fazer o segundo produto totalmente errado, fazendo 3x8=28, colocando o 2 das dezenas sobre o 1 das centenas e depois fazendo 3x1+2=5.Neste caso devemos reconstruir o algoritmo da multiplicação por dezenas, a partir da decomposição, como na situação 9.

```
   2
   1 0 8
   x 3 5
   5 4 0
   5 8 +  → 3 x 8=28 elevou o 2 e  3x1=3 então 3+2 = 5
 1 1 2 0
```

Situação 12:

Este aluno inicialmente não tem clara a tabuada,fez **7x 8 = 54** e **7x 3=24** depois fez **4x8=32**, mas registrou 22 mesmo tendo colocado corretamente o 3 da dezena do 32 na ordem correta (sobre o zero), em seguida fez **4x3=13**. Mas apesar disso ele conhece o mecanismo do algoritmo, por isso é necessário trabalhar com ele a construção do mecanismo da tabuada, inclusive mostrando a ele que pode usar as mãos para contagem, pois é a primeira calculadora a que temos acesso e que deu origem ao termo dígitos (dígitus=dedos). Que ele pode quando não souber um produto, partir de um produto conhecido dessa tabuada para chegar ao produto desejado. Por exemplo se não sabe 7x8, mas sabe que **7x5=35**, basta partir do 35.

Situação 13:

Esse aluno conhece o algoritmo da multiplicação, porém comete erros por falta de atenção e por ter uma concepção errada na formação do sistema de numeração decimal. Ao multiplicar o 6 por 2057 ele fez 6x3 ao invés de

6x0+3 e, ao multiplicar 40x2057 ele novamente fez 4x3 ao invés de 4x0+2. Quando foi questionado sobre como pensou ele formalizou isso verbalmente, sem perceber o erro. Dessa forma podemos afirmar que ele não compreende onde errou pois acredita que o zero não tenha valor e por isso não há erro, devemos retornar na construção do algoritmo envolvendo zero, inicialmente usando a decomposição para que ele perceba que o zero, é um algarismo que expressa nesse caso a ausência de milhar incompleto, ou seja, há somente grupos de milhares, de dezenas e de unidades isoladas. Seria interessante o uso de material dourado e do quadro valor lugar para mostrar esses agrupamentos em que apareça o zero nas diversas ordens dos números formados.

Situação 14:

Ao multiplicar por zero este aluno também acredita que o mesmo não tenha valor e por isso multiplicou pelo 1 que era o algarismo das dezenas do produto de 2 por 9 unidades. Em seguida ele reafirma essa opinião, ignorando novamente o zero que representava as dezenas, além de errar a multiplicação por 3 como se fosse por 1. Esse aluno conhece o algoritmo da multiplicação, superficialmente, e por isso comete erros por falta de atenção e por ter uma concepção errada na formação do sistema de numeração decimal, também devemos retornar na construção do algoritmo envolvendo zero, inicialmente usando a decomposição para que ele perceba que o zero, é um algarismo que expressa nesse caso a ausência de milhar incompleto, ou seja, há somente grupos de milhares, de dezenas e de unidades isoladas. Seria interessante o uso de material dourado e do quadro valor lugar para mostrar esses agrupamentos em que apareça o zero nas diversas ordens dos números formados.

Situação 15:

Esse aluno conhece o algoritmo da multiplicação, porém o zero como algarismo da dezena no segundo fator foi ignorado já que representa o “nada”, por isso ele não considerou seu valor posicional e multiplicou em seguida o 3 das centenas, sem perceber que ele fez na verdade 409x33 ao invés de 409x303. Novamente eis o zero sendo problema para a multiplicação, e a

necessidade de reconstruir o algoritmo a partir da decomposição do número que tem o zero entre seus algarismos.

Situação 16:

Neste caso o aluno conhece o algoritmo mas desconhece que zero multiplicado por qualquer número é sempre zero. Basta aqui trabalhar diversos produtos por zero para que ele automatize esse fato. Interessante para isso contextualizar esse produto por zero como sendo zero unidades de certo produto, por exemplo nenhuma bola, nenhum brinquedo, nenhum doce, etc...

Situação 17:

Em cada linha oblíqua temos uma ordem e a soma dos algarismos desta linha se dá como nas colunas do algoritmo convencional, seguindo as ordens.

