

NRE: Pitanga	Município: Pitanga
Nome do professor: Roberto Rech	e-mail: robertorech@seed.pr.gov.br
Escola: C. E. D. Pedro I - EFMP	Fone: (42)36461331
Disciplina: Matemática	Série: 3ª EM
Conteúdo Estruturante: Números e Álgebra	
Conteúdo Específico: Matrizes	
Título: A sua alimentação está equilibrada?	
Relação interdisciplinar 1: Biologia	Colaborador 1:
Relação interdisciplinar 2: Física	Colaborador 2:
Colaborador da disciplina do autor:	

A sua alimentação está equilibrada?

O Guia Alimentar para a população brasileira, publicação do Ministério da Saúde, destaca que o valor energético de uma alimentação saudável deve ser composto de 55 a 75% de carboidratos, 15 a 30% de gorduras e 10 a 15% de proteínas.

Faça um levantamento para verificar quais grupos de alimentos são mais comuns em sua alimentação. A partir dele você sabe calcular a quantidade necessária de cada um deles para uma alimentação equilibrada? E calcular o total de energia que os alimentos ingeridos durante um dia lhe forneceram?

Porém, antes de efetuarmos todos esses cálculos, precisamos compreender o que significa uma alimentação saudável e em que contexto encontram-se as discussões sobre este tema. Tratar de alimentação nos leva a pensar em temas aparentemente contraditórios, tais como subnutrição e obesidade. Essa contradição realmente existia antigamente, pois a obesidade estava diretamente relacionada às classes de renda mais altas da sociedade, enquanto a subnutrição era associada ao profundo estado de pobreza das populações dos países subdesenvolvidos. No entanto, hoje a obesidade está presente em todas as classes sociais e em praticamente todos os países do mundo. Segundo dados do IBGE¹, o Brasil possui cerca de 40% da população com sobre peso. Entre a população de baixa renda existem mais pessoas com peso acima do adequado que abaixo dele. Esse fato pode ser compreendido através da explicação do *Dr. Philip James*, criador da *Obesity Task Force*, órgão que monitora o aumento da obesidade no mundo: “As

¹ Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)

peessoas de baixa renda não têm chance de escolher uma dieta de boa qualidade e de se exercitar fisicamente. Sua alimentação é carregada de gordura e açúcar.”

Houve época em que todos os esforços deveriam visar o fim da fome em nosso país. Hoje, além do problema da subnutrição, que vem sendo reduzido, temos de encarar seriamente o problema da obesidade. Enfrentar esse problema significa substituir hábitos alimentares pouco saudáveis por outros melhores.

E como anda a sua dieta alimentar?

Você considera seus hábitos alimentares saudáveis?

Segundo o Guia alimentar para a população brasileira, uma alimentação saudável deve contemplar todos os grupos alimentares. Uma boa refeição deve ser composta por alimentos pertencentes aos grupos de alimentos básicos (carnes, ovos e laticínios; cereais, massas e grãos; e, vegetais e frutas). Nenhum desses grupos deve ser evitado, sob o risco de se ter uma alimentação com falta de alguns nutrientes importantes. A quantidade de cada alimento é variável de acordo com fatores como: peso, idade, sexo e intensidade de atividade física. Devemos observar que o número de kcal (quilocalorias) não é o único fator que deve ser considerado, necessitamos de vitaminas, sais minerais e fibras. Por isso é importante distribuir adequadamente a alimentação.

Vamos pesquisar um pouco:

(Você poderá encontrar as informações solicitadas no “Guia alimentar para a população brasileira”, disponível no endereço: http://dtr2004.saude.gov.br/nutricao/guia_conheca.php).

Qual a função das vitaminas no organismo? E das proteínas? E dos carboidratos? E das gorduras?

Que alimentos devem estar presentes numa alimentação saudável? Quais deles devem constituir a base da alimentação e quais devem ser consumidos em menor quantidade?

