USANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DA ÁLGEBRA.

Janete de Souza Vailati[1]
Edilson Roberto Pacheco[2]

Resumo

Este trabalho pretendeu investigar o uso da história da matemática como metodologia de ensino de Matemática. Para tal intento, optou-se pelo campo da Álgebra, uma vez que inúmeros alunos apresentam dificuldades associadas ao pensamento algébrico. Neste intuito buscou-se, a partir de estudos bibliográficos referentes à história da álgebra, elaborar atividades pedagógicas que abordaram os estágios históricos do desenvolvimento algébrico e às equações algébricas. Estas atividades foram desenvolvidas com turmas do Ensino Médio e de Formação de Docentes em uma escola pública do interior do Estado do Paraná. Verificou-se que abordagens históricas da construção do conhecimento matemático, em específico, do conhecimento algébrico, podem contribuir para uma formação mais ampla do aluno e para a re-elaboração de conceitos relativos à abstração e generalização.

Palavras-chave: História da Matemática, História da Álgebra, Equações Algébricas.

Abstract

This work intended to investigate the use of history of mathematics as a methodology of teaching mathematics. To do it, the option was the use of Algebra, considering that many students have difficulties associated to algebraic thinking. In this purpose, pedagogic activities approaching the historic periods of the algebraic development and algebraic equations were made using bibliographic research. These activities were developed with high school students and training teachers in a public school. It was possible to verify that the historical approaches on mathematics knowledge constructing, especially, in algebra, can contribute to student global formation and to the re-elaboration of the concepts related to abstraction and generalization.

Key words: History of Mathematics, History of Algebra, Algebraic Equations.

[1]Professora da Rede Pública do Estado do Paraná. Licenciada em Matemática e Especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO/Guarapuava – PR.

[2]Orientador do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE/Matemática. Professor do Departamento de Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO. Doutor em Educação Matemática pela UNESP/Rio Claro – SP.

Introdução

A matemática é considerada uma criação humana, nesta perspectiva os objetos matemáticos são construções sócio-histórico-culturais desenvolvidas por métodos específicos de pensamento que contribuíram de forma particular para o desenvolvimento da sociedade.

No âmbito da escola, muitas vezes a matemática é apresentada aos alunos sem qualquer referência à sua história, enfatizando-se procedimentos e técnicas, em detrimento da reflexão acerca das idéias matemáticas e da percepção de significados para os algoritmos, tornando-se uma atividade mecânica.

A Álgebra é um campo da matemática no qual se pode observar situações conflitantes, como alunos capazes de operar com símbolos matemáticos e, contudo incapazes de fazer generalizações. Também há dificuldades relativas à não compreensão das técnicas algébricas, aliadas ao não entendimento dos conceitos algébricos. Essas questões podem ser originárias de metodologias que escondem a natureza da matemática e os processos de criação e generalização do conhecimento matemático.

Atualmente, no campo da Educação Matemática, as discussões e investigações quanto a práticas pedagógicas indicam a necessidade de superação da visão fragmentada e a-histórica da matemática. A partir de certas metodologias pode-se propiciar uma formação mais ampla do aluno, observando-se os aspectos lógicos, históricos e culturais das produções matemáticas. Pretende-se um ensino de matemática que permita reflexões, análises, investigações e generalizações, de forma a desenvolver um cidadão criativo, crítico e responsável socialmente.

Nesta perspectiva, surgiram inúmeras tendências metodológicas, dentre elas: resolução de problemas, modelagem matemática, uso de mídias tecnológicas, etnomatemática, história da matemática e investigações matemáticas, que objetivam propiciar ao aluno uma melhor compreensão do conhecimento matemático e, para tornar mais eficaz o processo de ensino-aprendizagem, podem ser utilizadas de forma a se articularem entre si.

Considera-se que a Álgebra é um dos campos fundamentais da Matemática; o aluno que não tem familiaridade com a linguagem algébrica e não desenvolveu a habilidade para fazer generalizações pode estar sujeito ao fraco desempenho em atividades matemáticas que exigem a abstração.

Na tentativa de melhorar a aprendizagem de certos conceitos algébricos, buscou-se na História da Matemática subsídios para a elaboração de atividades pedagógicas que podem possibilitar uma maior compreensão da linguagem algébrica, com vistas a processos de abstração e generalização.

A história da matemática no âmbito do ensino

Todo o conhecimento humano produzido é fruto de um processo derivado das interações do homem com o meio em que vive. Este desenvolvimento lento e progressivo se deve, inicialmente, às necessidades de sobrevivência do homem e, posteriormente, à busca da compreensão do mundo que o cerca e à procura da essência de "ser" humano em sua ânsia de libertação.

A matemática é uma atividade humana, presume a razão, conceitos são construídos ou desfeitos nas tentativas de solução das situações problema oriundas do mundo perceptível aos sentidos ou de reflexões teóricas relativas a modelos matemáticos obtidos por meio de generalizações das observações e hipóteses. A abstração é a característica principal da matemática e, um dos principais objetivos do ensino de matemática é a formação de conceitos decorrentes de representações simbólicas que compõem uma linguagem específica. Contudo, a apropriação desta linguagem, para muitos alunos, constitui em uma grande dificuldade que conduz a questões como: "*Para que serve isso?", "Por que estudar este conteúdo?".* A História da Matemática é um campo do conhecimento que permite ao professor de Matemática a (re)elaboração de sua concepção referente a esta disciplina e a organização de abordagens pedagógicas que podem contribuir no processo de ensino e aprendizagem.

Segundo Brito e Miorim (1999), a partir da aquisição de conhecimentos históricos e filosóficos dos conceitos matemáticos, o professor tem a possibilidade de diversificar suas técnicas pedagógicas e tornar-se mais criativo na elaboração de suas aulas, as quais podem provocar o interesse dos alunos para o estudo da matemática.

D'Ambrosio (1999) argumenta que uma abordagem adequada para incorporar a história da matemática na prática pedagógica deve enfatizar os aspectos socioeconômicos, políticos e culturais que propiciaram a criação matemática. Contudo, caso o professor não tenha um conhecimento mais profundo da história da

matemática, ele pode utilizar-se de informações históricas como curiosidades, e com isso motivar seus alunos.

Grunetti e Rogers (2000, *apud* Baroni e Bianchi 2007) identificam os debates relativos à história da matemática sob três aspectos distintos:

- Aspecto filosófico – A necessidade de visualização da matemática como uma atividade humana e suas relações sócio-culturais.
- Aspecto interdisciplinar – A matemática ligada a outras disciplinas. A compreensão do conteúdo matemático torna-se mais efetiva mediante as conexões históricas entre diversas áreas do conhecimento.
- Aspecto cultural – A análise das contribuições de várias culturas ou de uma cultura específica para a evolução da ciência matemática.

