MATEMÁTICA E ARTE

Prof. Simone Semmer

Professora de Matemática da Rede Estadual de Ensino do Paraná. Graduada em Matemática e Artes Visuais.
Concluinte do PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL – PDE -2007.

RESUMO

Deixando a sala de aula como um ambiente propício para realizar descobertas, aliando criatividade, sensibilidade e motivação, objetivou-se ensinar Geometria utilizando conceitos artísticos. Neste artigo, propõe-se uma metodologia diferenciada e inovadora para a sala de aula aliando Matemática e Arte, relatando e discutindo experiências de sala de aula. As atividades desenvolvidas enfatizaram os conceitos matemáticos usados na Arte e através da leitura de imagens realizaram-se a exploração de conceitos geométricos. Através de recursos *on-line*, as atividades foram socializadas em grupos de estudos com outros professores de Matemática do Paraná que também aplicaram as atividades. É possível aliar Matemática e Arte como uma nova forma de conceber a Matemática, pois os resultados foram tanto qualitativos quanto quantitativos, e as aulas se tornaram mais dinâmicas e motivadoras.

Palavras chave: Matemática. Arte. Geometria. Interdisciplinaridade.

ABSTRACT

In order to become the class room as a favorable environment to accomplish discoveries, allying creativity, sensibility and motivation, it was aimed to teach Geometry using artistic concepts. In this article, it is proposed a differentiated and innovative methodology for the class room activities allying Mathematics and Art, telling and discussing experiences of class room. The developed activities emphasized the mathematical concepts used in the Art and through the reading of images they took place the exploration of geometric concepts. Through resources on-line, the activities were socialized in groups of studies with other teachers of Mathematics from Paraná State who also applied the same activities. It is possible to ally Mathematics and Art as a novel form of conceiving the Mathematics, because the results were so much qualitative as quantitative, and the classes became more dynamic and motivated.

Key words: Mathematics. Art. Geometry. Interdisciplinarity.

INTRODUÇÃO

Segundo Fainguelernt e Nunes (2004, p. 39), “a capacidade de perceber uma forma ou um objeto é fundamental para promover a aprendizagem de conceitos geométricos”.

Em outubro de 1995, na Itália, na cidade de Catânia, aconteceu a conferência “Perspectivas para o Ensino de Geometria no Século XXI”, onde 75 educadores e profissionais matemáticos discutiram o futuro do ensino da Geometria. Dentre as orientações dos diversos grupos de estudo, destacam-se segundo Bigode, as indicações de que a Geometria deve ser um instrumento para a compreensão, descrição e interação com o espaço em que se vive, e recomenda-se que adquira uma concepção visual, e que a Matemática faça conexões com outras áreas, como a de Artes por exemplo (BIGODE, 2008, p.1).

Devlin (2004, p. 96-99) afirma que sem a matemática é impossível compreender como um avião permanece suspenso no ar, que sem ela é impossível fabricar computadores, ou usar um caixa eletrônico. Segundo o autor, “A matemática está em tudo, mesmo que não se dê conta disso”. E o autor escreve que com a matemática pode-se tornar visível o que é invisível. A leitura desse texto relembra a frase célebre de Paul Klee (1879-1940), artista plástico moderno: “A arte não reproduz o visível, mas torna visível” (KLEE, 2001, p. 37).

Segundo Huete e Bravo (2006), a falta de conhecimento ou disposição para o trabalho leva professores de Matemática a organizar a rotina escolar de forma mecânica e desprovida de significado, utilizando somente livros didáticos como referencial de pesquisa; geralmente, optando por um ensino de situações problemáticas onde o único objetivo passa a ser a solução encontrada, distanciando o aluno da real significação do conhecimento científico e deixando as aulas monótonas, sem motivação (HUETE e BRAVO, 2006, p. 8).

De acordo com Santaló (2001), selecionar conteúdos e metodologias para alunos que se interessam por matemática é fácil, pois tudo poderá ser interessante. Porém, ensinar matemática para alunos que não têm interesse nas ciências exatas, exige do professor projetar planos de estudo informando coisas úteis e adequadas ao cotidiano (SANTALÓ, 2001, p. 15).

A reflexão sobre novas concepções de aprendizagem como Modelagem Matemática e Etnomatemática foram fundamentadas em autores que indicam as conexões entre Matemática e Arte. As duas disciplinas podem dar suporte uma à outra, e desta forma, as aulas possam se tornar mais interessantes, criativas, inovadoras e significativas.

CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Matemática e Arte fazem parte dos referenciais da vida dos seres humanos. Desde a Pré-história manifestações culturais foram comuns nas duas formas de comunicação. Cavernas foram pintadas com diversas imagens, dentre elas, a reprodução da forma da mão do ser humano, a mesma mão que lhe auxiliava para efetuar contagens.

Segundo Luiz Barco, apresentador da Série Arte & Matemática, da TV Cultura, paralelamente à História da Matemática, está a História da Arte. Aparentemente antagônicas, tanto Matemática quanto Arte surgiu das necessidades humanas, no caso das Artes, surgiu como linguagem, como manifestação do homem em estabelecer formas de comunicação (CULTURA MARCAS, 2002, programa 1).

Historicamente analisada, a ciência Matemática surgiu para resolver problemas de ordem prática, seja para diferenciar quantidades, analisar espaços ou prever o período de possíveis colheitas. Boyer (1996, p. 1-5) indica que pode ter havido uma preocupação do homem pré-histórico com configurações e relações, e sua origem oriunda do seu sentimento estético e no prazer que lhe dava a beleza das formas. Prette e Giorgis (2007, p. 6-13) afirmam que além de objetos necessários à sobrevivência, havia objetos e desenhos sem nenhuma função prática tais como estatuetas femininas, cenas de caça e registros simbólicos que poderiam ter significado mágico e ritual. Esta estética da matemática indicada por Boyer e por Prette e Giorgis evidencia as aplicações da Matemática nas Artes, desde os primórdios.

A História da Matemática mostra como a ciência se aprimorou e se modificou nos séculos seguintes. Segundo as Diretrizes Curriculares para a Educação Pública do Estado do Paraná - DCEs, “pelo estudo da Matemática e a necessária abstração, tentava-se justificar a existência de uma ordem universal e imutável, tanto na natureza como na sociedade.” Observando a natureza, o homem aprimorou a utilização de suas formas e seus padrões. A arte por sua vez, utiliza natureza como fonte de inspiração a novas criações, seja na sua reprodução, no estudo da luz, das formas ou das relações existentes entre as demais ciências (PARANÁ, 2006, p. 3).

Com a invenção da escrita, na Antiguidade, vários povos, principalmente os de cultura às margens do Mar Mediterrâneo realizaram formas de resolver problemas através de sistemas ligados à Matemática. Armas de guerra, construções arquitetônicas e dispositivos diversos eram construídos, graças aos conhecimentos matemáticos. Idéias matemáticas surgiam nos diversos pontos do planeta, e por civilizações distintas, todas abrangendo a concepção de resolver problemas práticos do cotidiano (PRETTE e GIORGIS, 2007, p.6-27).

Os egípcios utilizavam a matemática de forma prática, medindo terras, calculando as sacas da produção de trigo e cevada, usando notação para as quantidades. Os registros históricos em paredes dos templos e pirâmides indicam como era sua escrita, muito baseada em desenhos, onde cada um indicava uma letra ou palavra. Registros de ensinamentos, provavelmente exercícios matemáticos para jovens estudantes, foram encontrados em papiros. O papiro de Ahmes, encontrado por Rhind, indica os estilos de problemas que eram resolvidos com linguagem própria. Os egípcios usavam símbolos para frações unitárias, calculavam área, volume, e utilizavam problemas algébricos (BOYER, 1996, p. 6-15).

A cultura egípcia manifestava-se tanto na forma matemática quanto na forma artística. Monumentos religiosos construídos com base na ciência matemática foram adornados em suas paredes com pinturas além de baixos e altos relevos esculpidos. As concepções usadas indicavam medidas perfeitas, como usavam frações na prática, faziam seus desenhos respeitando as proporções. As cores utilizadas eram vivas e em vários tons, dignificando os deuses que lhes serviam de inspiração. “A matemática e a arte nunca estiveram em campos antagônicos, pois desde sempre caminharam juntas, aliando razão e sensibilidade” (FAINGUELERNT e NUNES, p.18).

Na Antiguidade, a civilização grega deixou um legado narrativo artístico através das pinturas em cerâmicas. Os templos foram dedicados aos deuses, e construídos sob uma forte influência divina, organizada sobre estruturas simétricas e oriundas do estudo da Geometria. Para os gregos havia um conceito de beleza influenciado pelas medidas e pelas proporções, ligadas às concepções religiosas. Um exemplo clássico é a divina proporção ou proporção áurea, que indicava as comparações com os deuses através das medidas encontradas na natureza. Com o estudo da proporção do corpo humano, a proporção dada pelos gregos foi a de oito cabeças, a qual acreditavam que seriam as medidas dos deuses. O resultado de tais princípios indicou uma força de pensamento ligada ao efeito de número, espécie, e relação entre eles. O efeito acabava sendo geométrico (JANSON e JANSON, 1996, p. 46-66).

Com a cultura grega, Matemática e Arte tiveram suas estruturas ampliadas pois a relação da matemática com a natureza provém dos estudos dos gregos, que ao visualizar a concha nautillus, o miolo do girassol e as flores pentâmeras, estabeleceram uma relação entre as partes, a qual chamou de relação áurea, ou relação de ouro. Fazendo uma figura geométrica com as medidas das relações, tem-se, então, o retângulo de ouro ou retângulo áureo (BIEMBENGUT, 1996 p. 35 e 45).

Segundo Atalay (2007), a natureza inspira tanto o artista quanto o cientista. Em enfoques distintos, o artista interessa-se em interpretar o mundo visível, o cientista se interessa em explicar como e por que age a natureza. Um exímio observador da natureza foi Leonardo da Vinci. No filme Leonardo, é evidenciada a predileção de Leonardo por observar a natureza, formular hipóteses e promover invenções que interagissem com ela, solucionando problemas cotidianos da época (ATALAY, 2007, p. 22-33).