Você poderá saber um pouco mais sobre o método da gelosia nos endereços:

http://matematica.com.sapo.pt/gelosia.htm

http://educamat.ese.ipcb.pt/0607/images/PDF/Mater_1C/sessao_05_gelosia.pdf

Situação 18:

Ao dividir o aluno errou no início quando dividindo 71 centenas por 35 sobraria 1 centena e não 7 como ele fez. A partir daí todo o algoritmo ficou comprometido. Pode-se dizer que este aluno pouco sabe sobre o algoritmo, embora saiba o que é dividir, que é repartir em partes iguais, que é ver quantas vezes um número cabe no outro. Quando ele colocou 21 no quociente ele pensou cabe 2 vezes e depois cabe mais 1 vez. Esse errou acontece muitas vezes pelo fato de que cada ano o professor daquela série trabalhou de uma forma o algoritmo, e ao longo dos anos o aluno foi misturando os diversos modos de fazer uma divisão, acabando de não saber nenhuma das formas corretamente.

Seria um caso típico da falta de unidade na forma de trabalho muitas vezes na mesma escola e, pior ainda quando o aluno passa por diversas escolas.

Neste caso há a necessidade de se iniciar todo o trabalho de construção do algoritmo da divisão, e acredito que o caminho mais recomendável seria a divisão pelo processo das estimativas, conforme sugiro abaixo, veja:

<table>
<tr>
<td>1697 |8 x
-800 100
897 +100
-800 10
97 2
-80 212
17
-16
1</td>
<td>Estimando:
10 x 8 = 80
100 x 8 = 800
1000 x 8 = 8000</td>
<td rowspan="2">Como 100 vezes o 8, cabem em 1697 mas é pouco e, 1000 vezes o 8 é muito, o professor deve mostrar aos alunos que o quociente será um número que está entre 100 e 1000, assim estará ensinando a eles que se pode prever a grandeza (ordens) do quociente antes mesmo de resolver a divisão.
Com o tempo os alunos estimarão dobro, triplo, metade, etc., de 10 x, de 100x, de 1000x, com naturalidade.
Dessa forma ao introduzirmos a divisão por dezenas, centenas, etc., os alunos não perceberão como sendo uma divisão de dificuldade maior, pois apenas estarão estimando produtos de grandezas maiores.
Além de facilitar o aprendizado pelo processo longo ou pelo curto, embora não haja a necessidade de insistir nestes processos.
Eles poderão ser ensinados após o processo de divisão estar bem fixado, além disso é importante ter em mente que a família poderá interferir no processo de aprendizagem, querendo ensinar um modo de resolver que para ela é mais fácil (processo longo ou curto), neste caso aconselho orientar os alunos que eles devem ensinar aos familiares como aprenderam.</td>
</tr>
<tr>
<td>39897 |18 x
-36000 2000
3897 200
-3600 + 10
297 5
-180 1
117 2216
-90
27
-18
9</td>
<td>Estimando:
10 x 18 = 180
100 x 18 = 1800
1000 x 18 = 18000
10000 x 18 = 180000

Então:

Metade de 10x:
5 x 18=90
Dobro de 10x :
20 x18=360
Dobro de 100x:
200 x 18= 3600
Dobro de 10000x:
2000 x 18= 36000</td>
</tr>
</table>

Depois que os alunos compreenderam bem o algoritmo, podemos mostrar os demais algoritmos abreviados que eles entenderão e poderão optar em fazer pelo modo que julgar mais fácil.

Situação 19:

Este aluno sabe resolver por estimativas, porém cometeu o erro quando o 35 cabiam 200 vezes no 7105, em seguida cabia mais 2 vezes e depois cabia mais 1 vez, e ao invés de somar 200+2+1 sendo o quociente 203 ele apenas escreveu o 2 e o 1 ao lado do 200 e não os somou. O trabalho com este aluno é apenas uma retomado no sentido dele perceber desde o início que o quociente está entre 100 e 1000, quando estimou no início do processo, por isso é conveniente ele sempre iniciar estimando o intervalo numérico onde estará o quociente e depois de terminada a divisão analisar se o quociente encontrado está naquele intervalo estimado inicialmente.

Situação 20:

Já este aluno sabe resolver por estimativas, porém cometeu o erro quando o 35 cabiam 100 vezes no 7105 ele escreveu só 10 vezes e , em seguida cabia mais 100 vezes e novamente ele escreveu só 10 e depois cabia mais 3 vezes e ao invés de somar 100+100+3 ele escreveu 10103, sendo o quociente 203. è claro que caberia 10 vezes, mas ainda seria pouco, poderia ser 100 vezes ao invés de 10, se usasse o 10 caberiam muitas outras vezes no 7105. Podemos mostrar nesse momento que o 10 poderia deixar o algoritmo muito grande, por isso antes devemos estimar, 10x, 100x, 1000x, etc., para escolhermos o mais próximo. O trabalho com este aluno é apenas uma retomada no sentido dele cuidar com a subtração, pois ele sempre precisará subtrair do todo e não de parte do número como fez, e inclusive até que tenha bastante habilidade, é importante fazer o registro dessas subtrações, não colocando somente os resultados (diferenças). Além disso ele deve perceber desde o início que o quociente está entre 100 e 1000, quando estimou no início do processo, por isso é conveniente ele sempre iniciar estimando o intervalo numérico onde estará o quociente e depois de terminada a divisão analisar se o quociente encontrado está naquele intervalo estimado inicialmente.