Alguns argumentos favoráveis à utilização da história da matemática, em sala de aula, segundo Tzanakis e Arcavi (2000, *apud* Baroni e Bianchi 2007) e Miguel e Miorim (2004, *apud* Baroni e Bianchi 2007) são:

- A história da matemática constitui um elo entre a matemática e outras áreas do conhecimento. Os estudos históricos da evolução dos conceitos matemáticos produzem discussões referentes a inúmeros temas e propiciam uma formação mais ampla.
- O ensino da matemática pode tornar-se mais interessante por meio de problemas históricos e episódios intrigantes que motivam a aprendizagem.
- O conhecimento da história da matemática permite a compreensão da matemática como uma construção humana, com influências sociais e culturais. Decorrente disso se verifica a desmistificação da matemática muitas vezes vista como um produto a-histórico, fruto de uma estrutura lógica rígida.

Ainda segundo os autores, outros fatores que podem ter destaque quando se introduz a história da matemática como metodologia de ensino são:

- O desenvolvimento histórico da matemática é uma atividade matemática. O estudo das notações, terminologias, métodos e processos algorítmicos permite a professores e alunos a visualização das vantagens e/ou desvantagens das formalizações atuais da matemática.

- A reconstrução didática do desenvolvimento histórico de certos tópicos de matemática possibilita tanto a professores quanto a alunos conhecer as dificuldades inerentes ao processo de construção do conhecimento matemático assim como a apreciação da natureza da atividade matemática. Novas alternativas didáticas podem surgir destas (re)elaborações históricas dos conteúdos.

Vianna (1998) faz algumas reflexões referentes ao crescente "uso" didático da história da matemática; expõe argumentos de alguns renomados matemáticos que demonstraram ser favoráveis ou contrários a estas aplicações do conhecimento histórico e aponta vias de condução destas informações em sala de aula, como: associar a lógica das produções matemáticas com a construção do significado para os conteúdos matemáticos conhecida como "lógica da justificação", percorrer as etapas históricas do desenvolvimento dos conceitos para fins didáticos denominado "princípio genético" e a "história social" da matemática que pode retratar aspectos internos à matemática relativos a questões específicas do desenvolvimento matemático ou aspectos externos provenientes do contexto sócio-cultural.

Tzanakis e Arcavi (2000, *apud* Baroni e Bianchi 2007) apresentam diversas abordagens dadas à história da matemática, algumas direcionadas a processos pedagógicos, dentre elas podem-se destacar três:

- <u>O uso da história da matemática com propósitos motivacionais</u>. Informações históricas concernentes a determinados eventos, problemas famosos e biografias podem ser estímulos à motivação dos alunos aumentando o interesse na aprendizagem de certos conteúdos. Em muitos dos livros didáticos disponíveis isso pode ser encontrado, dentre eles pode-se citar: "*Matemática – aula por aula"* de Xavier & Barreto, "*Matemática – Ensino Médio*" de Smole & Diniz, "*Matemática Completa"* de Giovanni & Bonjorno, "*Matemática"* de Paiva, "*Matemática"* de Dante, "*Matemática e suas tecnologias"* de Rubió & Freitas. Os livros didáticos constituem ferramentas pedagógicas a alunos e professores, servem de apoio aos professores em suas aulas e tem como objetivo principal promover a aprendizagem. As coleções que são aprovadas para participar do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) devem estar em acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais Oficiais, em sintonia com as atuais tendências de ensino. Observa-se que das coleções de matemática participantes do PNLD – 2008 para o Ensino Médio, a maioria delas

apresenta a história da matemática como um recurso para o processo de ensino e aprendizagem. Os autores procuram, por intermédio da história da matemática, despertar o interesse do estudante ao introduzirem determinados temas. Em algumas obras, os recortes históricos apresentados contribuem para o reconhecimento da matemática como uma construção humana e instigam novas pesquisas com indicações bibliográficas.

- O "Princípio Genético". Defendido por matemáticos como Felix Klein e Henri Poincaré é um método que tem como característica principal o percurso histórico da evolução do conceito a ser apreendido pelo educando. O recurso à História da Matemática torna-se uma opção que pode possibilitar a superação de conflitos cognitivos na passagem de uma etapa da construção do conhecimento para outra de nível superior, a partir da reconstrução histórica do conceito.

- A História da Matemática e a promoção da "Consciência Matemática". Permite ao educando conhecer as motivações, as dúvidas, as contradições, as abstrações que permearam as produções matemáticas e também as questões filosóficas, os aspectos sociais e culturais que permitiram ou foram obstáculos para o desenvolvimento de certos campos da matemática. Esta via conduz o aluno à compreensão da matemática como uma ciência construída socialmente pela humanidade, em contraste com a visão reducionista, de um produto pronto e acabado.

Independente da abordagem empregada, a história da matemática, no âmbito do ensino de matemática, possibilita aos educandos a percepção da matemática como resultado de uma elaboração mental do homem, oportuniza investigações que favorecem a compreensão dos processos de formalização dos conhecimentos matemáticos e ainda, a construção de valores e atitudes necessários para a formação integral do cidadão.

> A História da Matemática é um elemento orientador na elaboração de atividades, na criação de situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos. Possibilita ao aluno analisar e discutir razões para aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos. (DCE's Matemática, SEED/PR, 2006)

Segundo Davis e Hersh (1998), a matematização do mundo é tão intensa que, para o reconhecimento de uma teoria científica, a condição inicial é a sua descrição por meio da linguagem matemática, pois as ciências biológicas, e até mesmo as ciências sociais estão cada vez mais matematizadas. Diante destas

constatações, seria evidente a visão da matemática como uma ciência construída socialmente, um produto histórico resultante da atuação do homem no ambiente em que está inserido. Contudo, grande parte dos alunos vê a matemática como uma ciência pronta, distante da realidade social, um processamento de números e símbolos sem conexão com a evolução dos conceitos. Isto evidencia o resultado de aplicações de propostas de ensino que priorizam o lógico, o formal, a fragmentação dos conceitos e conduzem a uma visão cartesiana da matemática e das ciências. Um ensino de matemática que tenha como ponto basilar o movimento lógico-histórico do conhecimento matemático acena para uma possibilidade real de êxito do processo ensino-aprendizagem.