Agora que você já conhece a função de cada grupo de nutrientes e quais alimentos devem estar presentes numa alimentação saudável, vamos analisar um caso hipotético de alimentação diária de uma pessoa. Observe o quadro:

Alimento	Quantidade	Carboidratos (g)	Proteínas (g)	Gorduras (g)
Café com leite	400 g	20	12	14
Pão Caseiro	100 g	50	10	24
Margarina	20 g	0	0	16
Arroz	200 g	47	5	1,63
Frango	100 g	2,45	20	1,8
Verduras	100 g	0	0	0
Feijão	50 g	5,4	2,5	0,8

Quando anotamos as quantidades dos alimentos e seus índices de carboidratos, proteínas e gorduras, estamos construindo um quadro. Este quadro é uma representação de dados em linhas e colunas. Vejamos então o que isso significa numa linguagem matemática.

Matrizes:

A um grupo de números, expressos de forma retangular (tabela), damos o nome de matriz. Por exemplo, para o quadro acima a matriz é representada como segue:

$$A = \begin{pmatrix} 400 & 20 & 12 & 14 \\ 100 & 50 & 10 & 24 \\ 20 & 0 & 0 & 16 \\ 200 & 47 & 5 & 1,63 \\ 100 & 2,45 & 20 & 1,8 \\ 100 & 0 & 0 & 0 \\ 50 & 5,4 & 2,5 & 0,8 \end{pmatrix}$$

Determinante é soma algébrica de todos os produtos de n elementos tirados, segundo uma regra estabelecida, de entre n² elementos dispostos em n linhas e n colunas.
Fonte: www.priberam.pt

O nome Matriz, usado para representar estas tabelas numéricas deve-se a *James Joseph Sylvester*², em 1850. Até esta época estas tabelas numéricas sempre estiveram relacionadas com o estudo dos **determinantes**. Este nome estava relacionado com a idéia de geração, criação. Pois com uma tabela desta forma poderiam ser gerados inúmeros sistemas de determinantes. Porém o

² James Joseph Sylvester (1814-1897) – Matemático inglês que deu contribuições fundamentais para o desenvolvimento da Teoria das Matrizes, Teoria dos Invariantes, Teoria dos Números e Combinatória. Foi o fundador do *American Journal of Mathematics*. (Fonte: Wikipedia)

desenvolvimento das matrizes como tópico independente só veio em 1858, com o trabalho “Memoir on the Theory of Matrices” de Arthur Cayley³.

Voltemos à matriz acima representada. Para facilitar a localização de um elemento qualquer da matriz, é necessário que seja estabelecida uma nomenclatura relativa à posição do mesmo. Imagine que podem existir matrizes com muitas linhas e muitas colunas. Como localizar um elemento numa matriz de 500 linhas e 200 colunas, sem que esta siga alguma regra de organização? Isso seria bastante difícil.

Você tem alguma idéia de como isso pode ser feito?

Uma forma possível para estabelecer essa ordem é numerar linhas e colunas. Cada elemento pode ser representado por dois números, um que representa a linha e outro a coluna a que ele pertence. Por convenção foi estabelecido que o primeiro número representa a linha e o segundo a coluna. Por exemplo:

- O elemento 2,45 pertence à 5ª linha e à 2ª coluna, sendo representado por a_{52} .
- O elemento 16 pertence à 3ª linha e à 4ª coluna, sendo representado por a_{34} .

A matriz também pode ser identificada pelas suas linhas e colunas. Basta representá-la pelo seu nome acrescido do número de linhas e de colunas: A_{74} .

Podemos representar as matrizes de forma genérica como segue:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Dizemos então que A é uma matriz com m linhas e n colunas. Cada elemento recebe um índice i (para a linha) e outro j (para a coluna). De forma genérica escrevemos:

$$A = (a_{ij})_{m \times n}$$

A letra A maiúscula é utilizada para representar a matriz.
A letra a minúscula é utilizada para representar cada elemento da matriz A .

