

# **MATEMÁTICA E JOGOS DE BINGO: UMA APLICAÇÃO PRÁTICA DA PROBABILIDADE E TEORIA DA CONTAGEM**

**José Carlos David**

**Orientador: Prof. Dr. Túlio Oliveira de Carvalho**

## **INTRODUÇÃO**

O presente artigo tem como objetivo analisar a aplicação de jogos no ensino da matemática. Para tanto escolhemos o jogo de bingo com a finalidade de abordar os conceitos matemáticos da probabilidade e da teoria da contagem junto a alunos do ensino médio. Entendemos que a análise dos resultados e a intervenção adequada do professor induzem a construção e reconstrução dos conceitos relativos ao conteúdo proposto.

Sabemos que as atividades lúdicas são inerentes ao ser humano, desde crianças temos um contato imenso com jogos e brincadeiras, apesar de amadurecermos, não nos distanciamos desta prática, sendo que o jogo do bingo é muito apreciado inclusive por pessoas da terceira idade.

Por meio dos jogos o indivíduo torna-se o dinamizador de seu próprio conhecimento e do processo de aprendizagem, uma vez que as atividades lúdicas proporcionam um grande envolvimento dos alunos, e desta forma ele não é reduzido a um mero assimilador de conhecimentos transmitidos já que sua intensa participação estimula e motiva seu interesse pela disciplina de matemática.

Os jogos, as brincadeiras, enfim, as atividades lúdicas exercem um papel extremamente importante para a aquisição do conhecimento, conceitos e habilidades matemáticas, estimulam a imaginação, o raciocínio lógico, a organização, atenção e concentração dos alunos. Além disso, auxiliam no desenvolvimento cognitivo, afetivo, social e moral das crianças, representando um momento que precisa ser valorizado nas atividades escolares, especificamente, na sala de aula.

Tendo em vista a importância dos jogos no aprendizado e na transmissão do conhecimento matemático, propomos uma experiência de atividade lúdica entre os alunos do 2º ano do ensino médio, a fim de apresentar o conteúdo da probabilidade de forma dinamizadora e interativa.

## **1 REFERENCIAL TEÓRICO**

### **1.1 O JOGO DE BINGO**

Os jogos de azar são aqueles em que a perda ou o ganho dependem mais da sorte do que do cálculo, ou somente da sorte. Estes jogos estão muito ligados às probabilidades. Alguns dos seus exemplos são: a roleta, o bingo, jogos de baralhos de cartas, o totoloto, etc. (Cebola; Henriques, 2005/2006).

O bingo é um jogo de azar, onde bolas numeradas são colocadas dentro de um globo, e sorteadas uma a uma, até que algum jogador preencha toda a sua cartela com os resultados desse sorteio. Os resultados desses números devem ser marcados em cartelas com números aleatórios.

Tradicionalmente, os vencedores são aqueles que conseguirem completar primeiro a cartela e quando acontecer isso os ganhadores devem alertar que ganharam, gritando a palavra "bingo!". Assim o sorteio é parado e o chefe de mesa vem conferir a cartela. Geralmente esses jogos ocorrem durante tem gincanas, festas da igrejas, festas juninas, entre outros.

No Brasil existem muitas polêmicas acerca das casas de bingo, casos de propinas e lavagem de dinheiro, e vários processos judiciais impedem e re-admitem o funcionamento de casas especializadas nesse jogo. O jogo, porém, continua muito popular durante as festividades juninas, arrecadações beneficentes e também entre amigos (Bingo, 2007).

### **1.2 A HISTÓRIA DO BINGO**

O bingo e a loteria são as formas mais antigas de sorteios de que se tem notícia. Já nos séculos XIII e XIV esse tipo de jogo se popularizou muito na Itália. Em Gênova, existia o costume de se substituir periodicamente os membros da Câmara e do Senado através de sorteio. Os nomes dos membros

eram colocados em bolas, que eram retiradas de uma urna. Daí improvisou-se um jogo depois levado à França pelos exércitos de Carlos VIII (1495). A partir de 1539, o jogo passou a ser brindado com prêmios, e sua renda era revertida ao Tesouro.

A palavra “bingo” é de origem inglesa, originou-se do Loto ou Lotto italiano (uma loteria que surgiu em 1530). Em meados de 1800 este tipo de loteria se propagou rapidamente por toda a Europa e muitos desdobramentos do jogo foram criados. Existem várias histórias de como haveria surgido o nome bingo. Uma delas menciona que o nome bingo surgiu no final do século 19 em Gales, onde mineiros, que praticamente não tinham dinheiro nem pra comer, apostavam em cartões rústicos, marcando os números sorteados com feijões (bean, em inglês, cuja pronúncia é “bin”). Quem ganhava, levava todos os feijões dos cartões dos demais mineiros. Ou seja, o vitorioso poderia levar um saco cheio de feijões para casa. Daí a expressão “bean go”, para sugerir que o feijão ia para o vencedor.