Situação 21:

Este aluno aprendeu a resolver pelo processo longo, mas depois que dividiu as centenas ele baixou o 8dezenas sem perceber isso, e pensou: como não cabem 59 em 19 é necessário colocar a vírgula (inclusive disse ao ser questionado que quando não cabe sempre devemos colocar a vírgula) depois abaixou a unidade e agora passaram a caber 3 vezes o 59 nos 180. Neste caso há a necessidade de reconstruir todo o algoritmo, pois ele tem formalizado de uma forma muito confusa a divisão de inteiros com a divisão de decimais. Recomendo a reconstrução por estimativas ou mesmo pelo processo longo, mas de forma a sempre frisar o que está sendo dividido (as ordens), neste caso 119 centenas, sobrou 1 centena que são 10 dezenas; depois juntando 8 dezenas temos 18 dezenas e quando não cabe usamos o zero para representar que não cabe nenhuma vez inteira por isso juntou o zero das unidades, pois estamos transformando em 180 unidades. Embora o processo longo seja mais abstrato para a reconstrução da divisão, há professores que prefiram, apenas há a necessidade de deixar muito claro o que está sendo feito, pois se não for assim será algo apenas mecânico e sem compreensão, levando ao erro novamente

Situação 22:

Utilizamos situação semelhante a esta quando construímos com as crianças que dividir por 0,5 ou ½ é o mesmo que multiplicar por dois, pois estamos verificando quantas vezes a metade cabe no dividendo, e em cada inteiro temos duas metades. A mesma coisa quando dividimos por 0,25 ou ¼ pois em cada inteiro cabem 4 vezes, quando dividimos por 1/8 e assim por diante .

Porém no caso deste método usado pelo aluno, é preciso ficar atento ao resto, pois a divisão não sendo exata há sempre o resto, que para fazer a verificação deverá ser acrescentado **antes** de multiplicar o quociente encontrado pelo divisor, no exemplo **345 : 3,5** seria **14x24+9=345** mas **345:3,5 é diferente de 345:14 .** Veja a seguir.

345	3,5		
345	7		
345	14		
65	24 x 4 = 96		
9			

ou

345	3,5
345	7
65	49 x 2 = 98
2	

Pelo método desse aluno podemos perceber que devemos parar quando o divisor for inteiro, pois caso contrário o quociente poderá não dará certo. Vejam se fosse **345 : 14 obteríamos 96 ao invés de 98**, pelo fato de que o resto seria 9 e o 3,5 ainda caberia duas vezes no 9, fazendo a operação inversa estaria certa a divisão (**14x24+9=345) mas o quociente estaria errado pois seria 96.**

Na verdade o método usado pelo aluno, neste caso, baseia-se no fato de que estamos trabalhando com equivalência de frações, observe:

$$345 : 3{,}5 = \frac{345}{3{,}5} = \frac{345x2}{3{,}5x2} = \boxed{\frac{345}{7}x2} = \frac{345x2}{7x2}x2 = \frac{345}{14}x2x2 = \boxed{\frac{345}{14}x4}$$

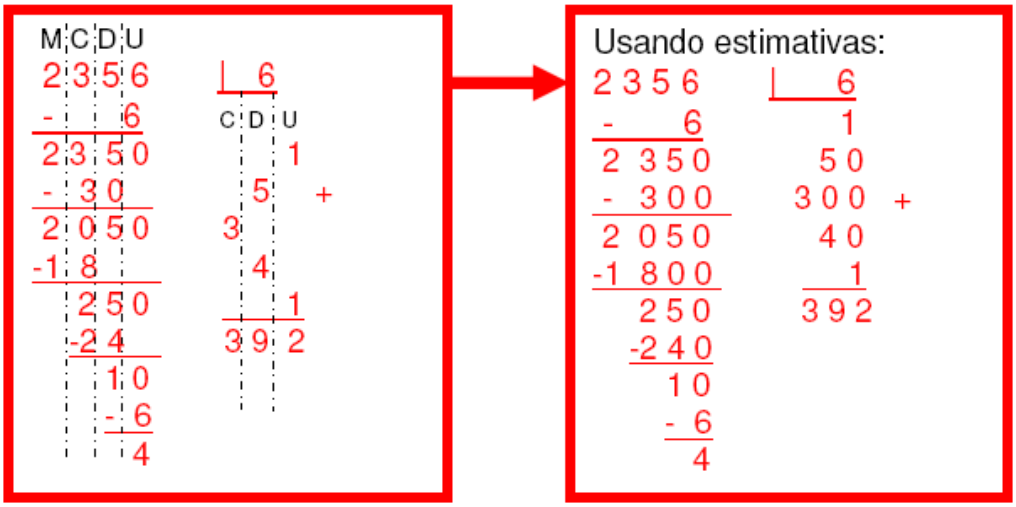
Deveríamos parar aqui, quando já temos uma divisão de inteiros, assim bastaria multiplicar por 2 o quociente obtido.