Vamos aplicar essas idéias:

1) Observando a matriz obtida com os dados da alimentação, encontre o elemento:

a) a_{23}

b) a_{47}

c) a_{11}

d) a_{64}

e) a_{44}

2) Utilizando a forma genérica para se representar uma matriz, como a matriz A da

³ Arthur Cayley (1821-1895) – Matemático britânico. Desde criança, Cayley apreciava resolver complexos problemas de Matemática como diversão. Trabalhou 14 anos como advogado, profissão que abandonou para tornar-se professor de Matemática Pura em Cambridge. Foi o primeiro a definir o conceito de grupo e fundamentar as bases da teoria das matrizes. (Fonte: Wikipedia)

página 4, represente a soma dos elementos:

- a) da segunda coluna da matriz obtida com os dados da alimentação;
- b) da terceira coluna da mesma matriz.

3) O que significa, em termos de nutrientes, a soma dos elementos da terceira coluna? Qual o resultado obtido?

4) Durante um dia anote em uma tabela os alimentos que você consumiu, suas quantidades e os valores de proteínas, carboidratos e gorduras totais. Em seguida expresse esses dados através da notação matricial.

Operações com Matrizes:

Como você já deve ter percebido, por mais simples que seja, a alimentação de uma pessoa é composta de um grande número de alimentos. Por isso vamos acompanhar o consumo de apenas três alimentos, pertencentes a grupos nutricionais diferentes. Durante dois dias anotamos o consumo destes alimentos, obtendo as informações a seguir:

Primeiro dia:

Alimento	Quantidade	Carboidratos (g)	Proteínas (g)	Gorduras (g)
Leite	400 g	20	16	12
Pão francês	200 g	125	24	4,5
Frutas(2 maçãs)	260 g	40	0,50	2

Segundo dia:

Alimento	Quantidade	Carboidratos (g)	Proteínas (g)	Gorduras (g)
Leite	200 g	10	8	6
Pão francês	150 g	96	18	3,3
Frutas (4 laranjas)	550 g	45	4	1,6

E agora? Como proceder para obter estes dados em apenas um quadro que represente o total de consumo dos dois dias? Podemos somar os números

aleatoriamente ou temos que seguir alguma ordem?

Como você já deve ter percebido, os dados de cada alimento só podem ser adicionados aos dados correspondentes no outro quadro. Vejamos como fica:

Alimento	Quantidade	Carboidratos (g)	Proteínas (g)	Gorduras (g)
Leite	600 g	30	24	18
Pão francês	350 g	221	42	7,8
Frutas	810 g	85	4,50	3,6

Podemos fazer isso utilizando a notação de matrizes. Para o primeiro dia podemos chamar de matriz A e para o segundo dia matriz B. Dessa forma temos:

$$A = \begin{pmatrix} 400 & 20 & 16 & 12 \\ 200 & 125 & 24 & 4,5 \\ 260 & 40 & 0,50 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 200 & 10 & 8 & 6 \\ 150 & 96 & 18 & 3,3 \\ 550 & 45 & 4 & 1,6 \end{pmatrix}$$

Somando cada termo com o seu correspondente teríamos a seguinte notação:

$$A+B = \begin{pmatrix} 400+200 & 20+10 & 16+8 & 12+6 \\ 200+150 & 125+96 & 24+18 & 4,5+3,3 \\ 260+550 & 40+45 & 0,50+4 & 2+1,6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 600 & 30 & 24 & 18 \\ 350 & 221 & 42 & 7,8 \\ 810 & 85 & 4,5 & 3,6 \end{pmatrix}$$

Vamos organizar essas idéias:

- 1) Volte à página 4 e relembre como se escreve uma matriz em sua forma genérica. Agora escreva as matrizes A e B usando a notação genérica.
- 2) Escreva agora a matriz soma das matrizes A e B, também usando a notação geral.
- 3) Observe a relação existente entre os índices dos elementos adicionados. Pense em uma definição para a adição de matrizes a partir de suas observações.
- 4) Como você pode definir a subtração de matrizes? A definição anterior serve como base para a subtração? Então tente elaborar mais essa definição.