Outra versão para o surgimento do nome diz respeito a sua chegada na América do Norte em aproximadamente 1929, onde se popularizou como “beano”. As ferramentas do jogo consistiam em feijões secos, um carimbo de borracha com números e alguns cartões. Um vendedor de brinquedos de Nova Iorque chamado Edwin Lowe, observou o jogo onde os jogadores exclamavam “beano!” se eles completassem uma linha de seus cartões.

Edwin Lowe, o iniciador do jogo “Lowe's Bingo”, procurou os serviços de um professor de matemática da Universidade Da Columbia, Carl Leffler, para ampliar a quantidade de combinações. Em 1930, o professor Leffler criou 6.000 cartões de bingo com grupos de números não repetidos.

No Brasil, não se tem um registro histórico bem definido. O jogo apareceu nos moldes dos jogos de tabuleiros, também conhecido como loto. No início da década de 1990, a Lei Zico instituiu o bingo como jogo oficial, inspirado nos modelos espanhóis do jogo. Os bingos estabelecidos no Brasil seguem o modelo da maior parte dos bingos do mundo, que distribuem prêmios também para os participantes que completam, antes dos outros, uma das linhas horizontais ou uma das colunas verticais, geralmente compostas de cinco números (A história..., 2007).

### 1.3 O USO DOS JOGOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

De acordo com o PCN+ o ensino de matemática deve estar em consonância com as rápidas transformações que ocorrem no mundo. Para tanto, faz-se necessário preparar os alunos para a vida além da simples reprodução de dados, classificações ou identificação de símbolos. Em outras palavras, supõe-se que os alunos devem estar aptos a

- Saber se informar, comunicar-se, argumentar, compreender e agir;
- Enfrentar problemas de diferentes naturezas;
- Participar socialmente, de forma prática e solidária;
- Ser capaz de elaborar críticas ou propostas; e,
- Especialmente, adquirir uma atitude de permanente aprendizado ([200-], p. 9).

Para tanto é fundamental sempre considerar a realidade do aluno e da escola, e evitar sugerir conteúdos distantes dessa realidade ou complicar o trabalho de disciplinas já existentes, “até porque esse tipo de aprendizado não se desenvolve necessariamente em situações de aula, mas, sobretudo em outras práticas” (op cit., p. 12), entre essas podemos citar como exemplo os jogos.

Em nossa sociedade, o conhecimento matemático é necessário em uma grande diversidade de situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como instrumento para lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda, como forma de desenvolver habilidades de pensamento. Um exemplo da aplicação da matemática em outras disciplinas pode ser encontrado no uso da probabilidade (conteúdo estruturante da nossa prática) em ciências, especificamente no estudo sobre hereditariedade, no qual as noções básicas de probabilidade podem ser utilizadas para prever resultados de cruzamentos. No que diz respeito ao cotidiano, esse conteúdo pode ser aplicado, por exemplo, na análise e julgamento de cálculos efetuados sobre dados econômicos ou sociais ou ainda nas probabilidades de receber determinado prêmio em sorteios ou loterias.

Os jogos representam um importante instrumento para o ensino da matemática, são elementos valiosos no processo de apropriação do conhecimento, pois permitem competências no âmbito da comunicação, das relações interpessoais, do trabalho em equipe, e na assimilação de conceitos matemáticos. O uso dos jogos é incentivado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, de acordo com o PCN+ ([200-], p. 56).

O jogo oferece o estímulo e o ambiente propícios que favorecem o desenvolvimento espontâneo e criativo dos alunos e permite ao professor ampliar seu conhecimento de técnicas ativas de ensino, desenvolver capacidades pessoais e profissionais para estimular nos alunos a capacidade de comunicação e expressão, mostrando-lhes uma nova maneira, lúdica e prazerosa e participativa, de relacionar-se com o conteúdo escolar, levando a uma maior apropriação dos conhecimentos envolvidos. Utilizar jogos como instrumento pedagógico não se restringe a trabalhar com jogos prontos, nos quais as regras e os procedimentos já estão determinados; mas, principalmente, estimular a criação, pelos alunos, de jogos relacionados com os temas discutidos no contexto da sala de aula.

Desta forma, os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, ainda mais quando são desenvolvidos pelos próprios alunos, que interagem com sua construção e desenvolvimento. Este tipo de abordagem já fez parte de nossa proposta de intervenção, com os alunos participando de todo o processo de construção do jogo, conforme será descrito adiante.