Os usos de tais relações matemáticas inferem diretamente na observação da natureza por parte dos filósofos gregos detentores do conhecimento formal matemático ao qual denominaram de Geometria. Devlin (2004) afirma que a matemática é a ciência dos padrões, da ordem e da regularidade. E complementa que matemática é a ciência da beleza das formas, da intuição, da criatividade. Para explicar o que é matemática, o autor usa pelagens de animais, flores, música, jogo de pôquer, mosaicos, grupos e simetria (DEVLIN, 2004, p. 93-120).

Ao olhar, avaliar e interpretar a realidade, o olhar aguçado sobre a natureza pode estender os conceitos geométricos. Doczi (1990) expõe as conexões entre o estudo da natureza e as figuras geométricas. Em “O Poder dos Limites”, mostra com riqueza de detalhes, as harmonias e proporções na natureza, analisando flores, peixes, borboletas, o corpo humano e os geometriza encontrando relações matemáticas diversas. Não obstante, ainda analisa as produções humanas voltadas à Arte, também as relacionando com Matemática (DOCZI, 1990, p. 1-146).

Segundo Ostrower (1991), os artistas costumam usar uma variedade de proporções simétricas e assimétricas. Razões como dois para dois, dois para quatro, quatro para oito, três para sete, três para oito e muitas outras foram utilizadas em pinturas, esculturas e na arquitetura. Existe, porém, uma proporção onde a relação entre as áreas ocupadas permanece sempre constante, ou seja, sempre a parte menor estará para a maior assim como a parte maior estará para o todo. A esta proporção, Euclides, um matemático grego do século V a. C. a chamou de razão extrema e média (OSTROWER, 1991, p. 290).

Indo mais além, o livro "Razão Áurea", de Mario Livio, expõe a história do fi, o número de ouro, ou seja, define a relação entre as partes do retângulo áureo como sendo a letra grega fi (Φ), que representa o número 1,618 que, segundo o autor, "um livro publicado na Itália no começo do século XVI chegou a chamar essa razão de proporção divina". Tendo uma reta qualquer dividida em duas partes por um ponto, ela estará em razão áurea quando a linha total está para o maior segmento, assim como o maior segmento está para o menor (LIVIO, 2006).

Supondo um segmento AB, cuja med(AB) = x, um ponto C dividiria o segmento em duas partes. O ponto C pode ocupar diversas posições no segmento que sempre o dividirá em duas partes. Porém, há somente uma posição para o ponto C, que dividirá o segmento AB na razão áurea.

A razão áurea compreende os dois segmentos resultantes em que o quociente entre as medidas do segmento todo pela parte maior é igual ao quociente entre as medidas da parte maior com a parte menor.

$$\frac{segmento\ todo}{parte\ maior} = \frac{parte\ maior}{parte\ menor}$$

No exemplo dado, o ponto C dividiria o segmento AB em AC e CB, onde med(AB) = *x* med(AC) = *a* e med(CB) = *x* - *a*

Tem-se então:

$$\frac{x}{a} = \frac{a}{x - a}$$

A propriedade fundamental da proporção garante que:

$x(x - a) = a^2$, aplicando a propriedade distributiva, tem-se a equação de 2º. grau:

$$x^2 - x\,a - a^2 = 0$$

Resolvendo a equação, tem-se:

$$x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 + 4a^2}}{2} = \frac{a \pm a\sqrt{5}}{2} = a\frac{\left(1 \pm \sqrt{5}\right)}{2}$$

Por conveniência, desconsidera-se o valor $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ por se tratar de um número negativo.

O número $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ = 1,6180399... representado pela letra grega Φ (fi) que é um número irracional, é denominado número de ouro.

Ou seja, $\frac{x}{a}$ = 1,6180399... e $\frac{a}{x}$ = 0,6180399... = $\frac{1}{\Phi}$, razão inversa do número de ouro. Como *a* é a medida do segmento maior AC, temos que: *a* = *x(*0,6180399...), a qual é denominada secção áurea do segmento AB.

O número de ouro Φ é considerado especial por ter propriedades interessantes como:

P_1: Somando 1 ao seu número Φ obtém-se o seu quadrado: $\Phi + 1 = \Phi^2$

(1 + 1,618...) = $(1{,}618...)^2$ = 2,618...

P_2: Subtraindo 1 de Φ , obtém-se o seu inverso $\Phi - 1 = \frac{1}{\Phi}$

(1,618...-1) = $\frac{1}{\Phi}$ = 0,618...

Segundo Doczi (2006), a esta proporção foi atribuído um sentido sagrado, e após ser encontrada na arte egípcia, na arte grega e na arte assíria, no Renascimento ela veio a ser chamada de Divina Proporção, Seção Áurea, ou Corte de Ouro. A proporção áurea se origina na divisão do círculo em cinco partes iguais formando um pentágono (figura 1). Das suas diagonais, forma-se o pentagrama (figura 2). Na diagonal do pentágono tem-se o lado maior, e o lado do pentágono forma o lado menor com os quais constrói-se um retângulo (figura 3). Tal retângulo é denominado retângulo áureo ou retângulo de ouro (DOCZI, 2006, p. 1-13).

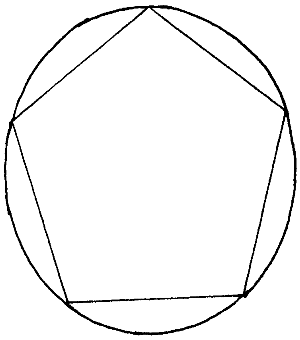


Figura 1 – Pentágono inserido no círculo

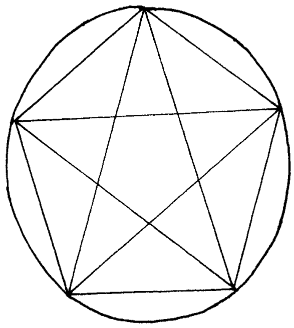


Figura 2 – Pentagrama formado pelas diagonais do pentágono

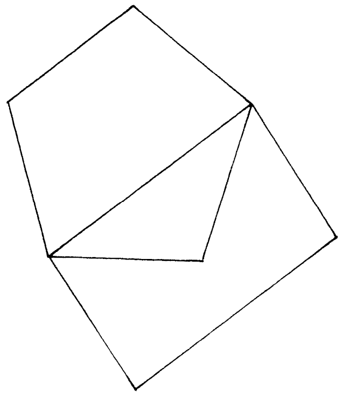


Figura 3 – Retângulo. áureo formado pelo lado e diagonal do pentágono

Fonte: Acervo do autor

Com as explicações de Fayga Ostrower (1991), conclui-se que quando no retângulo áureo projeta-se o lado menor sobre o lado maior, a área global será dividida em duas partes desiguais, as quais resultarão num quadrado e num retângulo. O novo retângulo estará em posição contrária ao inicial. Por exemplo, se o primeiro retângulo estiver com seu lado maior como base, ter-se-á o retângulo na posição horizontal, e o novo retângulo na posição vertical. No novo retângulo projeta-se outra vez o lado menor sobre o maior, obtendo novamente um quadrado e um retângulo, desta vez na horizontal. Repetindo o processo, ter-se-á mais um quadrado e um retângulo vertical e assim por diante (figura 4). O espaço é subdividido em unidades sempre menores, desiguais, em quadrados e retângulos de posições alternadamente invertidas (OSTROWER, 1991, p. 290).

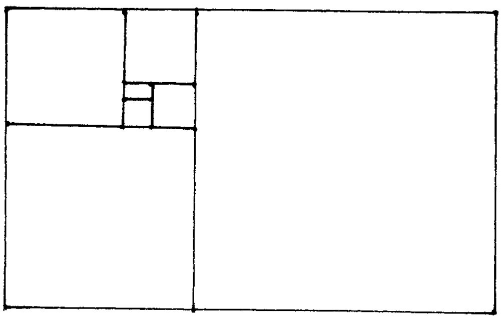


Figura 4 - Retângulo áureo subdividido em quadrados
Fonte: Acervo do autor

Traçando uma diagonal em cada quadrado de modo que as diagonais traçadas se encontrem nos vértices, ter-se-á o desenho de uma espiral (figura 5).

Trocando as diagonais traçadas por curvas realizadas com um compasso, a espiral fica perfeita (figura 6). Tal espiral é encontrada na natureza.

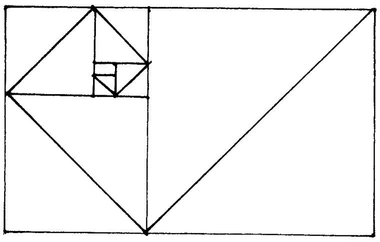


Figura 5 – Retângulo áureo subdividido em quadrados e traçado suas diagonais.

Fonte: Acervo do autor

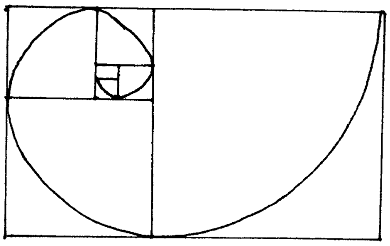


Figura 6 – Espiral áurea traçada a partir das diagonais dos quadrados inseridos no retângulo áureo.

Segundo Livio (2008) a espiral pode ser encontrada observando a planta Passiflora, a concha marinha Nautillus Pompilius Linné e a florada do miolo de girassóis. Observado também nas escamas do abacaxi, pode-se dizer que a espiral orienta o vôo do falcão e, ainda, pode ser observada nos sistemas de estrelas agrupadas em um plano comum, como as da Via Láctea (LIVIO, 2008, p.12-22).

No século I, viveu o arquiteto e escritor romano Marcus Vitruvius Pollio. Ele afirmava que seus projetos de construção de templos teriam como base a analogia existente nas medidas do corpo humano bem formado, ou seja, mantendo uma harmonia perfeita entre todas as partes. Em sua obra intitulada *Ten Books on Architecture*, a altura de um homem bem formado é igual ao alcance de seus braços estendidos. Essas medidas seriam formadoras de figuras geométricas planas como o quadrado e o círculo. O quadrado encerraria o corpo inteiro, enquanto que os pés tocam a circunferência cujo centro é o umbigo do corpo humano. Séculos mais tarde, no período denominado como Renascimento, Leonardo da Vinci, ilustra a idéia baseando-se nos fundamentos de Vitruvius. O desenho torna-se referência de proporção e hoje é conhecido como “Homem Vitruviano” (figura 7). As medidas usadas pelo artista são na verdade a proporção áurea existente nas medidas do corpo humano (LIVIO, 2008, p. 156-161).