A história da álgebra e o contexto escolar

A matemática teve um avanço notável ao longo dos séculos, grande parte das ciências desenvolveu-se em bases matemáticas. Decorrente disso tem-se a impressão que o conhecimento matemático é inato ao ser humano, contudo a evolução na capacidade de contar, de registrar informações e de abstrair deu-se mediante um longo processo de interação do homem com o meio em que vive. Conforme Ifrah (1998), o processo natural de contagem inicia-se na esfera concreta com a idéia de correspondência, e, com o aumento do nível de civilização da humanidade surgem novas necessidades, novas exigências conduzem a novas representações. Os homens precisaram de muitos séculos para elaborar de forma final o conceito de número, pois se tratam de construções intelectuais extremamente complexas. No dizer de Caraça:

> O homem tem tendência a generalizar e estender todas as aquisições do seu pensamento, seja qual for o caminho pelo qual essas aquisições se obtém, e a procurar o maior rendimento possível dessas generalizações pela exploração metódica de todas as suas conseqüências. (2005, p.9)

A tendência humana a generalizações expôs gradualmente a aritmética a novas configurações abstratas, surgindo então um novo ramo da matemática denominado de “Álgebra”. Segundo Baumgart (1992), o termo “álgebra” advém da palavra árabe “al-jabr”, empregada no livro *“Al-Kitab al-jabr wa’l Muqabalah”* do matemático Mohammed ibn-Musa al-Khwarizmi. Esta obra foi escrita em Bagdá por volta do ano 825 e tratava dos procedimentos de “restauração” e de “redução” de

equações para a obtenção de suas raízes. Por restauração entende-se a transposição de termos de um lado para outro da equação e por redução a unificação dos termos semelhantes. Decorrente disto, a palavra álgebra passou a designar o ramo da matemática relativo às equações.

Atualmente, a álgebra compreende um campo de estudo muito mais amplo. O seu desenvolvimento pode ser dividido em duas fases: álgebra antiga – estudo das equações e método de resolvê-las e álgebra moderna – estudo das estruturas matemáticas como grupos, anéis, corpos, etc. O período denominado álgebra antiga (1700 a.C. a 1700 d.C.), teve como característica principal a invenção gradual da linguagem simbólica e o estudo de vários métodos que se utilizavam de operações algébricas (adição, subtração, multiplicação, divisão, potência inteira e radiciação) com os coeficientes numéricos das equações para a obtenção de suas raízes. Nesse período o desenvolvimento da linguagem algébrica evoluiu passando por três estágios: o retórico (verbal), o sincopado (abreviações de palavras) e o simbólico que passou por várias transformações até se tornar estável. O estilo retórico é caracterizado pela descrição de procedimentos, em que instruções verbais fornecidas eram aplicadas a uma seqüência de casos específicos. A álgebra babilônica, a álgebra egípcia e a álgebra geométrica grega apresentavam o estilo retórico.

Segundo Eves (2005), os babilônicos registravam seus conhecimentos em tabletas de argila cozida de tamanho variável, em escrita e notação sexagesimal cuneiformes. Descobriu-se cerca de meio milhão de tabletas, sendo que 400 foram identificadas como estritamente matemáticas. Os babilônicos eram extremamente hábeis em cálculos e muito bons algebristas, por meio de procedimentos verbais desenvolveram processos algorítmicos, como a extração da raiz quadrada. Trataram de forma eficiente as equações quadráticas em antigos problemas e encontraram soluções de equações cúbicas puras ($x^3 = a$) e cúbicas mistas ($x^3 + x^2 = a$), utilizando-se de tabelas de quadrados e cubos.

Dados históricos indicam que a matemática no Egito Antigo desenvolveu-se em um teor essencialmente prático para solucionar questões inerentes à agrimensura e engenharia. Para Eves (2005), as análises das inscrições e dos papiros demonstram a presença de métodos para a divisão e a multiplicação, emprego de frações unitárias, utilização da regra da falsa posição na solução de

problemas, determinação da área de círculos e inúmeras aplicações da matemática em problemas práticos.

Historiadores consideram que o conhecimento humano no mundo antigo passou por um período de apogeu com a civilização grega devido à extrema curiosidade intelectual demonstrada. A matemática grega aproximou-se da filosofia passando a formular indagações científicas originando o método dedutivo. O estudo das relações abstratas passou a ser distinto das aplicações práticas. A idéia de número foi concretizada a partir de um segmento de reta e as operações algébricas descritas por terminologia geométrica. Os métodos das proporções e das aplicações de áreas constituíram os principais processos para a resolução de equações, cujas construções eram detalhadas em forma de descrições verbais. A este período de desenvolvimento algébrico denominou-se álgebra geométrica grega. Com a ocupação romana, a matemática grega parou de se desenvolver e, somente no século III d.C. ganhou novo impulso com o matemático Diofanto de Alexandria que introduziu a álgebra o estilo sincopado, cuja característica principal é o uso de abreviações de palavras para a escrita de equações. Foi o primeiro passo em direção à notação algébrica. Na obra "*Arithmetica",* Diofanto expõe uma abordagem no tratamento de equações indeterminadas, conhecidas como equações diofantinas.

De acordo com Baumgart (1992), a Índia passou por inúmeras invasões e com isso a matemática hindu recebeu influências de diversas culturas. As produções matemáticas dos babilônicos e gregos contribuíram de forma particular para as realizações dos matemáticos hindus. O estilo sincopado introduzido por Diofanto recebeu outras representações com Brahmagupta (c. 628). Algebristas hindus obtiveram a solução de equações de 2.º grau pelo método de completar quadrados e os primeiros métodos gerais para a solução das equações indeterminadas. A equação de Pell ($y^2 = ax^2 + 1$, em que a é um número inteiro não quadrado perfeito) recebeu atenção especial dada pelos matemáticos Brahmagupta e Bhaskara (c. 1150).

A ascensão do islamismo instigou os povos árabes a invasões e à conquista da Índia, Pérsia, Mesopotâmia, Norte da África e Espanha. Com isso, tiveram acesso às produções científicas dos gregos e hindus que, traduzidas para o árabe, foram preservadas durante a Idade Média. O matemático árabe al-Khwarizmi (c. 825) utilizou o estilo retórico em suas publicações. Suas obras *"Al-Kitab al-jabr wa'l Muqabalah"* o "Livro da Restauração e da Redução" e *"Kitab al-jami wa'l tafriq bi*

hisab al hindi" o "Livro sobre o método hindu de adição e subtração" foram traduzidos para o latim (c.1200) e, decorrente disso, exerceram grande influência na matemática européia. A álgebra européia começou a se desenvolver perante o acesso às traduções para o latim de publicações dos gregos, árabes e hindus, e especialmente pela obra *"Líber abaci"* (1202) de Fibonacci (Leonardo de Pisa).

A álgebra simbólica moderna começou a aparecer em torno de 1500 com a introdução de poucos símbolos; passou por 200 anos de aperfeiçoamento com a utilização de diversas simbologias e um processo de padronização de notação que se tornou estável em cerca de 1700. A evolução na notação simbólica possibilitou um aprofundamento no pensamento algébrico ao passar da "solução manipulativa de equações" para o estudo de suas propriedades teóricas. O desenvolvimento dos números complexos foi de extrema importância para a generalização das relações entre coeficientes e raízes de uma equação polinomial e a busca de uma solução algébrica para equações polinomiais de grau maior que 4 conduziu à formulação dos fundamentos da álgebra moderna resultante dos estudos sobre as estruturas algébricas iniciados por N. Abel (1824)[3] e E. Galois (1831)[4].