Quando os jogos são apresentados de forma atrativa, eles podem favorecer a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e na busca de soluções. Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes quando os alunos enfrentam desafios e buscam de soluções ou ainda no desenvolvimento da crítica, da intuição e da criação. Conforme os Parâmetros Curriculares da Matemática (1998, p. 47), as atividades de jogos permitem ao professor analisar e avaliar os seguintes aspectos:

- Compreensão: facilidade para entender o processo do jogo assim como o autocontrole e o respeito a si próprio;
- Facilidade: possibilidade de construir uma estratégia vencedora;
- Possibilidade de descrição: capacidade de comunicar o procedimento seguido e da maneira de atuar;

- Estratégia utilizada: capacidade de comparar com as previsões ou hipóteses.

Vários autores defendem o uso de jogos no ensino da matemática, entre eles Grandó (2000). Para esta autora, o jogo, em seu aspecto pedagógico, se apresenta produtivo tanto para o professor como para o aluno. Para o primeiro quando busca neste um instrumento que pode provocar o aluno com vistas à aprendizagem de estruturas matemáticas, muitas vezes de difícil assimilação; para o segundo, “que desenvolveria sua capacidade de pensar, refletir, analisar, compreender conceitos matemáticos, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las (investigação matemática), com autonomia e cooperação” (p. 28).

Por meio dos jogos, o indivíduo torna-se o dinamizador de seu próprio conhecimento e processo de aprendizagem, uma vez que as atividades lúdicas proporcionam um grande envolvimento dos alunos, e desta forma ele não é reduzido a um mero assimilador de conhecimentos transmitidos já que sua intensa participação estimula e motiva seu interesse pelos conteúdos trabalhados em sala de aula (Grandó, op cit., p. 2).

Através dos jogos, as posturas, atitudes e emoções demonstradas pelos alunos são as mesmas desejadas na aquisição do conhecimento escolar. Ou seja, espera-se um aluno participativo, envolvido na atividade de ensino, concentrado, atento, que elabore hipóteses sobre as quais interage, que estabeleça soluções alternativas e variadas, que se organize segundo algumas normas e regras e, finalmente, que saiba comunicar o que pensa sobre as estratégias de solução de seus problemas.

Sendo assim, a linguagem matemática, que pode ser considerada de difícil acesso e compreensão para maior parte dos alunos, pode ser simplificada e melhor assimilada através da ação no jogo. O aluno tem a possibilidade de estabelecer uma “ponte” para a compreensão desta linguagem, por meio de uma linguagem auxiliar, utilizada no contexto da situação de jogo, a partir disso ele pode formar um conceito, próximo de uma realidade mais próxima e concreta e não como algo abstrato, distante e incompreensível.

Neste contexto, o jogo deve ser olhado como um elemento que pode disparar o processo de construção do conhecimento e deve expressar aspectos-chave do tópico matemático que se deseja estudar, neste caso probabilidade e teoria da contagem. Assim o jogo é utilizado como um ponto de partida e um meio para se ensinar matemática, permitindo que o aluno possa compreender o conteúdo proposto de forma dinâmica, uma vez que sua interação é maior.

De acordo com Lopes (2008, p. 1), os jogos, as brincadeiras, enfim, as atividades lúdicas exercem um papel extremamente importante para a aquisição do conhecimento, conceitos e habilidades, estimulam a imaginação, o raciocínio lógico, a organização, atenção e concentração dos alunos. Além disso, auxiliam no desenvolvimento cognitivo, afetivo, social e moral das crianças, representando um momento que precisa ser valorizado pelos professores nas atividades escolares.

Assim como Grandó (2000), acreditamos no ensino que considere o aluno como sujeito do processo e que tenha significado para ele. A ludicidade proporciona um ambiente favorável à imaginação, à criação, à reflexão, enfim, à construção que torna o aprender uma atividade prazerosa e que instiga a investigação, ação e participação coletiva dos alunos. A autora citada, em seu trabalho com alunos da 6ª série do ensino fundamental faz o seguinte comentário:

Ao observarmos o comportamento de uma criança em situações de brincadeira e/ou jogo, percebe-se o quanto ela desenvolve sua capacidade de fazer perguntas, buscar diferentes soluções, repensar situações, avaliar suas atitudes, encontrar e reestruturar novas relações, ou seja, resolver problemas (GRANDÓ, 2000, p. 19).

Outras experiências compartilham de conclusões semelhantes quanto à importância do uso de jogos, brincadeiras, enfim da ludicidade em sala de aula. Além do trabalho de Grandó (op cit.), podemos destacar mais dois estudos que envolvem o lúdico e conteúdos da matemática. O primeiro foi desenvolvido por Lopes (2008) envolvendo o ensino da probabilidade através do jogo de dados. Também temos o de Marco (2004) que procura analisar os processos de resolução de problemas mediante a construção de jogos computacionais. Ambos constataram um maior envolvimento e interesse por

parte dos alunos em relação aos conteúdos trabalhados, além disso, evidenciaram a cooperação e interação social entre os educandos.