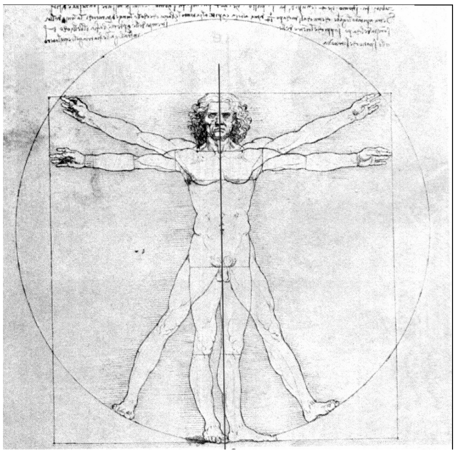


Figura 7
“Homem Vitruviano” Leonardo da Vinci
Fonte: Editora Sextante: Dan Brown, “Código da Vinci”

Segundo Ostrower (1991, p. 292), Leonardo da Vinci usou a seção áurea para estruturar o interior da sua pintura mais clássica: “Mona Lisa”. A obra nunca foi comercializada e acompanhou seu autor até a sua morte. Repleta de misticismo, “Mona Lisa” reflete toda a proporção usada no Renascimento.

Thuillier (1994) discute e propõe reflexões sobre a face oculta da ciência, num dos capítulos do seu livro que se intitula “De Arquimedes a Einstein”, enfatiza a necessidade dos artistas do Renascimento, usar em suas obras, recursos matemáticos, principalmente ligados à perspectiva e à utilização do número áureo (THUILLIER, 1994, p. 57-113).

Séculos mais tarde, Paul Cézanne (1839–1906), segundo Strickland (2004) libertou a arte da reprodução da realidade, reduzindo a realidade a seus componentes básicos, destacando-se pelo tratamento que dava às superfícies através da aparência. Em vez de retratar a realidade como ela aparecia aos seus olhos, ele penetrava em sua geometria subjacente. Em outras palavras, ao olhar uma paisagem, Cézanne tentava geometrizá-la em figuras espaciais e as transportava ao plano, à superfície da tela. Dizia ele: “Reproduza a natureza em termos do cilindro, da esfera e do cone.” E, ainda, completava: “O pintor possui olhos e cérebro, os dois devem trabalhar juntos.” Ao pensar, o pintor simplificava objetos particulares em formas quase abstratas (STRICKLAND, 2004, p. 116-117).

Segundo Fainguelernt (2006, p. 21), Cézanne simplificava as figuras que via até transformá-las em sólidas formas geométricas, como círculos, cubos, cilindros e cones. Tal visão, segundo Ostrower (1998, p. 252), pode-se apropriar da proporção áurea. Analisando o quadro de Cézanne intitulado “O rapaz de colete vermelho” (figura 8), vê-se que a figura do jovem sentado está inscrita em um retângulo áureo.

Figura 8
"Rapaz de colete vermelho"
(1895) Paul Cézanne
Fonte:OSTROWER, 1998, p. 168

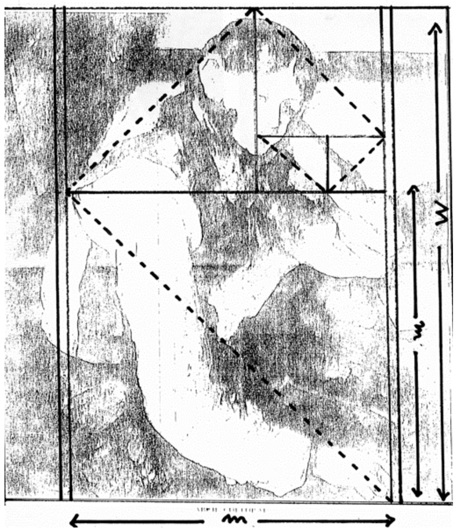


Figura 9
Esboço da espiral áurea na obra "Rapaz de colete vermelho" (1895) Paul Cézanne
Fonte:OSTROWER, 1998, p.169

No livro A Sensibilidade do Intelecto (1998, p. 254-256), Ostrower descreve o quadro de Cézanne, no qual ele inseriu um retângulo áureo com sua espiral de diagonais (figura 8). A diagonal traçada no quadrado (figura 9) dá exatamente a extensão do movimento do braço – começando no ombro e terminando na mão -, este braço que aparentemente é tão desproporcional em termos anatômicos, mas tão justo quando compreendido em termos de proporção e de ritmo, pois o braço encontra-se harmoniosamente integrado – e ainda conferindo peso e monumentalidade à figura contemplativa – na exata medida requerida por esta imagem.

Segundo a autora citada, Cézanne intuiu as ordenações da seção áurea usada, por certo, guiado por sua sensibilidade, principalmente quando alonga o braço da figura do rapaz. E a autora complementa, afirmando que nem todos os grandes artistas usaram a seção áurea, a qual não era indispensável, mas quando esta proporção existe na obra, seus aspectos de harmonia e beleza se incorporam no conteúdo expressivo, fazendo do espírito de suas obras, o de uma arte clássica, mesmo os clássicos da modernidade como Cézanne (OSTROWER, 1998, p. 254-256).

A maneira como o artista constrói a sua obra é muito particular, segundo Costa (2004, p. 8-15) na busca de algo novo, inusitado, inédito, ele pode olhar ao seu redor, situar-se no momento histórico, ou a partir de suas experiências, compor sua obra.

“As leis de todo o universo podiam exprimir-se através da geometria”, de acordo com uma das convicções fundamentais do pintor húngaro Victor Vasarely (1906 – 1997). Em suas obras, procurava a alternância entre formas e planos de fundo de maneira que ao observá-las, o olho humano é incapaz de decidir entre duas ou mais formas perceptivas, gerando indagações e padrões abstratos, os quais muitas vezes geram movimentos sob fenômenos óticos.

Segundo Holzhey (2005, p. 64-65), Vasarely afirmou nos seus escritos em “Folklore Planétaire” em Munique no ano de 1973 que as suas unidades plásticas, ou seja, seus círculos multicoloridos, quadrados e outras figuras geométricas são contra-parte das estrelas, átomos, células e moléculas. Mas também de grãos de areia, seixos, folhas e flores. O artista também afirma que se sentia muito mais perto da natureza do que qualquer pintor de paisagens, e que a natureza aparece em suas obras no nível da sua estrutura interna, na configuração dos seus elementos.

Além de Leonardo da Vinci, Cézanne e Vasarely, outros artistas estabeleceram um diálogo entre a Arte e a Matemática, mas nenhum foi profundo como Escher.

Maurits Cornelis Escher (1898 – 1972), segundo Ernest (2007, p. 6-20) usou sua experiência pessoal para criar obras magníficas do ponto de vista matemático. Com muita paciência e técnica, criou imagens que no seu entender transmitissem de forma mais clara possível, a linha de seu pensamento. Escher tinha clareza de que a imagem mental é algo bastante diferente da imagem visual, e conduziu o espectador a penetrar em seu mundo surreal. Dentre alguns labirintos matemáticos destacam-se as obras com a Fita de Möbius, e o triângulo tribar de Penrose, levando o artista a conferenciar sobre suas obras para matemáticos e artistas, o próprio Escher afirmava que se sentia mais matemático do que artista. O que de fato leva a crer que tanto a Matemática quanto a Arte podem se conectar sem detrimento de uma ou outra, conferindo obras magníficas, em que neste caso a geometria se transforma em arte ou a arte em geometria.

Segundo Fainguelernt (2006, p. 22-28), as obras de Escher eram dotadas de sensibilidade e precisão técnica. Escher era notável no campo da geometria, sua especialidade era trabalhar o plano com revestimentos de mosaicos figurativos, cuja inspiração ocorreu através de observações dos mosaicos árabes, feitos pelos mouros. Em suas gravuras, aplicava conceitos fundamentais da Matemática de forma intuitiva: simetria, translação e padrões de repetição. A Matemática sempre esteve presente em suas obras, quer seja pela simetria, pelas proporções, pela semelhança do conceito de fractal, sua concepção de geometria hiperbólica ou pela perspectiva.

Segundo Schattschneider e Walker (1991), os desenhos simétricos de Escher foram usados em superfícies planas, que ao serem dobradas adquiriram formas espaciais especiais, que são denominadas de caleidociclos. Tais estruturas formam um círculo tridimensional de tetraedros, que ao serem girados formam e deformam estruturas padronizadas simetricamente e adquirem efeitos geométricos e surpreendentes. Os autores citam que as estruturas se parecem com flores desabrochando ou ainda como quebra-luzes de papel dobrável. A autora responsável por cobrir as superfícies dos caleidociclos com as tesselações de Escher escreve sobre suas experimentações de transformar a rede bidimensional para a forma tridimensional, e ainda rotacional (SCHATTSCHNEIDER e WALKER, 1991, p. 6-18).

Joly (2002), em sua dissertação, analisa as obras de Escher e acrescenta conteúdos matemáticos nas suas observações, tais como seqüências numéricas, progressões aritméticas e geométricas. As obras de Escher apresentam as imagens que se remetiam a peixes, aves, répteis, borboletas e outras, além de figuras humanas, são figuras concretas, perceptíveis e encontradas na natureza.

No Brasil central, a leste e oeste do rio Xingu, as pessoas tradicionalmente não vestem roupas de tecido, mas desenhos geométricos inspirados na natureza. Segundo Imenes (1998, p. 5), na natureza pode-se observar diversas formas matemáticas tais como os favos de mel das abelhas, a casca do abacaxi, o casco da tartaruga entre outros.

Segundo Lea (2000, p. 185-205), a pesquisa realizada na tribo mostrou que os desenhos têm sua inspiração na natureza. O rastro do veado, o casco de jabuti, a pele do tamanduá, asas de borboleta, dente de jacaré, pele de cobra e espinha de peixe são exemplos de inspirações. Os indígenas não empregam maquetes, rascunhos ou medidas, as mulheres, ao pintar seus irmãos, pais, e especialmente seus filhos dependem inteiramente de sua representação mental do padrão a ser executado. Elas realizam um atributo convencionado tradicionalmente, que desde criança, é pintada pela própria mãe e observa as sessões de pintura de seus irmãos.