Na busca da generalização a construção da simbologia algébrica foi um fator que permitiu a vários ramos da matemática poderem evoluir. Os estudos algébricos obtiveram inúmeras aplicações e tornaram-se estratégias úteis para a resolução de problemas. Contudo, no âmbito da prática escolar, a álgebra constitui um campo da matemática no qual o processo de ensino e aprendizagem é permeado por muitas dificuldades. Experiências têm mostrado que embora os alunos associem a matemática aos símbolos, muitos deles não conseguem utilizá-los como uma linguagem auxiliar para o raciocínio matemático, não compreendem os procedimentos que compõem as transformações de expressões algébricas e, diante

[3] Niels Henrik Abel (1802-1829), matemático norueguês de excepcional talento. Teve vida curta, envolta em misérias e tragédias. Foi um dos fundadores da matemática moderna, demonstrou um teorema binomial relativo às funções integrais que leva o seu nome, foi o criador das funções elípticas, fez um estudo sistemático das funções algébricas, idealizou a teoria da convergência e demonstrou que equações algébricas de grau maior que 4 não possuem resolução algébrica.

[4] Evariste Galois (1811-1832), brilhante matemático francês que aos 16 anos já dominava as obras de Legendre e Lagrange, obtendo todo o conhecimento da época relativo às equações algébricas. Aos 18 anos escreveu o artigo "Pesquisas sobre as equações algébricas de grau primo", nos dois anos seguintes produziu outros escritos relativos à resolução algébrica de equações. Criou a Teoria dos Grupos e com isso introduziu novos conceitos estruturais que alteraram a natureza da Álgebra. Atuou intensamente em movimentos políticos contrários a Monarquia e favoráveis a implantação da República. Morreu aos 20 anos devido a ferimentos no abdômen oriundos de um duelo por causa de uma mulher.

disso, não desenvolvem e/ou exercitam a sua capacidade de abstração e generalização.

As dificuldades enfrentadas no ensino de álgebra podem ser decorrentes, segundo Lins e Gimenez (2006), das diversas concepções para a atividade algébrica e educação algébrica, nos seguintes aspectos:

- A abordagem "letrista" associa a atividade algébrica ao uso de determinadas notações e reduz a álgebra à manipulação de símbolos e regras para operar com expressões algébricas.
- A álgebra como expressão da generalidade que resulta da ação do pensamento formal sobre operações aritméticas concretas. A linguagem simbólica é um instrumento para a representação de idéias.
- A visão "estruturalista" centra-se no estudo das estruturas algébricas, suas propriedades operatórias e possíveis transformações geométricas.

Fiorentini, Miguel e Miorim (1993), ao analisarem a história do ensino de matemática, apontam três abordagens didáticas para a educação algébrica:

- *Lingüística–pragmática,* a álgebra constitui uma ferramenta prática para a solução de problemas. Prioriza-se o ensino de técnicas para a transformação de expressões algébricas.
- *Fundamentalista–estrutural,* procura fundamentar e justificar o "transformismo algébrico" mediante o estudo das propriedades estruturais das operações.
- *Fundamentalista–analógica,* combina as duas abordagens anteriores, recupera-se o valor instrumental da álgebra e mantém-se o cuidado com as justificativas lógicas das operações algébricas. Para se conseguir tal intento faz-se uso de modelos analógicos, geométricos ou físicos.

De acordo com esses autores, quaisquer das concepções mencionadas enfatizam a linguagem algébrica, porém, não promovem o desenvolvimento do pensamento analítico e da capacidade de abstração.

Observa-se que existem diferentes abordagens para a atividade algébrica e a educação algébrica, contudo pesquisas demonstram que a compreensão da

linguagem simbólica e a apreensão dos conceitos algébricos são igualmente importantes para se fazer abstrações e generalizações.

A linguagem algébrica é uma forma específica de pensamento e de representação do mundo, está intimamente ligada com o raciocínio matemático e o seu emprego fornece uma interpretação concreta aos elementos abstratos. Para Garcia (1997, *apud* Teles 2004), a simbologia algébrica configura-se em uma linguagem precisa e essencial para a expressão do pensamento matemático. Contudo, nesta linguagem pode-se utilizar de regras manipulativas, as quais constituem na principal causa de dificuldades concernentes aos estudos algébricos.

Estas análises podem tender a interpretações como: as dificuldades em álgebra se devem à sua natureza abstrata. Estudos demonstram que o pensamento abstrato opera com conceitos, os quais podem ser descritos por palavras e símbolos, e, para o desenvolvimento da abstração é necessária à adaptação com a linguagem empregada. Logo, a linguagem eleva os aspectos concretos do mundo para o domínio do pensamento, atingindo o campo conceitual. A aprendizagem dos conceitos científicos historicamente elaborados é a principal função da escola, a qual é mediadora no processo de aquisição e desenvolvimento de linguagens que levam à abstração. Assim, uma abordagem histórica do desenvolvimento da álgebra pode propiciar aos alunos a participação na construção da linguagem simbólica e do conhecimento algébrico. Um percurso pela história da evolução do pensamento algébrico pode conduzir o aluno à produção de novos significados para a linguagem algébrica, e com isso, amenizar dificuldades relativas à abstração e a generalização.

Uma abordagem pedagógica para a inserção da história da álgebra

A Álgebra constitui uma forma particular de organização do pensamento. No ensino da álgebra um aspecto relevante é a estreita relação entre o raciocínio matemático e a linguagem algébrica. Considera-se a Álgebra, ou melhor, a linguagem dos símbolos matemáticos como um instrumento fundamental ao ensino da Matemática. Contudo, observa-se que, apesar do destaque dado às técnicas e às propriedades operatórias, muitos dos alunos apresentam dificuldades em relação à atribuição de significado às variáveis, aos processos de resolução

algébrica de equações de 1º e 2º graus e à manipulação de estruturas algébricas elementares.

As investigações descritas a seguir abordam pedagogicamente informações históricas quanto a certos conceitos algébricos e foram realizadas no 3.º período do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE)[5].

A primeira atividade investigativa denominada "Uma introdução à História da Álgebra" é composta de seis etapas ou partes, foi elaborada a partir de estudos bibliográficos de obras que tratam da História da Matemática, citadas nas referências bibliográficas e desenvolvida junto a duas classes de 1ª séries do Ensino Médio de uma escola pública no interior do Estado do Paraná durante os meses de fevereiro a julho de 2008. Em cada turma, em média com 40 alunos, foram formadas duplas com o objetivo de promover um trabalho cooperativo.