É importante considerar que nenhuma atividade lúdica é educativa por si só, para que ela tenha essa conotação é necessário o planejamento para ser usado em um contexto educativo, além disso, durante a execução é importante que o professor intervenha adequadamente durante o processo a fim de orientar os educandos e aproximar os conteúdos trabalhados durante a atividade proposta.

## **2 METODOLOGIA**

### **2.1 REFLEXÕES SOBRE A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA**

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio elegem a resolução de problemas como peça central para o ensino da Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Neste sentido, optamos por escolher esta metodologia para ser aplicada com o uso de jogos.

É necessário rompermos com a simples aplicação de exercícios envolvendo conceitos e técnicas matemáticas, uma vez que, ao agirmos dessa forma, estamos realizando uma simples transposição analógica, onde o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos comuns aos daquela situação para encontrar as respostas. Tal ação não garante que o aluno possa ser capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas.

Já na resolução de problemas,

[...] o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido (PCN +, [200-], p. 113).



Nesta metodologia, os alunos tornam-se ativos na construção de seu próprio conhecimento, por meio do desenvolvimento do raciocínio dedutivo ao invés da simples memorização de fórmulas (Lopes, 2008). Os problemas propostos em sala de aula devem despertar o interesse do aluno e sua solução conduzir ao conhecimento matemático pretendido. É com esta intenção que utilizamos o jogo como uma forma de motivação para os alunos.

De acordo com Marco (2004), o ensino da matemática por meio da resolução de problemas tem sido foco de estudos e pesquisas desde a década de 50. Eles iniciaram-se com Pólya em 1945 e, intensificaram-se nas décadas de 70 e 80 com os pesquisadores: Echeverría, Pozo, Post, Schoenfeld, entre outros. Para esses pesquisadores, a idéia central no ensino da matemática por meio da resolução de problemas é fazer com que os estudantes “usassem a cabeça”, na busca de respostas para os problemas propostos. Conforme Pólya (1997, citado por Marco, 2004, p. 10):

Resolver problemas é da própria natureza humana. Podemos caracterizar o homem como o ‘animal que resolve problemas’; seus dias são preenchidos com aspirações não imediatamente alcançáveis. A maior parte de nosso pensamento consciente é sobre problemas; quando não nos entregamos a simples contemplação, ou devaneios, nossos pensamentos estão voltados para algum fim.

Em nossa vida cotidiana, somos solicitados, constantemente, a solucionar problemas simples ou complexos, utilizando-se de análise de variáveis, hipóteses elaboradas, sintetizando-as, testando-as e, se necessário, reformulando-as. Na maioria das vezes, a palavra problema é vista como sinônimo de questão, de investigação.

Pólya (1978, citado por Marco, 2004, pgs. 17 e 18) estabelece as seguintes etapas necessárias para a resolução de problemas:

1. Compreensão do problema: esta etapa consiste em identificar o que é solicitado neste, quais suas variáveis, possibilitando esquematizar ou desenhar o problema e fazer estimativas para sua solução;
2. Elaborar um plano de ação para solucionar o problema: procurar estabelecer nexos entre as variáveis do problema e o que se pretende atingir. A partir de uma linguagem usual é possível

chegar à linguagem matemática escrita na forma de sentença matemática e buscar analogias em outros problemas já resolvidos anteriormente;

3. Executar o plano elaborado: mediante a análise dos procedimentos adotados, complementando esquemas, efetuando cálculos (se necessário), ou ainda vislumbrar outras estratégias para a resolução do problema;
4. Analisar a solução obtida: esta etapa visa rever a aprendizagem, identificando e corrigindo possíveis erros.

Moura (1992, citado por Marco, 2004) traça um paralelo interessante entre a resolução de problemas e os jogos:

O jogo desafia o aluno a se auto-conhecer para superar o outro enquanto na resolução do problema temos a compreensão deste por parte do aluno; no jogo, o jogador cria estratégias para ganhá-lo, enquanto na resolução do problema o aluno tem a necessidade de estabelecer um plano de solução; no jogo, o jogador “lança mão” das estratégias para atingir a vitória e na resolução de problema há a execução do plano de ação para a solução; no jogo, o aluno avalia sua vitória ou sua perda mediante avaliação das estratégias utilizadas em suas jogadas e na resolução de problema o aluno, embora não com frequência, faz o retrospecto da solução encontrada para verificar se acertou ou errou (pgs. 18 e 19).

Além disso, tanto na resolução de problemas, como nos jogos, o aluno para se envolver integralmente, precisa sentir necessidade – subjetiva e objetiva – de resolver o problema ou de ganhar o jogo. A principal diferença entre um e outro é que no jogo, a atividade é percebida com o sentido de alegria, prazer, nem sempre identificada na resolução de problemas.