Caso tenhamos uma dieta muito balanceada, com a mesma quantidade de nutrientes todos os dias, como devemos proceder para determinarmos o total de nutrientes consumidos em uma semana? Vejamos um exemplo:

Suponhamos que a dieta ideal de uma pessoa deva conter:

Nutrientes	Quantidade (g)
carboidratos	325
lipídios	45
proteínas	75

Representando esses dados em notação matricial teremos a seguinte matriz coluna:

$$A = \begin{pmatrix} 325 \\ 45 \\ 75 \end{pmatrix}$$

E agora como calcular o total de carboidratos, lipídios e proteínas consumidos em uma semana? Calcule e tente descrever o procedimento utilizado.

Até agora tratamos de carboidratos, gorduras (lipídios) e proteínas. Como então, a partir desses nutrientes determinar a quantidade de calorias presente em nossa alimentação?

Antes de calcularmos, precisamos saber o que significa essa tal “caloria”.

Vamos pesquisar um pouco:

Sugestões para a pesquisa: <http://axpfep1.if.usp.br/%7Egref/termo/termo2.pdf>
<http://pt.wikipedia.org/>

1. *O que se mede com a unidade chamada caloria? Como ela é definida?*
2. *A caloria que encontramos nos alimentos é a mesma estudada em Física? Qual a relação entre elas?*
3. *Estabeleça uma relação entre a energia fornecida pelos alimentos e a energia necessária para aquecer a água.*

A quantidade de calor necessária para aquecer a água pode ser facilmente calculada através da equação fundamental da calorimetria:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\Theta$$

Em que: Q = quantidade de calor em calorias;
 m = massa de água em gramas;
 c = calor específico da água (1 cal/g.⁰C);
 $\Delta\Theta$ = variação de temperatura em graus Celsius.

Utilizando essa equação, podemos determinar a quantidade de água que é possível aquecer com a energia contida em cada alimento. Vejamos o caso do pão francês de 50 gramas. Um pão francês possui 154 kcal de energia. Tomando como referência a massa de 50 kg de água, o que corresponde à massa de uma pessoa pequena, vamos calcular a variação de temperatura que essa energia é capaz de produzir.

$$Q = 154 \text{ kcal} = 154000 \text{ calorias}$$

$$m = 50 \text{ kg} = 50000 \text{ gramas}$$

$$c = 1 \text{ cal/g.}^\circ\text{C}$$

$$\Delta\Theta = ?$$

$$Q = m.c.\Delta\Theta$$

$$154000 = 50000.1.\Delta\Theta$$

$$\Delta\Theta = 154000/50000$$

$$\Delta\Theta = 3,08 \text{ }^\circ\text{C}$$

Perceba que apenas um pão francês é capaz de elevar a temperatura de 50 kg de água em aproximadamente 3 °C. Podemos perceber que grande parte da energia que adquirimos através dos alimentos é gasta na manutenção de nossa temperatura. Todo esse processo é devido ao metabolismo, que faz a conversão desses alimentos em energia útil ao nosso organismo.

Vamos testar com outros alimentos:

1. *Você gosta de batatas fritas? Cada 100 gramas deste alimento possui 521 kcal de energia. Agora imagine que toda essa energia possa ser usada para aquecer 50 kg de água. De quantos graus essa água pode ter sua temperatura elevada?*
2. *Qual a sua massa corporal? Escolha um alimento que você gosta. Busque na Tabela Brasileira de Composição de Alimentos, localizada em <http://www.fcf.usp.br/tabela/index.asp>, a quantidade de kcal desse alimento. Em seguida efetue o cálculo da variação de temperatura de uma quantidade de água equivalente à sua massa corporal.*

Nutrientes, como os carboidratos, as gorduras e proteínas, nos fornecem a energia que precisamos para viver. Você saberia dizer qual dos três fornece mais energia por grama de sua massa?