Algumas semanas antes do início das tarefas cada aluno das referidas turmas foi submetido a uma sondagem temática acerca do que entendiam por álgebra e se possuíam algum conhecimento relativo à história da álgebra:

- 71% das respostas obtidas faziam relações entre álgebra e o "cálculo com letras".

  "Álgebra são conteúdos que envolvem em seus cálculos, além de números as letras x, y, a, b e assim por diante".

  "Eu acho que álgebra são cálculos que envolvem letras, incógnitas, sistemas de equações, contas com números negativos, etc.".

  "Cálculos usados no cotidiano, aqueles que ajudam a descobrir valores desconhecidos, usam incógnitas, muito úteis".

  "São cálculos com números e letras".

- Os 29% restantes disseram não lembrar, não saber o que é álgebra ou destacaram que é uma parte da matemática.

  "É uma das matérias dentro da matemática".

  "É um conceito dentro da matemática, muito complexo".

  "Álgebra é uma matemática muito complexa e difícil".

  "Acho que é alguma coisa relacionada com matemática, mas não sei explicar".

[5] O PDE é um programa de formação continuada desenvolvido pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná em parceria com a Secretaria de Estado da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior do Paraná, que tem por objetivo propiciar ao professor participante um retorno às universidades para freqüentar cursos de formação e, sob a orientação de um professor da Instituição de Ensino Superior, desenvolver atividades investigativas com o intuito de solucionar ou amenizar problemas enfrentados na prática escolar.

- 100% dos alunos afirmaram não conhecer a História da Álgebra, sendo que vários deles enfatizaram que tinham curiosidade em saber como a álgebra se desenvolveu.

Na 1ª parte dessa atividade, informações referentes à origem do termo "álgebra" e aos estágios de desenvolvimento da linguagem algébrica (estilo retórico, sincopado e simbólico) foram apresentados. Além disso, destacou-se aspectos do estilo retórico da álgebra babilônica, egípcia e da álgebra geométrica grega. Também se abordou o sistema sexagesimal adotado pelos babilônicos (c.1600 a.C.) por meio do estudo dos procedimentos utilizados para mudanças de bases (da base 10 para a base 60 e vice-versa). Foram propostas aos alunos, três atividades:

1ª) Após um breve relato da professora, sobre os povos que operavam em sistema numérico de base 20, coube aos alunos fazer a mudança de números da base 10 para a base 20.

2ª) A transformação para a base 10 de números escritos em base 60 e em base 20.

3ª) A partir de comentário da professora sobre Leibniz[6] e a idealização do sistema binário; a atividade se constituiu em efetuar mudanças de números na base 10 para a base 2, bem como a verificação de resultados em operações efetuadas.

As informações históricas disponíveis nesta 1ª parte motivaram os alunos para a realização das atividades propostas. Durante as discussões alguns deles fizeram relações com os estudos feitos sobre os babilônicos na disciplina de História. Decorrente dos procedimentos utilizados nas transformações da base 10 para a 60 e da base 60 para a base 10, a maioria dos alunos não teve dificuldade em generalizar as transformações em base 20 e no sistema binário. A 3ª atividade foi a que demonstrou maior complexidade de entendimento e de execução, devido à supressão da informação relativa à base numérica trabalhada e dos processos a serem utilizados para a comprovação dos resultados das operações. Para verificar se a operação 110001 . 111 = 101010111 estava correta, os membros de um grupo fizeram as seguintes seqüências de raciocínio: *supondo que a base numérica era a*

[6] Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), matemático alemão, é considerado um dos criadores do Cálculo Diferencial e Integral. Contribuiu de forma notável na formação da notação simbólica matemática, retomou o estudo dos números complexos e idealizou o sistema binário de numeração.

decimal, utilizaram-se da calculadora para efetuar a operação de multiplicação, obtendo o resultado 12210111. Concluíram então que os números deveriam estar escritos em base 2 e transformaram os números 110001 e 111 para a base decimal, encontrando 49 e 7. Multiplicaram esses números obtendo 343, transformando-o para a base 2 constataram que $343_{10} = 101010111_2$*, portanto a igualdade é verdadeira.*

Na 2ª parte foi feito um relato pela professora referente à álgebra babilônica, em destaque para os procedimentos utilizados para a resolução de vários problemas típicos encontrados em tabletas de argila (c. 1700 a.C.). Os métodos resolutivos foram expostos no estilo retórico que consiste em descrições verbais de um processo, as quais podem ser aplicadas a problemas semelhantes. Foram propostas duas atividades que pressupõem o uso das "receitas verbais" para a obtenção da solução de uma situação problema similar aos exemplos, com vista à compreensão do raciocínio matemático envolvido, objetivando a generalização do procedimento utilizado por meio da álgebra simbólica.

Observou-se que os componentes das duplas discutiram sobre os processos aplicados nas soluções das questões e que não apresentaram grandes dificuldades em seguir os passos descritos nos métodos babilônicos, mas em generalizar os procedimentos resolutivos na linguagem simbólica atual. Algumas duplas de alunos chegaram à forma genérica comparando a solução obtida a partir das descrições babilônicas, como indica a questão e a resolução exposta: *"somei cinco vezes o lado de um quadrado e uma vez a sua área, deu 66":*

Solução numérica:

5 lado + área = 66

5 . 5 = 25

4 . 66 = 264

264 + 25 = 289

$\sqrt{289} = 17$

17 – 5 = 12

12 ÷ 2 = 6

Lado = 6

Generalização:

$5x + x^2 = 66$*, ou seja,* $bx + x^2 = c$

$b \cdot b = b^2$

$4 \cdot c = 4c$

$4c + b^2 = 4c + b^2$

$\sqrt{4c + b^2} = \sqrt{4c + b^2}$

$\sqrt{4c + b^2} - b = \sqrt{4c + b^2} - b$

$(\sqrt{4c + b^2} - b) \div 2 =$ *lado*

$x = \dfrac{\sqrt{4c + b^2} - b}{2}$

A 3ª parte tratou de informações relativas a processos algorítmicos que foram desenvolvidos pelos babilônicos, sendo um deles a extração de raízes quadradas aproximadas. O método foi descrito pela álgebra retórica e, utilizando-se da linguagem simbólica, obteve-se um método geral. A partir da generalização, um exemplo numérico foi desenvolvido e solicitou-se que algumas aproximações de raízes fossem calculadas. Grande parte dos alunos demonstrou não ter dificuldades quanto à aplicação de "fórmulas". Na generalização do processo a linguagem simbólica utilizada tornou mais simples o raciocínio empregado.