Assim, o jogo pode ser compreendido com um gerador de situação-problema e desencadeador da aprendizagem do aluno, um instrumento propício para motivar os alunos a refletir sobre o processo de aprendizagem. Esperamos que a atividade proposta seja favorável ao ensino-aprendizagem, levando o aluno a superar desafios, sentir interesse e realização ao perceber todo o processo percorrido no desenrolar do jogo e na teoria da probabilidade.

## 2.2 PREPARAÇÃO DA ATIVIDADE

A atividade foi realizada no Colégio Estadual Marcelino Champagnat, Londrina-PR, entre o final de maio e início de junho de 2008 com quatro turmas do período da manhã e uma turma do período noturno, todas do segundo ano do ensino médio.

Para a execução da atividade foram necessárias cinco aulas, divididas da seguinte maneira:

1. A primeira aula foi explicativa, nela procuramos apresentar a atividade aos alunos. Neste dia falamos sobre o projeto, a história do bingo e a teoria da probabilidade e da contagem, reforçadas durante o jogo de bingo.
2. Utilizamos a segunda aula para confeccionar a cartela didática e a tabela auxiliar dos resultados.
3. Na terceira jogamos o bingo até a 4ª ou 5ª rodada, conforme o desempenho de cada turma.
4. Na penúltima aula terminamos o jogo, neste dia foi entregue a calculadora (prêmio) para o aluno vencedor, em caso de empate sorteamos a pedra maior (prática comum em jogos de bingo).
5. Na última aula fizemos a análise dos dados e um debate sobre a atividade entre os alunos.

## 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 3.1 A ATIVIDADE

Por meio do jogo do bingo será sorteado uma calculadora. Acreditamos que este é um prêmio adequado para a disciplina, pois, de acordo com os PCNs, a calculadora é um instrumento que pode contribuir para a melhoria do ensino da matemática, ajudando na realização de tarefas exploratórias. No globo são colocadas vinte bolas numeradas de 1 a 20 e cada rodada será considerada a retirada de uma bola, anunciada a todos os jogadores. Cada aluno dispõe de uma cartela de seis números aleatórios. Os jogadores

conferem na sua cartela se esta contém o número sorteado, em cujo caso devem marcá-lo.

O jogo termina quando o ganhador ou ganhadores preencherem toda a cartela e alertarem ao condutor do jogo exclamando “BINGO”. Em seguida o jogador deverá levar a sua cartela para conferência de todas as bolas sorteadas. Ao ganhador será dado o prêmio.

### 3.2 A CARTELA DIDÁTICA

A cartela didática tem o mesmo formato de uma cartela de bingo, porém com menor quantidade de números, ela tem o intuito de trabalhar o princípio da teoria da contagem aliada com a probabilidade e estatística, os próprios alunos foram responsáveis pela confecção de sua cartela.

Para confeccionar os seis números das cartelas didáticas do jogo do bingo foi sorteado apenas um único número de 1 a 20 para cada aluno na sala de aula e a este número foi acrescido a data e o seu mês de nascimento, obtendo os três primeiros números, para obter os três últimos números, utilizou-se o número de chamada no lugar do número sorteado e também foram acrescidos o dia e mês de seu aniversário, para os números superiores a 20 foi subtraído o valor 20, por exemplo, o número 35 ficou com o número 15 e a este número também foi acrescido a data e o mês de nascimento, sempre que ultrapassava de 20 ou 40 era subtraído por 20 ou 40 conforme o caso. Por exemplo, se o número sorteado é 18, o número de chamada é 35 e o aniversário dia 26/10:

1° número (sorteado)	2° número (soma do dia)	3° número (soma do mês)
18	$18 + 26 = 44 - 40 = 4$	$18 + 10 = 28 - 20 = 8$
4° número (chamada)	5° número (soma do dia)	6° número (soma do mês)
15	$15 + 26 = 41 - 40 = 1$	$15 + 10 = 25 - 20 = 5$

A cartela didática deste aluno seria composta pelos seguintes números: 1, 4, 5, 8, 15 e 18.

Para casos em que os números fossem iguais na cartela, adotamos o antecessor ou consecutivo ou realizamos novo sorteio para este aluno.

Após a confecção de todas as cartelas, o jogo é iniciado. A cada rodada, o professor faz perguntas focando o tema de probabilidades, como “Qual é a probabilidade de acertar um número no próximo sorteio da que acertou n?”

Por sua vez, os jogadores têm disponível na cartela didática o resultado da probabilidade de ganhar, o cartaz e a cada rodada os jogadores do bingo tinham a possibilidade de marcar na tabela auxiliar de resultados, também confeccionada pelos alunos, os dados ocorridos no seu jogo. Após o término do jogo, são elaborados gráficos de perfil de cada rodada.

A partir da probabilidade será feita uma análise auxiliar que mostrará que até a vigésima rodada esse jogo é equilibrado, pois os jogadores podem começar com o jogo ruim (marcando poucos números na cartela) e com o passar das rodadas podem alcançar outros jogadores (faltando poucas bolas a marcar na cartela).