Na Idade Média, um outro observador da natureza intuiu uma seqüência lógica encontrada no crescimento das plantas e de suas folhas. Leonardo de Pisa, (1180-1250) mais conhecido como Fibonacci, através de experiências com coelhos, denominou a seqüência 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, e assim por diante, onde o último número é sempre a soma dos dois anteriores.

Mais tarde, Leonardo da Vinci (1452-1519) observou a natureza e através de seus estudos concluiu a maneira como o olho humano enxerga; usou seus estudos na pintura de suas obras e, juntamente com outros artistas do Renascimento, consolidou a técnica da perspectiva, por meio de proporções, cores e formas. Segundo Atalay (2007), da Vinci foi além, usando e aperfeiçoando as técnicas de pintura e escultura utilizando os conhecimentos de beleza dos gregos. O autor cita que no século XX, Le Corbusier (1887-1965) realizou um estudo sistemático das proporções do corpo humano, principalmente do rosto humano e também identificou relações com a divina proporção, ou razão áurea, e assim como Vitruvius, sendo arquiteto, projetou uma casa nos subúrbios de Paris, com aplicação direta da razão áurea.

Nos meados do século XX, na década de 1960, Benoit Mandelbrot (1924) observando a natureza investigou a Geometria Fractal, cujas estruturas fragmentadas são semelhantes ao todo. Mandelbrot encontrou vestígios de seus estudos em galhos de árvores, na florada da couve-flor, e mostrou o senso estético e belo da natureza, encontrando ordem na desordem. Barbosa (2005) indica como encontrar fractais na observação da natureza e mostra como determiná-los através de softwares matemáticos.

É a natureza sendo construída através de suas relações matemáticas. Além de estudá-las, é possível visualizá-las em obras virtuais, conseguidas através de uma equação matemática.

Para completar, Ostrower (1998) diz que as formas matemáticas representam uma conceitualização, uma abstração de realidade, uma espécie de escrita interna, sistematizada, uma codificação, cuja compreensão envolve a sensibilidade e a intuição. Ou seja, compreender e criar envolve a capacidade de empatia, interligando e relacionando significados, interpretando fenômenos físicos e psíquicos, a partir da inteligência sensível, aliadas aos processos de desenvolvimento e crescimento em toda a Natureza.

Segundo Atalay (2007), a natureza inspira tanto o artista quanto o cientista. Em enfoques distintos, o artista interessa-se por interpretar o mundo visível, o cientista interessa-se em explicar como e porque age a natureza. Isso resulta em uma combinação perfeita: ciência e arte!

Como descrito, para os gregos, o conceito de beleza era o de perfeição matemática, e os filósofos ampliaram este pensamento procurando na natureza a perfeição de formas. Pitágoras, um filósofo do século 5 a.C, afirmava que “tudo são números”, ou seja, a natureza manifesta-se exatamente dentro de proporções e números matemáticos. Os estudos de Matemática eram estudos geométricos, das formas e suas medidas, das concepções de ponto, reta e plano, e construções de figuras através de régua e compasso. Neste período, afirma D`Ambrosio (2005) os gregos eliminaram a cor da geometria, tornando-a teórica, restrita ao mundo da razão, do pensamento e do raciocínio abstrato.

Segundo Santos e Ormezzano, o afastamento da geometria de muitos currículos escolares ou a sua abordagem essencialmente euclidiana tem sido referenciada como uma dificuldade para perceber e expressar graficamente as dimensões espaciais (SANTOS e ORMEZZANO, 2005, p. 9).

Fainguelernt e Nunes enfatizam que a riqueza de detalhes de um trabalho artístico oferece uma grande vantagem didática e pedagógica para as aulas de matemática. Segundo as autoras, identifica-se e comprova-se a beleza e a utilização de idéias matemáticas manifestadas em trabalhos artísticos nos quais matemática e arte complementam-se (FAINGUELERNT e NUNES, 2006, p. 28).

As DCEs direcionam os fundamentos teóricos metodológicos de matemática enfatizando que o processo pedagógico da disciplina contribua com a aquisição de generalizações ao educando. A constatação de regularidades poderá auxiliar a descrever e interpretar fenômenos matemáticos através de outras áreas do conhecimento (PARANÁ, 2006, p. 17).

Segundo Brousseau (2001, p. 48), o professor recontextualiza o saber, procura situações que dêem sentido aos conhecimentos que devem ser estudados, promove a reorganização de conhecimentos anteriores e os aplica na construção de novos significados. Ao fazê-lo, possibilita ao aluno, segundo as DCEs, análises, conjecturas, apropriação de conceitos e formulação de idéias, ampliando seu conhecimento. O aluno poderá conceber a Matemática como atividade humana em construção (PARANÁ, 2006, p.10).

Segundo Ormezzano e Santos (2005, p 84-86), compreender o ser humano como um todo indivisível é para as autoras, o grande desafio da educação; ampliar o olhar e conceber o ser inteiro, racional, sensível, intuitivo e emocional, dotado de múltiplas capacidades e cujo desenvolvimento cognitivo pode ser ampliado pelo espectro de oportunidades, onde a Matemática – fria e racional- está ligada às Artes – sensível e emocional.

As autoras afirmam que é incontestável viver num ambiente repleto de geometria e todo o conhecimento sistematizado da história não garantir o desenvolvimento da capacidade de observação geométrica e a diferenciação de suas dimensões por parte de professores e alunos de todos os níveis de ensino (ORMEZZANO e SANTOS, 2005, p.10).

Para Barbosa (2002, p. 13), a geometria possibilita o surgimento do prazer e gozo que merecem ser explorados por educadores, através da contemplação da harmonia e de contrastes na arte, na pintura ou na arquitetura ou mesmo na própria natureza, com suas simetrias, formas e proporções.

Tanto Arte quanto Matemática são disciplinas que estimulam o aluno a ter uma visão crítica da realidade, pois Matemática ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, fazendo com que o educando analise e enfrente situações novas, formando uma visão ampla e científica da realidade. A Arte entretanto, estimula o educando a ter visão de mundo, onde seu estudo proporciona a expansão do universo cultural e abre espaço para conhecer e valorizar a própria cultura, construindo uma identidade social (FAINGUELERNT e NUNES, 2006, p. 15-16).

MATERIAIS E MÉTODOS

A proposta de trabalho foi implementada no Colégio Estadual Dr. Ovande do Amaral, na cidade de Rio Negro pertencente ao Núcleo da Área Metropolitana Sul, estado do Paraná, durante o Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE. A proposta incluiu um grupo de discussão *on-line* denominado Grupo de Trabalho em Rede - GTR, onde vários professores do estado aplicaram em suas escolas as mesmas atividades, podendo haver uma troca de experiências e resultados.

O trabalho em sala de aula ocorreu durante as aulas de Matemática de cada turma. Foram escolhidas duas turmas de sétimas séries do Ensino Fundamental e três turmas de segundas séries do Ensino Médio, além de uma turma de primeira série do Ensino Médio.

Ao analisar reproduções de obras de arte dos artistas citados anteriormente, cada obra inspirou uma atividade diferente, as quais estão descritas neste artigo. A metodologia usada é o diferencial da implementação da proposta inicial.

As atividades realizadas foram: Medindo o corpo humano; construindo caleidociclos; mosaicos, tesselações e simetrias nas obras de Escher; Mondrian, quadrados e retângulos; figuras inscritas e circunscritas nas obras de Vasarely; fita de Möbius; utilização de simetrias, divisão da circunferência e o pão por Deus e pintura corporal indígena.

Medindo o Corpo Humano

Esta atividade foi realizada com as três turmas da segunda série do ensino médio. Teve como objetivos observar as possíveis proporções encontradas no corpo humano, validar a relação áurea com as medidas do corpo humano, e validar as concepções de Vitruvius e de Leonardo da Vinci.

Foram usados alguns materiais comuns à escola como régua, giz, calculadora, papel de anotações e papel milimetrado. Também foram utilizados fita métrica e barbante.

Os procedimentos foram a realização de medidas do corpo humano, em grupos, os alunos mediram a sua altura, envergadura dos braços, altura do umbigo ao chão e medida da cabeça. As medidas foram anotadas e passadas a uma tabela de resultados.

Nas aulas seguintes, cada grupo de alunos realizou operações proporcionais entre os resultados obtidos nas medições. Os alunos foram orientados a dividir a medida da altura pela medida da cabeça, a medida da altura pela medida da altura do umbigo ao chão e a medida da altura pela medida da envergadura dos braços.

As medidas obtidas foram colocadas numa tabela. Ao realizar as divisões, nos resultados encontrados na calculadora foram destacadas a parte inteira, e as quatro primeiras casas decimais.

Uma tabela foi inserida no quadro de giz, e completada com os resultados obtidos. Depois da tabela pronta, a imagem referente ao “Homem Vitruviano” de Leonardo da Vinci foi mostrada aos alunos, para que pensassem sobre a colocação da imagem deles no lugar da figura humana do desenho.

De forma expositiva, foram enfatizados os cânones das esculturas gregas, sete cabeças e meia e os deuses gregos cuja estrutura acreditava-se que tinha oito cabeças. Imagens da escultura “Davi” de Michelangelo Buonarotti, e da pintura de Sandro Botticelli intitulada “O Nascimento de Vênus” foram mostradas aos alunos e comentado sobre as esculturas e pinturas renascentistas e a volta aos conceitos matemáticos de beleza correspondentes aos gregos. Falou-se sobre Fídias e os cânones da escultura e beleza grega, e quanto as medidas foram determinantes à arte do Renascimento. Com o auxílio da imagem do “Homem Vitruviano”, foi relembrado os elementos do quadrado e do círculo. As relações do quadrado como altura, largura, lados, diagonais e apótema, e no círculo as relações de circunferência, centro, raio e diâmetro.

Após a aula dialogada e explicativa, os alunos foram estimulados a desenhar seu corpo dentro de um quadrado e, em alguns casos, o retângulo, usando papel milimetrado. A escala usada foi a de um centímetro para um milímetro. Na aula de avaliação os alunos realizaram um texto individualmente sobre as concepções da seção áurea no corpo humano. Aproveitando a oportunidade de aprofundar os conteúdos, as aulas seguintes foram enfatizadas com os conceitos de seção áurea acompanhadas da construção de retângulos áureos e as espirais. O vídeo sobre seção áurea da coleção Arte e Matemática foi usado e também o vídeo de animação “Donald no País da Matemática”.