Na 4ª parte analisou-se o tratamento dado pelos babilônicos às equações quadráticas. Antigos problemas foram solucionados mediante descrições verbais e, a partir delas, chegou-se à generalização (fórmula) que possibilita a resolução. Um problema cuja representação genérica é do tipo $x^2 – bx = c$ foi exposto e solicitou-se que a sua resposta fosse obtida pela descrição babilônica e por intermédio da formulação simbólica. Outra situação da forma $ax^2 – bx = c$ (com $a \neq 1$) foi proposta com a sugestão de se utilizar da generalização anterior para a sua resolução, observando-se a necessidade de dividir a equação por $\underline{a}$. Entretanto, para quem desejasse evitar o trabalho inicial com frações, indicou-se fazer uma mudança de variável multiplicando-se a equação da forma $ax^2 – bx = c$ por $\underline{a}$ e pela substituição $y = ax$ obter a equação $y^2 – by = ac$ semelhante à forma $x^2 – bx = c$, solúvel a partir das possibilidades já citadas. Destacou-se que este tipo de transformações de equações quadráticas é descrita em tabletas de argila de aproximadamente 4000 anos atrás.

Esta etapa dos trabalhos causou surpresa aos alunos, devido à extraordinária habilidade dos algebristas mesopotâmicos, contudo, demonstrou ser muito complexa para a maioria desses alunos, já que apresentaram dificuldades em operar com coeficientes fracionários e em compreender o artifício de transformação da equação mediante a mudança de variável. Isto revelou que, além de não terem uma compreensão clara relativa ao cálculo algébrico, muitos educandos chegam ao ensino médio com dificuldades quanto às operações algébricas (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação) dentro do conjunto dos números racionais. Para que esta parte fosse concluída se fez necessária à interferência da professora na condução dos processos de generalização.

Na 5ª parte apresentou-se um histórico das primeiras utilizações sistemáticas de símbolos algébricos, período conhecido como "álgebra sincopada", que teve

início com o matemático grego Diofanto (c. 300 d.C.). Neste período de desenvolvimento algébrico os sinais (símbolos) são abreviações de palavras. Foram expostos alguns exemplos de antigos manuscritos e suas interpretações na simbologia moderna. Realizou-se um percurso por fases de aprimoramento da álgebra sincopada em direção à álgebra simbólica pela exposição de diversas representações de equações desde o séc. XV até o séc. XVII. Observou-se que as notações simbólicas tornaram-se estáveis no séc. XVII e, decorrente da linguagem algébrica, inúmeros campos da Matemática puderam evoluir. Após as informações quanto às abreviações e simbologias empregadas ao longo da história solicitou-se que os alunos resolvessem um problema presente na obra "*Arithmetica"* de Diofanto, (HARPER, 1987 *apud* LINS e GIMENEZ, 2006) e que expusessem sua solução na forma genérica. Esta situação problema tratava da obtenção de dois números conhecendo-se a soma e a diferença entre eles.

O resultado desta atividade foi surpreendente, cerca de 90% dos alunos forneceram a solução correta e, utilizando-se da notação simbólica atual, demonstraram a solução genérica. Algumas soluções expostas por certos grupos de trabalho:

- *Dados os números: A = 14, B = 10, C = 6 e D = 4. Seja A a soma dos dois números e C a diferença, então* $\begin{cases} B + D = A \\ B - D = C \end{cases}$.

  A maioria das duplas chegou à generalização a partir de valores numéricos.

- Alguns grupos não fizeram uso dos números para a obtenção da solução genérica e apresentaram a resposta na forma simbólica, como:

  $\begin{cases} x + y = z \\ x - y = w \end{cases}$ *e* $\begin{cases} a + b = c \\ a - b = d \end{cases}$.

A 6 ª parte da atividade "Uma introdução à História da Álgebra" constituiu em um trabalho de pesquisa na internet e a apresentação dos resultados à turma. As classes foram divididas em 7 grupos, cada um deles ficou responsável pelo estudo da história da matemática de diferentes civilizações. Pesquisou-se aspectos históricos, culturais, produções matemáticas, registros ou publicações, biografias e 2 problemas matemáticos destas civilizações cujas soluções puderam ser expostas empregando-se métodos históricos de resolução ou pela álgebra simbólica.

Esta atividade envolveu os participantes dos grupos na realização das pesquisas e na organização do material de exposição para a classe. Alguns deles elaboraram cartazes e grande parte dos grupos montou slides que foram projetados na TV Pendrive[7]. Observou-se que, dos problemas matemáticos históricos expostos, a maioria deles foi solucionada utilizando-se da linguagem simbólica atual. A exploração das situações problema despertou a curiosidade dos grupos de alunos na busca de soluções e, em conseqüência disso, surgiu uma possibilidade para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

A segunda atividade investigativa foi a aplicação do material didático (Folhas)[8] Equações Algébricas – Intrigas e Desafios Intelectuais que consiste em uma abordagem histórica dos métodos algébricos para a resolução de equações de 1º, 2º e 3º graus. As descrições feitas a seguir caracterizam o formato dado ao Folhas, identificando o conteúdo do texto e das atividades que o integram:

- A partir de um problema originário do Manuscrito de Bakhshali e cuja solução pode ser obtida por meio de uma equação de 1º grau, fez-se um histórico dos procedimentos utilizados nesta resolução e que foram descritos no séc. IX, pelo matemático árabe Mohammed ibn-Musa al-Khwarizmi (783-850) na obra "*Al-Kitab al-jabr wa'l Muqabalah"* cuja tradução é "O livro da restauração e da redução". Destacou-se que o termo "al-jabr" cuja variação latina é "álgebra" passou a designar o ramo da matemática relativo às equações. Introduziu-se um breve comentário sobre os estágios de desenvolvimento da linguagem algébrica: o retórico (verbal), o sincopado (abreviações de palavras) e o simbólico. Foi proposta a resolução do epitáfio descrito na obra *"Antologia Grega"* que faz referências à vida de Diofanto (séc. III d.C.), cuja solução pode ser obtida utilizando-se de uma equação de 1º grau e dos procedimentos de "restauração" e "redução" que constituem em um método algébrico para a resolução destas equações.

---

[7] A TV Pendrive é um aparelho televisor de 29 polegadas, com entradas para VHS, DVD, cartão de memória e *pen drive* e saídas para caixa de som e projetor multimídia, que foi desenvolvido exclusivamente para o Estado do Paraná e disponibilizado pela Secretaria de Estado da Educação (SEED) para todas as salas de aula das escolas públicas estaduais deste Estado.

[8] O Folhas é um material didático produzido por professores do Estado do Paraná, sob uma metodologia específica proposta pela SEED e direcionado para os alunos da educação básica. O Projeto Folhas é parte integrante do Programa de Formação Continuada dos Profissionais da Educação. A elaboração do Folhas: Equações Algébricas – Intrigas e Desafios Intelectuais ocorreu no 2 º período do PDE (julho a dezembro de 2007).