Caso não ganhe o prêmio, o jogador tem como saber o quanto faltava para ganhar, por contagem dos números faltantes da cartela e pela contagem faltante do globo, além de acompanhar nos gráficos seus resultados por rodada. Foi entregue a tabela auxiliar para que os alunos pudessem calcular as probabilidades de ganhar o jogo rodada a rodada e, após a finalização, responderam questões diretas.

Uma vantagem desse tipo de jogo é que todos os jogadores competem entre si no mesmo período de tempo. Através do jogo, o aluno amplia sua capacidade de raciocínio lógico, além de ter a possibilidade de ver a estratégia de ganhar o prêmio em cada rodada.

### 3.3 INICIANDO O JOGO

Durante todo o jogo procuramos trabalhar com a teoria da probabilidade. Através da tabela auxiliar de resultados, os alunos tinham a possibilidade de saber qual era sua chance de ganhar a cada rodada. Esta atividade, além de desenvolver a habilidade de realizar cálculos probabilísticos, motiva e desperta o interesse dos alunos, já que o jogo tornava-se mais interessante a cada bola sorteada, assim os alunos acompanhavam atentamente mencionando suas chances reais uns aos outros. A primeira

pergunta realizada pelo professor foi a seguinte: qual é a probabilidade de acertar 6 bolas nas primeiras 6 rodadas?

Acertar 6 números em 6 rodadas
$\frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} \cdot \frac{4}{18} \cdot \frac{3}{17} \cdot \frac{2}{16} \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{38760} = 0,0026\%$

Outras demonstrações de cálculos de probabilidade foram realizadas pelo professor, uma delas por meio da seguinte questão: qual a chance de ocorrerem duas cartelas iguais (supondo independência das datas de aniversários e dos números na lista de chamada)?

$$\frac{1}{(20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15)^2} = \frac{1}{38760^2} = \frac{1}{1.502.337.600} = 0,00000000066562935$$

Analogamente, podemos questionar a probabilidade de completar a cartela nas n rodadas a seguir.

A partir da segunda rodada, algumas cartelas poderão ter vantagem em relação a outras, portanto cabe comparar as chances de uma cartela com um número já preenchido com a probabilidade de vitória de uma cartela vazia, nas próximas 6 rodadas. Esta questão pode ser resolvida como segue:

A probabilidade de uma cartela vazia ser preenchida em seis rodadas, dado que o bingo já teve um número sorteado é:

$$\frac{6}{19} \cdot \frac{5}{18} \cdot \frac{4}{17} \cdot \frac{3}{16} \cdot \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{14} = \frac{1}{27132} = 0,0037\%$$

A probabilidade de uma cartela com um número já marcado ser preenchida nas seis próximas rodadas deve considerar que as várias possibilidades de um número estar ausente na cartela. Por exemplo, o primeiro dos seis números pode não estar na cartela, mas os outros 5 na seqüência deverão estar. Também será vitoriosa a cartela se, dos seis números a serem sorteados, apenas o segundo falhar. Assim, há seis possibilidades alternativas. Vamos calcular apenas uma delas:

Caso o segundo número não esteja na cartela, temos a probabilidade:

$$\frac{5}{19} \cdot \frac{14}{18} \cdot \frac{4}{17} \cdot \frac{3}{16} \cdot \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{14} = \frac{1}{11628} = 0,0086\%$$

E para obter o total basta multiplicar por 6.

Como atividade, propomos as seguintes questões diretivas para os alunos:

- 1) Complete o cálculo acima, somando as probabilidades das alternativas de vitória da cartela com um número já preenchido. Quem tem maior chance de vencer?
- 2) Considere que o jogo está na quinta rodada, e sua cartela tem 1 número preenchido enquanto seu colega tem 2 números preenchidos. Compare as probabilidades de você vencer nas próximas 6 rodadas com as de seu colega.
- 3) Novamente, suponha que, na quinta rodada, sua cartela tem 1 número preenchido, enquanto seu colega tem 2 números preenchidos. Compare as probabilidades de você vencer nas próximas 7 rodadas com as de seu colega.
- 4) Em quantas rodadas pode-se ter certeza que o jogo acaba?
- 5) Qual a probabilidade de vitória, nas 7 primeiras rodadas, caso você jogue com 2 cartelas?
- 6) Formule questões de probabilidade para desafiar os outros grupos da sala.
- 7) Complete a tabela com todas as possibilidades da décima quinta rodada para ganhar o bingo nas próximas rodadas:

Acertou 2 (dois) números. (Faltam 4)	Acertou 3 (três) números. (Faltam 3)
$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{5} = 20,00\%$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{10} = 10,00\%$
Acertou 4 (quatro) números. (Faltam 2)	Acertou 5 (cinco) números. (Falta 1)
$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10} = 10,00\%$	$\frac{1}{5} = 20,00\%$

8) Podemos fazer uma tabela para o final do jogo completando as cinco rodadas restantes.