Construindo Caleidociclos

Construir caleidociclos englobou tanto a Geometria Plana quanto a Geometria Espacial. Os alunos do segundo ano do Ensino Médio individualmente construíram caleidociclos. Primeiramente cada aluno recebeu um molde pronto em papel sulfite 75g/m^2 para ilustrá-lo usando simetria bilateral e simetria radial. Alguns alunos também usaram simetria de translação e de rotação.

Após realizar a ilustração, a etapa seguinte foi a de impermeabilizar o molde com uma fita durex, recortar e realizar a dobragem. Feitas as dobragens, ao colar as abas, o caleidociclo ficou pronto.

Toda esta operação aconteceu em 6 aulas. Cada aluno no seu tempo, na sua concepção de cores e desenhos, construiu o seu caleidociclo.

Explicações sobre as simetrias desenhadas esclareceram o conteúdo. E na seqüência, a proposta foi construir um novo caleidociclo, onde cada aluno desenhou o seu caleidociclo de acordo com dois modelos apresentados. Neste segundo experimento, usou-se as simetrias, colando figuras recortadas em papel colorido. Depois dos caleidociclos prontos, cada aluno recebeu uma folha com exercícios, onde foi proposta a determinação da área do modelo inicial, a área do molde do caleidociclo, a área total do caleidociclo pronto, o volume do sólido geométrico. No mesmo exercício, foi solicitado que os alunos pensassem sobre que tipo de geometria estava usando, como seria a figura geométrica, se o caleidociclo fosse inflado, e ao final, usando simetrias, deveriam colorir um modelo de caleidociclo.

Encerrando a atividade, as explicações enfatizaram as Geometrias Não-Euclidianas. Foram mostrados os caleidociclos inspirados em Maurits Cornelis Escher, e que utilizavam diversos tipos de simetrias e de composições com mosaicos e elementos da natureza. Mostraram-se caleidoscópios e foram ensinados os processos de construção.

Mosaicos, Tesselações e Simetria nas Obras de Escher

Utilizando as reproduções das obras de M. C. Escher, a turma do primeiro ano do Ensino Médio foi desafiada a construir tesselações envolvendo figuras geométricas e figuras humanizadas.

Primeiramente foram mostradas as imagens de obras de Escher na TV Pendrive, tentou-se usar o Laboratório de Informática, mas não foi possível verificar as imagens. Alguns livros envolvendo a obra de Escher foram disponibilizados durante as aulas para motivar os alunos.

Foram realizadas duas etapas para as tesselações. Na primeira, foi utilizado papel quadriculado e na segunda, papel sulfite e papel vegetal.

No papel quadriculado, tamanho A4, foi solicitado que realizassem quatro divisões, sendo que na primeira divisão do papel cada aluno desenvolveu desenhos aleatórios sob a malha quadrangular e escolheu um deles para a segunda divisão do papel (figura 10). No segundo espaço, o desenho escolhido foi desenhado novamente, e repetido em simetria bilateral três vezes (figura 11). Houve dificuldades de construção nesta proposição. Depois de pronta a segunda divisão, as outras duas foram destinadas a realizar uma tesselação colorida usando os desenhos simétricos da segunda divisão (figura 12)

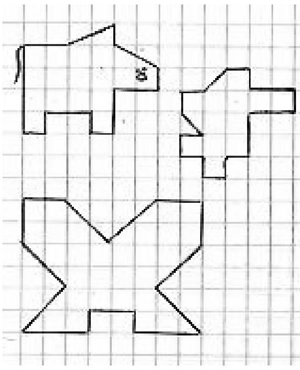


Figura 10
Esboço inicial – 1ª.etapa
Fonte: acervo do autor

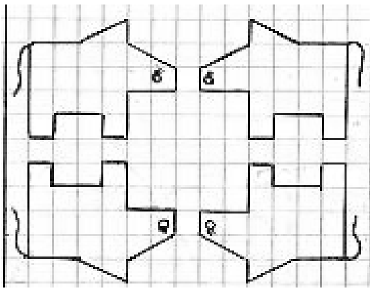


Figura 11
Elaboração de simetrias
Fonte: acervo do autor

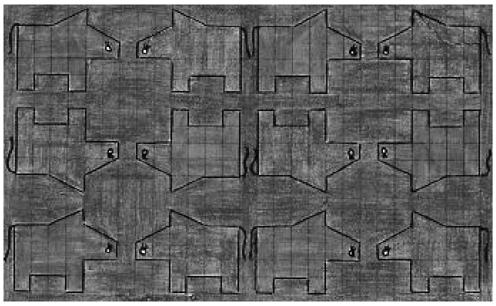


Figura 12
Tesselação simétrica
Fonte: acervo do autor

Na segunda etapa, cada aluno recebeu uma folha sulfite A4, e uma folha A4 de malha quadriculada em proporção maior que a etapa anterior. Cada aluno deveria desenvolver uma tesselação envolvendo conceitos de área, ou seja, utilizando uma área igual para as figuras, compor simetricamente uma tesselação com figuras da natureza, com animação, sendo propriamente um conjunto de figuras animadas. Da mesma forma, cada aluno fez vários esboços para depois eleger um deles e realizar as tesselações. A composição final foi realizada em papel vegetal. Para esta atividade foram previstas 6 aulas e usadas 8 aulas. Para auxiliar os alunos foram disponibilizados moldes de papelão, réguas geométricas, réguas curvas e compassos.

Fita de Möbius

Com as sétimas séries, foi introduzido os conceitos de geometria euclidiana e geometria não-euclidiana através da construção da fita de Möbius. Os objetivos visaram a construção de estruturas topológicas simples e a discussão de conceitos relacionados às duas geometrias.

Primeiramente, foram mostradas fotos e livros com imagens de esculturas em madeira, em granito, mármore e com material reciclado. Comentou-se sobre as formas de se fazer arte, os materiais usados, os conceitos de beleza colocados nas obras, as proporções usadas pelos artistas, e as composições figurativas e abstratas.

Mostrou-se com mais ênfase as imagens que representam a topologia em forma de escultura, como a obra de Max Bill, e outras relacionadas à fita de Möbius. Na mesma aula, o vídeo "Forma que se transforma" da série Arte e Matemática foi passado aos alunos. E ao final a brincadeira do livro "A Matemática e a xícara de chá". Os topólogos não sabem a diferença entre uma rosquinha e uma xícara, para eles não há diferenças, neste caso, topológicas.

Na aula seguinte, cortou-se papel sulfite colorido, e depois placas de E. V. A. de várias cores, para construir a fita de Möbius como mostrou no vídeo assistido. Foi mostrado e enfatizado as superfícies encontradas em cada etapa da construção. Ao final da aula, a imagem da obra de Escher, as formigas passeando na fita de Möbius, e algumas outras imagens de obras de Escher usando a concepção topológica das superfícies foram mostradas e discutidas suas composições.

Na última aula da atividade, cada aluno construiu uma fita de Möbius usando uma tira de EVA e depois a transformou numa escultura abstrata, que foi colocada num móbile para expor.

Mondrian, Quadrados e Retângulos

Nas duas turmas de sétimas séries do Ensino Fundamental período vespertino, área de polígonos, e ampliações das operações com Álgebra foram utilizadas usando imagens de reproduções de obras de Piet Mondrian.

Cada aluno recebeu uma folha de papel sulfite branco, tamanho A5, e uma folha de papel sulfite com uma malha quadrangular que serviria de suporte técnico para não precisar fazer linhas com lápis no papel da composição. A folha de papel sulfite tamanho A5 foi medida e calculada a sua área.

Os alunos recortaram retângulos e quadrados em papel colorido, usando cortadores de papel. Cada aluno recebeu uma quantia aleatória de papel colorido recortado onde constavam poucos retângulos e muitos quadrados.

Os pedaços de papel colorido foram sendo colados no papel A5, utilizando as retas paralelas e perpendiculares da malha quadrangular. A solicitação foi que cuidassem para que as figuras geométricas seguissem o paralelismo e perpendicularismo da malha quadrangular, sem saber o objetivo da atividade.

Na aula seguinte, a orientação foi a de realizar medidas, com a régua, cada aluno mediu em centímetros os lados dos quadriláteros e anotaram no caderno, seguindo uma legenda de tamanho.

Quadrado grande = qg
Quadrado médio = qm
Quadrado pequeno = qp

retângulo grande = rg
retângulo pequeno = rp

Cada polígono, depois de medido teve determinada a sua área. A multiplicação das medidas do comprimento e da largura do retângulo e o quadrado do lado dos quadrados. A orientação indicou as fórmulas $A = b.h$, $A = c.l$ ou $A = l^2$

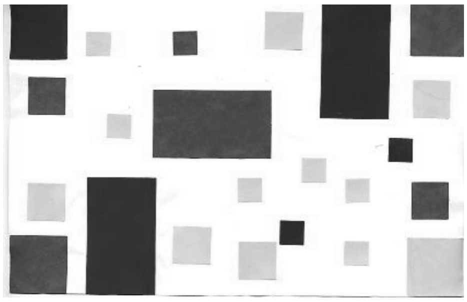
Em seguida, registraram no caderno, a quantidade de quadriláteros organizando por cor, pelo tipo e tamanho, compondo uma tabela.

Com a tabela pronta, o cálculo da área de cada cor, e de cada grupo de figuras ficou fácil de ser determinada.

Na aula seguinte, conversou-se com os alunos sobre os resultados obtidos, e de como cada resultado era próprio da quantidade de papel picado recebido. Compararam-se as composições dos alunos e a área compreendida com a parte colorida. Solicitou-se aos alunos que determinassem a área do papel branco que ficou sem as figuras coloridas. Com cada um resolvendo a sua subtração, terminou-se a parte destinada ao cálculos de áreas. A composição colorida foi recolhida e para suprir o tempo da aula, uma sistematização com exercícios de área foi aplicado.

Na aula seguinte, as composições foram devolvidas aos alunos e os mesmos usaram a legenda para indicar a quantidade de cada polígono colado na composição para começar o trabalho algébrico.