O 4 representa 2 vezes o dobro do divisor, mas o quociente estaria errado.

Assim o correto seria: **345 : 3,5 = 98 → 49 x 7 + 2**

Situação 24:

Este aluno domina muito bem o sistema de numeração decimal, principalmente no que se refere a valor posicional e ordens. O que ele faz em seu algoritmo é trabalhar apenas com as ordens e não com os seus valores, além disso é uma **divisão por estimativas**, aonde ele vai verificando quantas vezes cabe usando o algarismo da ordem correspondente, sempre buscando ir da ordem mais simples para a maior, além de usar um raciocínio mental muito bom. Compare o seu método com o das estimativas.



Situação 25:

Ed pensou assim:

- Primeiramente ele arredonda o dividendo para a dezena mais próxima e a divide por 10 para ver quantas dezenas há no dividendo.

  No exemplo fez 40: 10 = 4
- Depois ele verifica quantas unidades o 10 tem a mais que o divisor dado, multiplicando essa quantidade pelo número de dezenas encontrada na aproximação.

  No exemplo: 4 x 3 = 12
- Em seguida Ed soma esse resultado às unidades que faltaram quando arredondou o dividendo, no exemplo 42 - 40=2 então fez 12+2= 14.
- Depois ele verifica quantas vezes o divisor cabe nessa soma, fazendo sempre a pergunta " a soma dividida **por quanto** é igual ao divisor?" , no exemplo seria " 14 dividido **por quanto** dá 7?", por isso fez 14 : 2 = 7
- E finalmente somou o quociente obtido no primeiro passo pelo divisor obtido na última divisão.

  Assim no exemplo fez 2 + 4 = 7 , e 7 é o resultado.
- Ed sabe perfeitamente que divisão é a operação usada para ver quantas vezes um número cabe no outro, e domina bem esse processo , bem como o SND, ordens e classes, além de arredondamentos. Sua estratégia só não é tão útil quando quer saber o resto da divisão não exata, mas sempre dá certo para qualquer divisão.

  Veja algumas divisões usando a estratégia de Ed.

54 : 6
50 : 10 = 5
10 - 6 = 4
5 x 4 = 20
54 – 50 =4
20 + 4 = 24
24 : ? = 6
24 : 4 = 6
4 + 5 = 9

Então
54 : 6 = 9

81 : 9
80 : 10 = 8
8 x 1 = 8
8 + 1 = 9
9 : ? = 9
9 : 1 = 9
1 + 8=9

Então
81: 9 = 9

121 : 8
120 : 10 = 12
12 x 2 = 24
24 + 1 = 25
25 :? = 8
25: 3 = 8
3 + 12 =15

Então
121 : 8 = 15

No caso da divisão 121 : 8 ele saberá que não é uma divisão exata pois 25:3 não é exata também.

Situação 26:

Realmente a resposta da criança está correta, ela tem exatamente a noção de fração, sabe compará-las usando um raciocínio muito bom, independente de cálculo usando frações.

Matematicamente seria:

- O primeiro pegaria $\frac{1}{3}$ que é equivalente à $\frac{3}{9}$ do todo que representa o tesouro, sobrando $\frac{2}{3}$ que é equivalente à $\frac{6}{9}$ do tesouro.
- O segundo pegou $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{3}$ que representa $\frac{2}{9}$ do tesouro, restando assim $\frac{4}{9}$ do tesouro, pois $\frac{9}{9} - \frac{3}{9} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$ (todo menos a parte do primeiro menos a parte do segundo)
- O terceiro pegou o restante que representa $\frac{4}{9}$ do tesouro.

Assim percebemos que a resposta da criança está perfeita.