- O estudo das equações de 2º grau iniciou-se a partir do tratamento dado pelos babilônicos a um problema típico encontrado em uma tableta de argila (c. 1700 a.C.) e cujas soluções formam obtidas por descrições verbais características do período retórico do desenvolvimento algébrico. Um problema similar foi proposto e solicitou-se a sua resolução pelo método babilônico descrito. A fórmula geral para a solução de equações de 2º grau (solução algébrica) foi obtida pelo método de completar quadrados e comentou-se que somente no Brasil esta relação matemática é conhecida como "Fórmula de Bhaskara". Pediu-se que um problema de origem hindu atribuído a Mahavira (C. 850 d.C.) fosse solucionado mediante a aplicação da fórmula geral para solução de equações de 2º grau.

- Inseriu-se um breve comentário que faz referência às equações de 3º grau ao longo história; o destaque principal foi dado à descrição da intriga histórica que envolveu os matemáticos Girolamo Cardano (1501-1576) e Nicolò Fontana (1499-1577) o "Tartaglia". Partiu-se da biografia de cada um dos matemáticos envolvidos e chegou-se ao duelo entre Antônio Maria Fior e Tartaglia, evento que instigou Tartaglia a obter a solução algébrica (fórmula geral) para as equações de 3º grau, a qual Cardano teve acesso mediante um juramento de sigilo e a quebra da promessa que culminou na publicação do método na obra *"Ars Magna".* Sugeriu-se a realização de uma pesquisa para descobrir se outras intrigas semelhantes ocorreram na História das Ciências.

- Neste ponto, fez-se uma incursão filosófica no campo da ética, analisando os conceitos de ética produzidos historicamente tendo como base os filósofos: Sócrates, Aristóteles, Santo Agostinho, São Tomás de Aquino, Jean Jacques Rousseau, Immanuel Kant e Georg Wilhelm Friedrich Hegel. A partir destas reflexões solicitou-se um parecer acerca da atitude de Cardano.

- Retornou-se às equações algébricas de 3º grau do tipo $x^3 + cx + d = 0$ e, por intermédio da linguagem algébrica atual, desvelou-se o raciocínio desenvolvido por Tartaglia para a obtenção do método algébrico de solução destas equações (conhecido como Fórmula de Cardano – Tartaglia) e que foi o ponto da contenda entre estes dois matemáticos. Ilustrou-se o processo obtido por Tartaglia, que possibilitou a transformação de equações do tipo $x^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ou $x^3 + bx^2 + d = 0$ para a forma $x^3 + cx + d = 0$, solúveis pela Fórmula de Cardano – Tartaglia. Foram propostas duas equações para serem resolvidas utilizando-se dos

métodos estudados, uma do tipo $x^3 + cx + d = 0$ e outra da forma $x^3 + bx^2 + cx + d = 0$.

- Comentou-se que a fórmula geral para a resolução de equações de 3º grau obtida por Tartaglia não finalizou as dúvidas relativas a estas equações, pois permite obter apenas uma das três raízes ou não fornece raízes evidentes, como constatou Rafael Bombelli (1526-1573) ao buscar a solução da equação $x^3 - 15x - 4 = 0$ utilizando-se da Fórmula de Cardano – Tartaglia e obteve: $x = \sqrt[3]{2+\sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{-121}}$, não encontrando 4 como raiz, valor já conhecido. Decorrente da Fórmula de Cardano – Tartaglia surgiram novas questões dentro da matemática e que estudadas ao longo de 200 anos deram origem ao conjunto dos números complexos.

- A partir da questão "equações com grau maior que 3 possuem resolução algébrica?" apresentou-se informações históricas sobre a obtenção por Ludovico Ferrari (1522-1560) do método geral para a solução das equações algébricas de 4º grau, fato que deu início a uma busca incansável de soluções algébricas para as equações de 5º grau e de graus maiores que 5.

- Para finalizar, relatou-se que somente no início do séc. XIX o jovem matemático norueguês Niels Henrik Abel (1802-1829) demonstrou que equações de 5º grau não podem ser resolvidas algebricamente e o francês Evariste Galois (1811-1832) obteve um critério geral para verificar quando uma equação de grau maior que 4 é solúvel pela utilização de operações algébricas envolvendo os coeficientes das equações.

Algumas considerações relativas à aplicação do Folhas:

- O objetivo principal desta atividade foi fazer uma introdução histórica aos processos algébricos de solução de equações de 1º, 2º e 3º graus para um posterior estudo de teoremas e relações (teorema fundamental da álgebra, teorema da decomposição, raízes múltiplas, raízes nulas, raízes complexas, relações de Girard e prováveis raízes racionais) que possibilitam a obtenção das raízes de equações algébricas.
- O material didático: Equações Algébricas – Intrigas e Desafios Intelectuais foi aplicado em três classes, sendo: uma 3ª série do Ensino Médio e duas 4as séries do Curso de Formação de Docentes. Cada

aluno recebeu uma cópia do material para um melhor aproveitamento dos estudos conduzidos.

- A situação problema inicial já mencionada motivou os alunos à busca de uma solução e percebeu-se que muitos deles obtiveram a resposta correta utilizando-se da álgebra simbólica, enquanto outros, a partir de tentativas, mas sem a interferência da professora. A descrição simbólica do problema é uma equação de 1º grau; as informações que trataram dos procedimentos utilizados na resolução deste tipo de equações e a origem do termo "álgebra" chamaram a atenção dos alunos. Apesar dos comentários breves feitos sobre os três estágios do desenvolvimento da linguagem algébrica, a exposição de um problema no estilo retórico gerou inúmeros questionamentos relacionados a formas diversas de pensamento que levam à resolução de problemas e que foram vivenciados em outras experiências escolares sendo então rememorados pelos alunos.
- O processo de obtenção da fórmula geral para a solução de equações do 2º grau já era conhecido dos alunos, sendo apenas acrescentada a informação referente ao fato desta fórmula não ser a "Fórmula de Bhaskara".
- A intriga histórica que envolveu os matemáticos Cardano e Tartaglia fomentou o interesse pelas discussões filosóficas quanto à ética e, o fato deste último ter sido um autodidata manteve a atenção dos alunos nos processos de generalização que conduziram à fórmula geral para a solução de equações de 3º grau. Apesar da participação da classe nas deduções, a realização da atividade que propunha a transformação de uma equação do tipo $x^3 + bx^2 + cx + d = 0$ à forma $x^3 + cx + d = 0$ para posterior aplicação da Fórmula de Cardano-Tartaglia, tornou-se uma tarefa muito complexa e foi necessária a interferência constante da professora para a conclusão do exercício.
- Os resultados obtidos nas avaliações feitas após o estudo das equações algébricas demonstraram que apenas 20% dos alunos não compreenderam de forma satisfatória o conteúdo. Para estes, foram feitas aulas de revisão e também foi oportunizada uma nova avaliação, e desta verificação, observou-se que os erros que persistiram eram

relativos às operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão, potenciação e radiciação) envolvendo números reais e números complexos.