Antes de começar a trabalhar com as operações algébricas, imagens de obras de Mondrian foram mostradas, enfatizando as explicações nas imagens do período em que utilizou formas quadriculadas e linhas, e de como conseguiu o equilíbrio, a harmonia e a abstração nas suas obras. Após as observações das obras de Mondrian, cada aluno pegou a sua composição e escreveu uma expressão algébrica de acordo com a composição (figura 13)



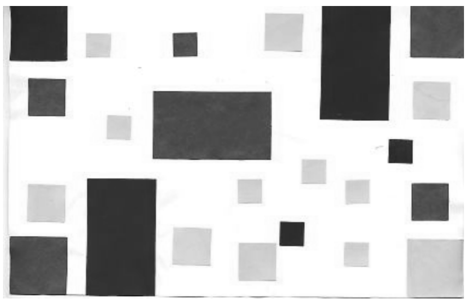
3 retângulos grandes, 4 quadrados grandes, 7 quadrados médios e 9 quadrados pequenos

3rg +4qg +7qm +9 qp

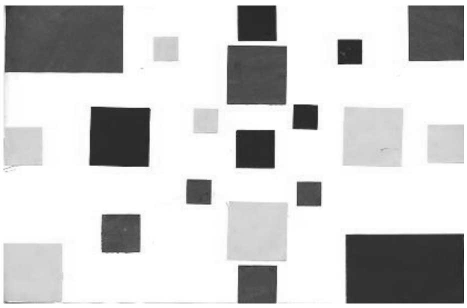
Figura 13
Composição com quadrados e retângulos
Fonte: acervo do autor

Foram formados grupos com quatro e cinco alunos, e cada grupo pode resolver questões algébricas usando as composições e suas expressões algébricas. As operações nesta aula corresponderam a adição e subtração de expressões algébricas (figura 14)

3rg +4qg +7qm +9 qp



2rg +6qg +6qm +6 qp



3rg + 4qg + 7qm + 9 qp	3rg + 4qg + 7qm +9 qp
+ 2rg + 6qg + 6qm + 6 qp	- 2rg - 6qg - 6qm - 6 qp
5rg +10qg +13qm +15 qp	1rg -2qg + 1qm + 3 qp

Figura 14
Composição com quadrados e retângulos, transformação da composição em expressão algébrica, operações com polinômios
Fonte: acervo do autor

Ao final da atividade, uma aula foi utilizada para avaliação, a qual contou com a aplicação direta dos conceitos de área e de operação com expressões algébricas.

Figuras Inscritas e Circunscritas nas Obras de Vasarely

O conteúdo das sétimas séries do Ensino Fundamental inclui o traçado de circunferências, usando as posições relativas entre duas ou mais circunferências. Observando obras de Victor Vasarely e de Wassily Kandinsky, as mesmas denotam o uso de tais relações matemáticas.

A atividade precisou de três aulas, nas quais os alunos receberam diversos papéis coloridos em forma de círculos. Anteriormente foram explicado e anotado no caderno os diversos tipos de posições relativas das circunferências. A orientação foi enfática ao abordar conteúdos anteriormente trabalhados. A forma de fixação dos mesmos foi direcionada à metodologia específica.

Os alunos trabalharam em grupos com quatro alunos e criaram composições com os círculos usando círculos concêntricos, tangentes, secantes, interiores e exteriores (figura 15). As variações dependeriam das colocações, dos tamanhos e cores dos círculos escolhidos. Após colarem os círculos em papel sulfite A5, a equipe deveria explicar aos colegas, o espaço do papel onde foram colocadas as solicitações da aula.

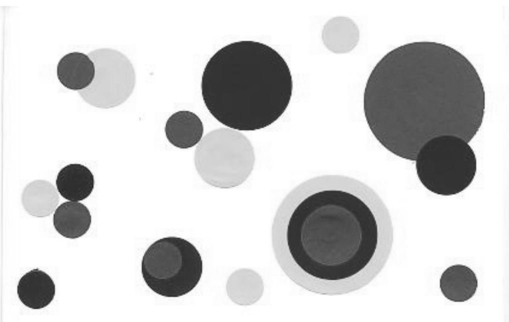


Figura 15
Círculos definindo as diversas posições entre circunferências
Fonte: acervo do autor

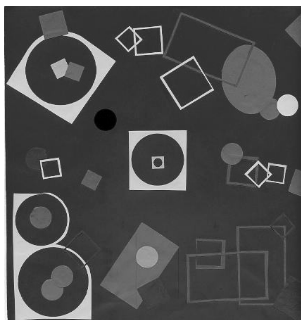


Figura 16
Composição com figuras planas recortadas
Fonte: acervo do autor

Nas duas aulas seguintes, cada aluno recebeu uma folha de papel colorido com 150 g/m^2, e várias imagens de quadrados, retângulos e círculos já recortados (figura 16). Algumas figuras tinham apenas um contorno de papel, sendo vazadas. Os alunos usaram as figuras para compor obras que tivessem a característica de Vasarely e de Kandinsky. Algumas reproduções de obras dos artistas foram mostradas para motivar os trabalhos.

Utilização de Simetrias

As simetrias foram utilizadas em todas as turmas da implementação da proposta. Foram trabalhados todos os conceitos de simetria. Na atividade da fita de Möbius usou-se a assimetria, nos caleidociclos as simetrias bilateral, radial, de rotação e de translação. Nas tesselações, isometrias além das simetrias bilateral, radial e de rotação. Porém, foram realizadas experimentações com recorte de papel, de diversas formas enfocando a simetria.

Com a simetria bilateral, usou-se papel dobrado e manchas de tinta para caracterizar imagens espelhadas.

Para uso da simetria radial, um experimento com espelhos foi utilizado e o recorte de papel colocado no interior de um ângulo formado por dois espelhos retangulares mostrou a imagem de sólidos geométricos, como pirâmides, cubos e prismas.

No processo da construção de caleidoscópios, os reflexos dos espelhos indicaram simetrias radiais das mais variadas espécies, utilizando fragmentos de papel e pequenas contas. Durante a experimentação com os caleidoscópios, a movimentação do mesmo mostrou as diversas formas possíveis de visualização.

Na ornamentação dos caleidociclos, aplicaram-se vários tipos de simetrias, observou-se que conforme a utilização da simetria, o resultado final do sólido tornava-se mais interessante e condizente com a proposta inicial.

Na observação de imagens da natureza, diversas formas de simetria foram visualizadas, como a simetria radial da estrela oriunda do corte de uma carambola, a simetria radial das sépalas de um morango, os das sépalas de um caqui. Observando trevos de três folhas, a simetria radial apareceu novamente, e observando a assimetria de algumas folhas de folhagens como a da begônia, abriu o caminho para o estudo dos fractais. Nas borboletas e outros insetos, a simetria bilateral ou espelhada foi a mais observada, e nos girassóis e margaridas, a simetria das espirais encontradas nos seus miolos foi a mais intrigante.

A complementação do uso das simetrias ocorreu com a atividade envolvendo a circunferência e o Pão por Deus. Cortou-se papel enfatizando dobraduras usando ângulos de 30º, 45º, 60º, 90º e 120º. A experiência mostrou os vínculos entre as simetrias e o folclore. Optou-se por mostrar as utilizações das simetrias por descendentes dos povos imigrantes da região (bucovinos, alemães, poloneses e ucranianos) nas suas peças utilitárias cotidianas.

RESULTADOS OBTIDOS

Durante a aplicação das atividades, os resultados foram aparecendo gradativamente. Em todas as atividades, sem exceção, levou-se mais tempo do que o previsto.

Na atividade Medindo o corpo humano, os alunos manifestaram interesse em validar as medidas encontradas na obra “o homem vitruviano”, elegeu-se o “deus grego da sala” correspondente ao cânone de oito cabeças, e alguns verificaram que a envergadura dos braços é maior que a altura (figura 18), principalmente nos rapazes. As maiores dificuldades foram em função das medidas do próprio corpo humano (figura 17), a fita métrica foi usada muitas vezes para conferir e confrontar medidas. As proporções encontradas nas divisões das medidas não foram condizentes com os estudos de Leonardo da Vinci e os textos solicitados não ficaram de acordo com o esperado.

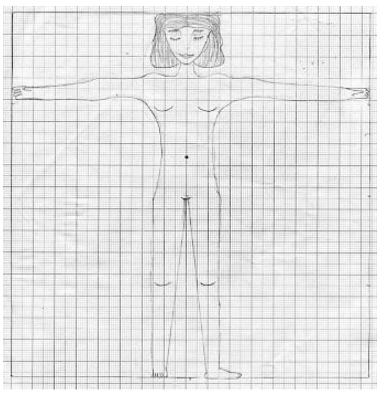


Figura17

Corpo humano dentro do quadrilátero

Fonte: acervo do autor

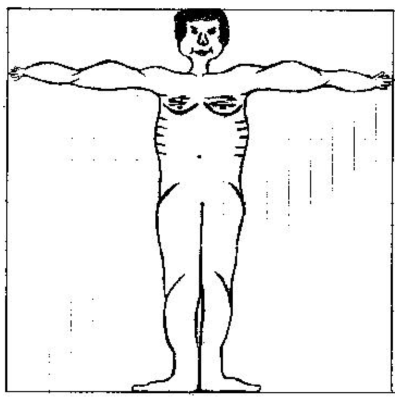


Figura 18

Corpo humano dentro do quadrilátero

Fonte: acervo do autor

Dentre os professores do GTR, quatro deles usaram a atividade com seus alunos e todos a elogiaram muito, sugerindo poucas modificações. O trabalho com o corpo humano e suas relações matemáticas motivou os alunos, segundo os aplicadores.

Na atividade da construção de caleidociclos houve uma intensa colaboração dos alunos entre si, os colegas se ajudaram na confecção do sólido, e a motivação para a aula foi intensa, ao ponto que não quererem sair para o intervalo, ou reclamavam quando a aula terminava e eles ainda não tinham conseguido compor o sólido.

65% da turma atingiu os objetivos ao usar a simetria, utilizar figura e fundo e compor simetricamente as tesselações. 95% da turma conseguiu construir dois caleidociclos diferentes.