O quadro abaixo mostra a quantidade de energia que cada um deles pode fornecer por grama de massa:

Nutrientes	Energia (kcal)
carboidratos	4
proteínas	4
gorduras	9

Volte à página 5 e retome os dados do quadro relativo ao primeiro dia. Lá estão expressas as informações nutricionais relativas à quantidade de proteínas, carboidratos e gorduras de alguns alimentos. Utilizando as informações sobre a quantidade de energia de cada um desses nutrientes, vamos tentar determinar o total de energia do primeiro dia.

Relacionando os dois quadros podemos perceber que os valores relativos a carboidratos e proteínas devem ser multiplicados por 4 e os relativos às gorduras por 9:

Alimento	Carboidratos	Proteínas	Gorduras
leite	20 x 4	16 x 4	12 x 9
pão francês	125 x 4	24 x 4	4,5 x 9
frutas (duas maçãs)	40 x 4	0,50 x 4	2 x 9

De onde obtemos:

Alimento	Carboidratos (kcal)	Proteínas (kcal)	Gorduras (kcal)
leite	80	64	108
pão francês	500	96	40,5
frutas (duas maçãs)	160	2	18

Perceba que todos os dados referem-se ao número de kcal de cada alimento. Podemos então agrupá-los de forma a ter o total energético fornecido por cada alimento, como segue:

Alimento	Energia (kcal)
leite	252,0
pão francês	636,5
frutas (duas maçãs)	180,0
Total	1068,5

O total do quadro representa a quantidade de kcal fornecida por esse

conjunto de alimentos. E agora, como poderíamos proceder para efetuarmos esses cálculos somente utilizando a notação de matrizes?

Para isso precisamos compreender a multiplicação de matrizes. Primeiramente vamos escrever as matrizes de nosso problema:

$$A = \begin{pmatrix} 20 & 16 & 12 \\ 125 & 24 & 4,5 \\ 40 & 0,5 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$$

A matriz A representa as quantidades em gramas de carboidratos, proteínas e gorduras do leite, do pão francês e das frutas. A matriz B representa a quantidade de energia em kcal por grama de cada nutriente.

E agora como proceder para multiplicar essas matrizes?

Que regras temos que estabelecer para que essa multiplicação seja possível?

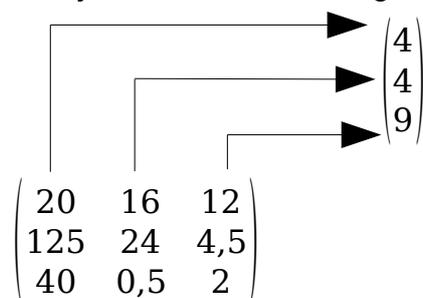
Veja na página 9 como foi efetuada a multiplicação. Que conclusão é possível tirar daquele procedimento?

Vamos organizar essas idéias:

A multiplicação de duas matrizes somente é possível quando o número de colunas da primeira é igual ao número de linhas da segunda. Vejamos os casos a seguir:

- A x B é possível, pois a matriz A possui 3 colunas e a matriz B possui 3 linhas;
- B x A não é possível, pois a matriz B possui 1 coluna e a matriz A possui 3 linhas.

Perceba que deve haver uma correspondência entre os elementos que são multiplicados. Por exemplo o número 9, que é a energia em kcal das gorduras, é multiplicado apenas pelas quantidades em gramas das gorduras do leite, do pão e da fruta. Vejamos como fica o algoritmo da multiplicação dessas duas matrizes:



A multiplicação deve seguir as setas, sendo multiplicado o número 20 pelo número 4, 16 pelo 4 e 12 pelo 9. Observe que é isso que foi feito no quadro da

página 9. Para as outras linhas da matriz A segue-se o mesmo procedimento. Lembre-se que para se obter o total de kcal do leite, do pão e da fruta, somamos os resultados obtidos na multiplicação. Portanto já podemos efetuar essa adição representando-a como segue:

$$A \times B = \begin{pmatrix} 20 \times 4 + 16 \times 4 + 12 \times 9 \\ 125 \times 4 + 24 \times 4 + 4,5 \times 9 \\ 40 \times 4 + 0,5 \times 4 + 2 \times 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 + 64 + 108 \\ 50 + 96 + 40,5 \\ 160 + 2 + 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 252 \\ 636,5 \\ 180 \end{pmatrix}$$

Agora compare o resultado obtido pelas matrizes com o resultado nos quadros da página 9. Na verdade o procedimento foi praticamente o mesmo.