Outros exemplos:

a) Complete a tabela com todas as possibilidades da décima sétima rodada para ganhar o bingo nas próximas rodadas:

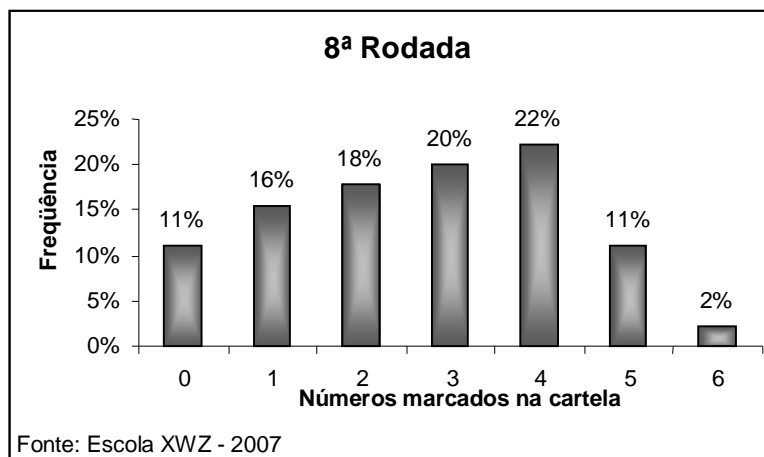
Acertou 4 (quatro) números. (Falta 2)	Acertou 5 (cinco) números. (Falta 1)
$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} = 33,33\%$	$\frac{1}{3} = 33,33\%$

b) Complete a tabela com todas as possibilidades da décima oitava rodada para ganhar o bingo nas próximas rodadas:

Acertou 5 (cinco) números. (Falta 1)
$\frac{1}{2} = 50,00\%$

Pode-se também trabalhar em sala com as várias cartelas dos alunos e obter a freqüência relativa que representa a porcentagem de cartelas com seus respectivos acertos. Abaixo segue um exemplo de gráfico da oitava rodada.

**Gráfico 1.** Ilustração da porcentagem de acertos relativos na 8ª rodada.





A leitura do gráfico pode ser exemplificada como segue: 16% das cartelas da classe tinham exatamente um número preenchido na oitava rodada.

A partir do modelo acima proposto, pode-se construir um gráfico para cada rodada. Essas figuras podem ser feitas manualmente, ou através de um computador com uma impressora colocada no quadro à disposição dos jogadores. Assim, a cada rodada do jogo é discutida qual a probabilidade de cada cartela vencer conforme a pontuação.

### 3.4 AVALIAÇÃO

Durante a execução da atividade do jogo de bingo, optamos por adotar a avaliação contínua, de forma que ela fosse aplicada durante o processo educacional. Avaliamos desde a explicação inicial, a elaboração da cartela didática e da tabela auxiliar, as questões elaboradas pelos alunos, seu interesse pelo exercício, a execução e análise dos cálculos. Tínhamos a finalidade de saber se a aprendizagem sobre probabilidade e teoria da contagem estava ocorrendo adequadamente ou se seria necessária uma intervenção para adequar o processo educacional ou auxiliar os alunos individualmente.

Desta forma, a avaliação aconteceu durante todo as aulas, pois, de acordo com os PCNs, a avaliação não deve ser considerada um fim em si mesma só ou um recurso separado das outras atividades. Pelo contrário, deve acontecer conforme as atividades estão sendo aplicadas, ou seja, deve considerar a criatividade do aluno, capacidade de raciocínio, sua organização, sua participação e interesse, relacionamento inter-pessoal, entre outros pontos importantes.

Segundo os PCNs:

Esta avaliação, que intenciona averiguar a relação entre a construção do conhecimento por parte dos alunos e os objetivos a que o professor se propôs, é indispensável para se saber se todos os alunos estão aprendendo e quais condições estão sendo ou não favoráveis para isso, o que diz respeito às responsabilidades do sistema educacional (1997, p. 56).

### 3.5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES DOS ALUNOS

Após a execução das atividades, realizamos uma pesquisa qualitativa com os alunos a fim de saber sobre suas considerações sobre o exercício proposto. Selecionamos algumas respostas para ilustrar suas observações:

A proposta de uma atividade de jogos, que no começo parecia ser algo chato, tornou-se divertida e revolucionária, pois mudou completamente a rotina escolar. Em nossa opinião, atividades como estas tornam o aprendizado melhor, muito legal, fazendo com que o aluno compareça ao colégio não por ser obrigado, mas pelo fato de se divertir enquanto aprende (2º MA).