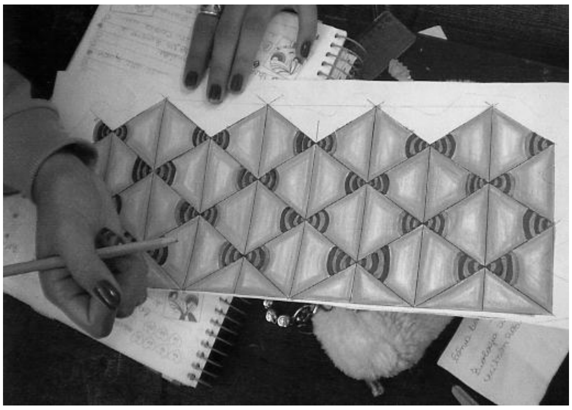


Figura 19
Molde bidimensional do caleidociclo
Fonte: acervo do autor

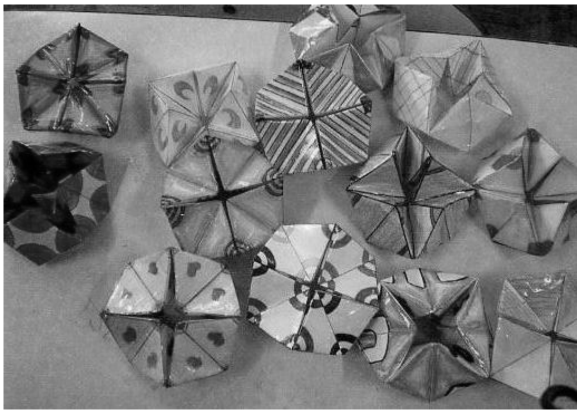


Figura 20
Caleidociclos quadrangulares
Fonte: acervo do autor.

No teste aplicado ficou claro que a noção de área em figuras planas e em figuras espaciais foi aprendida, pois 98% da turma acertou todas as questões envolvendo área. Na questão envolvendo o volume, somente 65% da turma conseguiu acertar a resposta correta, 20% não conseguiu resolver a questão.

Os caleidociclos ficaram melhor estruturados na segunda construção, os alunos foram muito criativos e 83% conseguiram utilizar os conceitos de simetria solicitados. No grupo de professores do GTR, somente uma professora usou a atividade, sem enfatizar possíveis intervenções (figura 19 e 20).

Nas tesselações de Escher, os conceitos de simetria não foram absorvidos na totalidade pretendida. 82% dos alunos conseguiram desenhar as simetrias, mas somente 16% conseguiram citar a nomenclatura correta. Em contrapartida, o visual das composições, atingiu conceitos geométricos de tesselações magníficas (figura 22).

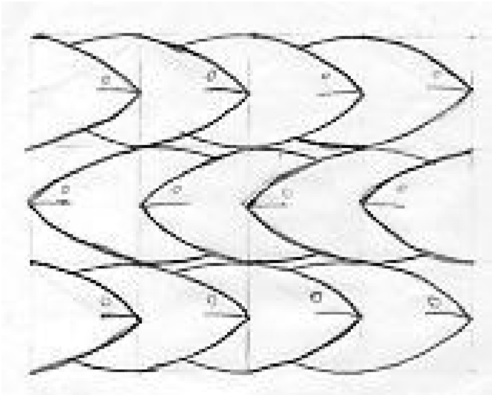


Figura 21
Esboço da tesselação – 2ª. etapa
Fonte: acervo do autor

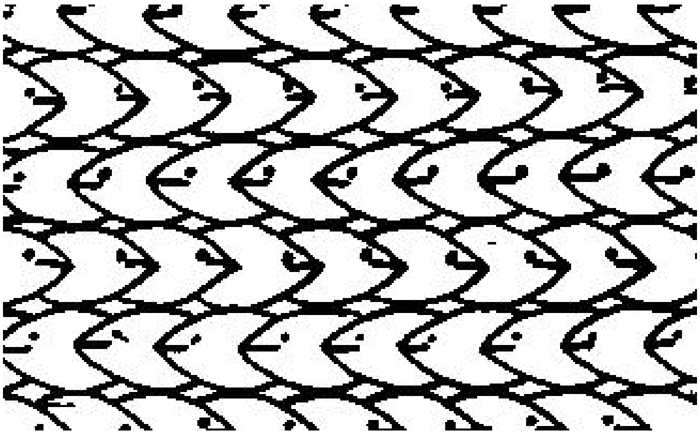


Figura 22
Tesselação simétrica – 2ª. etapa
Fonte: acervo do autor

A atividade mais significativa do ponto de vista matemático foi o cálculo de área dos quadriláteros encontrando motivação com as obras de Mondrian. Todos os alunos realizaram a atividade, 96% deles conseguiu calcular as áreas propostas, o restante se enganou em cálculos simples e no uso de números decimais.

Na complementação da atividade com Álgebra, todos conseguiram passar da linguagem geométrica para a linguagem algébrica da legenda, 86% conseguiu realizar os cálculos de adição dos polinômios e 76% dos alunos conseguiram realizar as operações de subtração envolvendo polinômios. Os erros mais comuns apareceram no confronto de sinais, efetuaram corretamente, mas erraram na colocação dos sinais.

Num primeiro momento, não se havia pensado na aplicação de expressões algébricas para esta atividade, a idéia surgiu com o GTR que utilizou a atividade desta forma em sala de aula, como o tempo de aplicação foi suficiente, ampliou-se a atividade de geometria métrica usando a álgebra.

Segundo relatos dos professores do GTR, a atividade foi bem recebida pelos alunos e as sugestões de acréscimos de conteúdos foram diversos, além da Álgebra sugeriu-se até mesmo Poesia, fazendo ponte com o ensino da Língua Materna.

Nas últimas aulas da atividade dos quadrados de Mondrian, os alunos interessaram-se por algumas obras do artista, alegando semelhanças com as composições realizadas por eles. Alguns sugeriram que eles poderiam tê-las realizado usando tinta, afirmando que ficaram melhores que as de Mondrian, mas apenas por brincadeira, sem os fundamentos objetivados pelo artista. A obra que ficou mais semelhante às composições dos alunos foi a “Composição n^{o}. 3 com Planos de Cor”, de 1917.

A atividade com as obras de Vasarely e Kandinsky foi bem demorada e objetivou-se coordenação motora fina para colar as figuras sem estragar a composição. Uma das causas da demora foi a escolha das figuras, para que caracterizasse o que foi solicitado (figuras 23 a 26). A maioria das composições utilizou corretamente as posições entre circunferências, a inscrição e circunscrição de sólidos, e outras formas geométricas entre as figuras planas. Foi a atividade mais bonita em termos visuais, pois depois de confeccionados os trabalhos, os mesmos foram expostos no quadro de giz, e olhando-os de uma distância de mais de dois metros, o uso de cores e de formas geométricas surpreendeu a todos. Nos termos matemáticos, não houve grandes progressos na área da geometria, 65% dos alunos conseguiram diagnosticar os conceitos matemáticos utilizados.

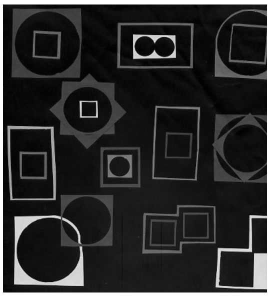


Figura 23
Fonte: acervo do autor

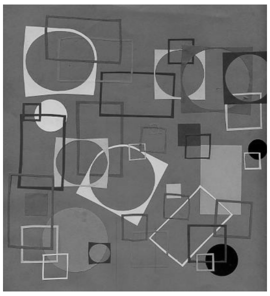


Figura 24
Fonte: acervo do autor

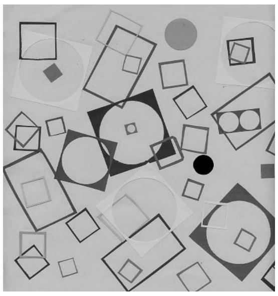


Figura 25
Fonte: acervo do autor

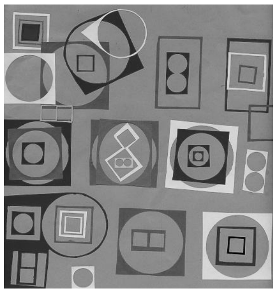


Figura 26
Fonte: acervo do autor

A equipe pedagógica do colégio sugeriu a confecção de um painel com as composições, e o espaço diagnosticado para exposição permanente foi a sala de supervisão, onde comumente são recebidos os pais e visitantes do colégio. Durante a exposição de trabalhos, as composições foram elogiadas pelos professores, alunos e funcionários do colégio, em todos os conselhos de classe as atividades envolvendo Matemática e Arte foram destacadas como motivadoras e interessantes pelos alunos das turmas participantes. Na feira do conhecimento realizada anualmente no colégio, as composições dos alunos foram expostas novamente, recebendo menção honrosa e medalha de primeiro lugar na categoria exposição (figuras 27 e 28).

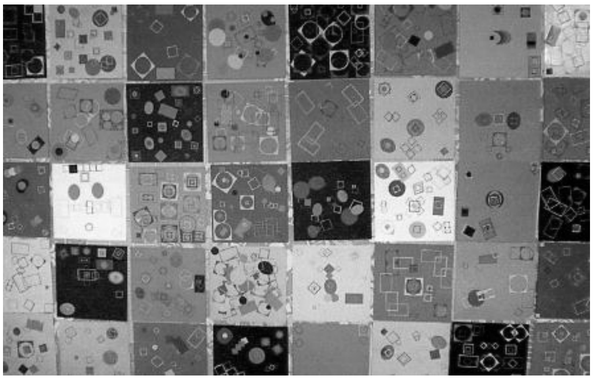


Figura 27
Painel com composições
Fonte: acervo do autor

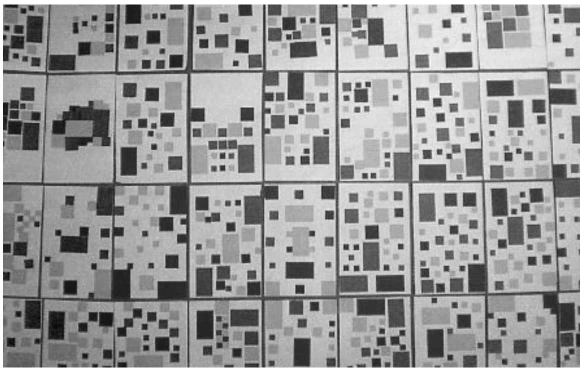


Figura 28
Painel com as composições de quadriláteros
Fonte: acervo do autor

Durante a apresentação da implementação da proposta à comunidade escolar, foram muitos os elogios e questionamentos sobre como foi realizado, e comentou-se a recepção por parte dos alunos da metodologia diferenciada.