Vamos agora testar e aprofundar nossos conhecimentos:

- 1) Agora que você já sabe quando o produto de duas matrizes é possível, analise os casos a seguir, escrevendo se é possível ou impossível a multiplicação:
 a) $A_{2 \times 3} \times B_{3 \times 2}$ b) $B_{3 \times 2} \times A_{2 \times 3}$ c) $A_{3 \times 1} \times B_{2 \times 3}$ d) $B_{2 \times 3} \times A_{3 \times 1}$
- 2) A propriedade comutativa é válida para a multiplicação de matrizes? Para que essa propriedade seja válida é necessário que sempre existam os produtos $A \times B$ e $B \times A$ e que sejam iguais.
- 3) Volte à página 5 e transcreva em forma de matriz os dados relativos a carboidratos, proteínas e gorduras do quadro do segundo dia. Determine através da multiplicação de matrizes a quantidade de energia fornecida por cada alimento.
- 4) Escolha três alimentos de sua preferência na quantidade consumida habitualmente. Construa uma tabela onde você preencherá os dados relativos a carboidratos, proteínas e lipídios de acordo com a *Tabela Brasileira de Composição de Alimentos* (<http://www.fcf.usp.br/tabela/index.asp>). Através da multiplicação de matrizes determine a quantidade de kcal fornecida por cada alimento. Verifique se o seu resultado confere com o fornecido pela TBCA.

Curiosidades:

Você quer saber quantas kcal deve ingerir por dia? Quanto de carboidratos, proteínas e gorduras?

É possível encontrar alguns simuladores online que efetuam esses cálculos.

Eis alguns exemplos de sites:

<http://www.luxus.com.pt/html/simuladorCalorias.asp>

<http://www.cdof.com.br/nutri7.htm>

Note como é extenso e complexo o tema alimentação humana. Até aqui tratamos apenas de nutrientes como carboidratos, proteínas e lipídeos. Não abordamos nem as vitaminas e nem as fibras alimentares. Uma alimentação saudável requer informação, conhecimento e bom senso. Lembre-se sempre de inserir alimentos de todos os grupos alimentares básicos, tais como carnes, ovos e laticínios; cereais, massas e grãos; e, vegetais e frutas.

REFERÊNCIAS

BOLDRINI, José Luiz, et al. **Álgebra Linear**. 3. ed. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1980.

BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Atenção à Saúde. Coordenação-Geral da Política de Alimentação e Nutrição. Guia Alimentar para a população brasileira: promovendo a alimentação saudável. Brasília: Ministério da Saúde, 2006. 210 p.

JAMES, Philip. Um bilhão de gordos. Veja, São Paulo, n. 1766, 28 ago. 2002. Entrevista concedida a Tania Menai. Disponível em: <http://veja.abril.com.br/280802/entrevista.html>. Acesso em: 06 fevereiro 2008.

LONGEN, Adilson. **Matemática**: Ensino Médio. Curitiba: Positivo, 2004. v. 3.

Obesidade está crescendo no Brasil, revela IBGE. **Revista Época**: online. Rio de Janeiro, 16 dezembro 2004. Disponível em: <http://revistaepoca.globo.com/Epoca/0,6993,EPT878919-1664,00.html>. Acesso em: 04 fevereiro 2008.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Faculdade de Ciências Farmacêuticas. Departamento de Alimentos e Nutrição Experimental/BRASILFOODS (1998). Tabela Brasileira de Composição de Alimentos-USP. Versão 4.1. Disponível em: <http://www.fcf.usp.br/tabela>. Acesso em: 06.02.2008.