Situação 27:

Esta situação vem a reafirmar o que sempre estamos discutindo na área de matemática, a necessidade de contextualizarmos os conteúdos matemáticos, para que façam sentido para nosso aluno, pois neste caso a

resolução da expressão era apenas um amontoado de operações e regras sem sentido, da forma como foi apresentada. Já no momento em que ela foi aplicada numa situação prática , as regras de prioridade operatórias passaram a fazer sentido.

Acrescento que na situação problema dada, poder-se-ia explorar as prioridades das operações para então colocá-las como regra, pois ao apresentarmos uma situação como essa, raros serão os casos de alunos que iriam montar uma expressão para resolvê-la.

Existem diversas situações como essa para aplicação das regras de resolução de expressões numéricas, por exemplo, para explicar a prioridade das operações podemos usar exemplos de filas de atendimento, onde existem prioridades para seguir (gestantes, idosos, etc.), também é fundamental mostrar que a multiplicação tem prioridade em relação a adição pelo fato de representar adições sucessivas de um mesmo fator, bem como a divisão como sendo a subtração sucessiva de um mesmo termo.

Além disso há a necessidade de mostrar que as vezes precisamos alterar esta ordem operatória e por isso existe o uso dos sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves) que indicarão alteração na prioridade operatória.

ALGUMAS OBSERVAÇÕES FEITAS DURANTE A PESQUISA

Durante os dois anos do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) a atividade proposta neste caderno foi aplicada em Oficina Virtual com os professores participantes do Grupo de Trabalho em Rede (GTR) e em Oficina com os professores da escola de lotação da autora, onde os professores deveriam resolver a atividade e em seguida discutir suas opiniões em fóruns ou em grupos, somente depois desta discussão foi apresentado o gabarito das situações e novamente proposta outra discussão.

De uma maneira geral, a autora, poderia dizer que a maioria dos professores encontraram muita dificuldade em descobrir a forma de pensar dos alunos em cada situação proposta, bem como alegaram ser uma tarefa muito difícil, colocar-se no lugar do aluno para compreender o seu modo de pensar.

Muitos professores também informaram que ao corrigir atividades operatórias se preocupam mais com os acertos e menosprezam os erros, considerando-os indicadores de falta de atenção ou de estudos dos alunos, sem preocupar-se com os motivos que levaram ao erro.

Tais observações reafirmam a hipótese inicial de que o professor especialista, na maioria das vezes ensina como aprendeu e raramente tira proveito das situações de erro cometidos pelos alunos, muitas vezes desconhecendo as diversas formas de construção dos conceitos operatórios que levam a construção dos algoritmos das operações fundamentais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

1) BATISTA, C. G. Fracasso Escolar: análise de erros em operações Matemáticas. Zetetiké, ano 3, n.4. p. 61-72, 1995.

2) CURY, H. N. Retrospectiva histórica e perspectivas atuais da análise de erros em educação Matemática. Zetetiké, ano 3, n.4. p. 39-50, 1995.

3) CURY, Helena Noronha. **Análise de erros - O que podemos aprender com as respostas dos alunos.** Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

4) D'AMBRÓSIO, Beatriz S.. Conteúdo e metodologia na formação de professores. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M.. (Org.). Cultura, Formação e Desenvolvimento Profissional de Professores que Ensinam Matemática: investigando e teorizando a partir da prática. 1 ed. São Paulo: Musa Editora, 2005, v. 1, p. 20-32.

5) DAVID, Maria Manuela M S. **A formação matemática do professor.** Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

6) DAVID, Maria Manuela; MACHADO, Maria da Penha. **Como alguns procedimentos de ensino estão contribuindo para o erro e o fracasso em matemática.** Educação e Matemática. Lisboa: Revista da Associação de Professores de Matemática, n. 40, p. 25-29, nov. 1996.

7) MACEDO, L. Ensaios Construtivistas. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994.

8) MORO, Maria Lúcia. Quando as crianças constroem juntas a adição/subtração... e a construção do professor? in: NOVAES, Maria Helena; BRITO, Marcia Regina F. de. **Psicologia na educação: articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica.** Rio de Janeiro: Associação Nacional de Pesquisa e Pós Graduação em Psicologia, 1996, p. 120-133.

9) NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. Tradução: COSTA, Sandra. Crianças fazendo matemática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

10) PARANÁ. Secretaria da Educação. Diretrizes Curriculares da educação Fundamental da Rede de Educação Básica do Estado do Paraná. 2006

11) PONTE, João Pedro da. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

12) RANGEL, Ana Cristina Souza. Educação matemática e a construção do número pela criança: uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

13) SILVA & EMERIQUE. Do erro construtivo ao erro epistemológico: um espaço para as emoções. Bolema, ano 13, n.14. p.51-65, 2000.