DISCUSSÃO

Os resultados obtidos foram considerados satisfatórios durante a implementação da proposta. As composições ficaram maravilhosas sob o ponto de vista artístico, os objetivos foram alcançados na medida em que se aplicaram conceitos de Arte nas aulas de Matemática.

A aprendizagem de Matemática tornou-se motivadora através da metodologia diferenciada. Atingiu-se a meta pretendida em duas atividades: “Construindo caleidociclos” no Ensino Médio e “Mondrian, quadrados e retângulos” no Ensino Fundamental.

Sem dúvidas, os alunos se mostraram motivados em aprender Matemática usando conceitos de Arte, mas tratando-se do tempo despendido, precisou-se de mais aulas para a realização das atividades, o material utilizado foi adquirido com verba do próprio professor aplicador, pois o colégio não dispõe de todo o material necessário, devido a problemas técnicos as imagens não foram possíveis de acessar mediante pesquisa na internet, os alunos gostaram das imagens disponibilizadas na TV Pendrive, mas exigiu um tempo maior de preparação por parte do professor aplicador.

Os alunos tiveram oportunidade de visualizar a Matemática sob um novo prisma, diferente das aulas envolvendo definições, exemplos e resolução de exercícios, à semelhança de Fainguelernt e Nunes que, desde 1995, aplicam em alunos do ensino fundamental processos de ensino e aprendizagem em geometria usando a arte para desenvolver uma metodologia de ensino de matemática mais atrativo (FAINGUELERNT e NUNES, 2006).

A artista plástica Fernanda Massagardi teve a idéia de desenvolver um método de ensino de matemática por meio da arte, e aplicou com alunos do Ensino Médio. Em entrevista ao jornal virtual da Unicamp, ela afirma: “Matemática, poucos gostam. As aulas de arte são desprezadas nas escolas. Quando se une uma matéria ‘chata’ a uma que ‘não serve para nada’, o resultado é algo interessante.” Segundo ela, foi gratificante a experiência, pois além dos alunos aprenderem Matemática de forma lúdica, também puderam conhecer obras importantes.

Assim como a artista citada, a aplicação de Arte à Matemática introduziu a motivação da descoberta nas aulas de Matemática, a descoberta de compor matematicamente, a descoberta de que se aplicam os conceitos matemáticos em obras de Arte, a descoberta de que se precisa da criatividade, da observação, da geometrização para compor artisticamente.

O trabalho desenvolvido com as obras de Escher foi moldado a partir da intuição e visualização de formas geométricas de suas obras, ao analisar as dissertações de Joly (2002) e de Barth (2006), verificou-se que a idéia não foi inovadora, mas seguiu caminhos sugeridos por Barbosa (1993), e se identificou plenamente com as aplicações de Ormezzano e Santos (2005). As autoras, na sua aplicação desenvolveram estudos também em mandalas, o que se assemelha à atividade “Divisão da circunferência e o pão por Deus”, que usou todas as formas de recortes simétricos, também formando mandalas.

“Construindo caleidociclos” utilizou as simetrias inspirado nos Caleidociclos de Escher, fundamentado por Schattschneider e Walker (1991), e cujos resultados visuais se aproximou dos resultados encontrados por Ormezzano e Santos (2005).

Ao medir o corpo humano, a validação das proporções propostas por Leonardo da Vinci, foi equivalente ao estudo realizado por Buch e Valério (2008) ao apresentarem o projeto “A Arte de Esculpir com a Matemática” na 24ª. Feira Catarinense de Matemática. As orientadoras do projeto validaram que a envergadura dos braços é maior que a altura dos rapazes, e que nos alunos da 6ª. série, ainda em fase de crescimento, somente em dois deles aplicou-se a proporção áurea.

A descoberta mais interessante, segundo as conversas com os alunos, é saber que alguns conhecimentos matemáticos vieram da observação da natureza, e que basta ter uma visão holística sobre diversos assuntos, para fazer as ligações necessárias entre arte e ciência.

CONCLUSÃO

Ensinar Geometria usando obras de Arte atingiu o objetivo de tornar as aulas de Matemática mais interessantes, foi um processo inovador para a comunidade escolar. A implementação utilizando o GTR para discutir as metodologias e os resultados atingidos foi deveras importante pois pode-se verificar e evitar possíveis erros

Os resultados obtidos mostram que a proposta é viável e pode ser aplicada nas escolas, porém, necessita-se de um tempo maior para as atividades, uma prévia organização de material e uma pesquisa de imagens a serem utilizadas. A TV Pendrive facilita a exposição das imagens e suas leituras, bem como a utilização de filmes e documentários previstos para a aplicação das atividades. Ao usar as imagens das reproduções de obras de arte, o contexto histórico das mesmas é inserido naturalmente, ou seja, aproveita-se para usar tópicos da história da Matemática.

Introduzindo o uso de figuras planas, cujos conceitos, propriedades e operações através das grandezas e medidas propiciaram a geometria visual, a compreensão do uso de simetrias, e a utilização da geometria aliada à álgebra.

Os primeiros contatos com a geometria não-euclidiana relacionaram o mundo ao seu redor configurando-o topologicamente, as flores e as espirais mostraram as conexões entre a natureza e a matemática, relacionando ainda com a proporção áurea, os pentagramas e os padrões dos mosaicos.

A concepção cultural também foi importante ao valorizar a matemática através da Etnomatemática. Ao estudar as etnias e suas contribuições culturais através das obras dos artistas e dos povos, principalmente os conceitos da pintura corporal indígena, os conceitos geométricos intuitivos são diagnosticados e valorizados.

Aliar Matemática e Arte para ensinar Geometria foi uma experiência fascinante, os resultados foram significativos tanto do ponto de vista quantitativo quanto qualitativo. O visual das composições e a fundamentação matemática dos mesmos mostraram aos alunos e à comunidade escolar, uma nova forma de conceber a Matemática. Direcionando novas visões da disciplina, ampliando os conhecimentos necessários aos futuros cidadãos, deixando as aulas de matemática mais ousadas, contextualizando, descobrindo, criando e inovando.

Preparando-se para a continuação das pesquisas e novas idéias para uso dos conceitos de Artes na Matemática em sala de aula, os estudos enfatizarão as estruturas da Geometria Não-Euclidiana, com o uso de Fractais, envolvendo técnicas de recorte denominadas kirigami ou cartões fractais e fundamentação científica ligadas ao Triângulo de Pascal, Binômio de Newton, e Progressões de 1ª. e 2ª. ordem. Também aqui, mais uma conexão entre Natureza, Arte e Matemática.

REFERÊNCIAS

ATALAY, Bulent. A Matemática e a Mona Lisa, a confluência da arte com a ciência. São Paulo: Mercuryo, 2007.

BARBOSA, Ruy Madsen. Descobrindo a Geometria Fractal para a sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

_________. Descobrindo Padrões em Mosaicos. São Paulo: Atual, 1993.

BARTH, Glauce Maris Pereira. Arte e Matemática, subsídios para uma Discussão Interdisciplinar por meio das Obras de M. C. Escher. Dissertação de Mestrado em Educação. Curitiba, UFPR, 2006. Disponível em http://imap.curitiba.pr.gov.br/files/imap/downloads/INTEGRA%20PDF/53T_01_COMPL.pdf acessado em julho 2007

BICUDO, Irineu. O Nome “Matemática” Folhetim de Educação Matemática. Feira de Santana: UEFS, 2003.

BIEMBENGUT, Maria Salett. Número de Ouro e Secção Áurea. Blumenau: FURB, 1996.

BIGODE, Antonio José Lopes. Perspectivas para o ensino da Geometria do século XXI. Matemática hoje é feita assim. Disponível em http://www.matematicahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos_view.asp?cod=36 acessado em setembro de 2008.

BUCH, Raquel Regina Rosa e VALÉRIO, Jane Teresinha Fuchs. A Arte de Esculpir com a Matemática. Projeto da 24ª. Feira de Matemática de Santa Catarina. Mafra: CEMA, 2008.

CULTURA MARCAS. Arte & Matemática. Programa: Do Zero ao Infinito. São Paulo: 2002.

D' AMBROSIO, Ubiratan. Um Enfoque Transdisciplinar à Educação e à História da Matemática. BICUDO, Maria Aparecida Viggiani e BORBA, Marcelo de Carvalho (org). Educação Matemática, pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2005.

DEVLIN, Keith. O Gene da Matemática. Rio de Janeiro: Record, 2004.

DOCZI, György. O Poder dos Limites: Harmonias e Proporções na Natureza, Arte e Arquitetura. São Paulo: Mercuryo, 2006.

ESCHER, Maurits Cornelis. M. C. Escher, Gravuras e Desenhos. Germany: Taschen, 2004

EVES, Howard. Introdução à História da Matemática. São Paulo: Unicamp, 2004.

FAINGUELERNT, Estela Kaufmann e NUNES, Kátia Regina Ashton. Fazendo Arte com a Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2006.

HOGBEN, Lancelot. Maravilhas da Matemática. Porto Alegre: Globo, 1970.

HOLZHEY, Magdalena. Vasarely. Germany: Taschen, 2005.

JOLY, Larissa Fiedler. Matemática e Arte: Um Estudo de Seqüências e Progressões como Modelo para a Construção Teórica da Estética da Matemática. Dissertação de Mestrado em Educação. Curitiba: UFPR, 2002.

KANAAN, Helena. Manual de Gravura. Pelotas: UFPel, 2004.

_______. Híbridos na Linguagem Gráfica: cruzando técnica e tecnologia. Arte, Mídia e Sociedade, Comunicação. 2º. Simpósio Nacional de Tecnologia e Sociedade, UTFPR, 2007.

KLEE, Paul. Sobre a Arte Moderna e outros ensaios. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2001.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica. Curitiba, 2006.

OSTROWER, Fayga. A Sensibilidade do Intelecto. 3 ed. Rio de Janeiro: Campus,1998.

SCHATTSCHNEIDER e WALKER. Caleidociclos de M. C. Escher. Berlim: Taschen, 1991.

STRICKLAND, Carol. Arte Comentada, da pré-história ao pós-modernismo. Rio de Janeiro: Ediouro, 2004.

THUILLIER, Pierre. De Arquimedes a Einstein: A face oculta da invenção científica. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1994.

VELDHUYSEN, W. F. The Magic of M. C. Escher. Thames & Hudson, 2000.