Nas aulas que estudamos probabilidade o professor usou um método diferente para explicar a matéria, e esse método foi o jogo de bingo [...] O nosso grupo gostou do método que o professor usou, por que além de descontrair as aulas ficou mais fácil de entender a matéria [...] gostaríamos que o professor continuasse a usar métodos diferentes como esse para explicar as matérias que serão dadas no decorrer do ano (2º MA).

Este trabalho nos ajudou muito a perceber os lugares onde a probabilidade está presente, e nos mostrar qual é a real chance de ganharmos algo em alguns desses jogos citados, e de que a probabilidade está presente em diversas ocasiões da nossa vida (2º MB).

## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através deste trabalho procuramos evidenciar a importância do uso dos jogos como recurso para o ensino da matemática. Apresentamos uma aplicação prática com alunos do ensino médio do uso do jogo de bingo no processo de ensino/aprendizagem da teoria da contagem e da probabilidade. Verificamos que os alunos demonstraram grande interesse e participação, além da assimilação do conhecimento proposto, realidade nem sempre encontrada nas aulas de matemática. Por meio dos jogos, os alunos se apropriaram da linguagem e conceitos matemáticos de forma gradual, dinâmica, interativa e com um resultado consistente, eles acompanharam todo o processo de construção do jogo e análise dos resultados.

Acreditamos que é preciso demonstrar a importância deste tipo de atividade a futuros e atuais professores de matemática, para que assim, tenhamos a consciência de que mais importante que “ensinar matemática”, é

formar cidadãos que sejam capazes de se expressar matematicamente, que saibam criar e manipular conceitos matemáticos segundo sua necessidade de vida em sociedade.

Vivemos em uma sociedade em constante transformação, na qual o conhecimento também se apresenta sempre em mudança, necessitando do educador uma reestruturação constante para lidar com esse conhecimento em mutação, possibilitando que os alunos o assimilem, e estejam prontos para enfrentar desafios e construir e reconstruir seu conhecimento, assim como a dinâmica das mudanças.

A análise dos resultados demonstrou a validade e a importância do uso de jogos nas atividades em sala de aula de matemática, quando realizadas sob a devida orientação do professor. Procuramos não avaliar o jogo em si, o instrumento, as regras, mas sim a maneira como os alunos interagiram com a proposta realizada pelo professor e acompanharam todo o processo de execução da atividade.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A HISTÓRIA do bingo. In: Revista Games Magazine, vol. 50, 2007. Disponível em: <<http://www.vilasboasconsultoria.com.br/bingos/histbing.htm>>. Acesso em: agosto de 2008.

BINGO. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre, 2007. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Bingo>>. Acesso em: agosto de 2008.

CEBOLA, Ana Izabel Marques; HENRIQUES, Sônia Paula Marques. **O jogo e a matemática**. Temas e problemas de matemática. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, 2005/2006. Disponível em: <<http://www.mat.uc.pt/~me0513/trabalho.pdf>>. Acesso em: agosto de 2008.

CRESPO, Antônio Arnot. **Estatística fácil**. São Paulo: Saraiva, 2002.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas-SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FONSECA, Jairo Simon da; MARTINS, Gilberto de Andrade. **Curso de Estatística**. São Paulo: Atlas, 1996.

GONÇALVES, Cristina F. Fidelis. **Estatística**. Londrina: Ed. UEL. 2002.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de doutorado. Campinas, SP. Faculdade de Educação, UNICAMP, 2000. Disponível em:  
<<http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000223718>>. Acesso em: agosto de 2008.

LOPES, José Marcos. **O ensino de probabilidade através de um jogo de dados e da metodologia de resolução de problemas**: mini curso, 2008. Disponível em:  
<[http://www.mat.feis.unesp.br/downloads/jose\\_marcos/Minicurso.pdf](http://www.mat.feis.unesp.br/downloads/jose_marcos/Minicurso.pdf)>. Acesso em: junho de 2008.

MAGALHÃES, Marcos Nascimento; LIMA, Antonio Carlos Pedroso de. **Noções de Probabilidade e Estatística**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2004.

MARCO, F. F. **Estudo dos processos de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais de matemática no ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado. Campinas, SP. Faculdade de Educação, UNICAMP, 2004. Disponível em:  
<<http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000316327>>. Acesso em: agosto de 2008.

MARTINS, Gilberto de Andrade; DONAIRE, Denis. **Curso de Estatística**. São Paulo: Atlas, 1979.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. **Introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em:  
<<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>>. Acesso em: julho de 2008.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. **Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em:  
<<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: julho de 2008.

PCN + ENSINO MÉDIO – ORIENTAÇÕES EDUCACIONAIS COMPLEMENTARES AOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Secretaria de Educação – Brasília: MEC, [200-]. Disponível em:  
<<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: agosto de 2008.

SPIEGEL, Murray R. **Estatística**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1974.