Considerações finais

Sabe-se que os conceitos matemáticos surgiram de problemas práticos decorrentes da vida cotidiana ou de questões teóricas que envolveram as mentes de inúmeros matemáticos ao longo da história. Nas narrativas históricas da Matemática encontram-se também aspectos referentes a comportamentos, a atitudes mesquinhas, inerentes à condição humana. Conhecer manifestações que tratam dos processos criativos permite aos alunos um envolvimento na construção do conhecimento histórico, superando-se a visão da matemática como um produto pronto e acabado. A história da matemática como metodologia de ensino leva para a sala de aula questões relativas às necessidades humanas que deram origem a conceitos matemáticos e às produções teóricas conseqüentes das abstrações e generalizações obtidas.

O grande desafio para os professores de matemática que procuram fazer uso da história da matemática em sala de aula consiste na transformação das informações históricas obtidas por meio de pesquisas bibliográficas em atividades de ensino que propiciem aos alunos um encontro histórico com o conhecimento matemático e na elaboração de abordagens pedagógicas que favoreçam a reconstrução e assimilação dos conceitos envolvidos nestes conteúdos.

O conhecimento da história da matemática é essencial para todo professor desta área, pois mesmo que as informações históricas não tenham aplicação direta em sala de aula, a compreensão do desenvolvimento histórico dos conceitos pode influenciar positivamente às práticas pedagógicas. De acordo com Brito e Miguel (1996), a história da matemática na formação do professor pode contribuir na percepção “da natureza da matemática, dos processos de abstração, de generalização e de demonstração, das dimensões estética e ético-política da atividade matemática”. Contudo, a grande maioria dos professores que atuam nas escolas não teve em sua formação disciplinas referentes à história da matemática, cabendo a eles a busca destes conhecimentos por intermédio de cursos de

formação continuada, pesquisas bibliográficas, etc., pois, segundo Auguste Comte (*apud* Motta e Fereira, 2007) “Não se conhece completamente uma ciência, a menos que saiba a sua história”.

O recurso à história da matemática sozinho não soluciona todos os problemas da Educação Matemática, mas, observa-se que as atividades inspiradas na história motivam os alunos à aprendizagem, humanizam a matemática, conduzem a investigações e contribuem para a compreensão dos conteúdos matemáticos a partir da re-criação ou da re-descoberta de conceitos. Uma abordagem histórica da construção de conceitos matemáticos pode propiciar uma visão da produção matemática, e revela que a matemática é um produto da cultura humana, mutável com o tempo.

O conhecimento da história do desenvolvimento algébrico possibilita a percepção da simbologia algébrica como uma linguagem que facilita a expressão do pensamento matemático. Atividades que contemplem os estágios de evolução podem contribuir para a construção do pensamento algébrico em direção à formalização da linguagem simbólica e, diante disso, amenizar dificuldades relativas à abstração. À medida que a linguagem algébrica se torna familiar ao aluno, ele pode compreender a função da generalização para a solução de situações problema.

As investigações desenvolvidas demonstraram que o recurso à história da matemática na prática pedagógica vai além de um elemento motivador, pois as informações e os problemas históricos permitem reflexões que auxiliam, tanto na formação do professor quanto na dos alunos e ainda podem contribuir para a re-elaboração de conceitos matemáticos, neste caso específico, os conceitos algébricos.

Referências bibliográficas

CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da matemática.** Lisboa: Gradiva, 2005, 6. ed., 295p.

MOTTA, C. D. V. B.; FERREIRA, V. L. **Uma perspectiva multicultural para a História da Matemática na formação de professores das séries iniciais.** Guarapuava: SBHMat, 2007. (Coleção História da Matemática para Professores).

PARANÁ (Estado). Secretaria de Estado da Educação – SEED. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná.** 2008.

Bibliografia

BARONI, R. L. S.; BIANCHI, M. I. Z. **História da Matemática em livros didáticos.** Guarapuava: SBHMat, 2007. (Coleção História da Matemática para Professores).

BAUMGART, J. K. **Álgebra.** Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992, 112p. (Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula, V. 4).

BRITO, A. J.; MIGUEL, A. **A História da Matemática na Formação do Professor de Matemática.** Cadernos CEDES – História e Educação Matemática. Campinas: Papirus, n.40, 1996, p.74-61.

BRITO, A. J.; MIORIM, M.A. **A história na formação de professores de matemática:** reflexões sobre uma experiência. Anais do III Seminário Nacional de História da Matemática, 1999.

BOYER, C. B. **História da matemática.** Trad. Elza F. Gomide. 2. ed., São Paulo: Edgard Blücher, 1996, 496p.

CONTADOR, P. R. M. **Matemática, uma breve história.** 2. ed., São Paulo: Livraria da Física, 2006, (V. 2), 464p.

D'AMBROSIO, U. **A História da Matemática** – Questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas.** São Paulo: UNESP, 1999, p.97-115.

_____. U. **Educação matemática**: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996, 13 ed., 120p.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A experiência matemática.** Trad. João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989, 4. ed., 461p.

_____. **O Sonho de Descartes** – O mundo de Acordo com a Matemática. Trad. Mário C. Moura. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1998, 2. ed., 334p.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2005, 844p.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. & MIGUEL, A. **Contribuição para um Repensar a Educação Algébrica Elementar.** Revista: Pro-posições. Campinas: Cortez, n.1, V. 4, 1993, p.78-91.

GARBI, G. G. **A rainha das ciências.** Um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2006, 346p.

_____. **O romance das equações algébricas.** 2. ed., São Paulo: Livraria da Física, 2007, 240p.

IFRAH, G. **História Universal dos Algarismos.** Rio de janeiro: Nova Fronteira, 1998, 1.ed., 1050p.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI.** Campinas: Papirus, 2006,7. ed., 176p.

PARANÁ (Estado). Secretaria de Estado da Educação – SEED. **Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE:** Documento – síntese. 2007.

História da Matemática – história dos problemas. Disponível em <http://www.malhatlantica.pt/mathis/index.html>. Acesso em: 07/Nov./2008.

TELES, R. A. de M. **A Aritmética e a Álgebra na Matemática Escolar.** Educação Matemática em Revista**,** São Paulo: SBEM, ano 11, n. 16, 2004, p.8-15.

VIANNA, C. R. **Usos didáticos para a História da Matemática.** Anais do I Seminário Nacional de História da Matemática, 1998, p.65-79.